EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

EVCLIDE MEGARENSE ACVTISSIMO PHILOSOPHO, SOLO INTRODVTTORE DELLE SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolò Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.

TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia con facilità serà capace a poterlo intendere.

IN VENETIA, Appresso Gionanni Bariletto. 1569.

AL MAGNIFICO ET HORNATISSIMO D'OGNI VIRTU', IL SIGNOR BENETO ZORZI DEL CLARISSIMO M. ALVIGI.

CVRTIO TROIANO S.

PERCHE uediamo honoratissimo Signor mio, come la natura ci ha formato la parte interna di tal sorte, che ch'io per naturale uiuacità o per dottrina conosce le conditioni de gli huomini, sa molto bene di esser tenuto di far piacere all'huomo delqual solo si uede essere corrispondente nel communicare i benefici, io che per diuina gratia, sempre mi sono compiacciuto di giouare, per le forze mie, al stato humano, ho fatto cō molta diligenza stampare l'Euclide in lingua uolgare, tradotto da Nicolo Tartaglia Brisciano, huomo nelle Mathematice dottrine, tanto eccellente & raro, per scientia & pratica, che i dotti di tale arte tengano per fermo lui solo hauer inteso le sottilità & le oscure sententie di Euclide, & anco i ueri fondamenti della Mathematica, ne' quali hanno preso tant'errore quelli che auanti lui si sono auantati di hauerlo fin dalle radici ottimamente inteso; ilche si uederà nel suo cōmento dottissimo. Et uolendo io dedicare una tale dottrina la piu ferma & chiara di tutte le altre arti liberali, a persona, che per sue uirtù, bontà d'animo, & ornamenti dell'intelletto la douesse hauer cara: uoltandomi per l'animo di molti nobili ingegni a quali si potrebbe inuitare, fermai il pensiero in uostra Magnificentia laqual ha mostrato tanto amoreuole affetto uerso quasi ogni sorte di dottrina, che hauendosi dato prima alle humanità & historie, & finalmente s'è redotta alle mathematice come a dottrina certissima & chiara, laquale, perche ferma i suoi principij in cose, che da niuno possono esser negate, si dimostra d'ogn'altra piu scientifica e uera. Et quantunque tali ornamenti di V. Mag. ui fanno degno di maggior laude, di quella ch'io le posso dare con la mia dedicatione, nondimeno io non mi ritrarò di inuiarle la mia fatica, perche essendole io amoreuolissimo seruitor, tēgo per certo che quella, mirando all'affetto del cor mio, aggrandirà il mio dono, riputandolo assai piu di quanto egli sia in effetto: cosi per uostra bontà, il mio libro uenirà ad essermi grato, & con questo caminerà securo sotto la protettione di V. Mag. laquale, se tenerà me in quel conto, che merita l'amor mio uerso di lei, mi darà animo di stampare altre simil cose, tutte utili ad illuminare gli intelletti humani: si che in tal modo si uenirà a giouare al mondo, & ad illustrare il nome di questo Auttore, la cui dottrina di maniera per se stessa lampeggia, che essendo posta in luce, manderà per l'uniuerso i suoi raggi tanto chiari, che qualunque letterato ne prenderà una picciola scintilla, gli parerà di uedere un chiaro Sole, che gli illustri l'intelletto a comprender meglio ogn'altra dottrina. Accetterà adunque V. Mag. me con l'opera istessa, laquale mi rendo certo, che sarà gratissima al uostro alto intelletto, si perche essa dottrina si manifesta anco a i sentimenti, come anchora perche Vostra Mag. ne prenda diletto. Et con questo, pregandole ogni felicità, me le ricomando di core.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO, SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE, ACVTISSIMO MATHEMATICO.

TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora conchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro, che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano come si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per ilche hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & però uediamo (come dice il Cardinal di Cusa) tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tali Scientie, ouer discipline sono state tanto intrinsicamēte conosciute da nostri saui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fussino le discipline mathematice (cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica.) Et questa determinatione ouer costitutione fermo per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nò: perche tra quelli si costumaua questo prouerbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, così l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et però quando per sorte trouauano alcuno, che di tai scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro esercitio, perche in effetto comprēdeuano (come dice Vitruuio Polione al primo capo del suo primo libro) che la dottrina senza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la Dottrina, puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le Mathematice discipline fusseno le prime imparate, è questa, perche alla intelligentia di quelle non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sosteentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & non per auttorità, ouer opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per dimostratione.

4 La terza causa è, che conosceuano tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathemathice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente sotto breuità, in parte si farà manifesto.

5 Primamente egliè cosa notta, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica, cioè de triangoli, quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seratili, sphere, coni, chilindri ouer colonne, cubi, otto base, dodice base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamente descriue è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delliquali 11. sono de geometria, cioè el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è comune, ilquale è della proportione & proportionalità, laqual proportione & proportionalità cosi se aspetta al numero, come alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per ilche si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una come de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nel la ottaua propositione del ottauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi è penuria de boni & eccellenti Astronomi, che per difetto delle antedette discipli-

ne,

te, perche di ben intendere l'Almagesto di Ptolomeo, & similmente Giouan de monte Reggio senza le Euclidiane Istruttioni, niun certo si puo auantare: & quantunque si lega nel ecclesiastico al primo Capitolo. Altitudinem celi, & latitudinem terra, & profundum abissi quis dimensus est? Nondimeno tanta è la uirtù di queste scientie, ouer discipline, che per mezzo delle proportioni, non solamente li nostri antiqui hanno conosciuto quanta sia la rotondità di tutta la terra, & quanto sia el Diametro suo & similmente delli altri elementi: ma anchora hanno conosciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle stelle, si fisse come erratice, & la conuersatione del loro Cielo, come dimostra Ptolomeo nel Almagesto, & Alphonso nelle sue Tauole.

8 Queste medesime scientie ouer discipline, danno la uia all'arte giudiciaria, detta astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia, Nicromantia, & altri sorti legi, come scriue Isidoro, & Cieco Dascoli, & similmente, Cornelio Agrippa nel secondo di Occulta Philophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimostra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentissimi Geographi, quanto li sia necessario el numero, la misura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerso debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una piccol carta, tutte le famose prouincie, città, castelli, monti, fiumi, isole, peninsule, & altri siti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queste siano necessarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in disegno un particolar sito, ouer paese, & similmente la pianta de una città lo habbiamo dimostrato nel quinto libro delli nostri quesiti, & inuention diuerse.

11 Anchora considerando bene, e studiando la scientia Perspettiua, senza dubbio si trouarà, che nulla sarebbe, se la Geometria, come madre sua, non se gli accomodasse. Questo non solamente ci uerifica el nostro Euclide, nella sua Specularia & Perspettiua, & similmente lo Arciuescouo Giouanne Cantuariense: Ma piu abondantemente Vitel leone, quel gran Perspettiuo, ilquale ogni sua propositione approua & dimostra con le Euclidiane propositioni.

12 Che queste tai scientie ouer Discipline siano necessarie all'arte Pittoria, non uoglio star a prouarlo particularmente, perche mi basta che Alberto duro alli tempi nostri Pittor eccellentissimo, nella opera sua non solamente lo confessa & affirma: ma ancora attualmente lo dimostra al senso.

13 Quanto queste siano opportune all'arte horologica, cioè alla compositione, descrittione, ouer costruttione delli horologij, si horizon-

tali come murali. Sebastiano Mustero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de' Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de Ponderibus, il che medesimamente retificamo & approuiamo nel quinto libro de li nostri quesiti & inuentioni diuerse, con laqual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice assegna la causa di ogni ingeniosa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtù, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la città di Siracusa contra l'impetto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalità.

16 Per mezzo di queste si fanno uarij & diuersi modelli, fabricansi ponti quasi alla natura impossibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben considranno & guardano tutte le sorte de antique & moderne machine, & istromenti belici si offensiui come diffensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi, catapulce, scorpioni, baliste, ariete, testudine, belepoli, come dimostra Vetruuio nel decimo.) Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formare & fabricare.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate, sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo arteglarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna sperienza ne pratica in tal essercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a essecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio, che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli esserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gente, ouer di terreno, & similmente el modo di formar, el cuneo, la forfice, la sega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, lequal cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

20 Di quanto aiuto & subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vetruuio Polione nel suo Proemio lo fa manifesto.

21 Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuisseno l'ingegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di longo alla sapientia: Anzi che Boetio Seuerino uol che queste tai scientie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai scientie ouero discipline esser impossibile di potere rettamente filosofare.

22 Questo medesimo uienne a essere stato retificato con li effetti da quel Platone padre e maestro de Philosophi, elquale non uoleua che alcun scholaro intrasse nella sua schola, ouer studio, se non era prima in Geometria ben isperto.

23 Et però non è da marauigliarsi, se molti passi nella Phisica, Methaphisica, & Posteriora de Aristotele, & similmente in quel de Celo & mũdo paiono oscuri, & difficili alli nostri moderni, che la maggior parte non procede da altro, che per non sapere le predette discipline.

24 Queste medesime danno l'essere alla Pratica speculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della cosa ouer arte Magna, e queste, non solamente Maumeth figliuolo de Moise Arabo (gia di tal scientia primo inuentore) Ma anchora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Pisano Geometricamente lo fanno manifesto.

25 Essendo un giorno interrogato il diuino Platone, perche causa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui rispose perche lo huomo sa numerare & le bestie non. Se adonque cosi minima parte di tai discipline (che è il numerare) per esser commune a tutti ne fa differenti da gli animali brutti, & ne preuileggia di questo nome rationale; Egliè adunque cosa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu saremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queste medesime discipline se raccoglie & prende (dico inauedutamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di sapere argomentare nel disputar le cose, & a confutare lo auersario, & conchiudere il proposito per uarie & diuerse uie, come che procedendo in quelle si farà manifesto.

27 Piu forte Bartolo da Sassoferrato (famoso legista) nella sua Tyberina sue figure geometrice usando, non solamente ne manifesta lui essere stato nelle Mathematice ottimamente instrutto & corroborato, ma anchora ne aduertisse la geometria esser necessaria in iure.

28 Che diremo della guida & scorta di nostra salute sacra Theologia: Non dimostra il Reuerendissimo Cardinal Nicolo di Cusa nella penultima parte de l'opera sua, senza la geometria non potersi a gli intelletti nostri communicare, laqual parte è intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma egliè di tanta necessità questa geometrica disciplina & scientia, che non solamente noi huomini mortali nelle nostre cose commensurabili usamo quella, come piu uolte è stato detto; ma anchora il

ra il magno Iddio, ilquale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, anchora questi Compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per ilche anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Polione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilità, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette scientie, come furno Mercurio Termegisto philosopho sacerdote & Re d Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede Syracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, iquali per breuità lasso, per non ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, acciochè uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere sprezzata, ma dignissima & da esser apprezciata da ogniuno, senza la quale ogni altra scientia è imperfetta, & così per oggi faremo fine, dimane poi cominciaremo a dichiarire alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente acciochè non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me haueti prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a isponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio sogetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di cadauna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

cularia, la scientia di Pesi, la Architettura & molte altre: Ma Boetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci uogliono, che le dette discipline Mathemathice siano solamēte quattro, cioè Arithmethica, Geometria, Musica, & Astronomia, & che tutte le altre siano subalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo san sepulchro, uuole che le dette discipline Mathematice siano ouerамente cinque (aggiongendo alle predette quattro la Perspettiua) oueramente tre, escludendo dalle predette quattro la Musica: & per sostentare tal sua opinione, aduce ragioni & argumenti assai, liquali per non esser cosa de importantia lasciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima questione sopra Giouanne di Sacrobusto, conchiude, la Musica, & la Astronomia, & similmente la Perspettiua non esser pure Mathematice (come è il uero) ma medie fra le mathematice, & la scientia naturale: Per ilche seguita solamente la Arithmetica, & la Geometrica esser le pure Mathematice, & tutte l'altre esser medie, ouer dependenti, & miste delle Mathematice discipline & della scientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude esser pura naturale, in quanto alla sua essentia.

3 Concluderemo adunque che solamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali speculatiuamente tratta el nostro Euclide, siano le pure discipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto nostro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il suggetto dellaquale geometria è la quantità continua, le specie della qual quantità continua, secondo el logico sono cinque, cioè, linea, superficie, corpo, luogo, & tempo. Ma secondo il mathematico sono solamente tre cioè linea, superficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queste tai specie de quantità è il ponto, però conuenientemente il nostro Authore ne diffinisse quello nella sua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus est cuius pars non est. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioè che non si troua parte di quello, che in sostantia nō uol inferire altro, saluo che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè che di quello non si potria tuore ne dar ne trouare ne anchora imaginare la mità, cioè, che non se potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar un mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar un mezzo pōto, meno potremo tuor ne dare un mezzo terzo, ne un mezzo quarto, ne alcuna altra parte simile a quello, per laqual diffinitione ne dinotta il detto ponto esser indiuisibile, & consequentemente non esser quantità, perche ogni quātità continua è diuisibile in infinito.

6 Alcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a questa hora, io non so ne intendo che cosa sia questo ponto.

Et io

7 Et io rispondo, che cadauno de uoi per natural istinto sa che cosa egliè, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio cadauno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela cosi ponta, uoi me risponderetì, perche è cosi sutilmente appontita, & che ua cosi a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non recenerà diuisione, cioè chel non si potrà diuidere in due ne in piu parti, & però non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide saria un punto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque egliè tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intende & piglia per ogni piccol segno fatto uoluntariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spacio, come saria a questo modo) ouerамente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta a questo modo. Oueramente con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a questo modo.

10 Alcun porria dire. questo tal ponto artificialmente fatto, non hauer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Anthore, atteato che lo operante geometrico mai non lo puo costituire ne segnar talmē te piccolo, che non possa esser sempre piu piccolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobilità nostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima tradutione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartholameo Zamberto Veneto (che uiue anchora.) Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale quale hanno incluso le predette ambedue tradutioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studente, che altramente, (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere,) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra tradutione fatta in uolgare, & acciò che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto breuità repettere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette tradutione, acciochè si ueda la differentia che sia da l'una a l'altra, & laqual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: dapoi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE ACVTISSIMO PHILOSOPHO, ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO,

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

PER Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egliè costume (anzi è debito) di ciascaduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine, Perilche il soggetto generale di detta Geometria verria ad esse re la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a varij, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi; per tanto l'Auttore, inanzi che dia alcuna propositione, ci ha voluto ordinariamẽte diffinir tutte quelle cose di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà uedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

1 IL ponto è quello, che non ha parte.
1

IL TRADOTTORE.

IN QVESTA prima diffinitione l'Auttor ci diffinisce il principio della quãtità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello delquale non si puo tuogliere, ne trouar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, ouer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Perlaqual diffinitione ci dinota, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, dinotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, ouer amente qualche altra conditionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accadente in una, ouero piu linee, o altre quantità: come nelle cose che seguitano si uederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto uolontariamente, ouero a caso con qualche stilo pontito,

ouero

pō-to.

ouero dipinto con qualche materia colorata, in qualche spatio: come per esempio havemo descritto, ouer signato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, & dire, tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non haver alcuna convenientia con quello che diffinisce l'Auttore: attento che l'operante non mai il puo constituire, ne segnar, talmente piccolo, che'l non possa esser sempre piu piccolo, ouer che'l non sia sempre divisibile appresso all'intelletto, & per tal causa non esser di alcuna consideratione appresso l'Auttore, per esser in tutto al contrario della sua diffinitione: Onde per risolver questo dubbio, rispondo (come habbiamo detto nel principio del prohemio) che tutte le operationi, e construttioni fatte dall'operāte in materia, cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual si voglia altra materia, mai possono esser cosi vere, e precise che nō possano esser piu vere, e piu precise: Et se bē il mathematico cōsidera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo, tamen secōdo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astratta da quella materia, doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo l'intētion dell'operante, e non secondo l'oprare l'intētion dell'operante, Geometrico è sempre di far le cose che cōstruisse in materia, a tutto suo puoter, secōdo che sō semplicemente in se, a benche non mai le fa cosi precise: facendo adonque un ponto, con intention di farlo secondo che è semplicemente in se, cioè, indivisibile, seguita, quel tal ponto (tolto secondo l'intention del operante) esser indivisibile. Il medesimo in sostantia afferma Arist. nel. 6. della meta. qual dice, che la scientia mathematica nō cōsidera le cose congionte con la materia, secondo l'esser suo: ma separate da quella secōdo la ragione: e che la scientia naturale le considera co la detta materia all'un e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: perilche seguīta che considerando il detto ponto secondo l'esser e secondo la ragione, per tanto quanto è realmente quel material color negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal cōsideration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che non sia divisibile in infinito. Ma considerandolo cō la mente separato da quella materia sensibile, secondo la ragione, cioè, secondo la diffinitione, tal consideratione serà mathematica, e secōdo quella serà indivisibile: si che il naturale è differente al mathematico in questo, che egli considera le cose vestite, il mathematico nude d'ogni materia sensibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, è simile alla unità nella Arithmetica: laqual è principio del numero, & non è numero: Similmente è simile al suono nella Musica (come afferma Franchin di Gaffori nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmēte e simile allo istante nel tempo, ouer nel moto (come ci manifesta Aristotele nel. 6. della Physica, testo. 24.) E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto fusse simile alla materia prima, nelli principij delle cose naturale. Anchora si puo dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grāmatica, perche in vero quella non è voce, et è principio della voce. Vero è che alcuni Gramatici dicon esser una voce individua: ma questi tali (secondo il mio parere) se ingannano: perche ogni voce è divisibile in infinito: La region è questa, che ogni voce è proferta in tempo, & è

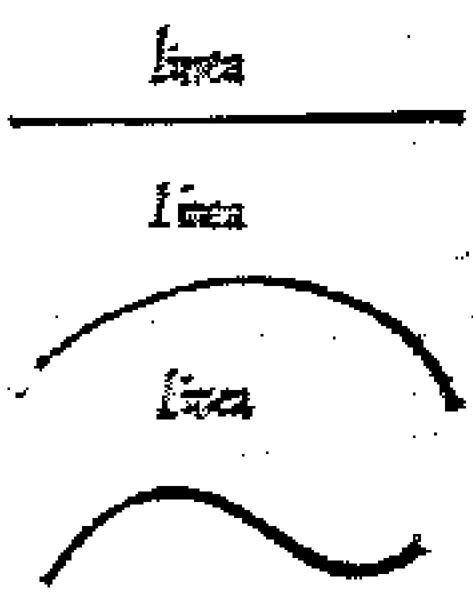
misurata

misurata da quello: & ogni tempo è divisibile in infinito (per esser specie del continuo) adonque ogni voce è divisibile in infinito: perche, se la misura è divisibile in infinito (per commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesimamente divisibile in infinito. E però non si puo dire, che alcuna voce sia indivisibile, si come non si puo dir, che il ponto sia una quantità continua indivisibile, perche seria contradittione. Si vede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose: imo ha grā similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome pōto a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo ponto nella secōda tradottione è detto segno: ma perche questo nome ponto è piu commune, & piu frequentato, fra li Latini e volgari che segno, Ponto e non segno, m'è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare, gli Alemani, liquali hanno stāpato una propositione della prima tradottione de verbo ad verbum precisamēte come sta co'l suo commento: Et consequentemente a quella una della seconda tradottione, pur de verbo ad verbum come sta co'l suo commēto: laqual mistione non è altro, che una confusione alli studenti: & massime, doue le propositioni sono diverse in conclusione: Anzi ho osservato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione: siano doue si vogliano) quantunque nel dire, over nel proferir gli sia qualche differentia (come è stato del pōto) ne ho formato una sola propositione in volgare: formando la maggior parte de testi volgari sopra quella, che ha vocaboli piu communi, cioè, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti overo espositioni: perche, in vero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti usa generalmente vocaboli piu communi & piu usitati, che la seconda: vero è che la seconda pur in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedrà palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione. 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini dellaquale sono
2 duoi ponti.

Il Tradottore.

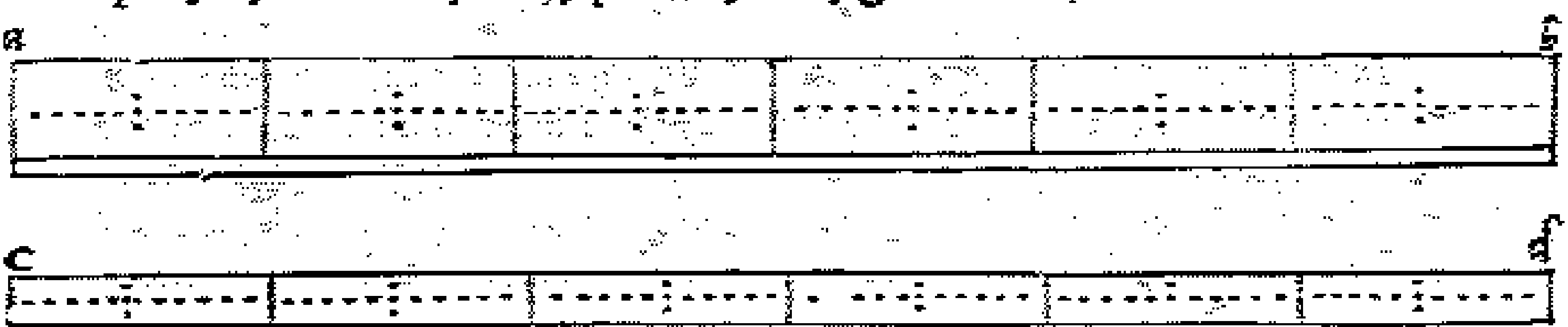


In questa diffinitione l'Auttore ci diffinisce la prima specie della quantità continua (che è la linea.) Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo però intesa terminata:) perche, sono molte linee, che non son terminate, com'è la circonferētia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, a casone alcune, imaginate con la mente. Quelle, che sono fatte dalla natura, sono le semplice lōghezze, overo le sēplice larghezze, overo grossezze, che sono naturalmente in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, overo

dall'arte

dall'arte fabricati: et sono etiam li semplici termini delle superficie terminãti detti corpi. Ma perche anchora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente nõ è lecito di parlarne, ma nel processo si vederà manifestamẽte cosi essere. Ma le linee fatte dell'arte, ouero a caso sono fatte volõtariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stiletto pontito, ouero con qualche materia colorata, in qualche spatio, come per essempio (in varii modi, si come etiam varii modi possono accadere) hauemo designato di sopra. Vero è, che alcun potria dire (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmẽte fatte dallo operante non hauere conuenientia alcuna cõn la linea diffinita dallo egregio nostro Auttore Euclide, attẽto che non mai possono essere tirate, ouero disegnate tante sottil, che quelle non habbiano qualche larghezza in se: Nientedimeno questo dubbio se risolue secõdo quello del ponto: cioè, chi vol considerar ciascheduna di dette linee o altre simile: similmente quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congionte e vestite di quella materia di negro colore, o altra simile, che ce le fa visibile in larghezza, come fa il naturale: senza dubbio secondo tal consideratione hauranno sempre qualche larghezza, & anchor grossezza, per causa della sua veste materiale. Ma chi considererà dette linee, pur congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua veste materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouerà esser resoluto il dubbio. Si vede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciascheduno le considera secondo l'esser congionte con la materia doue sono infuse: ma si discordano in un'altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e vestite di quella sua veste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua veste materiale, come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotele nel preallegato sesto della Methaphisica, testo 2. et similmente il Commentatore sopra il primo de celo & mundo, commento primo: ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo xx. celo dechiara. Et accio che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intẽda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, voglio addur anchora un'essempio molto facile da capire. Hor poniamo che sieno due misure material di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle, che usano questi mechanici, per misurar le cose occorrẽte) & che dette misure siano di egual longhezza, come sarebbe che fussino duoi passi, & che ciascheduno di essi passi sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze xii. come si costuma fra li Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso, cioè, il passo. a. b. et l'altra sia d'un legno sottile, cioè, il passo. c. d. dico che chi vol cõsiderar queste due misure, ouero, quantità realmente secondo, che sono, cioè, secõdo la materia, senza dubbio si cõcluderà una esser maggiore dell'altra, cioè, la. a. b. esser maggior della. c. d. perche eglie piu materia dentro, cioè, piu quantità di legno, per la sua maggior larghezza & grossezza: et questa tal consideratione serà naturale, laqual se referisse alla materia,

teria, che si uede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi uol considerar queste due misure secondo il Geometra ouer mathematico (ilquale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser egual, come è il uero, perche sono tolte et considerate secondo la intētione dell'operante, che le ha fabricate, ilquale le ha fatte con intentione di far una semplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famosa misura, cioè, pertiche, brazza, cāne, cauezzi, et altre simili, o siano di ferro, ouer di legno: grosse o sottile, non importa; perche tal grossezza non uien considerata. E però si poteria dir che la linea, è una longhezza senza alcuna considerata larghezza, ouer grossezza. E che sia il uero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte per linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamādo ciascuna simile, linea data rationale, cōe al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commētatore Auerrois sopra il secondo della Physica, commento .xx. uolendo dechiarare la consideratione del prospettiuo (circa alla linea) essere media fra la consideratione del naturale del mathematico, ce lo ratifica con queste precise parole. Geometria enim cōsiderat de magnitudinibus abstractis a materia, naturalis uero cōsiderat de eis secūdum quod sunt in materia. Aspectiuus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes: non enim considerat de linea secundum quòd est linea simpliciter, ut Geometer: neque secundū quòd est linea lignea, aut area, ut naturalis, sed secūdum quòd uisualis. Perilche è da sapere che per la linea lignea, ouero metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: uero, è che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che uoglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè, linea, aut area: Et questo credo serà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con la qual si risolverà uarij dubij sopra le cose che seguitano.

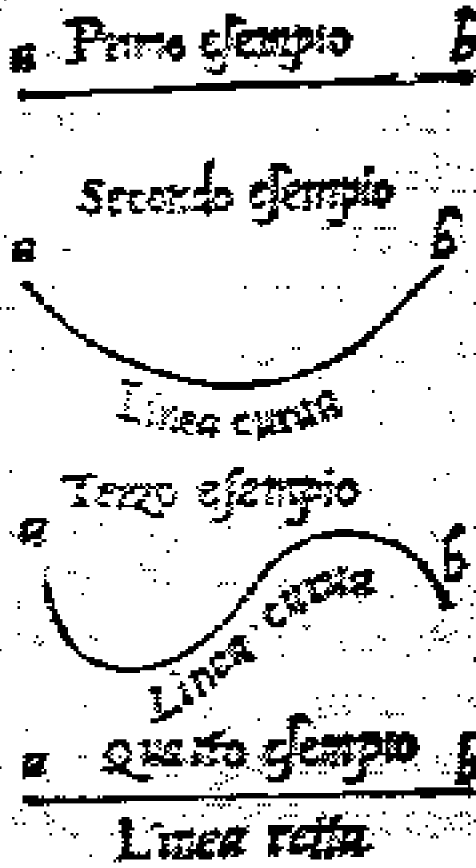


Diffinitione 3.

3/4 La linea retta è la breuissima estensione da uno ponto ad un'altro, che riceue l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Hauendo lo Authore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea si diuise in due specie principale, cioè, in retta, e curua, però nella presēte diffinitione ci uol dar a conoscer qual sia la retta) e dice che la linea retta e la piu breuissima estensione, ouer tratta che tirar si possa



in atto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, riceuendo nelle sue stremità ciascaduno di quelli, come per lo esempio si uederà. Siano li duoi ponti .a. & .b. come qui potrai uedere nel primo esempio. Dico che dal ponto .a. al ponto .b. si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secondo esempio: et similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo esempio, et in altri uarij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto põto .a. al põto .b. poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata rettamẽte nel quarto esempio: Essendo adonque la più breuissima, che tirar si possa dall'uno all'altro di detti põti, serà detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & etiam per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il rouerscio, e però lo Authore non ha uoluto diffinir altramente la linea curua, per essere cosa superflua, imaginãdosi tal cognitione esser espressa a chi hauerà notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

4 / 5.6 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini dellaquale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Authore ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) et dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioè, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee. dico essẽdo terminata, perche sono molte superficie che nõ sono terminate, come faria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, et altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmẽte sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imaginate cõ la mẽte. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualità di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per nõ esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'Authore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che uengono fatte, ouer dissegnate uolontariamẽte, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stiletto pontito, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per esempio hauemo designato in margine, ilqual margine è pur anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma

dui

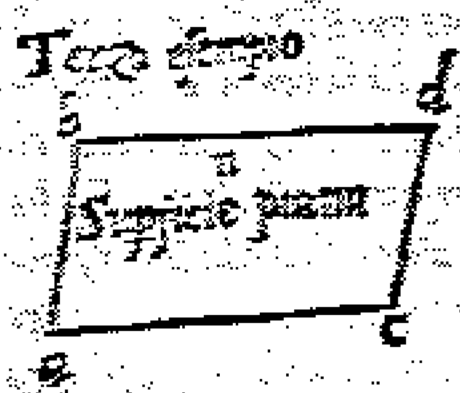
dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla soprapostà diffinitione, e circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione dice, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouò la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezza, come appar nella superficie. a. b. c. d. laquale ha due longhezze, cioè il lato. a. b. et il lato. c. d. et due diuerse larghezze, cioè, il lato. a. d. et il lato. b. c. Circa a questo dubbio rispondo, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si uogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: uero è che per mezzo de detti termini noi uegniamo in cognitione della uera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta uera e simplice longhezza & larghezza noi uegniamo in cognitione della quantità di quella tal superficie, come nel. 2. libro si uederà manifesto: et per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, et che li termini di quella sono linee ma non dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basta per dechiaratione del primo dubbio. El secondo e simile a quello della linea, cioè, che se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouero pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioè, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioè, senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per delucidatione della superficie in genere.

Diffinitione 5.

5 La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra,
7 che riceua nelle sue estremità e l'altra di quelle.

Il Tradottore.

Hauendo l'Authore di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioè, piana, e globosa, ouer conuessa, ouer spherica, ouer montuosa) e però in questa diffinitione ne diffinisse la piana, et dice, che la superficie piana e la piu breuissima superficie che si possa estendere da una linea a una altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perilche bisogna notare che questa diffinitione e quasi simile a quella della linea retta: Onde similmente bisogna aduertire che da una linea a un'altra si puo estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, niente di meno una sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: e quella sarà la più breuissima

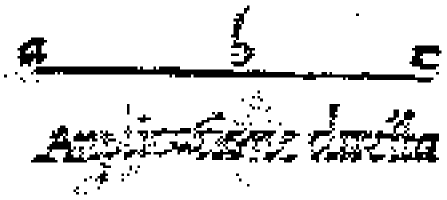


de tutte le altre che estender si possano: come (esempli gratia) siano le due linee .a.b. & .c.d. come qui si vede. Nel primo esempio dico, che dalla linea .a.b. alla linea .c.d. si puo estendere in atto, over con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie .m. tirata nel secōdo esēpio che una serà maggior dell'altra, etiā in altri varij modi: ma la piu breuissima che estender si possa, serà quella che serà estesa breuemente, & rettamente dalla detta linea .a.b. alla linea .c.d. alla similitudine della superficie .n. del terzo esempio: laquale, essendo la piu breuissima, serà detta superficie piana, per la presente diffinitione, domente che la sia estesa talmente che ella tocca nelle sue estremità ciascaduna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potria tirar di piu breue di quella fra le dette linee, che nō fariano piane, ma nō toccheriano le dette due linee .a.b. et .c.d. nelle sue estremità, e però fu forza a continuar la diffinitione: Et questo credo sia bastate alla dilucidatione della superficie piana etiam alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e pero non fu bisogno diffinir la altramente.

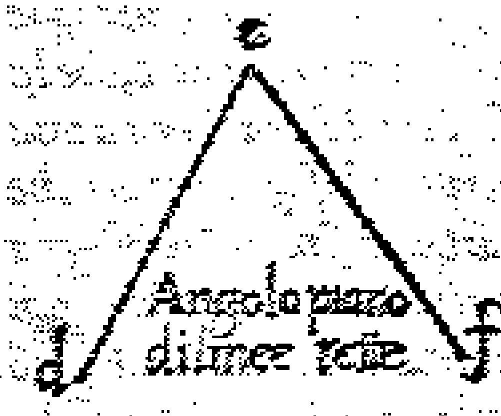
Diffinitione 6.

6 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta, de
8 l'una e l'altra due linee insieme, la espansione dellequale è sopra la superficie.

Il Tradotore.



In questa diffinitione l'Authore ci da a cognoscere qualmente l'angolo piano e compreso sotto tre conditioni. La prima è, il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee .a.b. & .b.c. lequale si toccano in ponto .b. d'una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che e tutta la .a.b.c. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee .d.e. et .e.f. in pōto .e. bē formariano l'angolo in ponto .e. tamen se le dette due linee .d.e. & .e.f. se espandessero, over distendessero sopra



una

una superficie globosa, ouer mõtuosa el detto angolo nõ saria angolo piano, ma montuoso, ouer curuo: perche do mendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioè, che le dette due linee se espãdano, ouer estendano per la superficie cioè, per la superficie diffinita nella precedẽte diffinitione, a ben che l'Autthor nõ lo specifica: Ma egliè suo costume, che ogni uolta che gli nomina linea, ouer superficie, senza altra conditione, egli uole che se intenda di quella linea, ouer superficie che è stata diffinita, & non altramente: e circa ciò bisogna auertire: spandendoli adonque le due linee. d. e. & e. f. per una superficie piana, l'angolo. e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non è altra differentia, saluo che la espansione de le due linee del non piano e in una superficie non piana, tamen li angoli piani posso no esser contenuti da due linee curue, ouero da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per esempio hauemo dissegnato: & questo credo sia bastante alla dechiaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico superficiale, acciò non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Diffinitione 7.

7 Ma quando due linee rette conteneno un'angolo,
9 quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et esemplificai nella precedẽte diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curue: & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Autthor ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

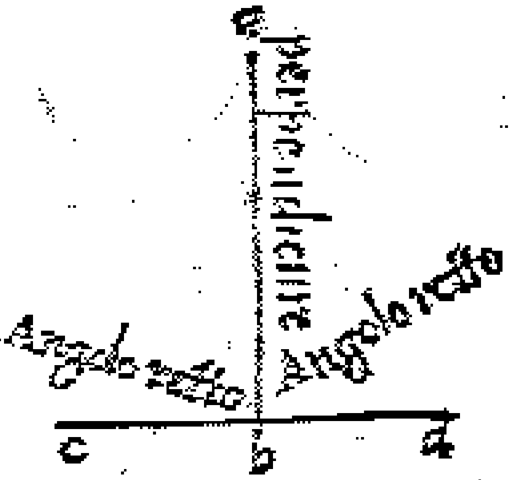
Diffinitione 8.

8 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li duoi an
10 goli cõtenuti dall'una e l'altra parte siano equali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioè, retto, e non retto: ma per che l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioè, in maggior del retto, e minor del retto: perilche potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioè, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Autthore per la presente diffini

Con la euidētia di q̃sta se puo conoscer se una squadra e giusta.



tione ci da a cognoscer l'angolo retto: laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioè, come sta la linea .a.b. sopra alla linea .c.d.) si conditionatamente, che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano equali fra loro (cioè, che l'angolo contenuto della linea .a.b. & della parte .d.b.) dell'altra sia equale all'altro angolo contenuto dalla medema linea .a.b. & dall'altra parte .c.b. della medesima .c.d. che caduno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligētia delle cose che seguitano bisogna notare, che quādo se uol denotare i scrittura un'angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il pōto doue termina il detto angolo: Esempli gratia. Volēdo proferir, ouer dire quello che hauemo detto di sopra (secōdo si costumarà nelle cose sequenti) diremo in questo modo. Se l'angolo .a.b.d. sarà equale all'angolo .a.b.c. l'un l'altro sarà retto. Onde per l'angolo .a.b.d. bisogna intendere l'angolo cōtenuto dalla linea .a.b. & dalla linea .b.d. in pōto .b. & per l'angolo .a.b.c. l'angolo cōtenuto della medema linea .a.b. & dalla linea .c.b. in ponto .b. & cosi si deue intendere nelle cose sequenti.

Diffinitione 9.

9 10 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, doue soprasta.

Il Tradottore.

Breuemente in questa diffinitione consequentemēte si cōclude, che la linea .a.b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea .c.d. & questa diffinitione si debbe intendere congionta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10 11 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttor ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: esempli gratia: se la linea .a.b. sarà inclinata sopra alla linea .c.d. (come appar in questa seconda figuratione) essa formarà duoi angoli inequali. uno de quali serà maggior del retto, cioè, l'angolo .a.b.d. & l'altro serà minore, cioè, l'angolo .a.b.c. l'angolo adonque .a.b.d. per la presente diffinitione serà detto ottuso: l'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella sequente diffinitione: et questa diffinitione insieme con la sequente si debbono intender qua

congionte

congionte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11 / 12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

Il Tradottore.

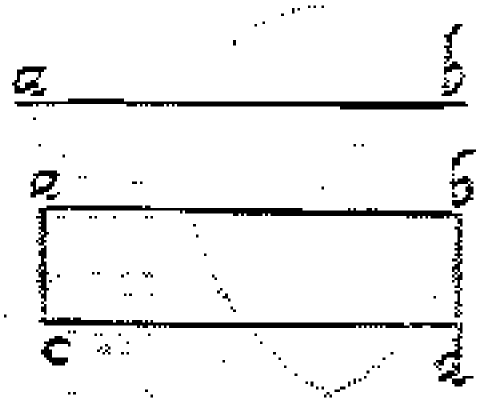
In questa diffinitione l'Authore similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo .a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo .a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la dechiaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12 / 13 Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.

Quiui l'Authore sotto breuità ci diffinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: essempli gratia, sia la linea .a.b. e similmẽte la superficie .a.b.c.d. & perche ciascun delli dui ponti .a. & b. sono principio e fine della detta linea .a.b. adõque ciascuno delli detti dui ponti .a. & .b. puo esser detto termine della detta linea .a b. similmente perche la superficie .a.b.c.d. finisse nelle quattro linee .a.b. a.c. c.d. & .b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.



Diffinitione. 13.

13 / 14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

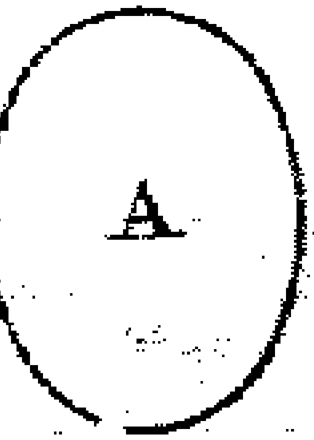
Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure, che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto dui, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle sequẽte diffinitioni si farà manifesto massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitare perche seria cosa superflua a parlarne in questo luoco, e in quello, e però mi passo senza altro essempio.

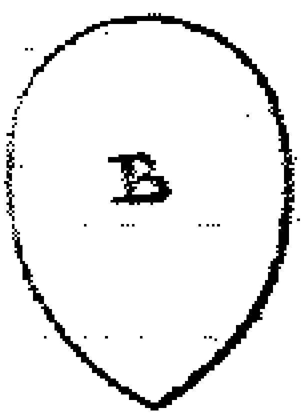
Diffinitione 14.

14 / 15.16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circõferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla circonferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

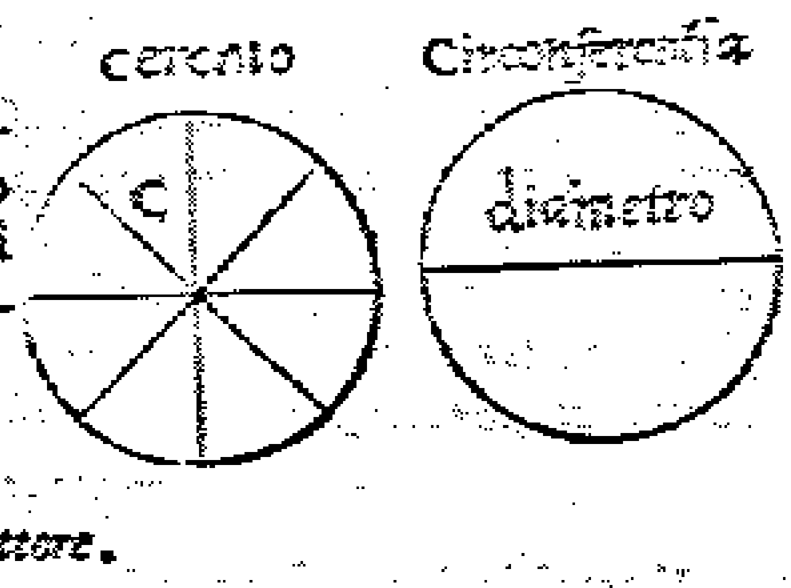
Il Tradottore.



In questa diffinitione l'Authore ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni: la prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non conuessa, ne cõcaua, ouero montuosa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circõferẽtia son fra loro equali: si che ogni figura che habbia queste tre condizione è detta cerchio: per il che seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intẽde esser cerchio: essempli gratia, le due figure. A. & . B hanno due di quelle tre cõditioni che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane sono etiam contenute da un solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia: tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõditionato, che tutte le linee, che si partino da quello, & uadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intẽde esser cerchio; perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano etiã l'altra terza conditione, si come ha la figura. C e però la detta figura. C hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamerà cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto. C sopra il quale uien constituido artificialmẽte in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: uero è alcuno potria arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figura. C artificialmẽte fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si potriano addurre) & esser impossibile che l'operante possa cõstituir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio: e perche seria superfluo a replicarlo, di nuouo, mi passo con silentio. Ideo aduerte.



Diffinione 15.



15/17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità alla circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.

Il tradottore.

L'essempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente, però mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente uedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16/18 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cerchio, & dalla metta della circonferentia.

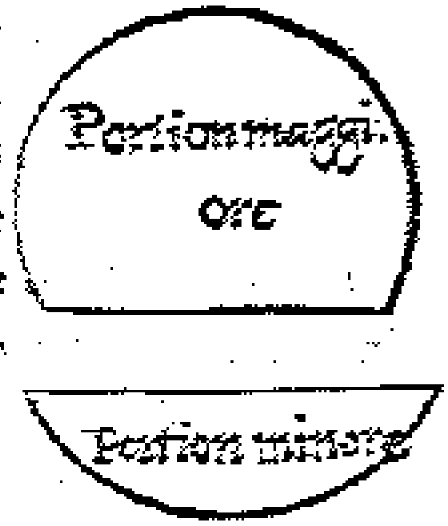
Il Tradottore.

Hauendo l'Autthor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o uuoi dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, saluo che ho posto la figura qui per esempio.

Diffinitione 17.

17/19 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e da una parte della circõferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.



A benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioè, la mettà di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio: ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'autthor uuole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per esempio habbiamo desegnato. Et nota che tanto significa a dire una settione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.

Diffinitione 18.

18/20. 21, 22. 23 Le figure rettilinee sono quelle, che sono cõtenute da linee rette. dellequali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette, alcune quadrilatere, le qual sono contenute da quattro linee rette, alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

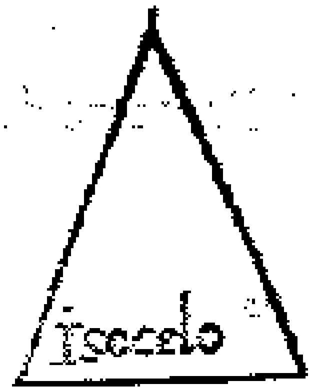
Il Tradottore.

Questa diffinitione altramente non espongo, ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana: & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequenti diffinitioni.

19/24. 25, 26.

Diffinitione 19.

Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero



altero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detta triãgolo Isocelo, e quello, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali; l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.

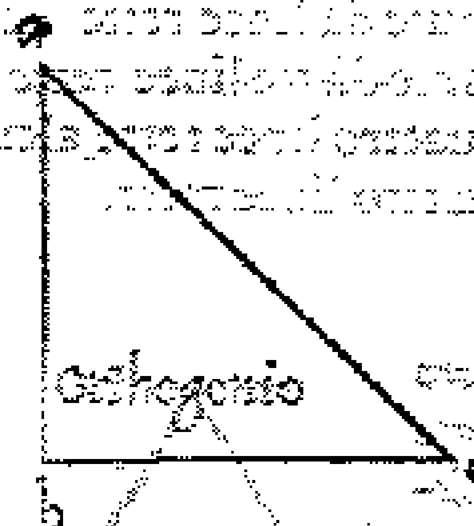
Il Tradottore.

In questa, e nella sequente diffinitione l'Author ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser divise, over considerate, cioè secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, over secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure divise over considerate secondo la varietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, over minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per essempio appare. L'altra divisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione di angoli nella sequente diffinitione se farà manifesta.

Diffinitione 20.

20 Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogo-
27.28 nio, & questo è quello, che ha un'angolo retto: l'altra è detta triangolo
29. Ambligonio, & è quello, che ha un'angolo ottuso, l'altra è detta trian-
golo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

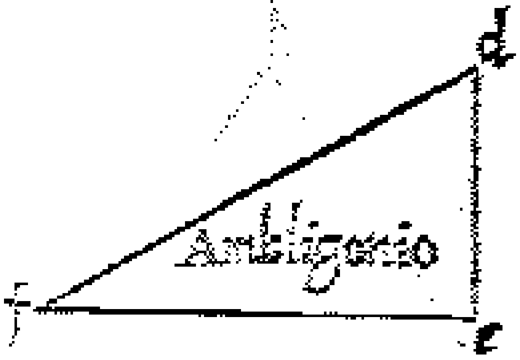
Il Tradottore.

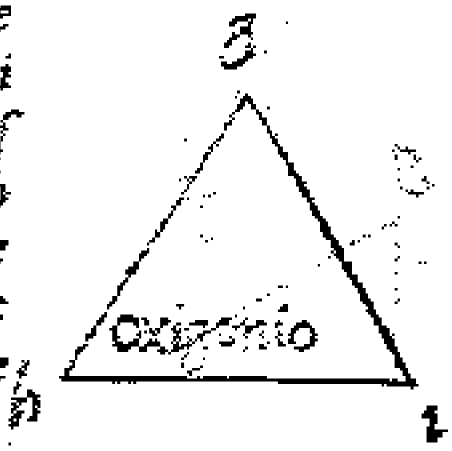


In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'auttor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secõdo l'altra divisione fatta secõdo la variatione delli angoli, e nõ delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, et questo triãgolo è quello, che ha un'angolo retto, si come è il triãgolo .a.b.c. ilquale ha lo angolo .b. retto: la seconda è detta triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha un'angolo ottuso, si come è il triãgolo .d.e.f. ilquale ha lo angolo .e. ottuso, cioè maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, et questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo .g.h.k. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si vuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda divisione nõ si

bai

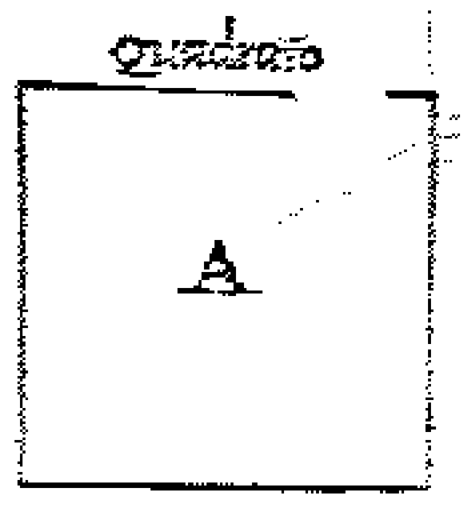
hai alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche il triangolo ortogonio puo havere tutti li suoi tre lati inequali, etiam puo esser di duoi lati: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima divisione) potria essere triangolo isocelo, e similmente triangolo scaleno: vero è che nõ potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma i quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta.) Ancora il triangolo ambligonio puo esser di duoi lati equali, etiam di tre lati inequali, dilche dando ancho ra a lui il nome secondo la prima divisione, potria essere pur triangolo isocelo, & similmente scaleno: vero è che'l non puo esser equilatero. Similmẽte il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamẽte equali, ouero di tre lati, pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima divisione potria essere equilat., etiam isocelo, et similmente scaleno. E però bisogna avertire in queste varie specie di nomi, perche alle volte un triangolo puo esser chiamato per duoi nomi, secõdo le dette due divisioni, & questo basta per la dechiaratione delle specie delle figure di tre lati.





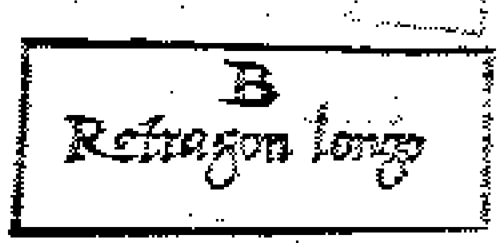
Diffinitione 21.

21.22 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato
30.31 è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è detta
32.33 tetragono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera; l'altra è detta, helmuaym, ouero rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, ouero, trapezzie.

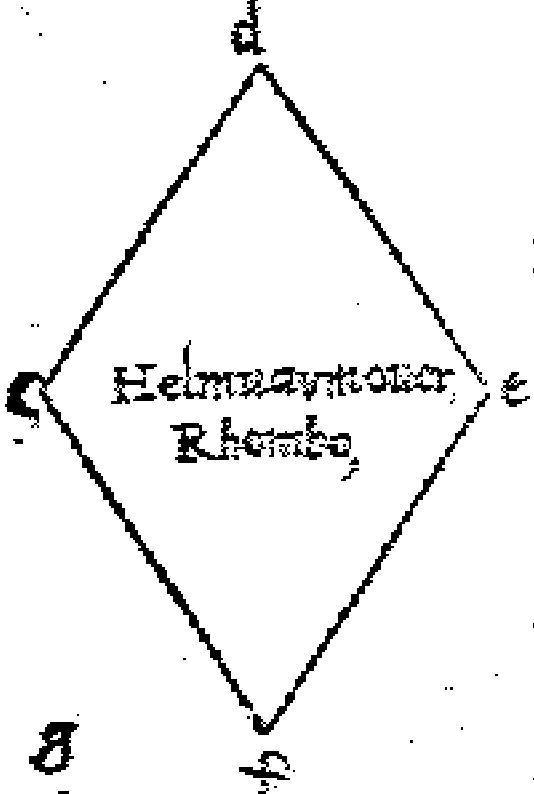


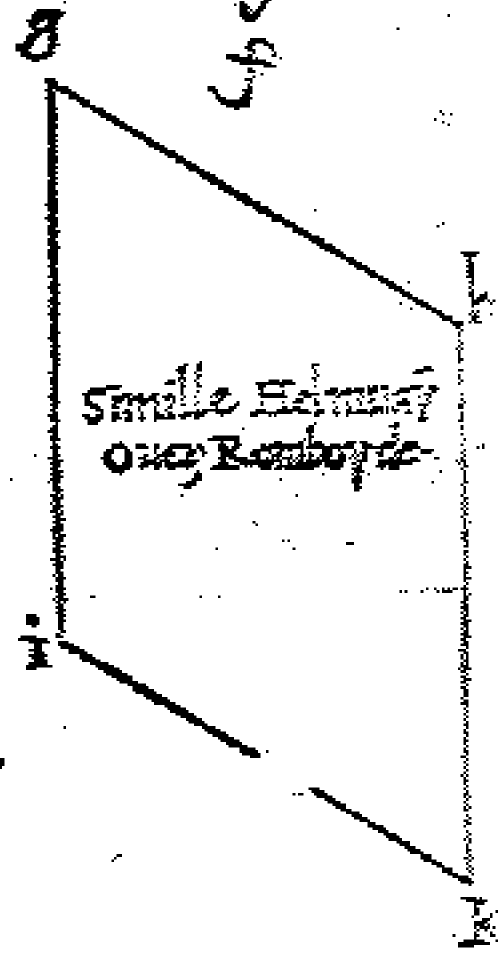
Il Tradottore.

Nella presente diffinitione l'Author ci da a cognoscer, qualmente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro, una delle quali è detta quadrato, et questo è quello, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per esempio nella figura. A.) l'altra è detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa, che larga, alla similitudine della figura



gura.B l'altra, è chiamata helmuaym, ouero rhombo, e questa figura ha pur li lati equali, come il quadro, ma non ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per essempio appare nella figura.c.d.e.f.) dellaquale li duoi angoli contrapositi.c.& e. sono ottusi, & li altri duoi contrapositi.d.& f. sono acuti: la quarta è detta simile, helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi, equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali ne li angoli retti, come per essempio appare nella figura.g.h.i.K. dela quale li duoi lati oppositi.g.i.& h.K. sono equali, et similmente li duoi.g.h.& i.K. & similmente li duoi angoli oppositi.h.i. sono equali. & similmente li altri duoi.g.K. sono pur equali, tamen tal figura nō è equilatera, ne rettāgola, anzi ciascaduno delli duoi lati.g.i.& h.K. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi. g.h.& i.K. & similmente li duoi angoli.i.& h. sono ottusi, & li duoi.g.& K. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, ce ne son molte altre (come appare qui) tamen l'Authore dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie essemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.

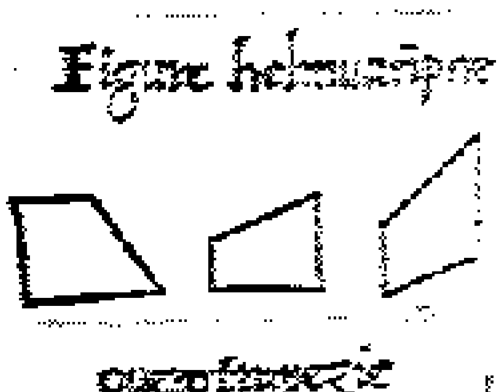




21
35

Diffinitione 22.

Le linee equidistante, ouero parallele sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se siano protratte in infinito.



Il Tradottore.

L'Authore ci diffinisce le linee equidistante, ouero parallele sotto di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, et nō in diuerse. La seconda è, che slōgādo quelle nell'una et l'altra parte in infinito non cōcorrino insieme: però qualunque due linee mancaranno in alcuna di queste due conditioni, nō se intende che siano parallele, ouer equidistante: essempli gratia, se fusse una linea stesa per la supficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente cō un capo sopra detta supficie e l'altra eleuata suso in aere,

senza

senza dubbio queste linee haueriano questa cõditione, che slongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, non cõcorreriano insieme: tamen per questo non se intenderia, che quelle fusseno equidistante, perche feriano in superficie diuerse. Similmente se i una medesima superficie seranno due linee, come (essempli gratia) le due linee, a.b. & c.d. disteese nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte. a. & c. si uede euidentemente che concorreriano insieme, pero non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle feranno in una medesima superficie, cosi conditionatamente, che slongandole dall'una l'altra parte in infinito non habbiano ad incõtrarsi insieme quelle se intenderanno esser equidistanti, ouero paralele, come per essempio appare nelle due linee. e.f. & g.h. lequale euidentemente si uede che protrahẽdole, ouero slongandole da qual parte si uoglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & però se intenderanno essere linee equidistanti, ouero parallele: & cosi (hauendo sofficientemente detto) faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.

Il tradottore.

Inanti che procediamo piu oltra, bisogna notare, che li primi principii di ciascaduna sciẽtia non si cognoscono per demostratione: ne etiam alcuna scientia è tenuta a prouar li suoi primi principii, perche bisogneria proceder in infinito, Ma quelli tali principii si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e però il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso, Perilche sono supposti nella sciẽtia, et cõ quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principii di quella scientia, perche, prouano altri, & non essere possono prouati da altri, in quella scientia; & questi primi principii delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adonque che li primi principii che si suppongano in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono quindeci, delli quali sei sono proprii, cioè, che si conuengono solamente alla Geometrica, et noue sono communi, cioè che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Auttore è di voler disputare questa scientia Geometrica, et quella sostentare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprii principii, liquali (come è detto) sono sei (come nel processo uederà) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne cõ quello occorreria a disputarla altramente, ma li altri noue (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre sciẽtie) gli li uolse chiamare commune concettioni, ouero commune sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qua
1 lunque ponto si possi condurre una linea retta.

Il Tradottore.

Lo Authore in questa prima petitione adimanda, che gli sia cōcesso, che da un ponto ad un'altro si possa menare, overo tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto .a. al ponto .b. laqual petitione, per essere all'intelletto evidente, non si puo negare: vero è che alcuno potria dire, che a voler essequire tal cosa attualmente in materia nō è molto facile, perche si vede che per far piu giustamente tale effetto, egli stato necessario all'operante ritrovare cautella, non solamente per tirare una linea da ū ponto a un'altro di grādissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza, ma anchora per tirare overo designarne una, che sia longa solamente uno, over duoi palmi. Et che sia il vero, si sa che communemente per tirar, over designare dette linee di poca lōghezza, si costuma prima di farsi fare una lissetta di legno, overo di alcuno metallo piu piana et retta che sia possibile, et secondo l'ordine di quella tira le dette linee rette da un ponto ad un'altro, secōdo le sue occorrentie, laquale lissetta alcuni chiamano Rega, et alcuni altri Regola, laqual rega, over regola, essendo perfettamente giusta, per piu giustamente tirar le dette linee rette, dormente che la superficie della materia dove si tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentissimo nell'operare: lequal cose nō è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia dove si tirano similiter perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che si possa usare. Similmente per tirare, over designar le linee di molta lōghezza si costuma di tuore una corda sottile longa a sofficientia, & imbratta quella con una spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un colore rosso, & egli insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con una mano la fermano uno delli duoi ponti dove desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira, et inalza sforzatamente la detta corda rettamente in aere, dapoi la lassa scorrere, & quella percuotendo nella superficie di quella materia, dove si ritrova, vi lassa la linea signata di quel suo liquore, e perche la detta corda si solena antiquamēte far de lino, dicono li Grammatici che da quella è derivato quel nome linea, laqual linea talmēte fatta, dovēdo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequal per brevità lascio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

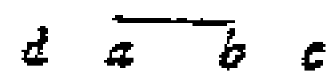
Hor certo a tutti questi dubii io rispondo, & dico, che egli è vero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Probemio) puo esser cosi giusta, & precise, che non possa esser sempre piu giusta, e piu precisa: nientedimeno considerato tal atto operativo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione nō si puo negare, ne il nostro itelletto puo dubitare di questo. Perilche bisogna notare (come piu volte ho detto) qualmēte tutta la scientia, overo disciplina Geometrica si divide in due parti, cioè, attiva, overo operativa, & in contemplativa, overo speculativa, e però parte di que sti primi principij indemostrabili si suppongon per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si soppongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioè, questa & le due sequenti petitioni, tutti li altri si soppongono per la parte speculatiua. Dico adunque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua. E chi negasse questa insieme con le due sequenti saria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme cō le due sequente niuno altro atto operatiuo si potrà negare, perche tutti si dimostreranno euidentemente. Seguita adonque che in questi tre primi principij operatiui consista tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e però quanto piu l'operante userà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a essequtione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opre sue si trouerāno essere al senso giuste & precise secondo la sua intētione, e per il contrario, quanto piu errerà in ciascun delli detti tre atti, tāto piu l'opre sue si representerāno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & però in queste tre cose bisogna usar tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione 2.

1 Anchora adimandiamo che ci sia concesso, che si possi slongare una
2 retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

Il Tradottore.

In questa seconda petitione, aspettante alla parte operatiua, l'Authore dimanda che gli sia concesso che si possa slōgar qualunque linea retta terminata direttamēte, cioè in continuo, quāto ci pare, come esempli gratia, se fusse la linea a.b. & che ci occorresse a douerla slongare direttamente in longo verso c. ouer verso d. assai o poco, secōdo l'occorrentia, L'Authore dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'auersario volesse negar questo atto, non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte: Ma perche la esperiētia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nō si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo, vero è che l'auersario potria addurui dubbio, si come nella precedente, niente dimeno tal dubbio si risoluerà, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il mathematico.

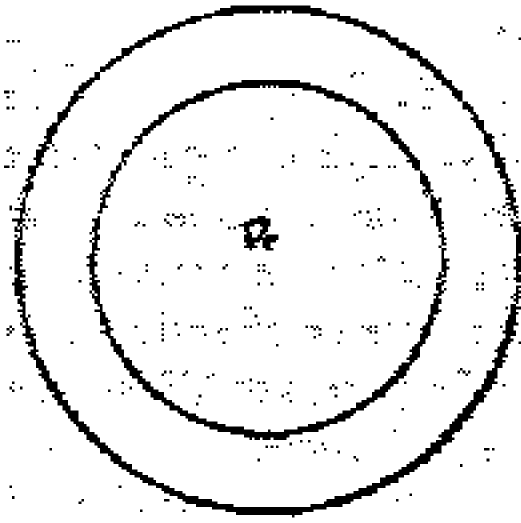


Petitione 3.

2 Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque
3 centro ne piace puotiamo designare un cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In questa terza petitione l'Authore dimanda che gli sia etiam concesso di puoter designar un cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, ouer cen tro li pare, essempli gratia, occorrendoli a douer designar, ouer descriuere un cerchio, di qual si uoglia terminata grandezza, sopra a qual si uoglia ponto, come seria a dir sopra il ponto .a. et che l'auersario gli uolesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti astratti, ma perche l'operãte (nelle descrittioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrittione grande) con una corda, longa a sofficientia, fissando un capo sopra un põto centrale, e con l'altro, colligato con qualche ferro appontito, ouer con qualche altra materia segnãte, girãte atorno atorno lo condusse a perfettione, tal petitione nõ è da negar: uero è che l'auersario (parlando naturalmente) gli potria addurre dubbij assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer un perfetto cerchio, niẽtedimeno tutti se risolueno, come quelli della prima petitione, cioè sumendo tal atto secondo la consideratione mathematica e non naturale, il che facendo serà risolta ogni dubitatione.



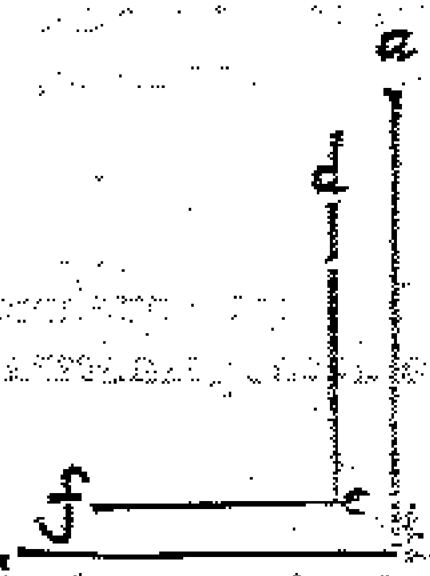
Petitione 4.

Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti esser fra loro equali.

3
4

Il Tradottore.

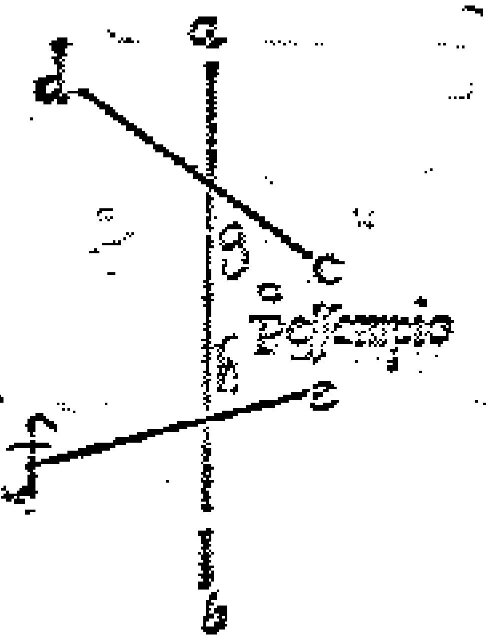
In questa quarta petitione anchor l'autthor dimanda che gli sia cõcesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiãte, che nõ habbia alquãto praticato l'angolo retto parerà alquãto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che una squadra grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituisseno, come essempli gratia, sia l'angolo .a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da molte minor linee dell'angolo .a.b.c. come si uede designato hor dico che l'angolo .d.e.f. quãtunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo .a. b.c. è equale al detto angolo .a. b.c. cioè chi ponesse l'angolo .e. sopra l'angolo .b. giustando la lineetta .e. d. sopra la linea .a.b. dico che l'altra lineetta .e. f. si giusterà da se medesima sopra l'altra linea .c. b. e l'ãgolo .d.e.f. si giusterà, ouer equalierà attorno attorno con l'angolo .a.b.c. & consequentemente, in quanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee .a.b. & b.c. son maggior delle linee .d.e. & f.e. tamen quella applicatione non diuersa delle due linee grandi, e simile, & equale a quella delle due piccole, e questo



è quello

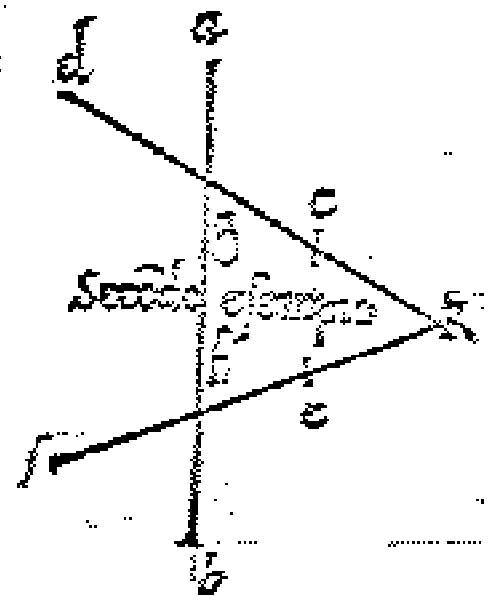
è quello che bisogna cõceder, perche non si potria dimostrar tal cosa, salvo che al senso, cioè con la esperientia in materia.

Petitione 5.



4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.

Il Tradottore.

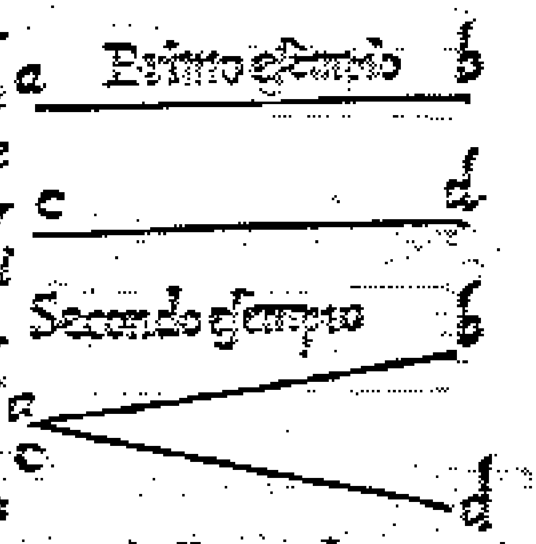


In questa quinta petitione l'Authore dimanda che gli sia anchor concesso, che se una linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea. a. b. sopra le due linee. d. c. & . e. f. & che duoi angoli da una medesima parte, come seria li duoi angoli. c. g. h. & . e. h. g. del primo esempio, sian minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioè in la parte verso. c. & . e. dove sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme; come nel secondo esempio appare in ponto. K. laqual cosa in vero al senso, overo alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, perilche non è da negar tal petitione.

Petitione. 6.

5/15 Similmente adimandiamo che ci sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

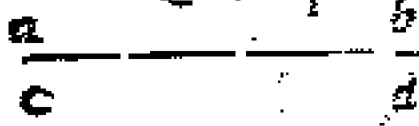
Il Tradottore.



Cõ q̃sta euidentia se po conoscerse una regaè in ita.

In questa ultima petitione l'Author anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette non includeno alcuna superficie: exempli gratia: siano le due linee se porette. a. b. & . c. d. (come nel primo esempio appare) hor dico che con queste due linee sole non si potrà chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il ponto. a. sopra il ponto. c. (come nel secondo esempio appare) & stringer poi, over menare il ponto. b. verso il ponto. d. talmente che se la linea. a. b. serà equale alla. c. d. si congiongano insieme (come nel terzo esempio appare) all'hora tutta la linea. a. b. toccarà universalmẽte con ogni sua parte l'altra linea. c. d. & fra l'una e l'altra nõ serrerà

Terzo esempio



alcun spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam uedere nel detto terzo esempio) & questo è quello che l'Auttore dimanda in questa ultima petitione: & cosi faremo fine alle petitioni, lequale in uero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia: & con quel tale, che le negasse non seria da disputare.

Questa ultima petitione nella seconda tradottione e posta nelle commune sententie, et e l'ultima di quelle: ma secondo il mio giuditio quiui mi par essere piu suo conueniente luoco.

Il tradottore.

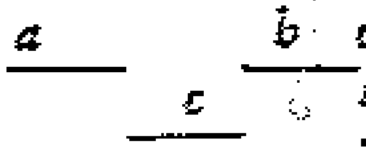
Seguitano le noue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

1 Quelle cose che à una medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.
1

Il Tradottore.



Esempli gratia: Se per caso la linea .a. fusse equale alla linea .c. & che similmente la linea .b. fusse pur equale alla medesima linea .c. si concluderia che per commune sententia la linea .a. seria similmente equale alla linea .b. perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Seconda.

2 Primo esempio. Et se à cose equal siano aggionte cose equali, tutte le
2

somme seranno equali.

Il Tradottore.

Secondo esempio

Esempli gratia: se per caso fussino le due linee .a.b. & c.d. equal fra loro, & che alla linea .a.b. aggiongessimo la linea .b.e. & similmente alla linea d.c. (come nel secondo esempio appare) & che la linea .b.e. fusse equale alla linea d.f. si concluderia, che per commune concettione, ouer sententie, tutta la linea a.e. seria similmente equale à tutta la linea .c.f. perche in uero niun sano intelletto puo dubitar di questo, il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

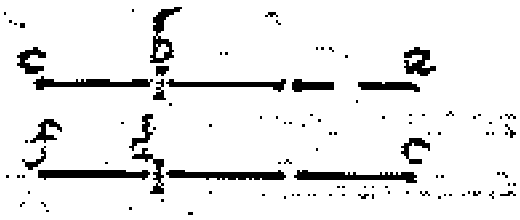
Terza.

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che resteranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa è il converso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee a.e. & c.f. fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, ouero cauate le due parti b.e. & d.f. & che quelle fussero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi remanenti, cioè, a.b. & c.d. essere fra loro equali: perche in uero niuno sano intelletto potrà credere il contrario: il medesimo seguira nelle Superficie, Corpi, angoli, e Numeri.

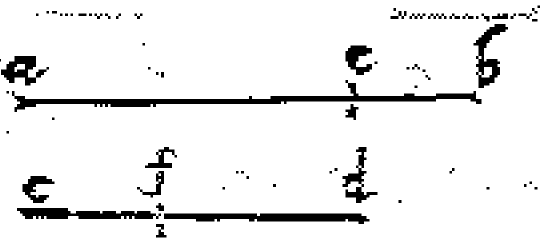


Quarta.

4/5 Et se da cose non equali tu leuerai cose equali, li rimanenti seranno inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee a.b. & c.d. & che la a.b. fusse maggiore della c.d. & che si leuasse dalla linea a.b. la parte e.b. & dalla c.d. la parte f.d. lequal parti fussero equali fra loro, si concluderia per commune sententia, che li duoi residui, cioè a.e. & c.f. fussero inequali, cioè, che'l residuo a.e. fusse maggiore del residuo c.f. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo seguiterà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.



Quinta.

5/4 Et se a cose inequal tu aggiongerai cose equali, li resultanti seranno inequali.

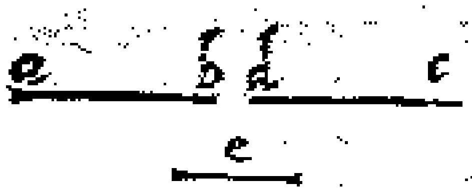
Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il converso di quella: esempli gratia: se fussero le due linee a.e. & c.f. inequali, cioè che la a.e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongessi le parti e.b. & f.d. lequal parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune sententia, li duoi resultanti, cioè tutta la a.b. & tutta la c.d. essere fra loro inequali, cioè, la a.b. essere maggiore della c.d. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo si concluderà nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime
6 seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

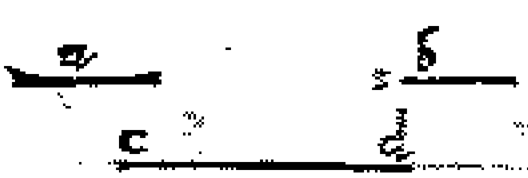


Esempio: Se per caso la linea .a.b. fusse doppia alla linea .c. & che similmente la linea .d.e. fusse pur doppia alla medesima linea .c. si concluderia per commune opinione, ouer sententia le due linee .a.b. & .d.e. esser fra loro equali: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7 Se seranno due cose delle quale una e l'altra sia la metà di una medesi
7 ma cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

Il Tradottore.

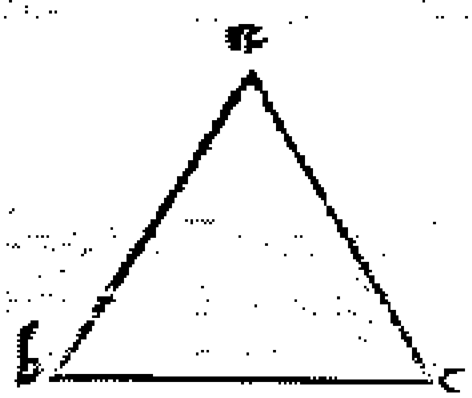


Esempio: Se per caso la linea .a. fusse la metà della linea .c.d. & che similmente la linea .b. fusse pur la metà della medesima linea .c.d. si concluderia, per commune concettione, che la linea .a. fusse equale alla linea .b. perche nissuno sano intelletto negarà questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottaua.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, è serà applicata a quella, che
8 l'una non eccoda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

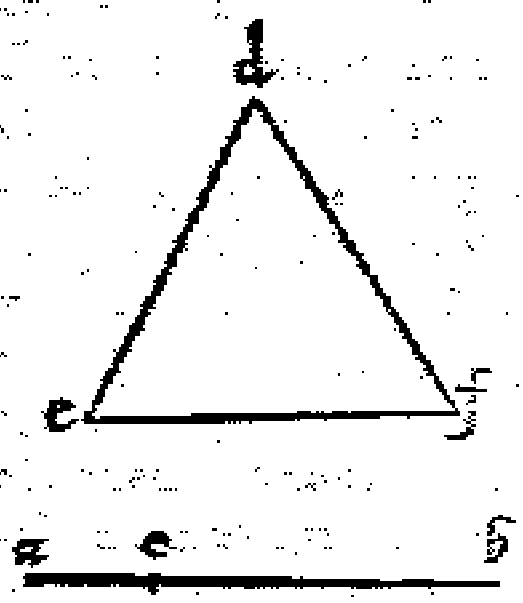
Il Tradottore.



Esempli gratia: Se fusseno li duoi triãgoli .a.b.c. et .d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si conuenisseno talmente insieme, che uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo .a. sopra lo angolo .d. & l'angolo .c. si giustasse, ouero conuenisse sopra l'angolo .f. et similmente la linea .a.c. sopra la linea .d.f. e la linea .a.b. sopra la linea .d.e. e la linea .b.c. sopra la linea .e.f. si concluderia per cõmune sentẽtia questi duoi triangoli fusseno fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea sopra

pra

pra un'altra, & che si conuenissero talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra delli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fusseno equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.



Nona.

9/9 Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se dalla linea.a.b. se ne togliasse una parte, come seria a dire la b.c. si concluderia per commune sententia, che la detta parte.b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea.a.b. il medesimo si concluderia in ogni altra parte maggiore, ouero minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in Superficie, Corpi, et Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte dal Campano.

Ma egli è da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibili: delle qual questa ne è una.

Se due quantità equali seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se le due linee.a. & b. fusseno equali fra loro, & che ambedue fusseno comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla.c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle (cioè.a. et.b.) fusseno ouero equalmente maggiori della detta linea.c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fusseno equali.

Anchora un'altra.

Quanta è alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere, tanta può esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, questo uniuersalmente è uero, ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce in infinito, ma nelli numeri non è cosi, ma se il primo serà submultiplice del secondo, serà qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto, perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine decresce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Campano, nell'aggionger questa sopra scritta seconda concettione, si è dimostrato di puoco giudicio, à voler che un principiante suppona una cosa che non sa, ne è capace al saper che cosa la sia per fin'a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere, laqual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinition del detto quito. E però io esorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, imperoche la maggior parte sono cose frustre, e che confondon l'intelletto del studente, & interròpen l'ordine dell'Auttore, il qual è di non parlar d'alcuna cosa avanti la diffinitione di quella (come vuol il debito) similmète di non metter cosa alguna superflua, cioè, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non essere diminuta, & se pur in alcun luoco pareva che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori et Copisti, che haveano interlasciato, et trasportato molte sue diffinitioni et propositioni, come in questa nostra tradottione (causata delle due tradottioni) procedendo si potrà vedere. Anchora è suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire (come vuol il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: laqual cosa non è stata considerata dal Campano.

Hor per far fine a questi primi principij della scientia Geometrica, li quali si cognoscon (come è detto) per l'intelletto, mediante il senso, e nõ per demostratione, & venir a quelle cose, che si cognoscan per demostratione. Bisogna notar qualmente in piu modi si dice l'huomo saper una cosa, perche alcuna volta dicemo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcun di nostri cinque sensi: essempli gratia, se io sento over à cuor vedrò corro so che colui corre, & se io vedo uno che corra, io dirò che io so che colui corre, et s'io tocco una cosa dura, over molle calda, over fredda, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, over molle, calda over fredda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, over garba, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, over garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, ò puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, over puzzolente: alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per il qual modo cognosciamo le cose medicinali, e questo ancor dicemo saper. Alcuna volta dicemo saper quelle cose, dellequal ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro nõ puo credere il contrario, & questi sono li primi principij delle scientie, li quali, conosciuti li lor termini immediate sono conosciuti, essempli gratia, se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, et che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri: niente dimeno il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro, che a intendere per demostratione:

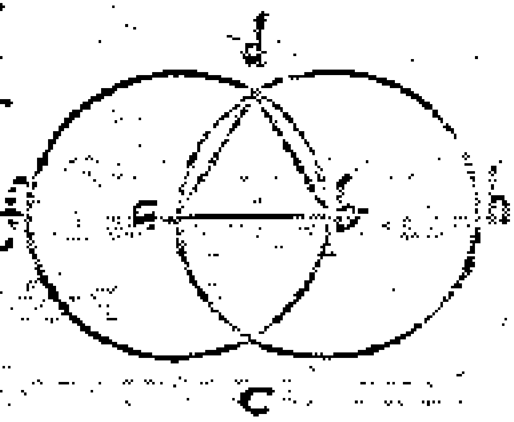
Si conosce le cose medicinale e ancora le morale.

mostratione: e però propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione siamo detti hauer la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potrà uedere.

Problema prima. Propositione prima.

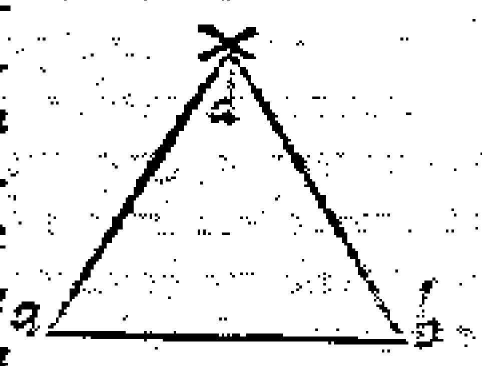
1 Possiamo sopra una data retta linea costituir un triangolo equilatero.
1

Sia la data retta linea .a.b. uoglio sopra di questa constituir uno triangolo equilatero, & per esequir tal cosa, io ponerò il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè, in ponto .a. & l'altro piede mobile lo allargarò insino all'altra estremità, cioè, al ponto .b. & secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio .c.b.d.f. da poi questo di nuouo farò centro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto .b. & per la medesima petitione (secondo la quantità della medesima linea) linearò il cerchio .c.a.d.h. liquali cerchi se intersecaranno fra loro in duoi ponti, liquali sono .c. & .d. & l'uno de detti (ponjamo il ponto .d.) continuarò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee .d.a.b, & .d.b, & cosi serà constituido, il triangolo .d.a.b. ilqual dico esser equilatero: perche, dal ponto .a. ilqual è centro del cerchio .c.b.d.f. sono tirate le linee .a.d. & .a.b. per insino alla circonferentia di quello, perilche serano equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora: perche, dal ponto .b. che è centro del cerchio .c.a.d.h. sono tirate le linee .b.a. & .b.d. per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee .a.d. & .b.d. è equale alla linea .a.b. (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato un triangolo equilatero che è il proposito.



Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occoresse di descriuere semplicemente il detto triangolo equilatero sopra una data retta linea, cioè, che nõ fusse dibisogno a far la demostratione di tal operar, non è necessario di descriuer integralmẽte li detti duoi cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la interfecatione in ponto .d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto .d. tirar le due linee .d.a. & .d.b. & serà designatto il detto triangolo: ma uolendo dimostrar, & assignar la causa che quel sia equilatero egli è necessario a compire li detti duoi cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.



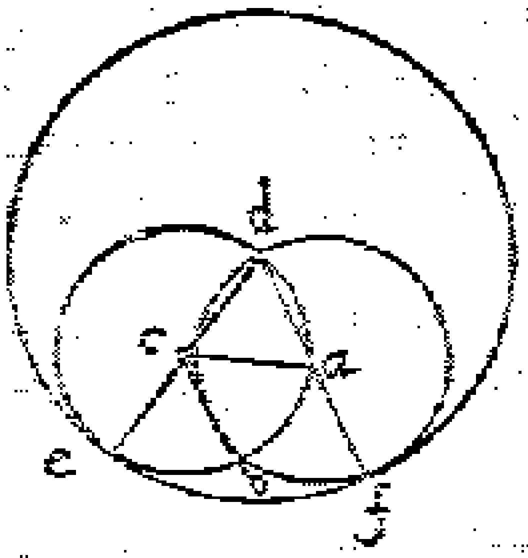
Il Tradottore.

Consequentemente a questa propositione nella prima tradottione, gliè stato aggionto dal Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali: la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lasciata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouerà lui non hauer posto alcuna propositione ī tutta l'Opra sua in vano cioè, che nõ sia stata bisogneuole nella construttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, doue sia bisogneuole tal propositione aggionta (massime per quel modo) si puo dire lei esser cosa superflua, et fuor di proposito, perilche la habbiamo lasciata, per nõ confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur volesse il modo di essequir ī tal Problema, la vigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema. 2. Propositione. 2.

2/2 Da un dato ponto possiamo condurre una linea retta equale a qualunque proposta retta linea.

Sia il ponto dato .a. & la linea data .b.c. voglio dal ponto .a. condurre una linea retta equale alla linea .b.c. (caschi in qual parte si voglia.) per far adonque questo congiongerò il ponto .a. con una delle due estremità della linea .c.b. (qual mi pare.) hor congiongasi il ponto .a. con la estremità .c. tirata la linea .a.c. sopra laqual linea cōstituirò un triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedēte) ilqual sia .a.c.d. et in quell'estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità .c. ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello un cerchio secondo la quantità della data linea (ilqual sia il cerchio .e.b.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposito al ponto dato, cioè, il lato .d.c. per il centro del cerchio descritto per insino alla circonferentia di quello: et sia tutta la linea cosi protratta la .d.e. et secondo la quantità di quella sopra il centro .d. linearò un cerchio, ilqual sia il cerchio .e.f. e dapoi questo slongarò il lato .d.a. per infino alla circonferentia di questo ultimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto .f. Dico adonque, che la linea .a.f. è equale alla .b.c. perche le due linee .b.c. & .c.e. sono fra loro equale, perche uãno dal centro del cerchio .e.b. alla circonferentia di quello. Similmente anchora le due .d.f. & .d.e. sono fra loro equale, perche etiam loro vanno dal centro del cerchio .e.f. alla circonferentia, & le due linee .d.a. et .d.c. sono etiam equal, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee .d.

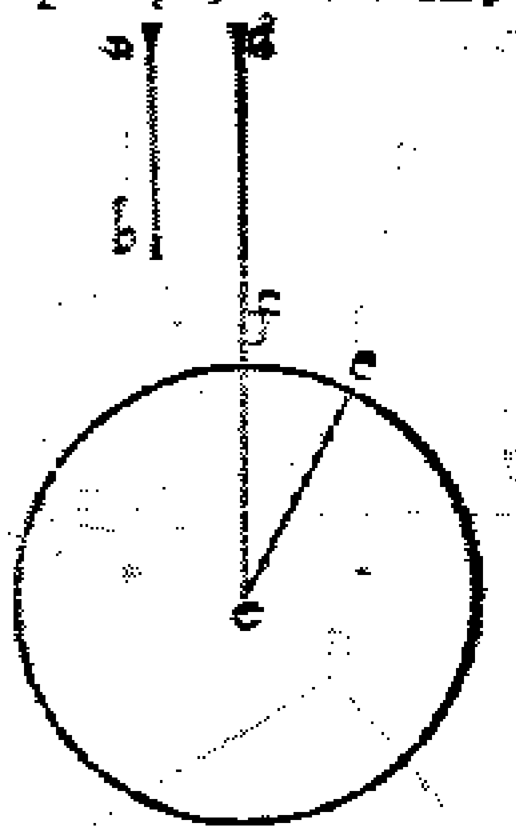


a. &

a.& .d.c. feranno leuate uia dalle due .d.e. & .d.f. che sono fra loro equal, li duoi residui, liquali sono .a.f. & .c.e. feranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee .a.f. & .c.b. è equale alla .c.e. quelle medesime sono fra loro equal per laqual cosa dal põto .a. habbiamo tirata la linea .a.f. equale alla linea .b.c. che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere sciẽtifico demostratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il uero) puoterfi esseguire tal problema per piu corta uia, cioè, pigliando diligentemente con un compasso la misura della data linea .b.c. & con tale appritura di compasso assignarne un'altra di tal quantità, che termini nel detto ponto .a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba, ne si possa negare. A questo se risponde, che egliè il uero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare: nientedimeno tal operare non seria demostratiuo, et l'Autthore è tenuto a demostrar ogni sua propositione, si operatiua come speculatiua, eccetuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno potria dir che l'Autthore haueria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouer per petitione che per propositione: perche, in uero questa non è meno euidente, ouero concessibile che il tirar una linea retta da un ponto a un'altro, ouero il slongar una data linea terminata. Circa a quest'altra particolarità rispondo, che l'Autthore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti, ouero facili da conceder, anzi egli l'ha adimãdata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, egli nõ haueria posta quella tale per principio, ne adimãdato che gli fusse concessa, anzi egli la haueria posta per propositione, et quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essẽdo adonque la soprascritta demostrabile (cõe di sopra appare) uergogna seria stata all'Autthore hauerla posta per petitione.



Problema .3. Propositione .3.

3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu
3 longa di quelle possiamo tagliarne una parte
equale alla minore.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. inequali, & sia la .a.b. minore, uoglio dalla .c.d. tagliarne una parte che sia equale alla .a.b. & per far questo, dal ponto .c. tiro una linea equale alla .a.b. (secondo che se insegna la precedente,) laqual sia la .c.e. farò adonque il ponto .c. centro, & descriuerò un cerchio secondo la quantità della

e.c.

e.c. laqual segarà la linea.c.d. in põto.f. dico adõque che la linea.c.f. serà equale alla linea.c.e. perche, ambedue uengono, dal centro.c. alla circonferentia del medesimo cerchio: e perche una e l'altra delle due linee.a.b.e.f. e sono equal alla linea.c.e. quelle medesime seranno fra loro equal, che è il proposito.

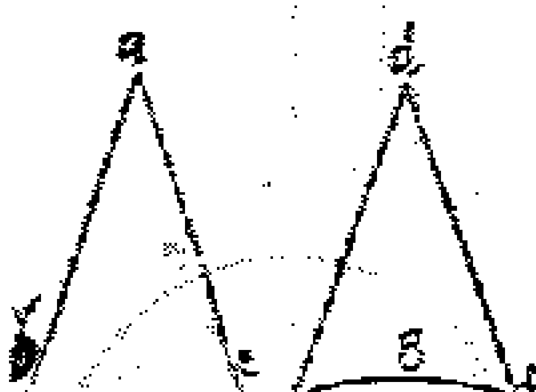
Il Tradottore.

Similmente di questa sopraescritta propositione si come della passata, molti si sogliono scandalizare per le medesime ragioni della passata, perche in uero questa nõ è altro che il conuerso della seconda petitione, laquale dimãnda che sia concesso che si possa slongare una data linea retta terminata directamente in longo quanto ne parerà onde ad alcuno pareria che l'Auttore poteua similmente poner la sopraescritta per petitione, cioè, adimandar che fusse concesso che de una data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare. Circa à questo rispondo, che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la sopraescritta è demostrabile, e però uergogna seria stata all'Auttore a poner tal propositione p cosa indemostrabile, essẽdo demostrabile: e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrerà, poi le cose piu alte, & manco note.

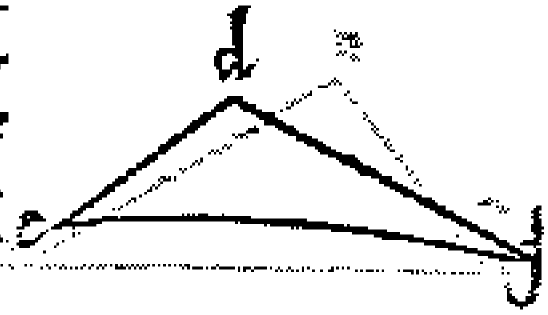
Theorema primo. Propositione. 4.

4 De ogni duoi triãgoli, de liquali li duoi lati dell'uno serãno equal alli duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo serà equale.

Siano li duoi triãgoli.a.b.c. & .d.e.f. et sia il lato.a.b. equale al lato.d.e. et il lato.a.c. equale al lato.d.f. et l'ãgolo.a. equal all'ãgolo.d. hor dico che la basa.b.c. e equal



all'angolo.f. laqual cosa si approua mettẽdo, mẽtalmente il triãgolo.a.b.c. sopra al triãgolo.d.e.f. talmẽte che l'ãgolo.a. cascasi sopra all'angolo.d. & il lato.a.b. sopra il lato.d.e & il lato.a.c. sopra il lato.d.f. & per il conuerso modo della penultima cõcettione, è manifesto, che nelli angoli, ne etiam li lati si eccederanno fra loro, perche, l'angolo.a. e equale all'angolo.d. & li lati sopraposti sono equali a quelli doue sono sopraposti, dal presupposito. Adonque li duoi ponti.b. & .c. cadeno sopra li duoi ponti.e. & .f. Se adonque la linea.b.c. cade sopra la linea.e.f. è manifesto il proposito, perche quãdo la linea.b.c. sia posta sopra alla linea.e.f. & che la nõ ecceda la detta linea.e.f. ne che etiam lei sia ecceduta da quella, per la penultima concettione, e equale a quella & per la medesima ragione l'angolo.b. serà equale all'angolo.



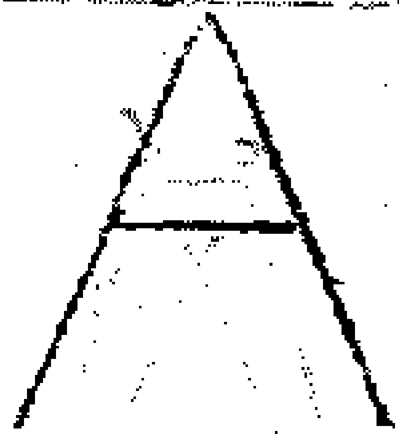
l'angolo.e. & l'angolo.c. all'angolo.f. & tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma se la linea.b.c. per lo auersario, non cade sopra la linea.e.f. necessariamente caderà, ouer di dentro del triangolo (si come fa la linea.e.g.f.) ouer amente fuora del detto triangolo, secondo che fa la linea.e.h.f. ilche essendo, due linee rette chiuderiano superficie: laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adonque gliè necessario che la linea.b.c. cada precise sopra la.e.f. per ilche seguita il proposito.

Il Tradottore.

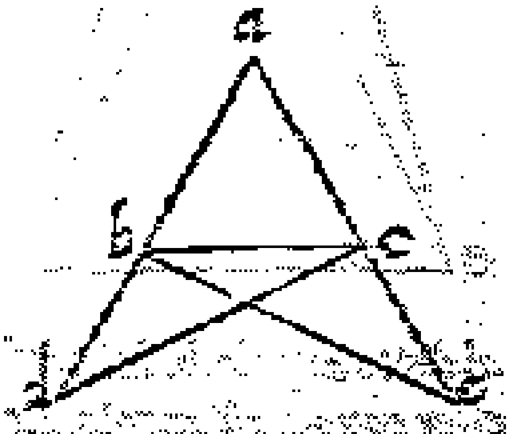
Bisogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

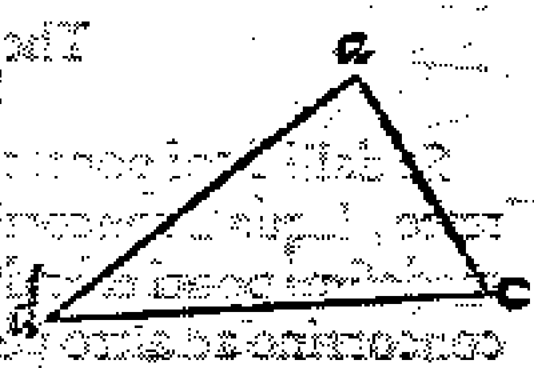
Theorema.2. Propositione.5.

5 Li angoli che sono sopra la basa, de ogni triangolo de duoi lati equa
5 li, è necessario esser fra loro equali, & se li duoi lati equali seano protratti direttamente, faranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.



Sia il triangolo.a.b.c. del quale il lato.a.b. sia equale al lato.a.c. dico che l'angolo.a.b.c. è equale all'angolo.a.c.b. & s'el serà protratti, ouer slongati li detti duoi lati, poniamo per fino al.d. et.e. serà etiam l'angolo.d.b.c. equale all'angolo.e.c.b. laqual cosa se approua in questo modo. Protratte che sia li duoi lati.a.b. & .a.c. per la terza propositione, farò la linea.a.d. equale alla linea.a.e. & tirarò le due linee.c.b. & .d.c. et intenderò li duoi triangoli.a.b.e. et.a.c.d. liquali io approuarò essere equali, & equilateri, & equiangoli, cioè, che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro, ciascaduno suo relatiuo, & similmente li angoli. Perche, li duoi lati.a.b. & .a.e. del triangolo.a.b.e. sono equali alli duoi lati.a.c. & .a.d. del triangolo.a.c.d. e l'angolo.a. è commune all'un e l'altro. Adonque, per la precedente propositione la basa.b.e. è equale a la basa.c.d. & l'angolo.e. è equale all'angolo.d. & l'angolo.a.b.e. è equale all'angolo.a.c.d. Intendo anchora li duoi triangoli.d.b.c. & .e.c.b. liquali similmente approuarò essere equilateri et equiangoli, Perche li duoi lati.d.b. & .d.c. del triangolo.b.d.c. sono equali alli duoi lati.e.c. et.e.b. del triangolo.e.b.c. & l'angolo.d. è equale all'angolo.e. Adonque, per la precedente, la basa dell'un serà equale alla basa dell'altro, & li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro, Adonque l'angolo.d.b.c. è equal

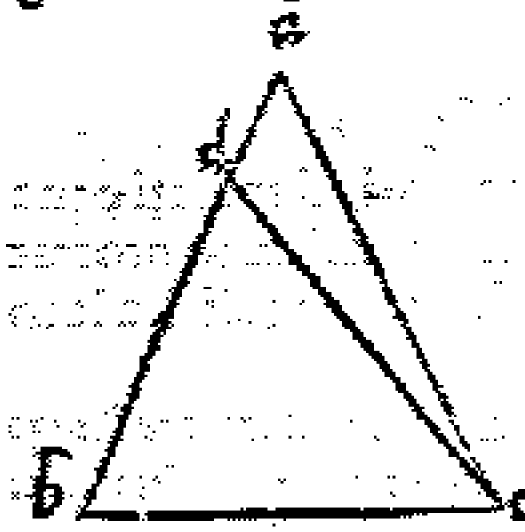




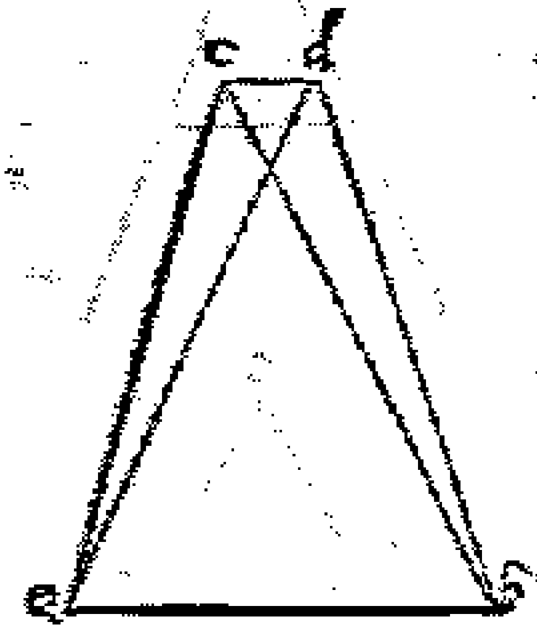
c. è equal all'angolo.e.c.b. & questo è il secondo proposito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b.c.d. è equale all'angolo.e.b.c. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e. è equale all'angolo.a.c.d. (come di sopra fu approuato) adonque, per la terza cõcettione, l'angolo.a.b.c. (residuo) è equale all'angolo. a.c.b. (residuo) l'uno è l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6
6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati rissguardante quelli angoli, saranno equali.



Questa è il conuerso della precedente inquanto alla prima parte di quella: perche essendo il triangolo.a.b.c. del quale li duoi angoli. b. & c. siano equali dico che il lato.a.b. è equale al lato.a.c. Perche se non sono equali, per l'aduersario, l'un di quelli necessità sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato.a.b. sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggiore ne segaremo una parte alla equalità del minore, per la terza propositione, talmente che il superfluo sia dalla banda verso.a. hor sia resecato in ponto.d. & sia la b.d. equale alla.a.c. & sia protratta la linea.c.d. Intẽdo adonque li duoi triangoli.a.b.c. & d.b.c. liquali prouerò esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati d.b. & b.c. del triangolo.d.b.c. sono equali alli duoi lati.a.c. & b.c. del triangolo a.b.c. e l'angolo.b. è equale all'angolo.c. totale per il presupposito: adunque la basa.d.c. è equale alla basa.b.a. & l'angolo.d.c.b. è equale all'angolo.a.c.b. cioè la parte è equale al tutto, che è impossibile.



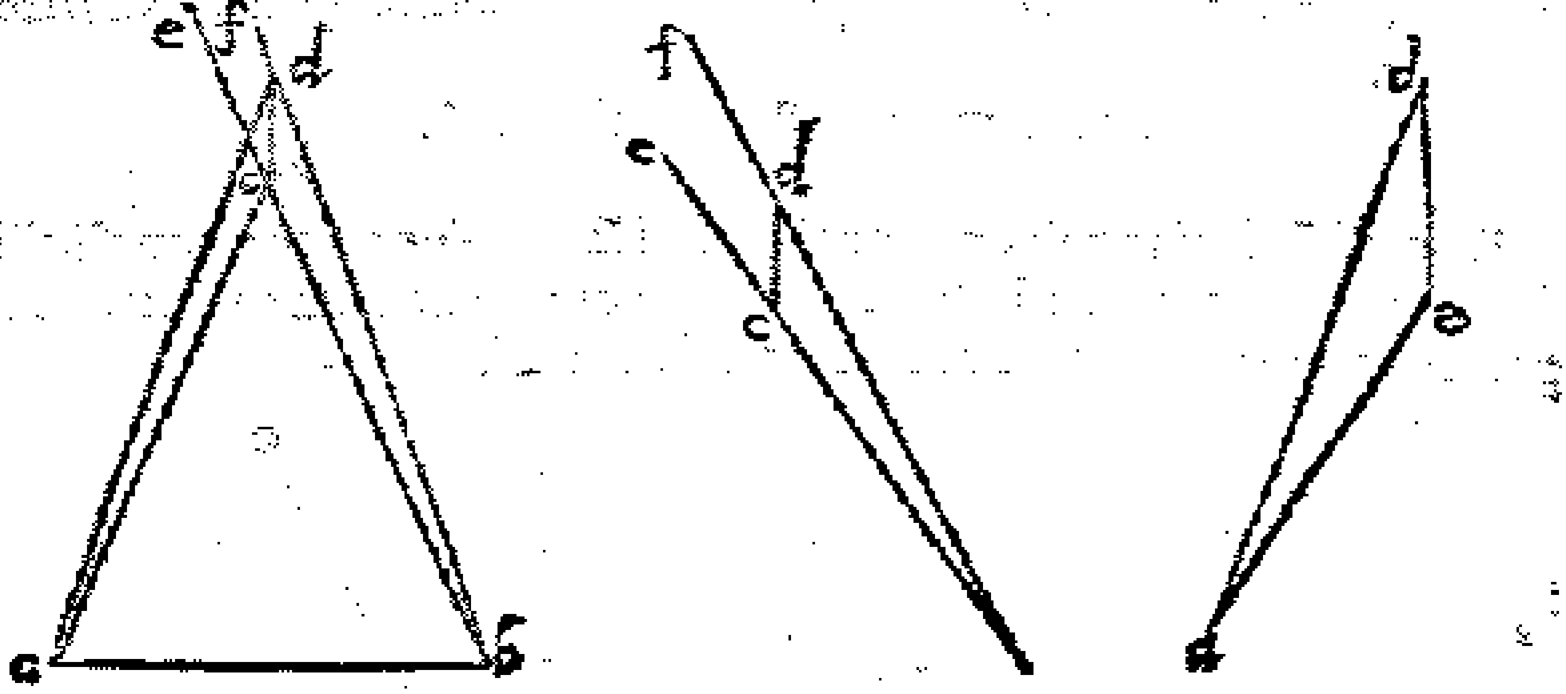
Il Tradottore.

Nota che l'angolo.d.c.b. verria a esser equale allo angolo.b. ma perche l'angolo.a.c.b. è etiam lui equale al detto angolo.b. dal presupposito seguata per commune sententia l'angolo, d.c.b. esser equale all'angolo.a.c.b. la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7
7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta uscirãno due linee rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.

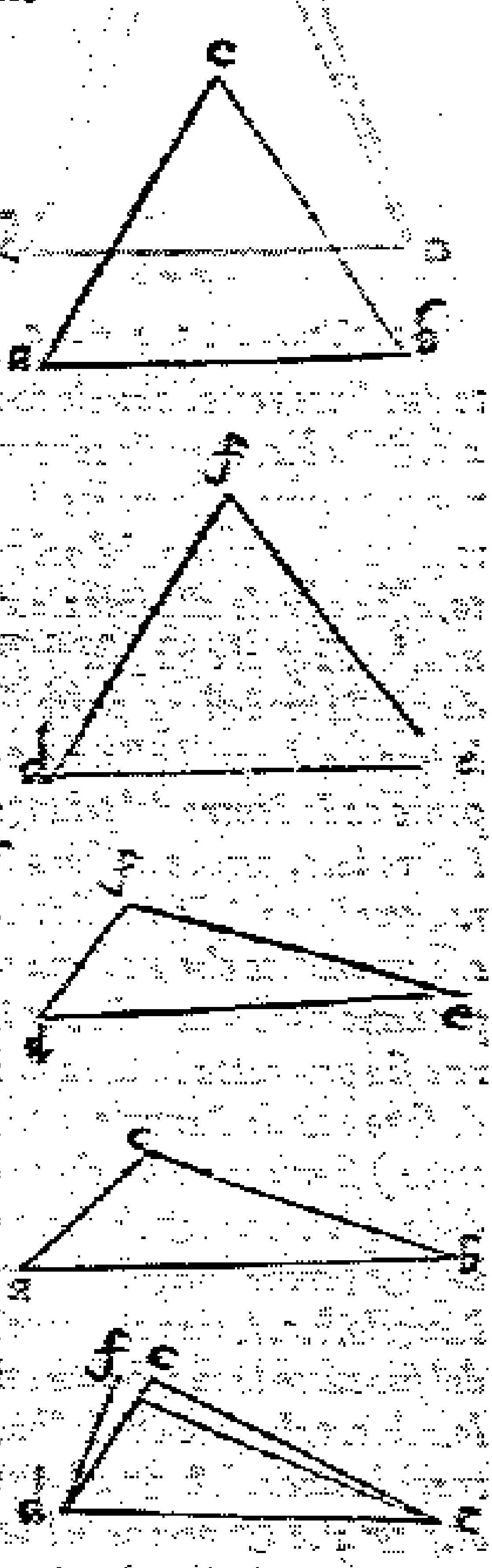
Sia



Sia la linea.a.b. dalle estremità dellaqual siano protrate da una medesima parte due linee rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c. & la b.c. lequale concorrono nel ponto.c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto.c. talmente che quella laquale serà tirata dal ponto.a. sia equale alla linea.a.c. et quella che serà tirata dal ponto.b. sia equale alla linea.b.c. laqual cosa, s'el fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioè verso.c.) lequale concorrino nel ponto.d. & sia la linea.a.d. equal alla.a.c. e la linea.b.d. equale alla linea.b.c. Adonque, over che'l ponto cade dentro del triangolo, over de fora, perche non puo caderue in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte saria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, over l'una delle due linee.a.d. e b.d. segarà l'una dell'altra due linee.a.c. over.b.c. overamente che per l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra, hor poniamo che l'una delle due segia l'altra delle altre due, come apar in la prima figura e sia protratta la linea.c.d. Adonque perche li duoi lati.a.c. et a.d. del triangolo.a.c.d. sono equali l'angolo.a.c.d. serà equale all'angolo.a.d.c. (per la quinta propositione) similmente perche nel triangolo.b.c.d. li duoi lati.b.c. & b.d. sono equali li dui angoli.b.c.d. & b.d.c. seranno similmente equali (per la medema propositione) & perche l'angolo.b.d.c. e maggiore dell'angolo.a.d.c. (sua parte) seguita che l'angolo.b.c.d. sia maggiore dell'angolo.a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa è impossibile. Ma s'el ponto.d. cade de fora del triangolo.a.b.c. talmente che le linee non si seghino come nella seconda figura appare protrarò la linea.d.c. & allongarò le due linee.b.d. & b.c. sotto alla basa per fina al.f. & al.e. & perche le linee.a.d. & a.c. son equale li dui angoli.a.c.d. & a.d.c. seranno equali (per la quinta) similmente perche, la.b.c. e la.b.d. son equale li angoli sono sotto alla basa (liquali sono.c.d.f. & d.c.e.) seranno equali (per la seconda parte della medema quinta) adonque perche l'angolo.e.c.d. e minor dell'angolo.a.c.d. seguita che l'angolo.f.d.c. sia minor dell'angolo.a.d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se reducà *redur à l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto.d.cadesse détro del triangolo.a.b.c.*

Theorema.5. Propositione. 8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli duoi lati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alla basa di l'altro, li ãgoli contenuti dalli lati è necessario esser equali.

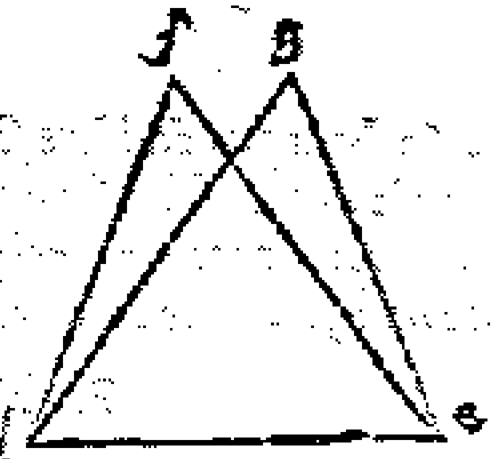


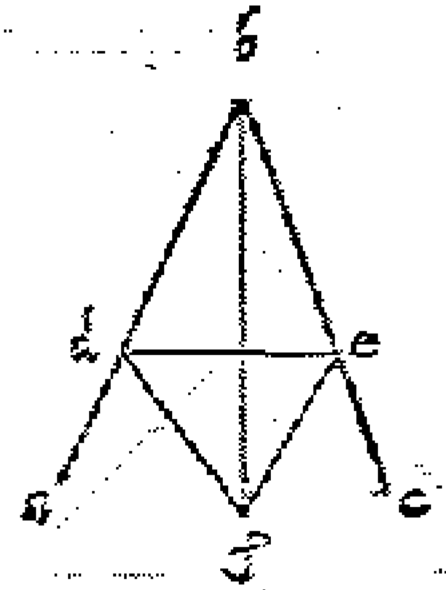
Siano li dui triãgoli.a.b.c.d.e.f.e sia lo lato.a.c.equale allo lato.d.f.& lo.b.è equale allo.e.f.& la basa.a.b.equale alla basa.d.e.Dico che l'angolo.c.è equale al l'angolo.f.e.l'angolo.a.all'angolo.d.& l'angolo.b.al l'angolo.e.& per dimostrar questo io ponerò mentalmente la basa.a.b.sopra la basa.d.e.& perche sono equal niuna di quelle eccederà l'altra (per lo conuerso modo della penultima concettione) adonque ouer che il ponto.c.cade sopra il ponto.f.ouer non, ma ponelo che il ge cada essendo adonque l'angolo.c.sopraposto all'angol.f.le due linee.a.c.et.b.c.se conuegneranno sopra al le due.d.f.& e.f.per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione adonque perche l'angolo.c.non eccede ne si ecceduto dall'angolo.f.sono fra loro equali.(per la medema concettione) similmente arguirai li altri angoli esser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduersario chel ponto.c.non cadesse sopra al ponto.f.ma in altro loco come seria dire nel ponto.g.hor perche la linea.a.c.(che ueria a esser la.g.d.) è equale alla.d.f.& la linea.b.c.(che ueria a esser la.e.g.) è equale alla linea.e.f.e quelle tirate da una medesima parte concorreno in dui diuersi ponti cioè nel ponto.g.& nel ponto.f.la qual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto.c.cadera sopra al ponto.f.et l'angolo.c.conuegneranno sopra l'angolo.f.& similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo corispondente, adonque seranno equali per la penultima concettione che è il proposito.

Problema.4. Propositione.9.

9 Puotemo diuidere uno dato angolo rettilineo in due parti equali.

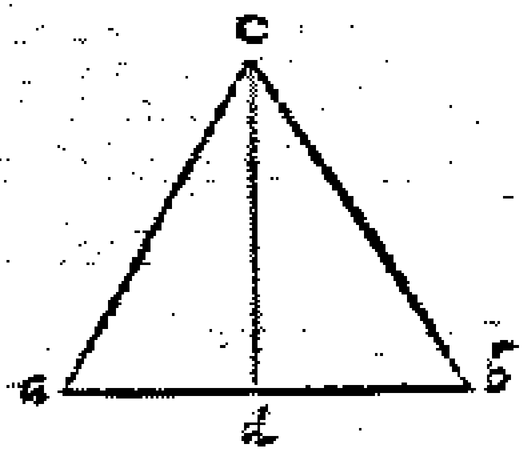
Sia el dato angolo che bisogna diuidere.l'angol.a.b.c.io taglierò dalle due linee.a.b.& b.c.(che contengono il detto angolo) le due.b.d.& d.e.(per la terza propositione) *stione) fra loro equale, & si produrò la linea.d.e.sopra di laquale, costituerò il triangolo.d.f.e. equilatero (per la prima propositione) et tirarò la linea.b.f. hor dico che quella divide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo io intendo li dui triangoli.d.b.f.& .e.b.f. & perche li dui lati.b.d.et.b.f. del triangolo.d.b.f. sono equali alli duoi lati b.e.& .b.f. del triangolo.e.b.f. e la basa.d.f. alla basa.e.f. adonq; (per la precedente) l'angolo.d.b.f. è equale all'angolo.e.b.f. che è il proposito.*





Il Tradottore.

In questa si come nella prima, bisogna notar che per dividere simplicemẽte il detto angolo a.b.c. in due parti equali, cioè non volendo far la demostration di tal operare nõ è necessario a disignare il triangolo.d.f.e. & manco a tirare la linea.d.e. ma basta solamente a trovar il ponto.f. per mezzo della interfecatione delle circonferentie di dui cerchi (come sopra la prima propositiõ fu detto) & dapoi tirare la linea.b.f. & serà esequido tal problema, & cosi advertirai nelle altre che seguitano, perche molte cose se fa per poter far la demostratione.



Problema.5. Propositione.10.

10 Puotemo dividere una proposta retta linea in due parti equale.

Sia la proposta retta linea che è di bisogno dividere ĩ due parti equali la linea.a.b. sopra di quella costituerò il triangolo.a.b.c. equilatero, & dopo questo dividerò l'angolo.c. in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea.c.d. hor dico che la linea.c.d. divide la data linea.a.b. in due parti equali in põto.d. e per dimostrar questo intendo li dui triãgoli.a.c.d.et.b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c.& .c.d. del triangolo.a.c.d. sono equali alli duoi lati.b.c.& .c.d. del triangolo b.c.d. e l'angolo.c. del l'un è equal al l'angol.c. dell'altro adonque (per la quarta) la basa.a.d. serà equale alla basa, b.d. seguita adonque che la linea.a.b. sia divisa in due parti equale nel ponto.d. che è il proposito.

Il Tra-

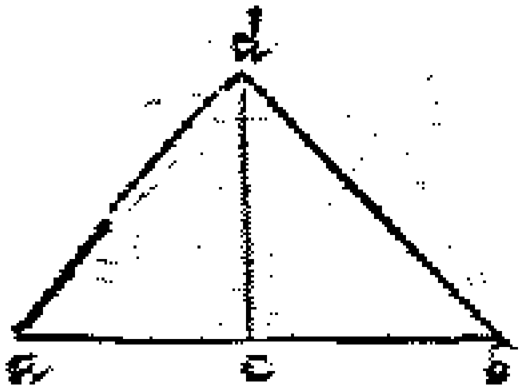
Il Tradottore.

Anchora per diuidere ſimplicemente una data linea in due parti equale (poniamo la linea.e.f.) baſta a trouar le due oppoſite interſecatiōe (quali ſian g.e.h) di dui cerchi che occorreno nel formar il triangolo equilatero e la linea.g.h.tirata dal l'una interſecatione all'altra farà il propoſito.

Problema.6. Propoſitione.11.

11 Data una linea retta, da un ponto ſignato in quella potemo cauarui
11 una perpēdicolar ſuſtentata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.

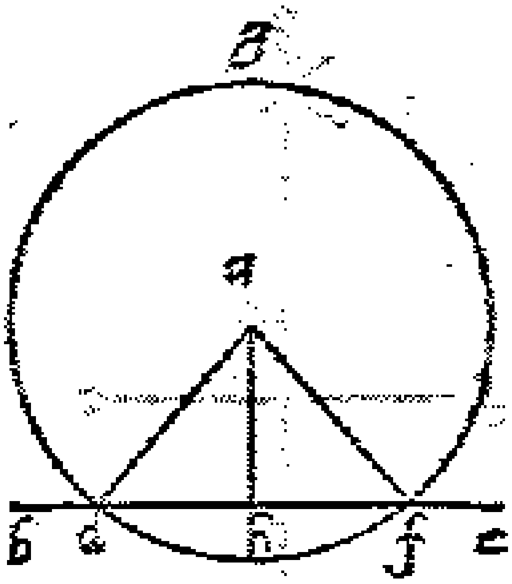
Sia la data retta linea.a.b. nella qual ſia dato il pōto.c. dalquale ſia dibiſogno tirar fora una perpendicolar. Adonque volendo eſequir tal effetto faccio la linea.b.c.equal alla linea.a.c. & ſopra a tutta la.a.b. conſtituiſco il triangolo.a.b.d. equilatero: & dapoi tiro la linea.c.d.laquale dico eſſer perpēdicolare ſopra la detta linea.a.b.e.per dimoſtrar tal coſa intēdo li dui trianguli.a.c.d.& b.c.d.e perche li dui lati.a.c.& c.d.del triangolo.a.c.d.ſon equali al li dui lati.c.b.et.c.d.del triangolo.b.c.d.et la baſa.a.d. a la baſa.b.d. adōque (p l'ottaua) l'angolo.a.c.d.ſerà equale all'angolo.b.c.d.per laqual coſa ciaſcun di loro ſerà retto (per la ottaua diffinitione) & la linea.d.c.ſerà perpendicolar ſopra la linea.a.b.che è il propoſito.



Problema.7. Propoſitione.12.

12 Puotemo condurre una perpendicolare a una datta retta linea de in
12 definita quantità da un o ponto ſignato fora di quella.

Interlaſſata dal cardano caumēte.



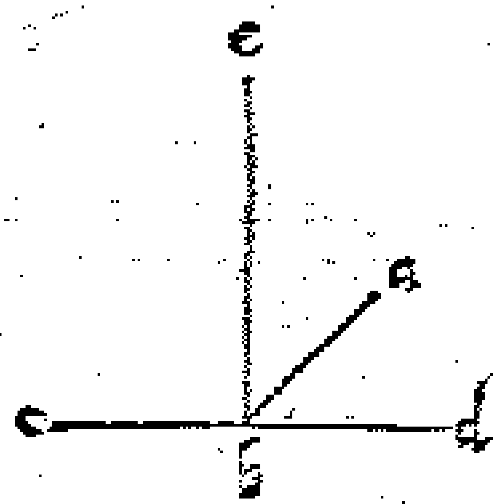
Sia il pōto.a.ſignato fora della linea.b.c.dalqual biſogni condure una perpēdicolare alla detta linea.b.c.adōque per eſequir tal coſa alongarò la linea.a.b.c.in l'una è l'altra parte quanto biſogna, & ſopra al ponto.a. deſcriuerò un cerchio di tal grandezza che ſeghi la detta linea.a.c.in dui ponti il qual pongo ſia il cerchio.d.e. f.g.ilquale ſeghi la linea.b.c.nelli dui ponti.d.& f.dapoi congiongerò il ponto.a.con li dui ponti.d.et.f.con le due linee.a.d.& a.f.& dapoi diuiderò l'angolo.d.a.f. in due parti equali con la linea.a.h.(per la nona propoſitione) hor dico che la linea.a.h.e.perpendicolare ſopra la linea.b.c.& per dimoſtrar queſto intendo li dui trianguli.a.d.h.& a.f.h.& perche li dui lati.a.d.& a.h.del triangolo.a.d. h.ſono equali alli dui lati.a.f.& a.h.del triangolo.a.f.h.perche le due linee.a.d.

& a.f.

& .a.f. vengono dal centro alla circonferentia, lo lato .a.b. è cõmune ad ambiduoi, e l'angolo .a. dell'uno è equale all'angolo .a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa .d.b. serà equale alla basa .b.f. & l'angolo .a.b.d. all'angolo .a.b.f. per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottaua diffinitione, & per la noua, la linea .a.b. serà perpendicolare sopra la linea .b. che è il proposito.

Theorema.6. Propositione.13.

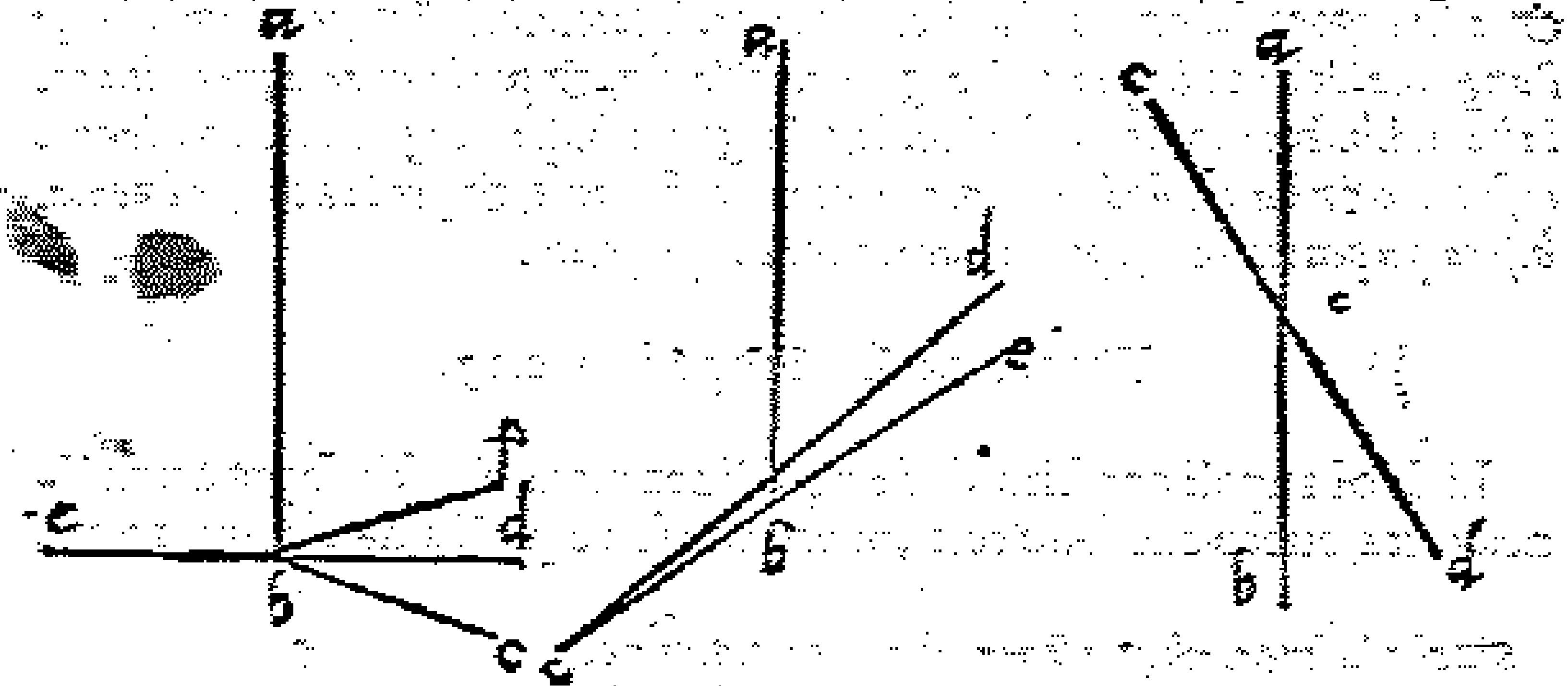
13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a una li-
13 nea retta, ouero che sono retti, ouero che son equali a duoi angoli retti.



Sia che la linea .a.b. stia sopra alla linea .c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea .a.b. con la linea .c.d. ouer che sono ãbiduoi retti, ouer che son equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo .a.b.d. & l'altro è l'angoli .a.b.c. et per dimostrar questo arguirò in questo modo. Ouer che la linea .a.b. serà perpẽdicolare sopra la .c.d. ouer non: se la serà perpendicolare sopra la detta linea .c.d. constituerà duoi ãgoli equali è retti: per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declinãte sopra quella, poniamo verso .d. all'hora la detta linea .a.b. constituerà duoi angoli l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo .a.b.d. et l'altro serà ottuso cioè l'angolo .a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto .b. condurò la perpendicolare .b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea .c.d. dellaquale li duoi angoli .c.b.e. & .e.b.d. sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adonque perche li duoi angoli .d.b.a. et .a.b.e. se equaliano all'angolo .d.b.e. ilqual è retto, giontoli anchora l'angolo .c.b.e. che è retto, tutti tre seranno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioè .d.b.a. et .a.b.e. sono equali all'angolo .d.b.e. che è retto: il terzo, cioè l'angolo .e.b.c. da si è retto, però tutti tre sono equali a duoi retti, ma l'ãgolo .a.b.c. ottuso è equale a duoi di quelli tre angoli, cioè all'angolo .c.b.e. che è retto etiam all'angolo .e.b.a. adonque li duoi angoli .a.b.c. & .a.b.d. sono equali a duoi ãgoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto, in qual si voglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

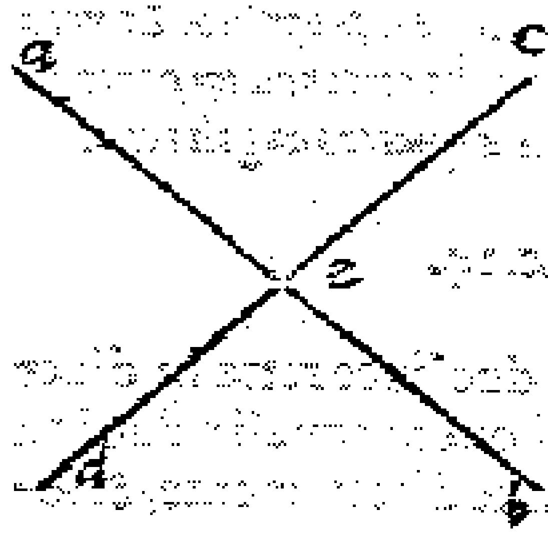
Theorema.7. Propositione.14.

14 Se da uno pōto de una linea retta usciranno due linee rette in diuer
14 se parti, & farà li duoi angoli attorno in se retti, ouero equali a duoi an
goli retti, quelle due linee fra loro sono congionte direttamente, & so-
no una sol linea.



Siano la linea retta, a, b, & , dal ponto, b, uscissano due linee rette in parte opposite, & l'una sia la linea, b, c, & dell'altra parte opposita, sia, la linea, b, d, lequal linee faciano li duoi angoli, liquali son, c, b, a, & , d, b, a, equali a duoi angoli retti. hor dico che le due linee, c, b, & d, b, sono congionte direttamente l'una & l'altra & sono una sol linea, laqual è la linea, c, b, d, & se la non serà una sol linea, per l'auersario, sia protratta la linea, c, b, in continuo & diretto, & per non esser una linea con la linea, b, d, transirà ouer di sopra della detta linea, b, d, come fa la, b, f, ouer di sotto come fa la, b, e. Adonque perche sopra della linea, c, b, f, gli cade la linea, a, b, li duoi angoli, a, b, c, & , a, b, f, per la precedente seran equali a duoi angoli retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, anchora li duoi angoli, c, b, a, & , d, b, a, son equali a duoi angoli retti, dal presupposito, perilche li duoi angoli, a, b, c, & , a, b, f, seran equali alli duoi angoli, c, b, a, et, d, b, a, adonque cauãdo communemente l'angolo, c, b, a, li duoi rimanenti, per la terza concettione, seranno fra loro equali, cioè l'angolo, d, b, a, seria equal all'angolo, f, b, a laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima uia approuarai, la linea, c, b, protratta per fina in, e, che l'angolo, a, b, d, serà equal all'angolo, a, b, e, che è pur impossibile, per laqual cosa serà constretto l'auersario a confirmare che protratta la linea, c, b, cadera precise in la linea, b, d, et la linea, c, b, d, esser una sol linea, e non due, che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 15.



15 / 15 Tutti li ãgoli contraposti de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali, perilche eglie manifesto che quãdo due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

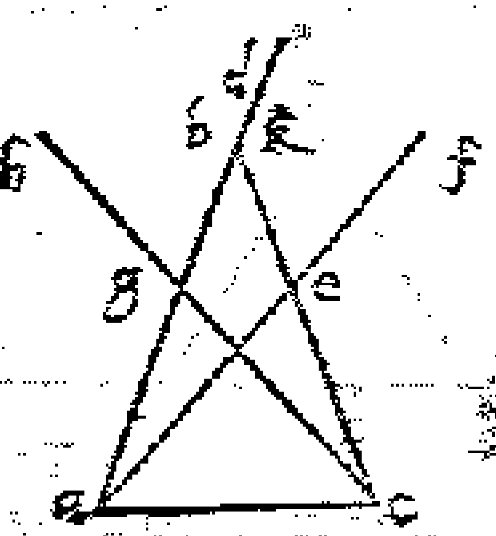
Siano le due linee rette, a, b, & , c, d, lequali se segano fra loro in ponto, e. Dico che l'angolo, d, e, b, è equal all'angolo, a, e, c, et l'angolo, b, e, c, è equal all'angolo, d, e, a, perche li duoi angoli, a, e, c, & , c, e, b, son equali a duoi

angoli

angoli retti, per la tertiadecima propositione, & similmente li duoi angoli .c.e.b. & d.e.b. sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li duoi angoli .a.e.c. & .c.e.b. seràno equali alli duoi angoli .c.e.b. & b.e.d. perche così li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hora se communamente levaremo, così alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo .c.e.b. li duoi rimanenti, che son li duoi angoli .a.e.c. & .b.e.d. seranno fra lor equali, per la tertiadecima concettione, & per lo medesimo modo se approva l'angolo .c.e.b. esser equale al l'angolo .d.e.a. che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 16.

15/16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel farà l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.



Sia che 'l triangolo .a.b.c. sia protratto el lato .a.b. per fina in .d. Dico che l'angolo .d.b.c. è maggiore di l'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un è l'angolo .b.a.c. e l'altro è l'angolo .b.c.a. et per dimostrar questo io dividerò il lato .c.b. in due parti equali, per la dottrina della decima in ponto .e. & protrarò la linea .a.e. per fin al ponto .f. talmente che la .f.e. sia equale alla .a.e. poi tirarò la linea .f.b. et fatto questo io intendo li duoi triangoli .c.e.a. & .b.e.f. & perche li duoi lati .a.e. & .e.c. del triangolo .a.e.c. sono equali alli duoi lati .f.e. & .e.b. del triangolo .f.e.b. & l'angolo .e. dell'uno si è equale all'angolo .e. dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contraposti, & per la quarta propositione, l'angolo .e.c.a. serà equale all'angolo .e.b.f. e per tanto l'angolo .e.b.d. qual è maggiore dell'angolo .e.b.f. sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo .a.c.e. per esser l'angolo .a.c.e. equal al .e.b.f. sua parte, & così havemo dimostrato come l'angolo .c.b.d. de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo .a.c.b. di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente ancora se approva che lui è maggior dell'angolo .c.a.b. Perche dividerò il lato .a.b. in due parti equale nel ponto .g. per la decima propositione, & protrarò la linea .c.g. per fin in .h. talmente che la .g.h. sia equale alla .g.c. per la tertia propositione, dapoi protrarò la .h.b.k. poi intendo li duoi triangoli .a.c.g. & .g.b.h. che li duoi lati .a.g. & .g.c. del triangolo .a.g.c. sono equali alli duoi lati .g.b. & .g.h. del triangolo .g.b.h. & l'angolo .g. dell'uno è equale all'angolo .g. dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione, l'angolo .g.a.c. è equale all'angolo .g.b.h. hor perche l'angolo .k.b.d. è equale all'angolo contraposito .g.b.h. per la precedente propositione, serà etiam equale all'angolo .c.a.g. per la prima concettione, & perche l'angolo .c.b.d. è maggiore dell'angolo .k.b.d. sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo .g.a.c. a quello equale, che è il proposito.

Il Tradottore.

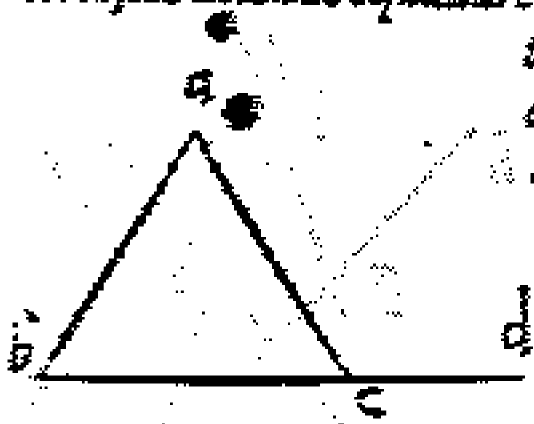
Bisogna advertir che la linea .h.b. protratta verso .f. de necessità possa sopra alla linea b.f. perilche la linea,b,k,nõ se discerne dalla linea,b,f,per esser ĩ quella medesima.

Theorema.10. Propositione.17.

17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si uoglia) sono minori de
17 duoi angoli retti.

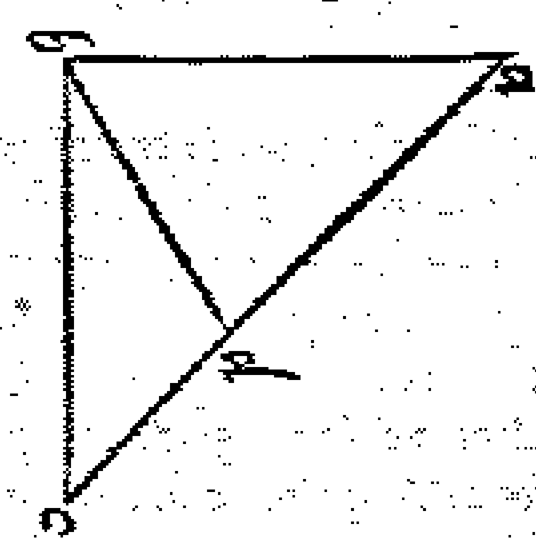
Sia il triangolo,a.b.c. Dico che qualunque dui angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, pche essendo protratto un lato di quello, come seria il lato,b,c,per fina al d. per la precedente, l'angolo,c,estrinsico seria maggiore del angolo a,etiam maggiore dell'angolo,b, ma l'angolo,c,estrinsico insieme cõ l'angolo,c,intrinsico so no equali a duoi angoli retti, per la tertiadecima. Adunque li duoi angoli,b,& c, intrinsici serano minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo,a.insieme cõ l'angolo,c.(intrinsico) serano pur minori di duoi angoli retti, perche all'angolo,c, intrinsico uolendo equaliare a duoi angoli retti bisognaria accõpagnarlo con un'al tro angolo che fusse equale all'angolo,a,c,d,estrinsico, dilche alcũ di quelli duoi intrinsici (a lui oppositi) cioè a,& b,non sono sufficienti,per esser cia scũ di loro mi nori del detto angolo,a,c,d,estrinsico. Similmente se'l serà protratto il lato,b,a,p il medesimo modo el si ap prouerà che li duoi angoli,a,& b,sono minori de duoi angoli retti,che è il proposito.

Per la pced.
Per la 13.



Theorema.11. Propositione.18.

18 Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.
18



Sia come in lo triangolo,a,b,c,il quale ha il lato,a, c,maggiore del lato,a,b. Dico che l'angolo,a,b,c,è mag giore dell'angolo,b,c,a. Perche il lato,a,c,è maggiore del lato,a,b,dalla parte uerso,a,ne segaremo una par te equale al,a,b,per la tertia propositione, qual sia la, a,d,et produrò la linea,b,d,(per la prima petitione.) Ma perche l'angolo,a,d,b,estrinsico del triãgolo,b,d, c,per la sestadecima propositione, è maggior dell'ango lo,b,c,d,intrinsico a lui opposito, & l'angolo,a,d,b,è equale all'angolo,a,b,d,per la quinta propositione,per che il lato,a,d,fu posto equale al lato,a,b. Adonque l'angolo,a,b,d,serà anchora lui maggiore del detto angolo,c,dilche se l'angolo,a,b,d,(per se solo) è maggior del c,molto piu tutto l'angolo,a,b,c,serà maggior del detto angolo c,che è il nostro pro posito. Anchora, perche il lato,a,b,è maggiore del lato,b,c,per lo modo dato di so pra, se potrà prouar che l'angolo,b,c,a,è maggior dell'angolo,b,a,c.

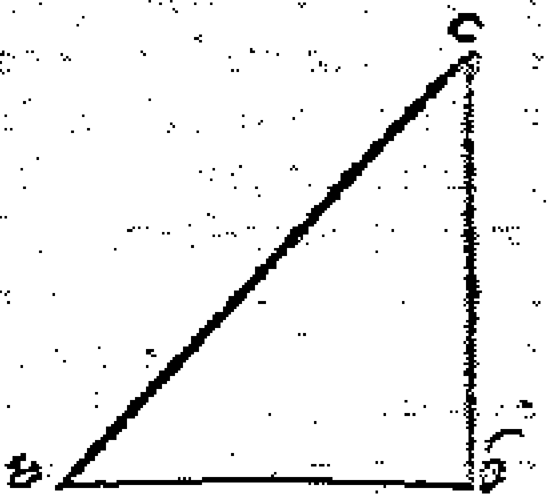
Per la 3.
Per la 16.
Per la 5.

Theorema.12. Propositione.19.

19 Il maggior angolo de ogni triangolo,e opposito al piu longo lato.

19 *Sia il triangolo,a,b,c,hauente l'angolo,a,b,c,maggior dell'angolo,b,c,a. Di co che il lato,a,c,è maggior del lato,a,b. Perche se'l detto lato,a,c,non è mag gior del lato,a,b,per l'auersario, l'è necessario che'l sia adonque ouer equal a lui,*

ouer minor di lui, se egliè equale a lui l'angolo,a,c,b,seria equale all'angolo,c,b,a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, ilqual fu che l'angolo,a,b,c,fusse maggior dell'angolo,b,c,a. Adonque lo lato,a,c,non puo esser equale al lato,a,b, Dico ācho ra che'l non puo esser minore, perche se'l lato a,c,fusse minore del lato,a,b,l'āgolo,a,b,c,seria minor dell'āgo lo,a,c,b,(per la precedente) che seria molto contrario al nostro presupposito, ilqual fu che l'angolo a,b,c,fusse maggiore dell'angolo,a,c,b. Adonque sel lato,a,c,non puo esser ne equale ne minore del lato,a,b,l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.

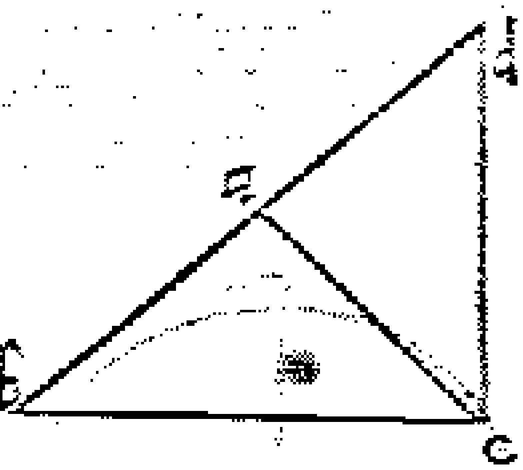


Theorema.13. Propositione.20.

20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si voglia) gionti insieme so

20 no piu longhi del restante lato.

Sia il triangolo,a,b,c. Dico che li duoi lati,a,b,&,a,c,gionti insieme sono piu lōghi del lato,b,c,& per dimostrar questo, sia protratto la linea,b,a, per fina i,d, talmēte che la,a,d,sia equale alla,a,c,poi sia tirata la linea,c,d, Et per la quinta, l'angolo,a,c,d,serà equale all'angolo,d,& perche tutto l'angolo,b,c,d,è maggiore dell'angolo,a,c,d,(sua parte) serà etiam maggiore dell'angolo,d, Adonque, per la decimanona propositione, il lato,b,d,serà maggiore del lato,b,c, Ma il lato,b,d, è equale alli duoi lati,a,b,&,a,c,per laqual li duoi lati,a,b,&,a,c,gionti insieme sono maggiori del lato,b,c,che è il proposito.

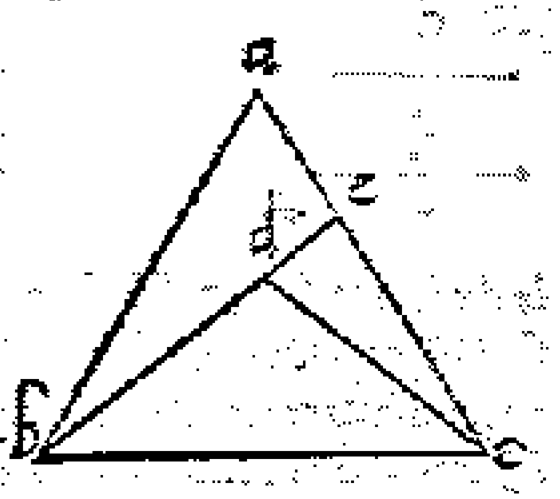


Theorema.14. Propositione.21.

21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due

21 linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente seranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

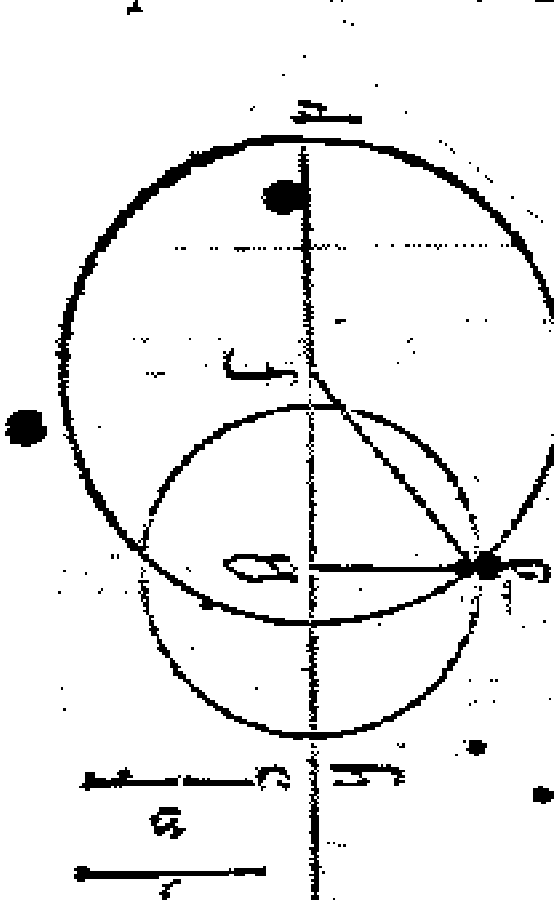
Sia come in questo triangolo,a,b,c, che dalle due estremità del lato,b,c, uscischino le due linee,b,d,et,c,d,lequale concorrano de dentro del triāgolo a,b,c,nel pōto,d,dico che le dette due linee,b,d,&,c,d,insieme gionti sono piu corte che le due linee,b,a,&,c,a,(lati del triangolo,a,b,c,)insieme gionti. Et che l'angolo,b,d,c,cōtenuto da quelle è maggiore dell'āgolo b,a,c,cō tenuto dalli predetti duoi lati,& per dimostrar questo slongarò il lato,b,d,p fin che seghi il lato,a,c,in pōto e, hor dico che li duoi lati,a,b,e,et a,e,del triāgolo,a,b,e,



gionti insieme sono maggiori del lato.b.e.per la uigesima propositione,& giongendoui equalmente la parte,ouero linea.e.c.li duoi lati.a.b,& .a.c.seranno maggiori insieme gionti delli duoi lati.b.e.& .e.c.(per la quinta concettione) laqualcosa serba in mente,poi perche li duoi lati.d.e.& .e.c.del triangolo.c.d.e.gionti insieme sono maggiori del lato.d.c.(per la medesima uigesima propositione)giontogli communemente la linea.d.b.li duoi lati.b.e.& .e.c.seranno anchora maggiori delli duoi lati.b.d.& .d.c.(per la quinta concettione)donde se li duoi lati.a.e.& .e.c.sono maggiori delle due linee protratte.b.d.& .d.c.& che li duoi lati.a.b.& .a.c.sono maggiori delli ditti duoi lati.b.e.& .e.c,(come di sopra fu approuato,quādo dissi,serba in mente)tanto maggiormente seranno maggiori delle dette due linee protratte.b.d.& .d.c.che è il proposito.Ma,perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo,d.e.c.(per la sestadecima propositione)& l'angolo.d.e.c.per la medesima decimasesta propositione,è maggior dell'angolo.e.a.b.adonque molto maggior serà l'angolo.b.d.c.del ditto angolo.b.a.c.che è il secondo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

22 Proposte tre linee rette,dellequalli le due,quale si uogliano,gionte insieme sienō piu longhe dell'altra,puotemo,con altre tre linee,a quelle equale constituire un triangolo.

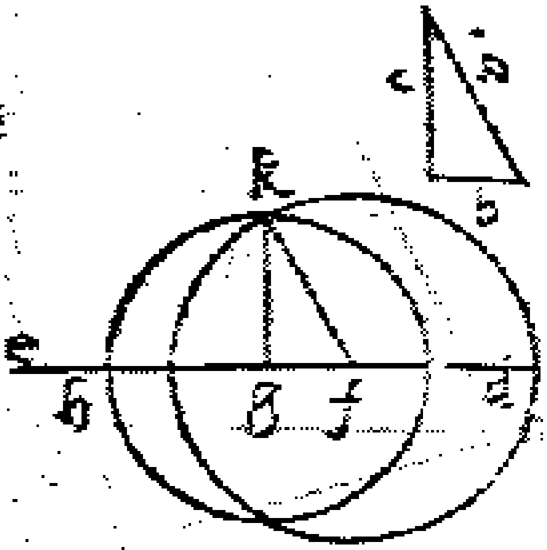


Siano le tre proposte linee.a.b.c.lequale siano cosi condicionate,che due,quale si uoglia di quelle,giōte insieme siano maggiore dell'altra,perche altramente nō se potrià di tre equale a quelle constituir triangolo(per la uigesima propositione.)adonque quando uorrò cōstituir un triāgolo di tre linee equale alle tre predette,facio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e.nō gli pono fin determinato et dalla parte del.d.ne sego la parte.d.f,equale alla linea.c.(per la tertia propositione)et.f.g.equal al b.& .g.h.equal al.a.& fatto il pōto,f.cētro desc̄riuo il cerchio.d.k.secondo la quantità.f.d.et similmēte fatto.g.cētro descriuo il cerchio.h.k.liquali duoi cerchi,se interse gono in duoi pōti,l'uno di quelli è il pōto.k.altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore,ouer equale alle altre due giōte insieme,che seria contra il presupposito.hor dal ponto.k.tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.et serà cōstituido,il triāgolo.k.f.g.de tre linee equale alle tre proposte.a.b.c.perche le due linee.f.d.& f.k.sono equale,perche ambedue uanno dal centro alla circonferētia del cerchio.d.k.e perche la linea.c.è equale alla.d.f.per la prima cōcettione,serà etiam equale alla.f.k.lato del triangolo,similmente.g.h.& .g.k.sono equale,perche uanno dal centro alla circonferētia del cerchio.h.k.& .g.h.fu posto equale alla linea.a.adonque.g.k.serà equale alla linea.a.per la detta prima commune sententia,

sententia, ouero concettione, & perche, f, g, fu tolto equale alla linea, b, adonque li tre lati del triangolo, f, g, k, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

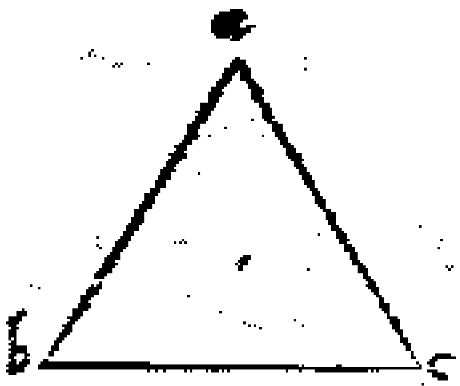
23/23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, poremo designare un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposto.



Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, et siano le due linee che contengono il dato angolo, a, et, b, sotto alqual angolo tirarò la basa, c, desiderãdo io de fare sopra il põto, f, della linea, e, f, uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, et dalla linea, f, e, sego, ouer assegno, f, g, equale alla, b, et dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equã le alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, & g, descriuo li duoi cerchi, d, k, & k, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, & g, h, liquali se interseghiano fra loro in põ to. K. si come mostra la precedente, e dutte le linee, K, f, & k, g, seranno li duoi lati, k, f, & f, g, del triangolo, k, f, g, equali alli duoi lati, a, & b, del triangolo, a, b, c, & la basa, g, k, equale alla basa, c, Adonque per la ottaua l'angolo, k, f, g serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & b, che è il proposito.

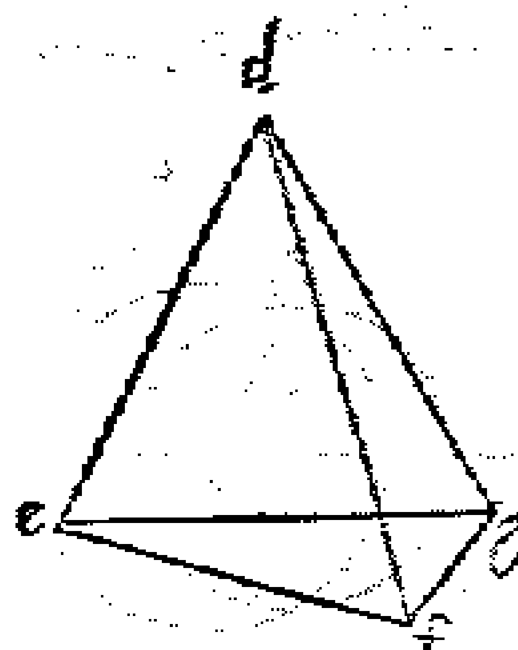
Theorema. 15. Propositione. 24.

24/24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali alli duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.

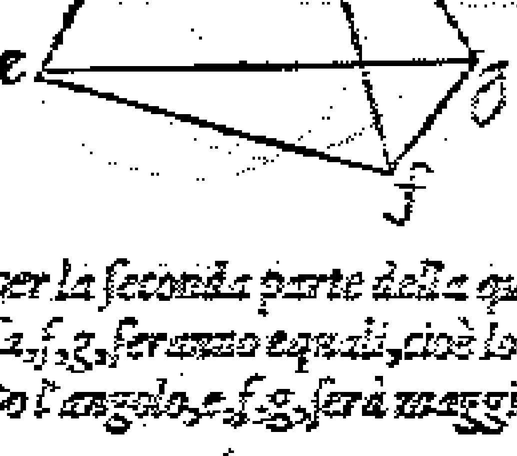


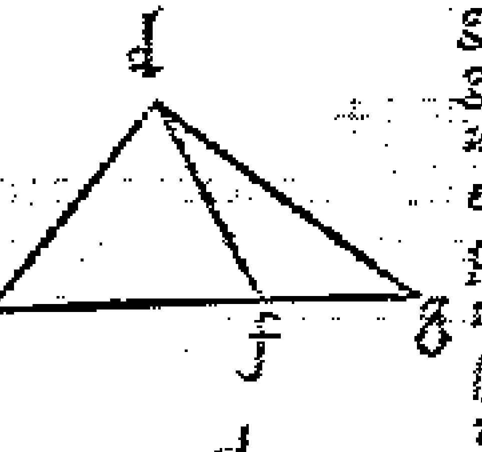
Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & siano li duoi lati, a, b, & a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relatiuo, a, b, al, d, e, & a, c, al, d, f, et sia l'angolo, a, maggior dell'ãgolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, et per dimostrar que sto farò l'angolo, e, d, g, per la dottrina della precedẽte equale all'angolo, a, (delqual l'angolo, e, d, f, uerrà esser sua parte, ꝑ esser minor di lui) e ponerò, d, g, equal al, a, c, ouer, d, f, e tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea, d, f, ouer sopra la medema linea, e, f, facẽdo con quella una medema linea, ouer di sotto di quella, hor poniamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triangolo, d, f, g, de duoi lati equali, perche ciascun di quelli è equal al lato, a, c, dilche l'angolo, d, f, g, serà equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, per laqual cosa l'ãgolo, d, f, g, serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo, d, g, f, per p- cedẽte.

d,g,f, a lati equale, del che se l'angolo.d.f.g.da si è maggior dell'angolo,e,g,f, molto piu maggior serà tutto l'angolo e.f.g.del ditto angolo,e,g,f. donde seguita che'l lato.e,g.sia maggior del lato.e,f,per la decimanona propositione,hor dico che'l lato, e.g.si è equale alla basa.b.c.perche li duoi lati.a.b.& a.c.del triangolo,a,b,c,sono



equali alli duoi lati,d,e,& ,d,g,del triangolo,d,e,g,et l'angolo,e,d,g, fu posto equale all'angolo,b,a,c,adonque, per la quarta propositiõe,la basa,e,g,serà equale alla basa,b,c,per laqual cosa se la.e.g.è maggiore alla,e,f, etiam la,b,c,a quella equale,serà maggiore della detta,e,f,che è il proposito. Ma se la,e,g, transirà sopra la medesima linea,e,f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea al l'hora la,e,f,serà parte della e,g,adonque,per la ultima concettione,la,e,f,serà minor del e,g,che è il proposito. Ma se la,e,g,transisse di sotto della,e,f,(come in questa altra figura appare) siano slõgate le due linee. d,f,& ,d,g, (lequal sono equale) fina in k, & h, & per la seconda parte della quinta propositione, li duoi angoli che sono sotto alla basa,f,g,seranno equali,cioè lo angolo.k,f,g,serà equale all'angolo,f,g,h,del che tutto l'angolo,e,f,g,serà maggior del detto angolo,f,g,h,ma se l'angolo,e,f,g, è maggior del ditto,f,g,h, molto piu maggiore serà dell'angolo,f,g,e,parte di quello,adonque,per la decimanona propositione, il lato,e,g,serà maggior dell'lato,e,f. et per consequens,b,c,serà maggior de,e,f,che è il proposito. Questo altro mõdo si poteua anchora prouare per la uigesima prima,perche per quella in la dispositione della terza figura,le due linee.d.g.et,e,g,seranno maggiore delle due linee.d.f.& f.e. & perche la d.g.è equale alla,d,f,(per questo che ambedue sono equale alla,a,c,)serà la,g,e,maggiore della,e,f, per laqual cosa etiam la,b,c,serà maggiore della medesima,e,f,che è il proposito, tamen è meglio dimostrar per il primo modo,atteso che in ogni dispositione sia arguito per la quinta.



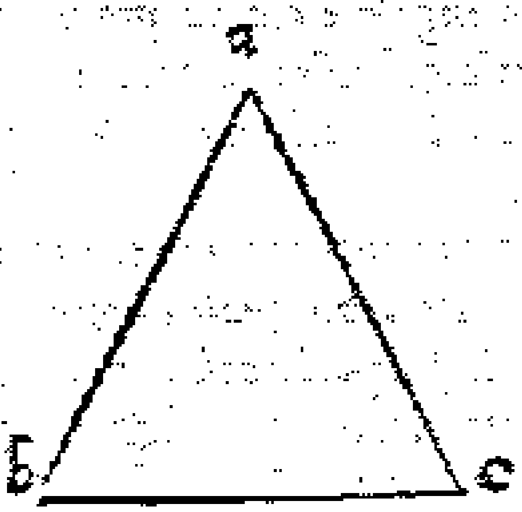


Theorema.16. Propositione.25.

25 D'ogni dui triangoli, di quali li dui lati dell'un siano equali alli duoi
25 lati dall'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore) serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,et siano li duoi lati,a,b,& ,a,c,del primo equali

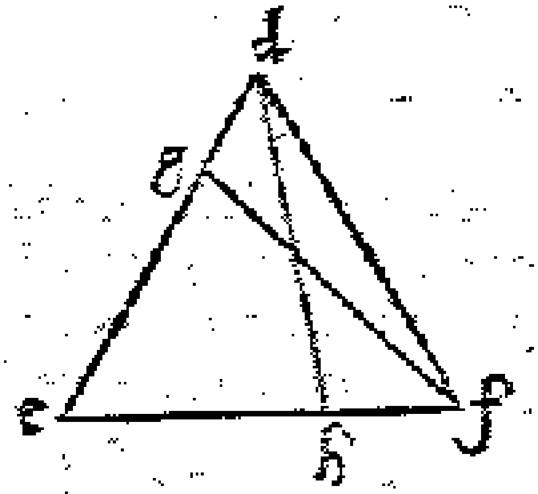
equali alli duoi lati, d, e, & , d, f, del secondo, cioè ciascuno allo suo relatiuo, & sia la basa, b, c, maggiore della basa, e, f, dico che lo angolo a, serà maggiore dell'angolo d, questa è il conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo, a, non è maggiore, per l'aduersario, dell'angolo, d, serà adonque equale, ouer minor di lui, equale non può essere, perche se cosi fusse, per la quarta, la basa, b, c, seria equale alla basa, e, f, che seria cõtra il presupposito, Ma dico che anchora el non può essere minore, perche se l'angolo, a, fusse minore dell'angolo, d, la basa, b, c, seria, per la precedente, minor della basa, e, f. che seria molto contra il presupposito, adunque nõ possendo l'angolo, a, esser ne equale ne minor dell'angolo, d, gli è necessario che sia maggiore, che è il proposito.



Theorema. 17. Propositione. 26.

26 De ogni duoi triangoli di quali di duoi angoli di l'uno serãno equali à duoi ãgoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo, anchora che un lato dell'uno sia equale à un lato dell'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali oueramẽte opposito à uno de quelli, anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro, ciascuno al suo risguardante, ouer relatiuo, & similmente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.

Siano li duoi triãgoli, a, b, c, & , d, e, f, & sia l'angolo, b, equale allo angolo, e, & l'angolo, c, equal all'angolo, f, & sia el lato, b, c, equale al lato, e, f, ouer l'uno delli altri duoi lati, a, b, & a, c, sia equal a uno delli altri duoi lati, d, e, et, d, f, cioè uno di loro al suo relatiuo, cioè che, a, b, sia equale al d, e, ouer, a, c, al, d, f. Dico che *li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro, cioè l'angolo, a, serà equale all'angolo, d. Ponerò adunque primamente che lo lato, b, c, (sopra delquale giaceno li duoi angoli, b, c,) sia equale al lato, e, f, sopra del quale giaceno li duoi angoli, e, f, liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli, b, c, hor dico che'l lato, a, b, serà equale al lato, d, e, il lato, a, c, al lato, d, f, & l'angolo, a, all'ãgolo, d. Perche, se possibil sia per l'aduersario, che'l lato, a, b, nõ sia equale al lato d, e, l'uno di q̃lli serà adonque maggior, hor poniamo che'l lato, d, e, sia maggiore del lato, a, b, io segarò del lato, d, e, la parte, g, e, equale al lato, a, b, per la tertia propositione, e ptirarò la linea, g, f, li duoi lati adõque, e, g, et, e, f, del triãgolo, e, g, f, son equa-*



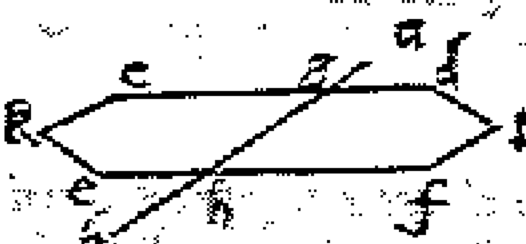
li duoi

li duoi lati.a.b.& b.c.del triangolo.a.b.c.& l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo.g.e.f.dal prosupposito, per laqual cosa l'angolo.g.f.e.seria equale all'angolo.a.c.b.per la quarta propositione, et perche l'angolo.d.f.e.si è anchora lui equale al ditto angolo.a.c.b.dal prosupposito per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo.g.f.e.sua parte, che è impossibile, per l'ultima concettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b.per la quarta propositione, il lato.d.f.serà etiam equale al lato.a.c.et l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale, che è il primo membro della divisione proposita, Sia anchora li duoi angoli.b.& c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, et sia lo lato.a.b.ilquale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.ilqual è opposito all'angolo.f.ilqual è posto equale all'angolo.c.dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f.et il lato.a.c.al lato.d.f.& l'angolo.a.all'angolo.d.& se il lato.e.f.non fusse equale al lato.b.c.per l'adversario l'uno di loro serà maggior dell'altro, sia adonque.e.f.maggior del.b.c.e per tanto ponerò.e.h.equale al.b.c.per la tertia propositione,& produrò la linea.d.h.& serà constituido il triangolo.d.e.h.che li duoi lati.e.d.& e.h.son equali alli duoi lati.b.c.& b.a.del triangolo.a.b.c.e l'angolo.e.si è equale all'angolo.b.dal presupposito, dilche l'angolo.e.h.d.serà equale al l'angolo.b.c.a.per la quarta propositione, e l'angolo.f.per esser equale anchora all'āgolo.c.serà etiam equale all'angolo.e.h.d.per la prima concettione, laqual cosa è impossibile, per la sestadecima propositione, che l'angolo.e.h.d.estrinsico del triangolo.d.h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinsico,& opposito, adonque il lato.e.f.serà equale al lato.b.c.& similmente, per la quarta propositione, il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale, e l'angolo.e.d.f.all'āgolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposita divisione, dilche tutto il proposito serà manifesto.

Theorema.18. Propositione.27.

27 Se una linea retta caderà sopra a due linee rette,& facia li duoi ango
27 li coalterni fra loro equali, quelle due linee seranno equidistante.

Sia come è la linea.a.b.laqual cade sopra le due linee.c.d.& e.f.& sega la linea c.d.in ponto.g.& la linea.e.f.in ponto.h.& sia l'angolo.d.g.h equale all'angolo.e.h.g.Dico che le dette due linee.c.d.& e.f.sono equidistāte, ma se possibile è per lo adversario, che non siano equidistante, ponamo che protratte dalla parte.c.e.concorrano nel ponto.K.overo dalla parte.d.f.nel pōto.l.& sia pur come si voglia, che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco,& opposito, perche uno delli detti āgoli alterni, liquali sono posti equali, serà lo estrinseco,& l'altro serà lo intrinseco, perche cōcorrendo le due linee.d.c.et.e.f in ponto.K.seria formato uno triangolo, che seria.g.h.K.& seria prodotto il lato.K.g.fina in.d.facendo l'angolo.h.g.d.estrinsico, ilquale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinsico, et opposito, laqual cosa è impossibile per la soppralegata propositione: e perche l'è impossibile, che le due linee, protratte da qual parte si voglia, cō



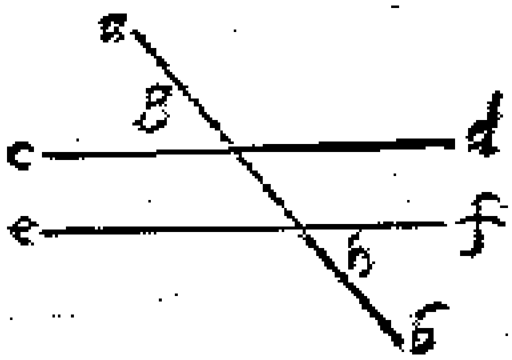
corrano,

correno, adonque seranno equidistante per la uigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema.19. Propositione.28.

28/28 Se una linea retta uegnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrinseco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, ouer che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

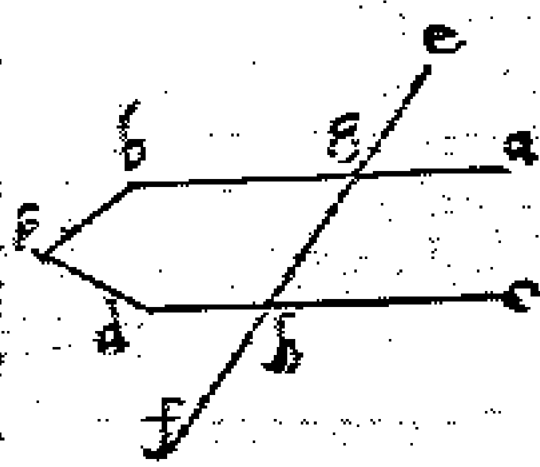
Sia come la linea .a.b. laqual sega le due linee .c.d. & .e.f. nelli duoi ponti .g.h. & sia l'angolo .g. estrinseco equale all'angolo .h. intrinseco, dalla medesima parte uerso .d.f. ouer che li duoi angoli .g. & .h. intrinseci, tolti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee .c.d. & .e.f. sono equidistante, hor sia primamente l'angolo .d.g.a. equale all'angolo .f.h.g. & perche l'angolo .c.g.h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo .d.g.a. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo .g.h.f. per laqual cosa la linea .c.d. è equidistante alla linea .e.f. per la precedente propositione, perche li angoli .g.h.f. & .c.g.h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli .d.g.h. & .f.h.g. equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli .d.g.h. & .c.g.h. similmente sono equali a duoi angoli retti, per la tertiadecima propositione, l'angolo .c.g.h. serà equale all'angolo .f.h.g. per laqual cosa le dette due linee .c.d. & .e.f. per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.



Theorema.20. Propositione. 29.

29/29 Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se opposito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante, sopra lequale cade la linea .e.f. segando quelle nelli duoi ponti .g.h. dico che li duoi angoli .g.h. coalterni sono equali, & che l'angolo .g. estrinseco si è equale all'angolo .h. intrinseco a se opposito tolto dalla medesima parte, & che li dui angoli .g.h. intrinseci tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, et questa è il conuerso delle due precedente, hor per dimostrar che l'angolo .b.g.h. è equale all'angolo .c.h.g. procederemo cosi se l'angolo .b.g.h. non è equal all'angolo .c.h.g. l'uno de quelli serà maggiore, sia adonque maggiore lo angolo .c.h.g. & perche li dui angoli .c.h.g. & .g.h.d. sono equali



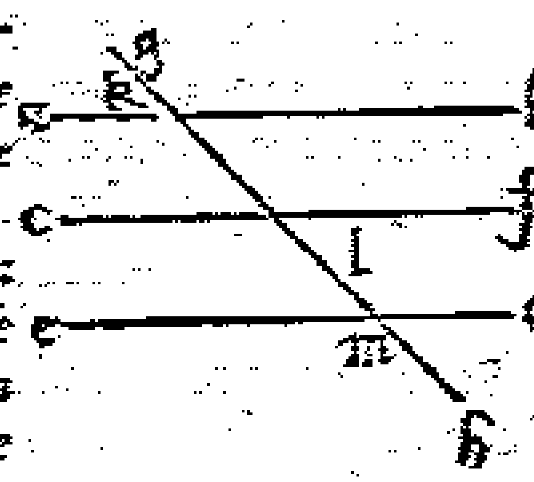
a duoi

a dui angoli retti per la .13. propositione, & perche l'angolo, b, g, h, e minor del ditto angolo, c, h, g, ponendolo con lo angolo, d, h, g, in summa seranno minori de dui angoli retti, adonque se le dette due linee, a, b, & c, d, seranno protrate dalla parte del, b, d, concorreranno ad alcuno ponto (per la quarta petitione) come seria al ponto, k, adonque non seriano equidistante (per la vigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito, et perche questo è impossibile, seranno adonque li detti dui angoli, b, g, h, & c, h, g, coalterni equali che è il primo proposito, & da questo si manifesta anchora il secondo, perche l'angolo, b, g, h, si è equale all'angolo, a, g, e, (per la quintadecima (adonque) per la prima concettione) l'angolo, a, g, e, serà etiam equale all'angolo, c, h, g, cioè lo estrinsico serà equale allo intrinsico a se opposito, ch'è il secondo proposito, dal qual similmente si manifesta il terzo, perche li dui angoli, a, g, e, & c, h, g, sono equali, dandoli communemente l'angolo. a. g. h. la summa serà anchora equale, diche li dui angoli. c. h. g. & a. g. h. sono equali alli dui angoli. a. g. h. & a. g. e, & perche li dui angoli. a. g. e. & a. g. h. (per la 13.) sono equali a dui angoli retti, adonque li dui angoli, a, g, h, & c, h, g, seranno equali a dui angoli retti, che sono li dui angoli intrinsici tolti dalla medesima parte verso e. a. che è el terzo proposito.

Theorema. 21. Propositione. 30.

30 Se due linee rette seranno equidistante a una medesima linea, quelle

30. medesime seranno fra loro equidistante.



Siano le due linee. a. b. & c. d. delle quale l'una & l'altra siano equidistate alla linea. e. f. Dico che queste due linee, cioè la. a. b. & c. d. sono fra loro equidistante. Et questo è vero universalmente, o siano le dette linee. a. b. & c. d. in una medesima superficie con la medesima linea. e. f. over altramente non (tamen in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie, et di quelle che sono in diverse superficie si approva nella nona propositione del. 11. che sono equidistãte) hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea. g. h. segando le dette tre linee nelli tre ponti. k. l. m. & perche la. a. b. è equidistãte alla. e. f. l'angolo. a. k. l. si è equale all'ãgolo. k. l. f. (per la prima parte della precedẽte perche sono coalterni) e perche la. c. d. è etiã equidistante alla. e. f. l'ãgolo. f. l. k. (estrinsico) serà equale all'angolo. l. m. d. (intrinsico a se opposito, per la seconda parte della precedẽte) diche se li dui angoli. m. d. & a. k. l. ciascun è equale all'angolo. k. l. f. (per la prima concettione) seranno etiam fra loro equali, per laqual cosa se l'angolo. a. k. l. è equal all'angolo. l. m. d. le dette due linee. a. b. et. c. d. sono equidistanti (per la vigesima settima propositione) perche li detti dui ãgoli sono coalterni, ch'è el proposito.

Questa mi ca nel Campano.

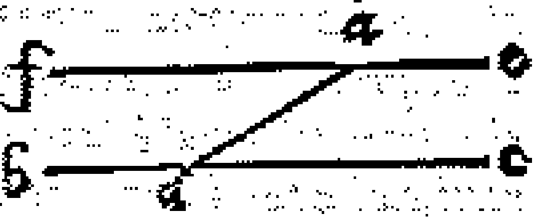
Problema. 10. Propositione. 31.

31 Da uno ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condur

31 re una linea retta equidistante a quella linea proposta.

Sia

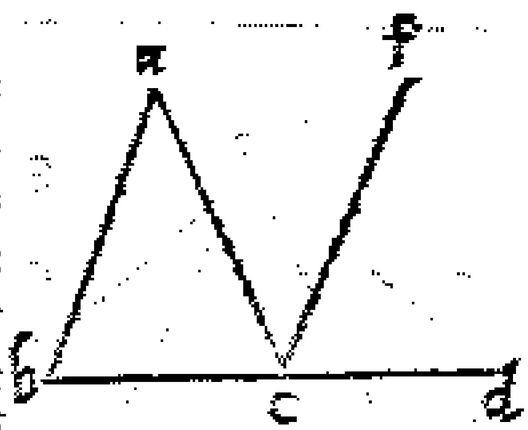
Sia il ponto .a. dato de fora della linea .b.c. dalquale bisogni tirare una linea equidistante alla linea .b.c. tirò la linea .a.d. cascāte come si voglia con la linea .b.c. cōstituendo l'angolo .a.d.c. & l'angolo .a.d.b. Et sopra el ponto .a. constituerò (per la dottrina della uigesima terza propositione) l'angolo .e.a.d. equale all'āgolo .a.d.b. ouer l'angolo .f.a.d. equale all'angolo .a.d.c. (che darà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea .f.e. serà equidistante alla linea .b.c. (per la uigesima settima propositione) che è il proposito.



Theorema 22. Propositione. 32.

31 / 31 L'angolo estrinsico di ogni triangolo d'un lato produto, è equale alli duoi intrinsici a lui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinsici di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

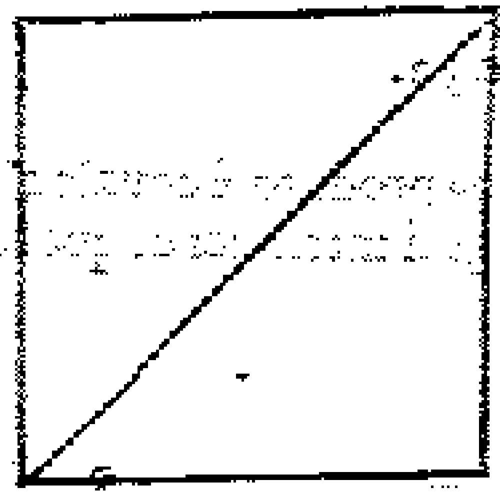
Sia el triangolo .a.b.c. e sia alongato el lato .b.c. fina in .d. dico che l'angolo .a.c.d. estrinsico si è equale alli duoi angoli .a. & .b. intrinsici oppositi a se, insiemegionti, & che li tre angoli .a.b.c. del ditto triāgolo .a.b.c. insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto .c. tirarò (per la dottrina della precedente) la linea .c.f. equidistante alla linea .a.b. et l'angolo .f.c.a. serà equale all'angolo .a. (per la prima parte della uigesima nona) perche sono coalterni, et l'āgolo .f.c.d. estrinsico serà equale all'angolo .b. intrinsico

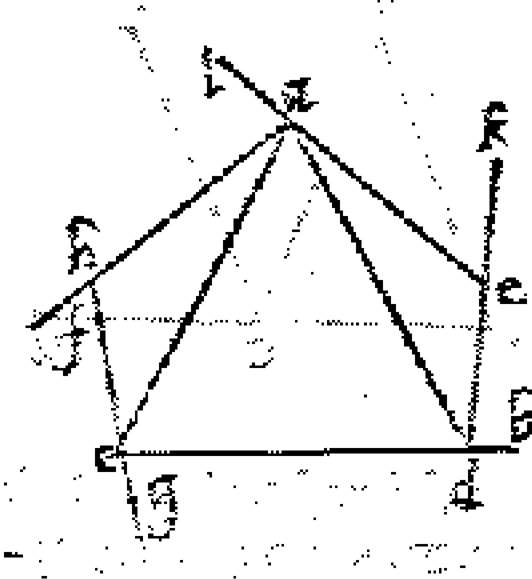


(per la seconda parte della medesima uigesima nona propositione) per laqual cosa tutto l'angolo .a.c.d. estrinsico si è equale alli duoi angoli .a. & .b. intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito, et perche li duoi angoli .a.c.b. & .a.c.d. son equali a duoi angoli retti (per la terza decima propositione) adonque li tre angoli .a.b. & .c. intrinsici del triangolo seranno equali a dui angoli retti che è il secondo proposito, et nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura moltiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è el numero ch'ella è distante dalla prima, duplicato uerbi gratia delle figure moltiangole, ouero poligonie la prima de tutte si è il triangolo, perche non si puo formar figura de rette linee de manco de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituire figura superficiale (per la ultima petitione) però el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono, ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati ouero angoli a qual numero si voglia, cauando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come esempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per uoler el numero ordinario della detta figura caua de

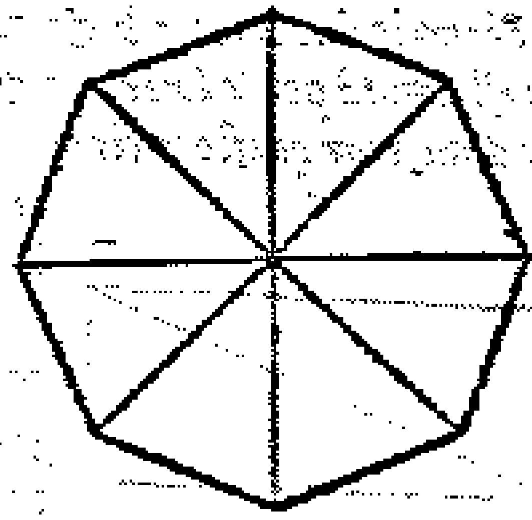
otto

otto duoi, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque lei serà la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, dico adonque chel triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a duoi angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura, che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordinario della figura laquale è duoi per esser la seconda el doppio de duoi si è quattro & li cinque angoli del pentagono che è la terza serã equali a sei angoli retti cioè al doppio de tre che è el numero ordenario della figura de cinque angoli & li otto angoli de una figura de otto lati serãno equali a duodeci angoli retti cioè al doppio de sei ch'è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto et cosi uscirà in ciascun'altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta della infrascritta causa perche qualũche figura tale si è divisibile & resolubile in tanti triangoli quanto distarà dalla prima over quãto è el suo numero ordinario tirando le rette linee da qual uoi de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a due angoli retti però se indupla el numero ordinario della figura, elqual numero deriva del numero delli triangoli cõponenti essa figura, elqual numero de triangoli sempre serà duoi, cioè duoi manco chel numero delli angoli, over lati de ditta figura exempli gratia. Sia el penthagono .a.b.c.d.e. da l'angolo .a. di quello produrò le linee .a.c. & .a.d. alli duoi angoli .c. & .d. oppositi al ditto angolo .a.e. serà el ditto penthagono tutto risolto in li triãgoli .a.b.c .a.c.d. Et .a.d.e. liquali sono tre, si come è il numero ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, et perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a duoi angoli retti, però se indoppia el numero de ditti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre farà sei p el numero delli angoli retti a che se equalizno li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora paotemo proponere la medesima materia in questo altro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia overo molti angola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del numero delli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta figura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resoluta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qui dentro, laqual è risoluta in otto triãgoli che li tre angoli de ciaduno sono equali a duoi angoli retti, però fra loro otto triangoli contenerãno sedeci angoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al põto che

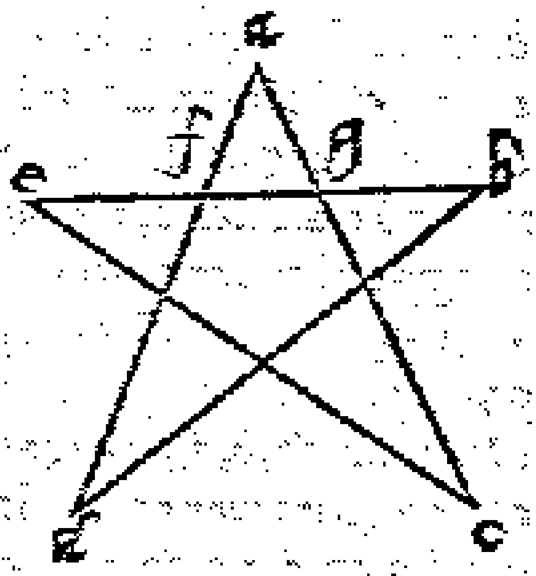




è de



è de dētro della figura doue ciascū di loro terminano con uno angolo occupādo tutto quello spacio che attorno al predetto pōto, ilquale spacio sempre se equalia a quattro angoli retti, come in fine della tertiadecima propositione fu detto, et approuato adonque de quelli sedeci āgoli retti ne cauaremo quattro p regola, cioè per li quattro fatti attorno al pōto, resta duodeci p il numero delli āgoli retti a chi se equaliano li otto āgoli della data figura, che è il proposito. Anchora el se manifesta per le cose dette che protrahēdo ciascū lato d'una figura moltiangolo tutti li angoli estrinseci giōti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrarà, sopra il penthagono .a.b.c.d.e. protratto il lato .a.b. fina in .f. il lato .b.c. fin a .g. il lato .c.d. fin in .h. il lato .d.e. fin in .k. il lato .e.a. fin in .l. hor dico che tutto l'angolo .a. intrinsico del penthagono con l'angolo estrinsico sono equale a duoi angoli retti per la tertiadecima propositione, et per la medesima ragione li duoi angoli .b. intrinsico. & .b. estrinsico, & cosi de tutti li altri, per la qual cosa li angoli .a.b.c.d.e. intrinseci & estrinseci seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son equali a sei āgoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinseci & estrinseci del penthagono cauaremo li sei, a chi se equalia li cinque angoli itrinseci, cioè quelli del penthagono resteranno quattro per li angoli estrinseci, cioè li angoli .b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h. et .a.e.k. adonque tutti li ditti angoli estrinseci del predetto pēthagono si equaliano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun'altra figura poligonia che è il proposito.

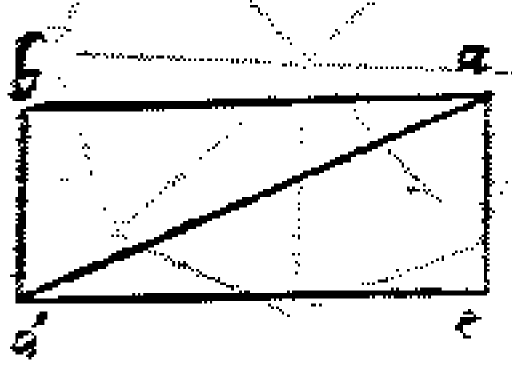


Anchora è manifesto, che di ogni penthagono, del qual caduno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a duoi angoli retti.

Sia il penthagono che se prepone .a.b.c.d.e. et conciosia che'l lato .a.c. seghi lo lato .b.e. in ponto .g. & lo lato .a.d. seghi il medesimo in pōto .f. et l'angolo .a.f.g. serà equale alli duoi angoli .b. & .d. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo .f.d.b. Similmente l'angolo .f.g.a. serà equale alli duoi angoli .c. & .e. conciosia che quello sia lo estrinsico a quelli in lo triangolo .g.c.e. ma li duoi angoli .a.f.g. & .f.g.a. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti. Adonque li quattro angoli .b.d. & .c.e. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti che è il proposito.

Theorema 23. Propositione 33.

Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, sia
33 no congionte due altre linee, quelle medesime serāno anchora equale,
33 & equidistante.

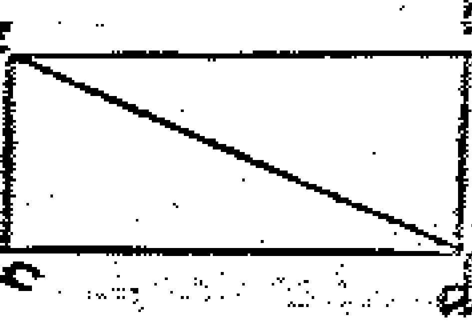


Siano le due linee.a.b. & c.d.equidistante & equale, delle quale cõgiongerò le sue estremità per le linee.a.c. & b.d. lequal dico esser equale, & equidistante. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.a.d. & perche le due linee.a.b. & c.d. sono equidistante, dal presupposito, l'ãgolo.b.a.d. serà equale allo angolo.a.d.c. per la prima parte della vigesima nona propositione: & li duoi lati.a.b. & .a.d. del triangolo.b.a.d. sono equali alli duoi lati.d.c.et.d.a. del triãgolo.d.c.a.et l'angolo.d.a.b.del primo si è equale all'ãgolo.a.d.c.del secondo. Adonque, per la quarta propositione, la basa.b.d.del primo è equale alla basa.a.c.del secondo, & l'angolo.a.d.b. del primo è equale all'angolo.d.a.c. del secondo, ma perche li ditti duoi angoli son coalterni, la linea.a.c. serà equidistante alla linea.b.d. per la vigesima si prima propositione, e pche prima fu approvato che le medesime due linee, over base.a.c. & .b.d. son equale. l'un e l'altro proposito è manifesto.

Theorema.24. Propositione.34.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li ango
34 li contrapositi equali, & lo diametro divide quella per mezzo.

Sia la superficie.a.b.c.d. de lati equidistanti, cioè che la linea.a.b. sia equidistante alla linea.c.d. similmente la linea.a.c. alla linea.b.d. hor dico che le due linee.a.b. & c.d. sono equale fra lor, similmente le due linee.a.c. & .b.d. sono etiam fra loro equale, cioè ciascun lato si è equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo.a. è equale all'angolo.d.a lui contraposito, similmente l'angolo.b. è equale all'angolo.c. io tirarò il diametro,a,d, il quale etiam dividerà quella detta superficie,a,b,c,d, per mezzo cioè in due parti equale, le qual cose demostrerò in questo modo, perche,a,b, & ,c,d, son equidistãte dal presupposito, li duoi ãgoli.b.a.d.et.c.d.a. son equali, p la prima parte della vigesima nona propositione, perche sono coalterni, ma perche anchora,a,c, & ,b,d, sono equidistanti li duoi angoli,c,a,d,et,b,d,a, son equali, per la detta vigesimanona propositione, perche sono coalterni, hor intendo li duoi triangoli.a.d.b. & .d.a.c. & perche li duoi angoli,a,et,d, del triangolo,a,d,b, son equali al



li duoi angoli.a.et.d.del triangolo.d.a.c.et lo lato.a.d. sopra delquale giaceno quelli angoli equali, in l'uno è l'altro triangolo e commune. Adõque per la vigesima sesta propositione, lo lato.a.b. sarà equale al lato.c.d.et similmente lo lato,a,c, al lato,b,d, serà equale, etiam l'angolo.b. serà equale all'angolo.c. e perche li duoi angoli.a. sono equali alli duoi angoli.d. come è dimostrato di sopra adonque per la seconda concettione, tutto l'angolo.a. serà equale a tutto l'angolo.d.a lui contraposito dico che anchora che'l diametro.a.d. com'è detto di sopra, divide detta superficie in due parti equale perche.a.b. è equale al.c.d.et.a.d. è commune, adũque li duoi lati.a.b.et.a.d. del triãgolo.a.b.d. sono equali alli duoi lati.

d.c.

d.c.& .d.a.del triangolo d.a.c.& l'angolo d.a.b.è equale all'angolo.a.d.c. adunque per la quarta propositione, la basa.a.c.serà equale alla basa.b.d.etiam tutto il triangolo.a.b.d.serà equale a tutto il triangolo.a.c.d.che è il proposito.

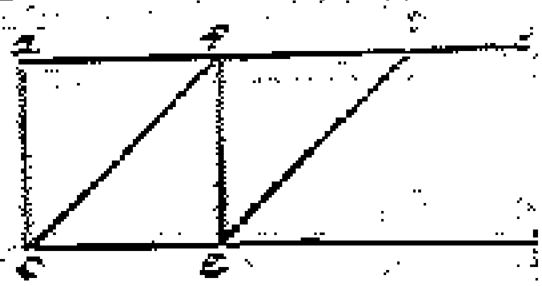
Il Tradottore.

Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta paralellogramma, e le specie di queste figure paralellogrāme, over de lati equidistanti, sono solamente quattro, & queste quattro son quelle che furno diffinite in la uigesima prima diffinitione, cioè il quadrato, il tetragon longo, il rhōbo, et il rhomboide.

Theorema.25. Propositione.35.

35 Tutte le superficie de lati equidistanti constituide sopra una medesi
35 ma basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.

Siano le due linee.a.b. & .c.d.equidistante intra lequale sia la superficie.a.c.f.e.de lati equidistanti, sopra la basa.c.e.& sopra la medesima basa et in tra le medesime linee sia l'altra superficie.g.c.h.e.similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee.a.f.& .g.h.sono equale alla linea.c.e.(per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea.a.f.serà equale alla linea.g.h.dilche leuando, communemente ad ambedue la linea.g.f. remanerà le due linee.a.g.& .f.h.lequale seranno etiam fra loro equale (per la terza concettione) anchora perche (per la precedente) il lato.a.c.è equale al lato f.e. & (per la seconda parte della uigesima nona propositione) l'angolo.h.f.e.è equale al l'angolo.g.a.c.cioè lo estrinsico allo intrinsico a se opposito, dilche li duoi lati.a.c. & .a.g.del triangolo.a.c.g.sono equali alli duoi lati.f.

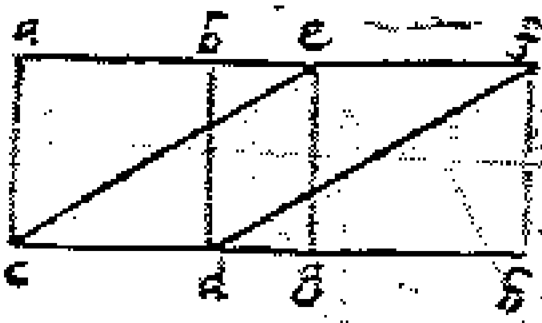


e.& .f.h.del triangolo.f.e.h et l'angolo.c.a.g.dell'uno è equale a l'angolo e.f.h.adonque (per la quarta propositione) il triangolo.a.c.g.serà equale al triāgolo.f.e.h.adonque giongendo a cadauno la irregular figura quadrilatera laquale è.g.c.f.e.(per la prima concettione) la superficie.a.c.f.e.serà equale alla superficie.g.c.h.e.che è il proposito, ma se la linea.c.g.della figura superiore andasse a terminare nel ponto.f.come in questa seconda figura appare.dico anchora che la superficie.f.c.h.e.è equale alla superficie.a.c.f.e.che con la medesima augumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima uia li duoi triāgoli.f.a.c.& .f.e.h.sono fra loro equali.dilche aggiongendo a ciascun il triangolo.f.e.c.la superficie.a.c.f.e.sarà equale alla superficie.f.c.e.h.che è il proposito. Ma se per caso la linea.c.g.della prima figura andasse a terminare intra.f.& .h.come in q̄sta tertia figura appar. Similmente dico che la superficie.g.c.e.h.è equale alla sup

ficie,a.c.f.e.che cosi se dimostrerà perche(per la propositione precedente)arguméntando come de sopra fu fatto,la linea.a.f.serà equale alla linea.g.h.dilche aggionto a l'una e l'altra linea.f.g.serà etiam tutta la linea.a.g.equale a tutta la linea b.f. & per le medesime rason de sopra adutte il triãgolo.a.g.c.serà equal al triãgolo f.e.h.adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo,c,k,e, & detratione poi il triangoletto.g,k,f,da l'uno e dall'altro resterà in ultima la superficie.g.c.h.e.equale alla superficie,a.c.f.e.che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.36.

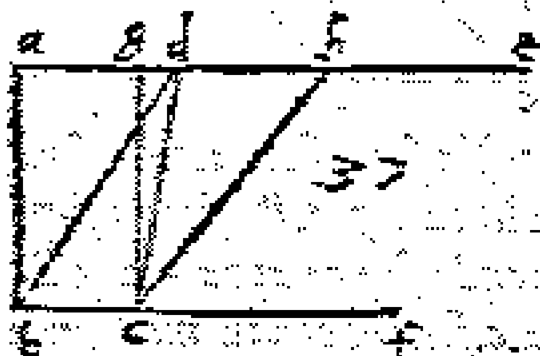
36/36 Tutte le superficie paralellogramme, costituide in base equale, & fra medesime linee paralelle, sono fra loro equale.



Siano adoque le due superficie, a,b,c,d,& ,e,f,g,h, paralellogramme, over de lati equidistanti costituide intra due linee equidistante,lequal son le due linee a.f.& c.h.e sopra equal base,lequal base son.c.d.& g.h.dico che la superficie.a.b.c.d.le necessario che la sia equale alla superficie,e.f.g.h.laqual cosa se approuerà in questo modo,io tirarò le due linee.c.e.& .d.f.donde(per la trigesima tertia propositione)la superficie.c.e.d.f.serà de lati equidistanti,per questa rasone,perche.e.f.è equale,& equidistante al.c.d.perche l'uno e l'altro è equale al.g.h.seguita adõque(per la precedente)che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d.& .e.f.g.h.è equale alla superficie.c.e.d.f.dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale,che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37/37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa fra due medesime linee equidistante sono fra loro equali.

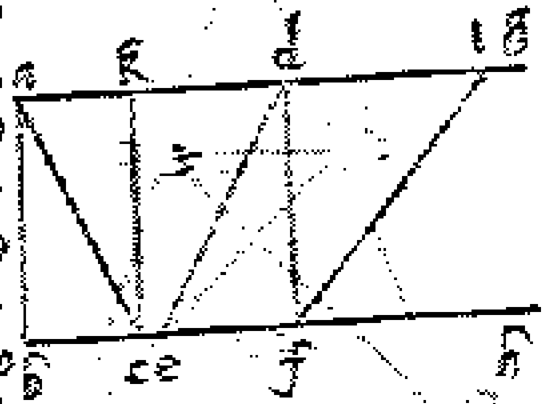


Siano li duoi triãgoli,a,b,c,& .d,b,c,constituidi ambidui sopra la basa,b,c,& fra le due linee.a.e.et.b.f.lequal siano equidistante,hor dico che li detti duoi triãgoli,a,b,c,& .d,b,c,sono fra loro equali,perche tirarò la linea,c,g,equidistante alla linea.b.a.similmẽte la linea,c,h,equidistãte alla linea,b,d,per la dottrina della trigesima prima propositione,et per la trigesima quinta propositione,le due superficie,a,b,c,g,& ,d,b,h,c,seranno equale,& perche li duoi triangoli,a,b,c,& ,d,b,c.sono la mitã de di ciascuna di quelle(per lo correlario della trigesima quarta propositione)adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali(per la settima concettione)che è il proposito.

Theore-

Theorema.28. Propositione.38.

38/38 **Se duoi triangoli seranno cõstituidi sopra base equale,& fra medesi me linee equidistante,seranno fra loro equali.**

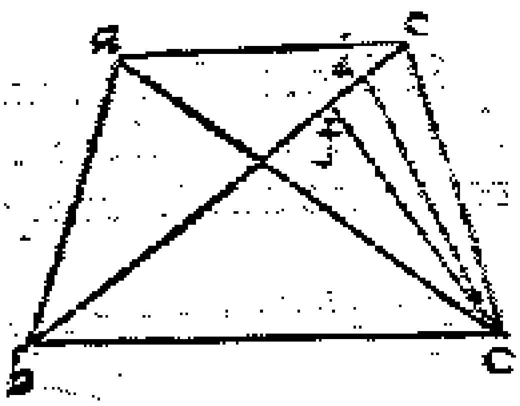


Siano li duo triangoli,a,b,c,& ,d,e,f, cõstituidi sopra le base,b,c,& f,e,equale et fra le linee,a,g,& ,b,h,equidistante,hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea,c,k,equidistante alla linea,a,b,(lato del triangolo,a,b,c,) similmente la linea,f,l,equidistante al lato,e,d,& le due superficie,a,b,c,k,& ,d,e,f,l,seranno equale(per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la mità di ciascuna di quelle(per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche(per commune sentenza) li detti duoi triangoli seranno equali,che è il proposito.

Theorema.29. Propositione.39.

39/39 **Ogni duoi triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa,e da una medesima parte,seranno fra due linee equidistante.**

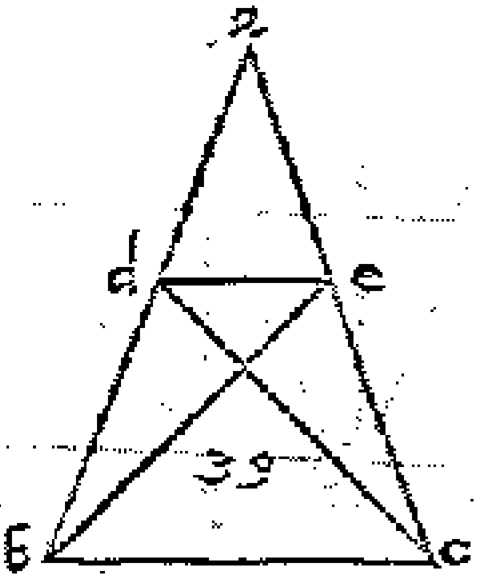
Siano li duoi triãgoli,a,b,c,& ,d,b,c,cõstituidi sopra la basa,b,c,da una medesima parte,& siano equali.Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante.Questo è il converso della trigesima settima. Dal ponto,a,tirarò una linea equidistante alla basa,b,c,laquale se quella transirà,per il ponto,d,è manifesto il proposito. Se non quella transirà di sopra,over di sotto,transisca prima di sopra, & sia la,a,e,& produrò la linea,b,d, per fina a tanto che seghi la linea,a,e,in ponto,e,& tirarò la linea,e,c. Et perche il triangolo,e,b,c,è equale al triangolo a,b,c,(& per la trigesima settima propositione)



Etiam lo triangolo d,b,c,fu posto equale al ditto triangolo,a,b,c. Adonque(per la prima concettione) lo triangolo,b,d,c,serà equale al triangolo,b,e,c,laqual cosa è impossibile,che la parte sia equale al tutto(per l'ultima concettione)dilche tirando dal ponto,a,una linea equidistante alla basa,b,c,nõ puotrà transire di sopra dal ponto,d. Anchora dico che non pertransirà di sotto dal ditto ponto,d,et se pur fusse possibile(per l'aduersario)ponisemo sia la linea,a,f,segante la linea,d,b,in ponto,f,io tirarò adonque la linea,f,c,e perche il triãgolo.f,b,c,(per la trigesima settima propositione)si è equale al triangolo,a,b,c,similmẽte il triangolo d,b,c,fu posto equale al ditto triangolo,a,b,c,donde(per la prima cõcettione)il triãgolo,b,f,c,seria equale al triãgolo,d,b,c,cioè la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonq; perche la linea protratta

E 2 dal

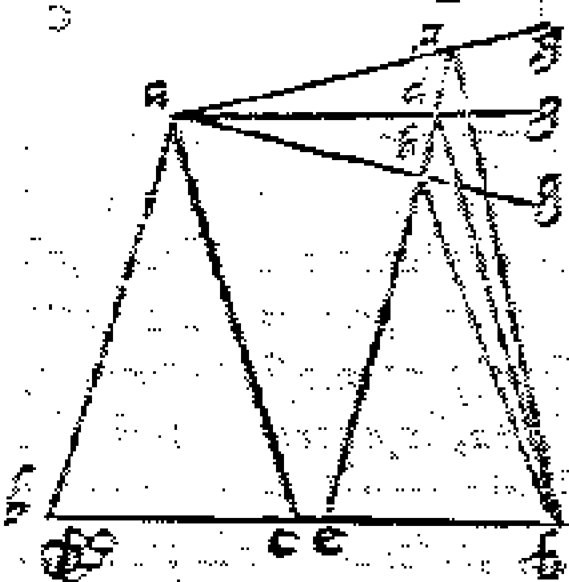
dal ponto.a. equidistante alla basa.b.c.non puo transire,ne di sopra,ne di sotto, dallo ponto.d.seguita de necessitade,che quella transisca per esso ponto d.ilquale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla precedente ci manifesta che se una linea retta segarà li duoi lati d'un triãgolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laquale cosa se dimostrarà in questo modo, sia il triangolo.a.b.c.che li duoi lati.a.b.et.a.c.di quello siano segati dalla linea.d.e.in due parti equale nelli duoi ponti,d.& e. Dico che la linea.d.e. si è equidistãte al. b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero d.e.b.c.li duoi diametri.d.c.& b.e. hor dico che'l triãgolo.d.e.b.per la trigesima ottaua propositione, serà equale al triangolo.a.d.e. perche sono sopra due base equale,perche la.d.b,è equale alla.d.a.dal presupposito e ciascun di loro termina nel ponto.e.dal qual se puo tirar una linea che serà equidistante alla basa ouer linea.b.a.per la trigesima prima propositione,dilche se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante,abenche la linea non gli sia tirata anchora per le medesime ragione il triangolo.c.e.d.serà equale al medesimo triãgolo.a.d.e.dilche per la prima concettione,il triangolo.d.e.b. serà equale al triangolo.d.e.c.liquali sono cõstituidi sopra la medesima basa.d.e. donde per la presente trigesima nona propositione,seranno fra due linee equidistante, adonque la linea, d.e.è equidistante alla linea.b.c.che è il proposito.



Theorema.30. Propositione. 40.

40 Se duoi triãgoli equali seranno cõstituidi sopra equal base d'una me
40 desima linea,& da una medesima parte egli è necessario quelli esser cõ
tenuti fra due linee equidistante.

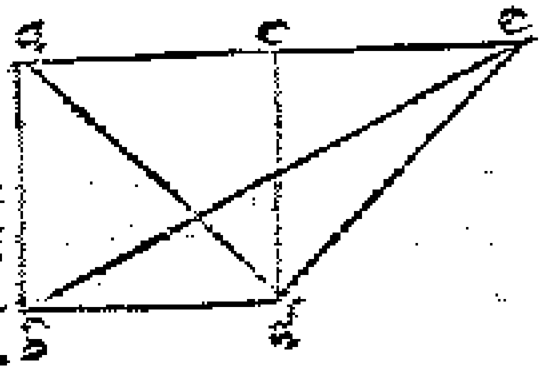
Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.e.f. equali constituidi sopra le due base.b.c.& e.f.equale,lequal base sono d'una medesima linea,cioè b.f. & ambidui da una parte medesima,cioè verso.a.& d.dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistãte,e questa è il conuerso della trigesima ottaua,et se approua per quella medesima si come etiã la precedente per la trigesima settima, dal põto.a.sia tirata una linea equidistãte alla.b.f.laquale se la trãsirà per il ponto.d.è manifesto il proposito,se nõ quella se la trãsirà di sopra,ouer di sotto come la.a.g.transisca prima di sopra,& sia produtta la.e.d.per fina a quella laqual sia.e.g.& sia tirata la linea. g.f.& per la trigesima ottaua, il triangolo. a. b. c. serà equale al triangolo. g. e. f. per la qual cosa il triangolo.d. e.f.

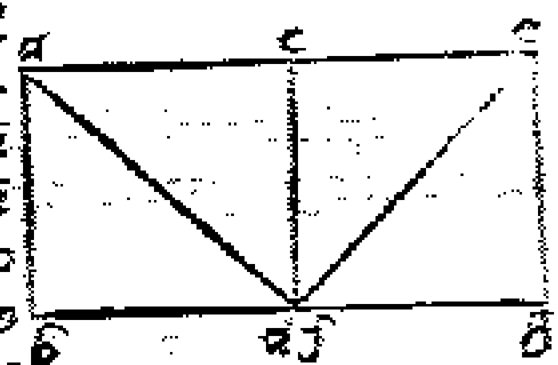


e.f. serà equale allo triangolo.g.e.f. cioè, la parte seria equale al tutto, laqual cosa è impossibile, adonque non transirà di sopra, transisca adunque di sotto, & seghi la linea.d.e. in ponto.h. & sia dutta la linea.f.h. & per la trigesimaottaua il triangolo.h.e.f. serà equale al triangolo.a.h.c. per laqual cosa serà etiam equale al triangolo.d.e.f. cioè la parte al tutto, laqual cosa è impossibile. adonque perche quella non transirà se non per il ponto.d. è manifesto il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

Se uno paralellogrammo, & uno triangolo seranno constituidi in
41/41 una medesima basa, & in medeme linee equidistante, el paralellogrammo conuien esser doppio al triangolo.





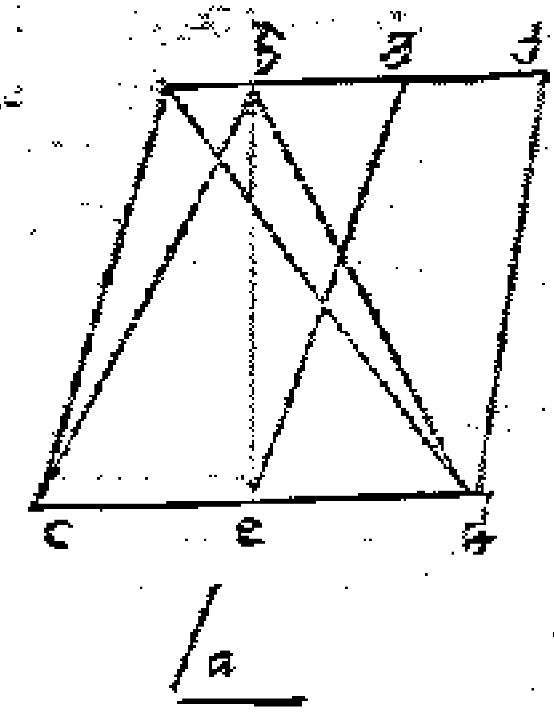
Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo triangolo.e.b.d. sopra la basa.d. fra le due linee.a.e. & .b.d. lequale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo.a.b.c.d. è doppio al triangolo.e.b.d. & per questo io tirarò il diametro.a.d. ilquale diuide il detto paralellogrāmo in due parte equale, per lo correllario della trigesima quarta propositione, adunque il triangolo.a.b.d. serà la mittade del ditto paralellogrammo, & perche'l triāgolo.e.b.d. è equale al triangolo.a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adōque che'l triāgolo.e.b.d. sia etiam lui la mità del ditto paralellogrāmo.a.b.c.d. che è il proposito. Similmente tu potrai approuare che se un paralellogrammo & uno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante, il paralellogrammo serà etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha posto, perche leggiermente è manifesta da questa precedente, & dal correlario della trigesima quarta, & per la trigesima ottaua. Diuiso il paralellogrammo, per il diametro in duoi triangoli, & sopra la basa del paralellogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, alquale il paralellogrammo serà doppio per il detto correlario, & esso triangolo serà equale all'altro, per la trigesimaottaua.

Problema.11. Propositione.42.

Puotemo designar una superficie de lati equidistanti, in un'angolo
42/42 equale a un'angolo assignato, & ch'essa superficie sia equale a un triangolo assignato.

Sia lo assignato angolo.a. & lo assignato triangolo.b.c.d. voglio descriuere una superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo, b.c.d. & che duoi di suoi angoli contrapositi siano equali, all'angolo, a, perche la non puo hauer uno angolo solo equale al l'angolo. a. (per la trigesima quarta propositione) diuido la basa. c.d. in due parti equale, per la decima propositione in ponto.

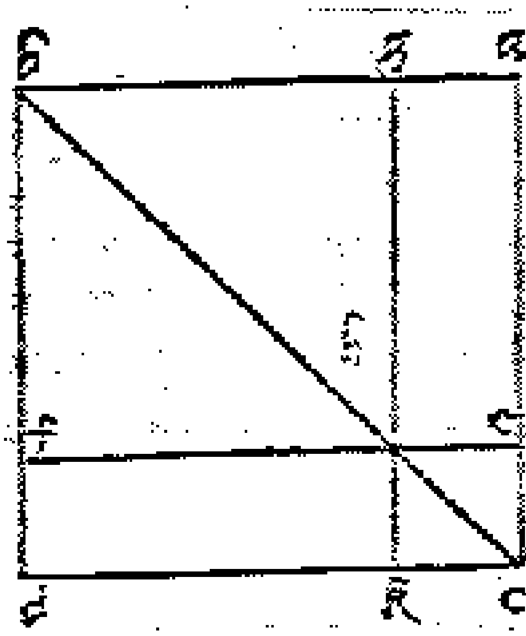
 e.tiro



e tiro la linea.b.e. & dal põto.b.condurò la linea.b.f. equidistante alla linea.c.d. & sopra il ponto.e.della linea.d.e.constituisco l'angolo.d.e.g.equale a l'ãgolo.a. (per la uigesima tertia propositione) e dal ponto.d.tiro la linea.d.f.equidistante alla linea.e.g.e.serà constituido il paralellogrammo.g.e.f.d.ilquale contiene in se tutte le cose adimandate, perche il triangolo,b,c,e, è equale al triangolo.b.e.d.per la trigesima ottaua propositione,per esser la.c.e.equale alla e.d.adonque tutto il triangolo,b.c.d.uerà a esser doppio al triangolo.b.e.d.ma perche il paralellogrammo.g.e.f.d.è ancora lui doppio al medesimo triangolo.b.e.d. per la precedẽte,perche ambidui sono sopra la basa.d.e. & in medesime linee equidistante,seguita adonque per la sesta concettione, che'l ditto paralellogrammo sia equale al triangolo.b.c.d.per esser ciascun di loro doppi al triangolo.b.e.d.dilche hauemo descritto il paralellogrammo.g.e.f.d.equale al triangolo.b.c.d.assignato, & l'uno et l'altro de duoi angoli.g.e,d,& f.g,di quello contraposti sono equali all'angolo.a.assignato, che è il proposito.

Speculatione.32. Propositione.43.

43 Li supplementi di quelli paralellogrammi che sono attorno del diametro di ogni paralellogrammo sono fra loro equali. 43



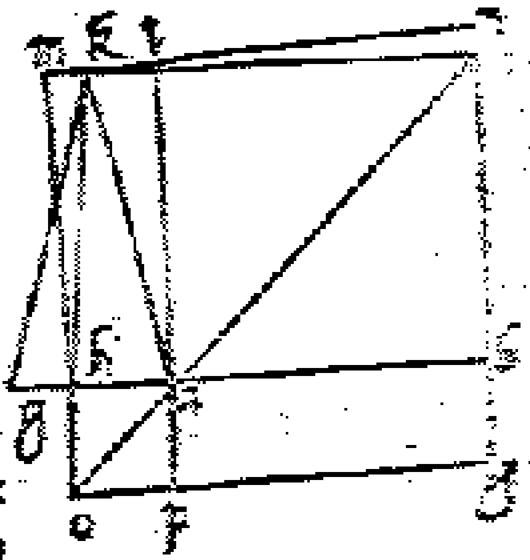
Sia il paralellogrammo,a,b,c,d,in lo quale tiro lo diametro,b,c,e finalmente tiro la linea,e,f,equidistante a l'uno & l'altro delli duoi lati,a,b,& c.d. laquale sega il diametro,b,c,in ponto,h,dal quale ponto,h,duco la linea.k.g.equidistante a l'un e l'altro lato,a.c,et b,d,talmente che quella sega l'uno & l'altro delli predetti lati,a,b,et,c,d,dilche tutto lo paralellogrammo,a,b,c,d,serà diuiso in quattro paralellogrãmi,cioè,a,g,h,e,g,b,h,f,e,h,c,k: & ,h,k,f,d, delli quali li duoi (cioè,e,c,k,h, & ,g,b,h,f.) sono detti stare attorno il diametro,b,c,perche quello transisse per mezzo di loro, e però sono attorno il diametro, li altri duoi paralellogrammi,cioè,a,e,g,h,& K,h,f,d,sono detti supplementi,& questi duoi supplementi sono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli, a,b,c,& ,c,d,b, sono equali per il corelario della trigesimaquarta. Similmente ancora li duoi triangoli,g,b,h,& f,h,b,sono equali (per lo medesimo corelario della trigesima quarta propositione) & li duoi triangoli,h,e,c,& ,k,h,c. Similmente sono equali per lo medesimo corelario. Adonque leuando uia li duoi triangoli,g,b,h,et,e,h,c,de tutto il triangolo,a,b,c,e finalmente li duoi triangoli,b,f,h,& K,c,h, de tutto il triã

golo,

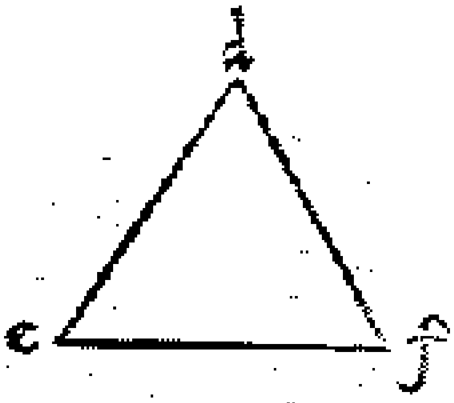
*golo,h,c,d,seranno li duoi residui,per la tertia concettione,anchora fra loro equa-
li,li quali residui sono li detti duoi supplementi,che è il proposito.*

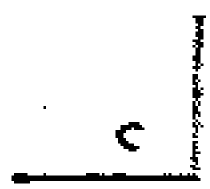
Problema.12. Propositione.44.

44/44 Proposta una linea retta,sopra quella puotemo designare una super
ficie de lati equidistanti,in uno angolo dato, & che sia superficie sia e-
quale à uno triangolo assignato.



*Sia la data linea,a,b,& il dato angolo,c,& lo da-
to triangolo,d,e,f, hor voglio sopra la linea,a,b, desi-
gnarli una superficie de lati equidistanti,talmente che
la detta linea,a,b,sia un di lati di quella, & che l'uno
e l'altro de duoi angoli contraposti sieno equali all'an
golo,c,dato, perche la non puo hauer un'angolo solo e-
quale all'angolo,c,per la trigesima quarta propositio-
ne,& che tutta la predetta superficie sia equale al triã-
golo,d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla
quadragesima seconda in questo,che qui si da uno lato
della superficie che se ha da descriuere: cioè la linea,a,
b,ma in la detta quadragesima secõda nõ se ne da niu
no,quando adonque uorrò descriuerò questa tal super
ficie sopra la detta linea,a,b,gli aggiongo la linea,a,g,
ad essa linea,a,b,in diretto a quella laqual pongo equa
le alla basa,e,f,del triãgolo dato,sopra dellaquale li-
nea,a,g,constituisco uno triãgolo equale al dato triã-
golo,d,e,f,et equilatero, laqual cosa faccio i questo mo
do,constituisco l'angolo,a,g,K,equale all'angolo,e, &
l'ãgolo,g,a,k,equal all'angolo,f,(per la dottrina del-
la uigesima tertia propositione)& perche la basa g.a.*



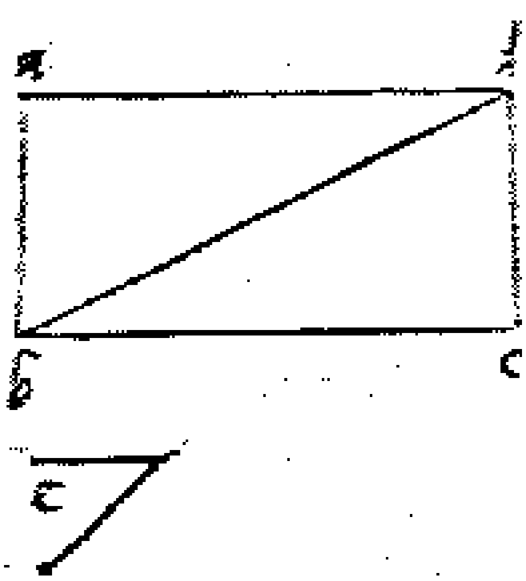


*fu posta equale alla basa,e,f,adonque il triangolo,g,a,k,per la uigesima sesta pro-
positione, serà equale,& equilatero al triangolo,d,e,f,hor diuiderò la basa,g,a,in
due parti equale in lo ponto,h,e tirarò la linea,K,h,& dal ponto,K,produrò la li-
nea,m.k.n.equidistante alla linea.g.b. & per la trigesima ottaua propositione , il
triangolo,a,h,K,serà equale al triangolo,g,h,K,hor sopra il ponto,a,con la linea,
g,a,farò l'angolo,g,a,l,equale all'angolo,c,dato per la uigesima tertia propositio-
ne,& dal ponto,h,produrò,h,m,equidistante al,l,a. & serà cõstituido il paralello
grammo,m,h,l,a,fra le due linee,m,n,& ,g,b, ilqual paralellogrammo,m,h,l,a,
per la quadragesima prima propositione , serà doppio al triangolo, K,h,a,per la-
qualcosa serà etiam equale a tutto il triangolo,k.g.a.& similmente,al triangolo,
d,e.f,proposto(per la prima concettione) tirarò adunque la linea,b,n,equidistan-
te alla linea,l,a,per la trigesima prima propositione,constituendo il paralellogram
mo,l,a,n,b. Anchora produco il diametro,n,a,ilquale tiro per fina a tanto che'l*

concorra con la linea,m,b, anchora lei protratta in ponto,o.ilqual concorso approuaremo in fin di questa propositione, & dal ponto,o,tiro la linea,o,q, equidistante alla linea,h,b, & produco la linea,n,b,fina che la si intersegha con la linea,o,p, come fa in ponto q. & serà constituido il parallelogrammo,m,o,n,q,hora slongarò la linea,l,a,per fin al ponto,p. dilche tutto il grãde parallelogrammo serà diuiso in li quattro parallelogrammi,l,a,n,b,l,a,m,b,a,h,o,p,a,p,b,q.delli quali li duoi,l,a,n,b, & h,o,a,p,sono attorno al diametro,n,o,li altri duoi,m,b,l,a, & a,p.b,q.sono detti supplementi, liquali per la precedente propositione sono equali, & perche il triangolo,d,e,f,come di sopra fu dimostrato,si è anchora lui equale supplemento.m.b.l.a.serà etiam (per la prima concettione) equale all'altro supplemento.a.b.p.q.ilquale è cõstituido sopra la data linea.a.b. E perche l'ãgolo.b.a.p.per la quintadecima propositione, si è equale all'angolo.l.a.h.et l'angolo.c.dato si è equal al detto angolo.l.a.h.(perche cosi fu cõstituido)seguita adonque per la prima concettione, che l'angolo,b,a.p,sia equal al.c.dato. Eglè adonque manifesto,che sopra la linea,a,b,datta essergli descritta la superficie de lati equidistanti,a,b,p,q, equale al dato triangolo.d.e.f. & l'uno e l'altro di duoi angoli a,q,(contrapositi di quella) sono equali al dato angolo,c,come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producendo le due linee n.a. & ,m.b.è necessario che se congiongano, come fu di sopra promesso,hor perche le due linee.n.b.&.m.b.l'una e l'altra è equidistante alla linea.l.a.seranno etiam per la trigesima propositione,fra loro equidistãte, & per la tertia parte della vigesimanona, li duoi angoli.m.n.b.& n.m.b.son equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo.l.n.a.è menor de tutto l'angolo.m.n.b.per l'ultima concettione,adonque li dui angoli.n.m.b.& .m.n.a.gionti insieme seran minori di duoi angoli,retti,seguita adõque,per la quarta cõcettione, che slõgarò le due linee.n.a.m.b.in quella parte l'è necessario che cõcorra insieme,laqual cosa era da demostrare.

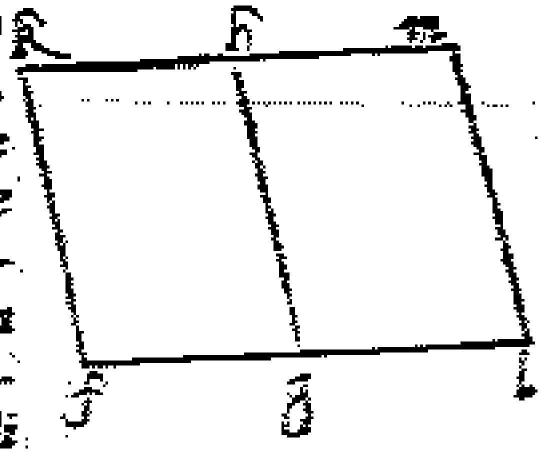
Problema.13. Propositione.45.

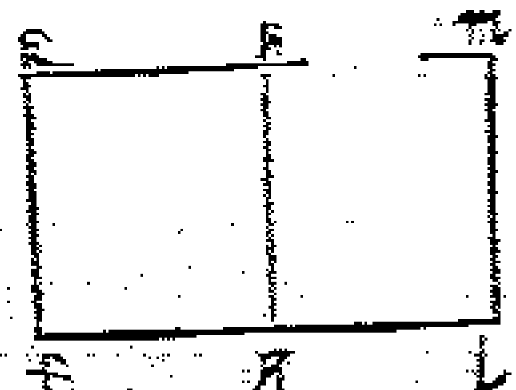
o 45 Puoremo cõstituir un Parallelogrammo,equal a un datto rettilineo in un dato angolo rettilineo.



Siano il dato rettilineo,a,b,c,d, & lo dato angolo rettilineo,sia.e,hor bisogna costruere uno parallelogrãmo equal al predetto rettilineo,a,b,c,d,ma che sia cosi condutionato che habbiamo uno angolo equale allo angolo.e.ma perche lui non ne puo hauere uno sẽza duoi cioè duoi contrapositi, per la trigesima quarta propositione, diremo adonque che habbia duoi angoli contrapositi equali al ditto angolo,e,& per concludere questa cosa farò in questo modo,tiro la linea,d,b,diuidẽdo il detto rettilineo in li duoi triangoli,a,b,d,& ,d,b,c, poi per la quadragesima seconda propositione,construisco il parallelogrammo,f,k,h.g.equale al triangolo,a,b,d,hauente l'angolo.h.K.f.equale al dato angolo.e.&

sopra la linea, ouer lato, h, g, per la precedente propositione, constituisco il paralellogrammo, h, g, m, l, equale all'altro triangolo, d, b, c, hauente l'angolo, m, h, g, equale al predetto angolo. e. dato. Et perche li duoi angoli. f. k. h. & h. m. h. g. a uno per uno sono stati cõstituidi equali all'angolo. e. dato, dilche per la prima concettione, seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciascun di loro l'angolo. g. h. k. per la seconda concettione, li duoi angoli. f. k. h. & g. h. k. seranno etiam equali alli duoi angoli. g. h. k. g. h. m. ma perche li duoi angoli. f. k. h. & k. h. g. per la tertia parte della uigesima nona propositione sono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque. k. h. g. & g. h. m. seranno etiam equali a duoi ãgoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea. k. h. & la linea. h. m. stano direttamente congiõte insieme et stiano insieme una sol linea. che seria la linea. k. m. hor perche in le due linee. k. m. & f. g. (le quale sono equidistante) sono segate dalla linea. h. g. li duoi angoli. h. g. f. & m. h. g. alterni sono equali (per la prima parte della uigesimanona propositione) giongendoli communemento, all'uno e l'altro, l'angolo. h. g. l. li duoi angoli adonque. m. h. g. & h. g. l. sono equali alli duoi angoli h. g. f. et. h. g. l. (per la prima cõcettione) et li duoi angoli. m. h. g. et. h. g. l. p la tertia parte della ditta uigesimanona Propositione, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli. h. g. l. et. h. g. f. stiano equali a duoi angoli retti: dilche le due linee. f. g. & g. l. sono indirette congionte, per la quarta decima propositione, et sono fatte una sol linea, che è la linea. f. l. Ma perche. f. k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla. h. g. etiam equidistante, similmente. m. l. è equale, et equidistãte alla medesima. h. g. (per la trigesima propositione) f. k. & m. l. seranno etiam fra loro equale & equidistante, et le due linee. k. m. f. et. f. l. che le cõgiongano. (per la tregesimaterza propositione) sono equale, & equidistante. Adonque tutto. k. f. m. l. è paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo. k. f. h. g. fu constituido equale al triangolo. a. b. d. & similmente il paralellogrammo. h. g. m. l. al triangolo. d. b. c. Adonque tutto il paralellogrammo. k. f. m. l. serà equale a tutto il rettilineo. a. b. c. d. & perche l'angolo. k. fu constituido equale all'angolo. e. dato, dilche hauemo constituido il paralellogrammo. k. f. m. l. equale al dato rettilineo. a. b. c. d. etiam l'angolo. k. equal al dato angolo. e. che è il proposito.





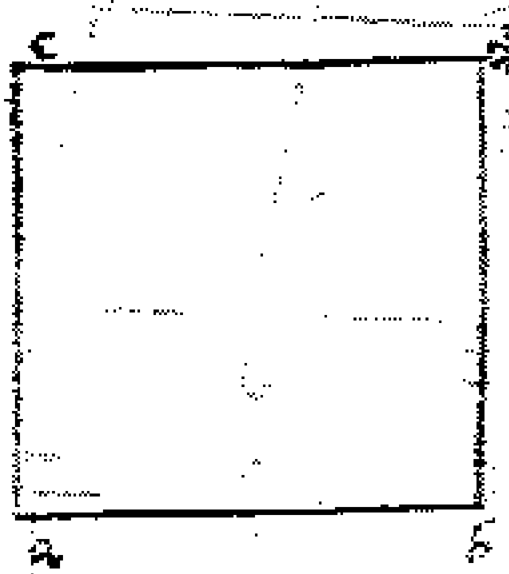
Il Tradottore.

Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a, b, c, d, puo essere contenuto da linee equidistante, & non equidistante, etiam de piu di quattro lati, perche questo nome rettilineo, è un nome generale, sotto alquale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l datto rettilineo fusse contenuto da cinque

cinque lati quello se douria risoluere in tre triangoli, & procedere come se fatto di sopra, cioè sopra la linea.l.m. cōstrueria il terzo triangolo (per la quadragesima quarta) & cosi se andaria procedendo quando che'l ditto rettilineo fusse contenuto da piu de cinque lati.

Problema. 14. Propositione. 46.

45/46 Da una data retta linea puotemo descriuere un quadrato.

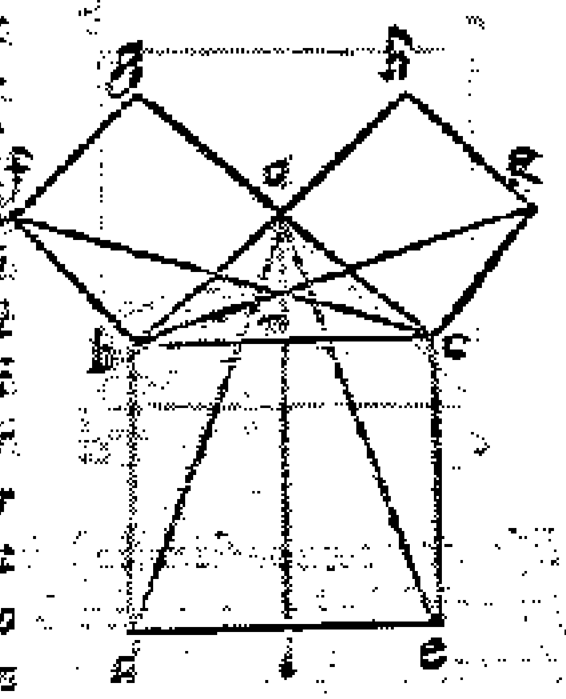


Sia la data retta linea.a.b. dellaquale voglio descriuere il quadrato dalle due estremità, ouer ponti.a. & b. della detta linea.a.b. per la undecima propositione, duco le due perpendicolare.a.c. & b.d. sopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della uigesima ottaua propositione, sono equidistante, perche li duoi angoli.a. & b. intrinsici sono ambidui retti (per la diffinitione ottaua.) hor facio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propositione, equale alla medesima linea.a.b. poi tiro la linea.c.d. laqual serà ancor lei equale & equidistante alla linea.a.b. (per la trigesima tertia propositione) & perche li duoi angoli.a. & b. sono retti, l'uno e l'altro delli altri duoi angoli.c. & d. seranno etiam retti (per la ultima parte della uigesima nona propositione, ouer per la trigesima quarta propositione) adonque per la uigesima diffinitione.a.b.c.d. è quadrato che è il proposito. Anchora se poteua far in quest'altro modo, protratta che sia la linea.a.c. indefinita perpendicolare sopra.a.b. in ponto.a. & tagliata che sia la parte.a.c. (per la tertia propositione) equale alla ditta linea.a.b. tirando poi dal detto ponto.c. la linea indefinita.c.d. che sia equidistante alla linea.a.b. per la trigesima prima propositione, & di quella segarne la parte.c.d. (per la tertia propositione) equale alla linea.a.c. ouer.a.b. poi sia congionto il ponto.d. con lo pōto.b. con la linea.d.b. laquale per la trigesima tertia propositione, serà equale alla linea.a.c. etiam equidistante, & tutti li angoli sono retti (per la trigesima quarta propositione) adonque la detta figura.a.b.c.d. si è quadrato, per la uigesima diffinitione che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettāgolo, lo quadrato, che uien descritto dal lato opposito all'angolo retto, dutto in se medesimo, è equale alli duoi quadrati che uengono descritti delli altri duoi lati.

Sia il triangolo.a.b.c. dilquale l'angolo.a. sia retto, dico che'l quadrato del lato b.c. è equal al quadrato del.a.b. & al quadrato del.a.c. tolti insieme adōque quadrarò questi lati secondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del.b.c. sia la superficie.b.c.d.e. & per il quadrato del.b.a. la superficie b.f.g.a. & per il quadrato

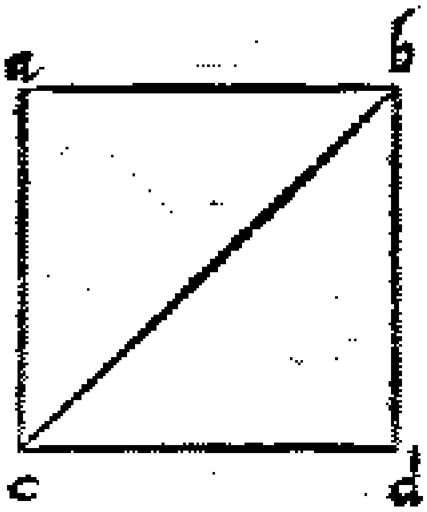


drato del.a.c. la superficie.c.h.k. replico adonque & dico che il quadrato.b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati.a.b.f.g.et.a.c.k.h. gionti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto.a. produrò alla basa.d.e. del gran quadrato tre linee, cioè la linea.a.l. equidistante al l'uno e l'altro lato.b.d.et.c.e. laqual segha il lato.b.c. in ponto.m. et la linea.a.e. & la linea.a.d. Anchora del li altri duoi angoli.b. & .c. tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k.et.c.f. lequale se intersegan fra loro dentro lo medesimo triangolo.a.b.c. E perche l'una e l'altra delli duoi angoli.b.a.c.et.b.a.g. è retto seranno adonque le due linee.c.a. & .a.g. in diretto congiunte, per la quarta decima propositione, & seranno una linea sola, ch'è la linea.g.c. e per le medesime ragioni le due linee.b.a. & .a.h. seranno pur una sol linea, cioè la linea.b.h. perche li duoi angoli.c.a.b. & .c.a.h. son retti, perche adonque sopra la basa.b.f. et fra le due linee.f.b. et.g.c. è constituido il parallelogrammo, over quadrato.b.f.g.a. & il triangolo.b.c.f. per la.41. il parallelogrammo.b.f.g.a. serà doppio al ditto triangolo.b.f.c. & il triangolo.b.f.c. è equale al triangolo.b.a.d. per la quarta propositione, perche li duoi lati, f, b, & , b, c, del primo son equali alli duoi lati, a, b, & , b, d, del secondo, perche, b, f, & , b, a, ciascuno è lato del quadro.b.f.g.a. però son equali, similmente, li altri duoi, cioè, b, c, & , b, d, ciascuno è lato del gran quadrato, b, d, c, e, & per questo son anchora lor equali & l'angolo, b, del primo è equale all'angolo, b, del secondo perche l'uno è l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo, a, b, c, seguita adonque, per la detta quarta propositione, che'l ditto triangolo.b.f.c. sia equal al ditto triangolo b, a, d, & perche il quadrato, b, f, g, a, è doppio (come è detto di sopra, al triangolo, b, f, c,) serà etiam doppio (per commune sientia) al triangolo.b.a.d. Ma perche il parallelogrammo, b, d, l, m, è anchora lui doppio al medesimo triangolo, a, b, d, (per la quadragesima prima propositione) perche ambiduoi son constituti sopra la basa, b, d, & fra le due linee, b, d, & , a, l, equidistante, seguita adonque, per la sesta concettione, che'l parallelogrammo.b.f.g.a. sia equale al parallelogrammo.b.d.l.m. per esser ciascun di loro doppio al triangolo.a.b.d. Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione prouaremo che li duoi triangoli.k.b.c, & , a, e, c, sono equal fra loro, & lo parallelogrammo over quadrato, a, c, h, k, è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il parallelogrammo.c.e.l.m. serà pur doppio a qual si voglia, seguiterà poi come di sopra, che'l parallelogrammo, c.e.l.m. serà equal al quadrato.a.c.k.h. dilche tutto il quadrato grande.b.c.d.e. per esser composto delli predetti duoi parallelogrammi.b.d.l.m.et.c.e.l.m. serà equale ad ambiduoi li predetti quadrati insieme gionti, che è il proposito.

Il Tradottore.

Da questa propositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascuno quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, verbi gratia, sia il quadrato a, b,

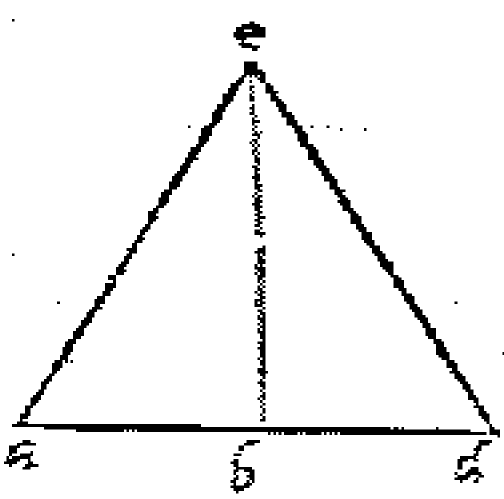
c.d.



c,d,nelqual tiro il diametro,a,d,hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a,d,per la precedente,serà doppio al quadrato descritto sopra la costa ouer lato,a,c,ouer sopra un delli altri tre lati,laqual cosa si dimostrerà in questo modo,perche il lato,a,c,è equal al lato,c,d.p la diffinitione del quadrato,& similmẽte l'angolo c,è retto adonque(per la presente propositione) il quadrato del lato,a,d,del triangolo,a,d,c,per esser opposito all'angolo.c.che retto serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati,a,c,et,c,d,liquali duoi quadrati serãno equali(per commune scientia) dilche essendo equale ad ambiduoi insieme (per cõmune scientia)serà doppia a un sol di quelli,perche uno uien a esser la mittà della summa de tutti duoi,per esser equali l'uno all'altro,e questo è quello che uuol inferire.

Theorema.34. Propositione.48.

47/47 Se il quadrato,che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che uengon descritti dalli dui restanti lati,l'angolo alqual è opposito quel tal lato è retto.



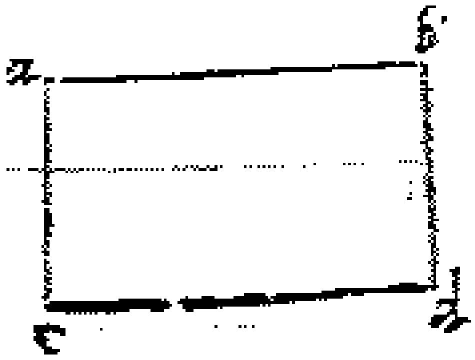
Sia il triangolo.a.b.c.& sia il quadrato del lato.a.c.equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b.et.b.c.insieme gionti. Dico che l'angolo.b.(alqual si oppone il detto lato.a.c.)è retto. E questa è il conuerso della precedente. Dal põto.b.tiro la linea.b.d.per la undecima propositione,perpendicolare alla linea.b.c. e põgo quella equale alla linea.a.b.& produco la linea.c.d. Et perche l'angolo.d.b.c.è retto,il quadrato adonque del lato c.d.serà equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b.&.b.d.& perche.b.d.fu posta equale al.b.a.li loro quadrati(per commune scientia)seranno equali,perche sopra linee equale se descriueno quadrati equali,hor giongendo communamente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b. due summe serãno equale,per la prima concettione,& perche una de queste due summe serà equale al quadrato della.a.c.l'altra serà equale al quadrato della.d.c. Adonque li quadrati delle due,a,c,&.d.c.seranno equali,& perche li quadrati equali sono contenuti de linee equale, per commune scientia,adonque la linea.a.c.serà equale alla linea.d.c.dil che li tre lati.a.b.a,c,&.c.b,del triangolo,a,b,c,sono equali alli tre lati.b.d,b,c,et c.d,del triangolo,d,b,c,seguita adonque,per l'ottaua propositione che l'angolo,a,b,c,sia equale all'angolo,d,b,c,et perche l'angolo,d,b,c,è retto,serà etiam retto l'angolo.a.b.c.che è il proposito.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

LIBRO SECONDO DI EVCLIDE.

1 Ogni parallelogrammo rettangolo è detto contenersi sotto alle due
1 linee che circondano l'angolo retto.

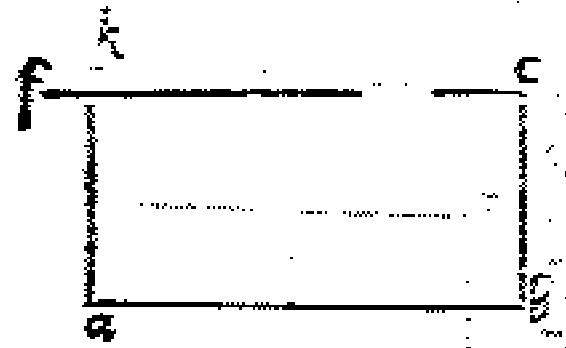
Parallelogrāmo rettāgolo.



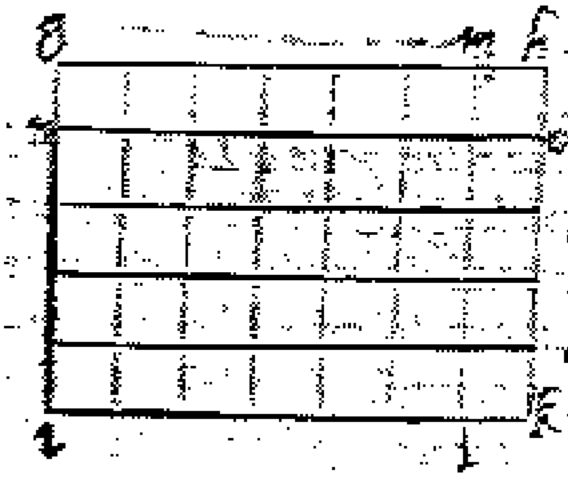
PER intelligentia di questa diffinitione, bisogna notare qualmē te le specie principale di parallelogrammi sono due, cioè rettangolo, & non rettāgolo: il rettāgolo è quello che ha tutti li suoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che sia retto, e l'una e l'altra di queste due specie si divide in due altre specie. Le specie del rettangolo, l'una è il quadrato, & l'altra è il tetragon longo, & le specie del parallelogrammo non rettangolo l'una è il rhombo, & l'altra è il rhomboide, & tutte queste specie furno diffinite in la vigesima prima diffinitione del primo, hor tornando a proposito. L'auttor per maggior nostra instruttione, et intelligētia delle cose che seguita, in questa diffinitione ci advertisse qualmente il parallelogrāmo rettangolo è detto contenersi sotto a due di quelle linee che comprendono uno di suoi quattro angoli retti: & acciò che meglio me intendi, sia il parallelogrāmo .a.b.c.d. e sia rettangolo, dico che questo tal parallelogrammo, & altri simili, se dirà essere contenuto sotto alle due linee .a.b. & .a.c. che comprendono l'angolo .a. per retto, lequale sono par equale alle altre due opposite a quelle, per la trigesima quarta del primo. Et questa diffinitione, over supposition deriva da questo. Perche la quantità di ogni figura superficiale, ò sia rettangola, o non rettangola, parallelogramma o nō parallelogrāma, sempre se apprende, over conosce la sua quantità per mezzo della quātità della sua vera longhezza, & larghezza, & sua vera longhezza, & larghezza non è sempre equale a quelle due linee che circondano, over comprendano l'uno di suoi quattro angoli, salvo che nella figura parallelogramma rettangola, essempli gratia, la quantità della vera longhezza del proposito parallelogrammo rettangolo .a.b.c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee .a.b. over .c.d. & la quantità della sua vera larghezza è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee .a.c. over .d.b. laqual cosa non seguita nelli altri parallelogrammi non rettangoli cioè nel rhombo, over nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, over del rhomboide, over d'altra figura, non se equaliza l'una alla quantità della sua vera longhezza & l'altra alla quantità della sua vera larghezza, si come nel parallelogrammo rettangolo è detto, e però non se dice, ne si puo dire rhombo, over il rhomboide, over altra figura non rettangola sia contenuta sotto ad alcune due di quelle linee, che contengono alcuno di suoi angoli, come nel parallelogrammo rettangolo è detto.

Ancho-

Anchora bisogna notare che questo per allelogrammo rettãgolo si costuma à nominarlo sotto molti altri diversi nomi, ouer parlari. E per essempio, sia le due linee, a.b. & .b.c. dico che tanto significa ouer importa a dire.

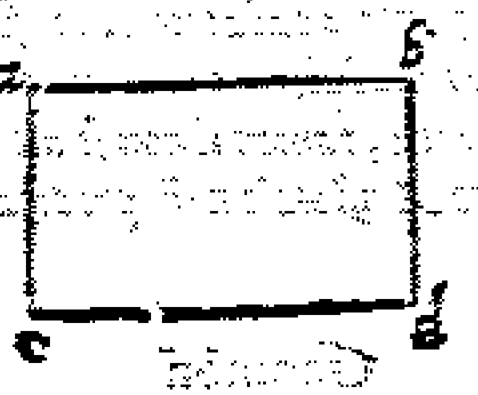


Quello che uien fatto del dutto della .a.b. in la .b.c.
Et rettangolo della .a.b. in la .b.c.
El produtto che uiẽ fatto del dutto della .a.b. ĩ la .b.c.
La moltiplicatione della .a.b. in la .b.c.
Quello che è contenuto sotto della, a, b, & .b, c.
La superficie rettangola contenuta sotto la .a.b. et .b.c.



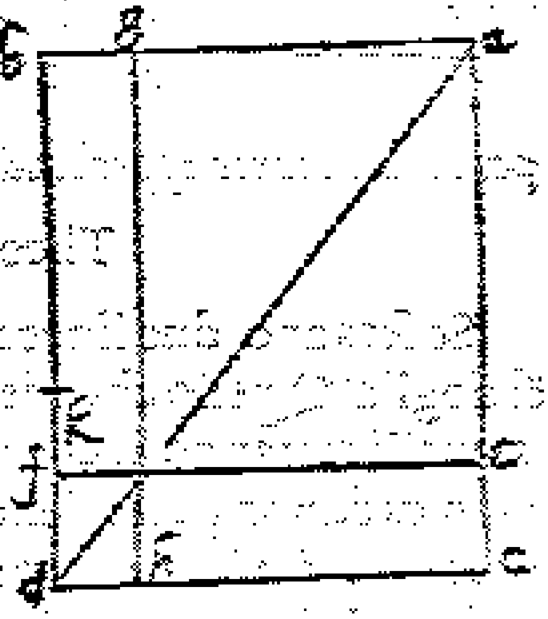
Quanto che è a dire il parallelogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, ouer contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la .b.c. orthogonalmente sopra l'una delle estremità della .a.b. poniamo in ponto .b. et dal ponto .c. tirare la linea, c, f, equidistãte alla, a, b, et dal ponto .a. tirare la linea, a, d, equidistante alla, c, b, laqual se intersega con la .c.f. in ponto, d, & serà compito il parallelogrammo rettangolo .a.b.c.d. cõtenuto sotto le dette due linee .a.b. et .b.c. (o per dir meglio sotto di due altre equale a quelle,) & se le dette due linee fusser note per numero il qual che famosa misura, etiam il detto parallelogrammo seria noto per numero: essempli gratia, se la linea, a, b fusse otto piedi di longhezza, & la, b, c, ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto parallelogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioè quaranta quadretti un piede per fazza, et questo quaranta nasce dalla moltiplication della .b.c. fia la, a, b, cioè de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni parallelogrammo rettangolo, cioè se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi il se moltiplica il numero delle misure della longhezza, fia il numero delle misure della sua larghezza, & il prodotto di tal moltiplicatione serà la quantità superficial di tal parallelogrammo, cioè serà tãti quadretti d'una di quelle misure cõ che misurasti per fazza, o sieno piedi, o pertiche, o passa, et accioche meglio me intendi te uoglio dar un'altro essempio, sia il parallelogrammo rettãgolo .g, h, i, K, et sia la linea, g, a, ouer .i.k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea, g, i, sia cinque pertiche, come etiam per la sue diuisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo parallelogrammo serà trentacinque, ilqual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trentacinque dico, che gliè trentacinque quadretti di una pertica, per lato, laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie diuisione della linea, g, h, una linea equidistante all'una & l'altra, g, i, & .h, k. alla similitudine della linea, m, l, similmente de ciascuna delle intermedie diuisioni della linea .g.i. tirando una linea equidistante

diſtante all'una e l'altra linea.g.h. & i.K.alla ſimilitudine della linea.a.n.o.et fatto queſto ſerà diuiſo il detto paralellogrammo in trentacinque quadretti, come ſenſibilmente puoi uedere, & etiam per la trigeſima quarta del primo, approuare cadauno di quelli eſſere una perticha per faccia, cioè una di quelle ſette diuiſione della linea.g.h.quale ſupponemo ſieno pertiche, et queſto è quello che uolemo inferire.

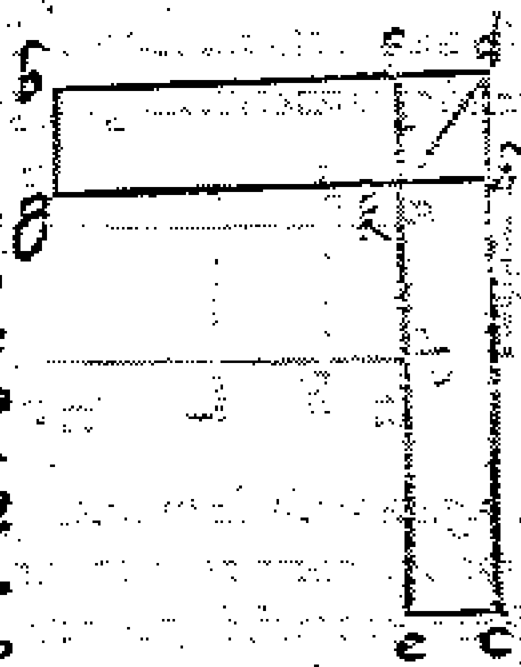


Quelli paralellogrammi che ſega per mezzo il diametro di ogni ſpa-
2 tio paralellagrammo, ſono detti ſtare attorno al medeſimo diametro,
2 & qual ſi uoglia de quelli detti paralellogrammi che ſtanno attorno al
detto diametro con li duoi ſupplementi è detto gnomone.

Quali ſieno li paralellogrammi che ſtanno attorno del diametro, e quali ſieno li ſupplementi fu dechiarato, ſopra la demoſtratione della quadrageſimaterzia del primo.



Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo diametro di quello.a.d.il qual diametro ſia diuiſo dalle due linee.e.f.& g.h.dutte equidiſtante alli lati oppoſiti del ditto paralellogrãmo, lequal ſe ſeghino fra loro ſopra il detto diametro.a.d.in ponto.k. dilche queſto tal paralellogrammo ſerà diuiſo in quattro paralellogrammi, & li duoi de quelli, cioè il paralellogrammo.a.g.e.k.& k.f.h.d.liquali el diametro.a.d.li ſega per mezzo, ſono detti ſtare attorno al diametro come ſopra alla detta quadrageſima tertia propoſitione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non ſono ſegati del detto diametro.a.d.ſono detti ſupplimẽti, per la quadrageſima tertia del primo, liquali duoi ſupplementi ſono.e.k.c.h.& g.k.b.f.hor dico che queſti duoi ſupplementi gionti cõ un delli duoi paralellogrammi.a.e.g.k.ouer.k.h.f.d.che ſtanno attorno al diametro, inſieme componeno una figura chiamata gnomone, uerbi gratia, tollendo il paralellogrammo.k.h.f.d.inſieme con li duoi ſupplementi.e.k.c.h.& g.k.b.f.formaranno una figura, come qui appare, laqual (come è detto di ſopra) ſi chiamarà gnomone, ma che toleſſe ancora l'altro paralellogrammo.a.e.g.K.con li predetti duoi ſupplimenti.e.k.c.h.& g.k.b.f. formaranno etiam loro una figura, come qui appare, laquale, come è detto di ſopra, ſi chiamarà finalmente gnomone, e queſto è quello che uolemo inferire. Onde ſeguita che

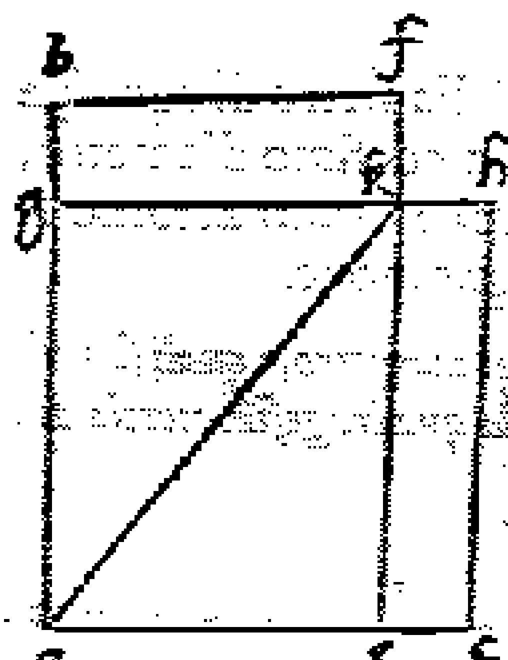


aggionto

aggionto a cadauno di questi duoi gnomoni il parallelogrammo che gli manca reformano un'altra uolta tutto il parallelogrammo, et a benche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera, ouer muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon

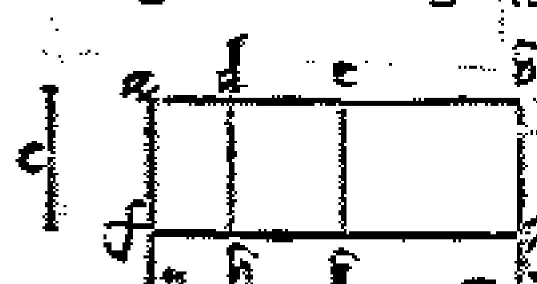


Questo sopra scritto correllario uol inferire che per l'aggiongere ouer cauare delli sopradetti parallelogrã mi sẽpre se cresce, ouer se sminuisce la superficie della figura, doue si aggionge ouer caua, & tamen mai gli cresce ouer sminuisce la circonferentia laterale, esempli gratia, se del parallelogrammo .a.b.c.d. ne cauaremo lo parallelogrammo .a.g.e.k. restarà lo primo gnomone, ilqual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo .a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrãmo, cioè che le sei linee .e.k. k.g. g.b. b.d. d.c. & c.e. che circõdano il detto gnomone, sono equale in summa alli quattro lati .a.b. b.d. d.c. c.a. che circondano il totale parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprehenderai senza altra dimostratione.

Theorema .1. Propositione .1.

Se seranno due linee rette dellequale una sia diuisa in quante parti si uoglia, Quello che uien fatto del dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli, che seranno produtti dal dutto della linea nõ diuisa in cadauna parte della linea particolarmente diuisa.

Siano le due linee .a.b. & .c. una dellequal, cioè .a.b. sia diuisa poniamo ĩ tre parti l'una dellequal parte sia .a.d. la seconda .d.e. & la terza .e.b. hor dico che quel che uien fatto dal dutto della linea .c. in tutta la linea .a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea .c. in la .a.d. et

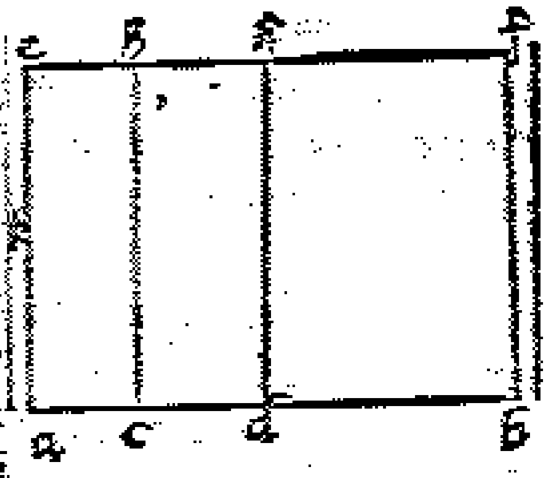


in la .d.e. & in la .e.b. E per dimostrar questo sopra li duoi ponti .a. & .b. ergerò le due linee .a.n. & .b.m. perpẽdicolare alla linea .a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) dellequal perpendicolare ne segarò le duoi parti .a.f. & .b.g. che ciascuna sia equale alla linea .c. poi compirò il parallelogrammo .a.f.b.g. ducendo la linea .e.f.g. & questo tal rettangolo, ouer parallelogrammo è proprio il dutto de la linea .c. in tutta la linea .a.b. come di sopra fu detto. Anchora delli duoi ponti .d. & .e. tirarò le due linee .d.h. & .e.k. equidistanti alli duoi lati .a.f. & .b.g. e l'una e l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una e l'altra serà equal alla linea .a.f. & per la pri-

ma concettione, alla linea.c. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo.a.d.f.b. uien produtto dal dutto della linea.c. in la linea.a.d. & uien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & cosi il rettangolo, d, h, e, K, della detta linea, c, & della linea, d, e, serà contenuto, & similmente il rettangolo, e, k, b, g, uien pur fatto della linea, c, dutta in linea, e, b, & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme gionti empieno totalmente tutto il gran rettangolo.a.f.b.g. però tutti tre gionti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

2 Se una linea retta serà diuisa in parti, quello che è fatto dal dutto de
2 tutta la linea in se medesima, serà equale a quelli rettangoli che serãno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.



Sia la linea.a.b. laqual sia diuisa in quante parte si uoglia, ma per il presente sia diuisa in tre l'una sia.a.c. la seconda, c, d, la terza, d, b, hor dico che quello che uiē fatto dal dutto di tutta la linea.a.b. in se medesima, che serà il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli, che seranno fatti dal dutto de tutta la ditta linea, a, b, in ciascuna di quelle tre parti, cioè nelle tre linee.a.c.c.d. & d.b. & per dimostrar questo sopra la linea, a, b, per la quadragesima sesta propositione del primo descriuerò il quadrato, a, b, e, f, et dalli duoi ponti, c, et, d, produrrò le due linee, c, g, &, d, h, equidistãte alli duoi lati, a, e, et, b, f, dilche tutto il quadrato, a, e, f, b, serà diuiso in tre rettangoli, liquali son, a, e, g, c, g, c, h, d, & .h.d.f.b. & perche le due linee.c.g. & d.h. sono equale, & cadauna di loro sono equale al lato a.e. che è quãto la, a, b, per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto alla linea.a.b. per longhezza, & per larghezza l'uno è contenuto sotto alla parte.a.c. l'altro sotto alla parte.c.d. il tertio sotto alla parte.d.b. & perche li ditti tre rettãgoli empieno totalmente tutto il quadrato.a.b.e.f. il nostro proposito uien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea.k. equale alla linea.a.b. & perche il rettangolo compreso sotto alla linea.k. & alla linea.a.b. diuisa serà equale, alli rettangoli fatti della linea.k. in le tre parti della.a.b. come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della.k. in la.a.b. è quanto il quadrato della.a.b. & li tre rettangoli della.k. in le parti de.a.b. è tanto quanto li tre rettangoli de.a.b. in le tre parti de lui medesimo, perche la.k. & la.a.b. sono equale seguita adonque la ueritá del nostro proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Se una linea retta serà diuisa in due parti (come si uoglia.) Quello
3 che uien fatto dal dutto di tutta la linea, in l'una de dette due parti,

serà equale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.

Sia la linea.a.b.diuisa in.a.c.et.b.c.dico che quello ch'è fatto da tutta la linea.a.b.in la sua parte.a.c.cioè rettangolo contenuto sotto a tutta la linea.a.b.& la sua parte.a.c serà equale al quadrato della medesima parte.a.c.insieme con lo rettangolo contenuto sotto al le due parti,cioè.a.c,& .c.b. E per dimostrar questo constituerò sopra la linea.a.b.il rettangolo.a.b.d.e.talmente che la sua larghezza.a.d.sia equale alla parte.a.c.& questo farò per la dottrina della prima propositione, poi dal ponto.c.produco la linea.c.f.equidistante alli duoi lati.a.d.& b.e.laqual linea.c.f.serà equale al lato.d.a.& al lato.b.e.per la trigesima quarta propositione,& per la prima concettione serà etiam equale alla parte.a.c.dilche il rettãgolo.a.c.d.f.serà quadrato,et serà quello della parte.a.c.et l'altro rettangolo.c.b.f.e.è quello ch'è fatto della parte.a.c.dutta in la parte.c.b.perche se uede che la sua larghezza.c.f.è equale alla parte.a.c.& la lõghezza è l'altra parte.c.b.& perche questi duoi rettangoli,cioè il quadrato.a.c.d.f.et lo rettangolo.c.b.f.e.empieno totalmente tutto il gran rettangolo.a.b.d.e.seguita adonque che lor duoi siano equali a quel solo,e perche questo grã rettangolo è contenuto sotto alle due linee.a.b.et.a.d.et.a.d.è equale alla parte.a.c.adonque il nostro proposito è manifesto.anchor per un'altro modo se poteua far questa demostratione,cioè tolendo la linea.g.equale alla linea.a.c.perche il rettangolo della linea.g.in tutta la linea.a.b.(per la prima propositione di questo)serà equale alli duoi rettãgoli fatti della linea.g.indiuisa in le due parti.a.c.& .c.b.della linea.a.b.diuisa,& lo rettangolo della linea.g.in tutta la linea.a.b.è tanto quanto lo rettangolo della parte.a.c,in tutta la detta linea.a.b.perche.g.e tãto quanto.a.c.dal presupposito,similmente il rettangolo de.g.in.a.c.è tanto quanto il quadrato de.a.c.etiam il rettangolo de.g.in l'altra parte.c.b.e tanto quanto il retto angolo della parte.b.c.in l'altra parte.c.b.dilche per la detta prima propositione di questo seria delucidato il nostro proposito.

Theorema.4. Propositione.4.

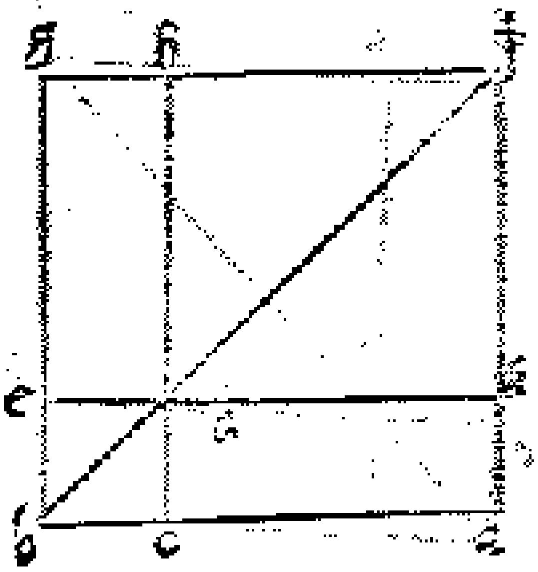
$\frac{4}{4}$ Se una linea retta serà diuisa in due parti come si uoglia,quel che niẽ fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, è equali alli quadrati che uengono fatti dal dutto dell'una è l'altra parte in se medesima e al dutto,dell'una parte in l'altra due uolte.

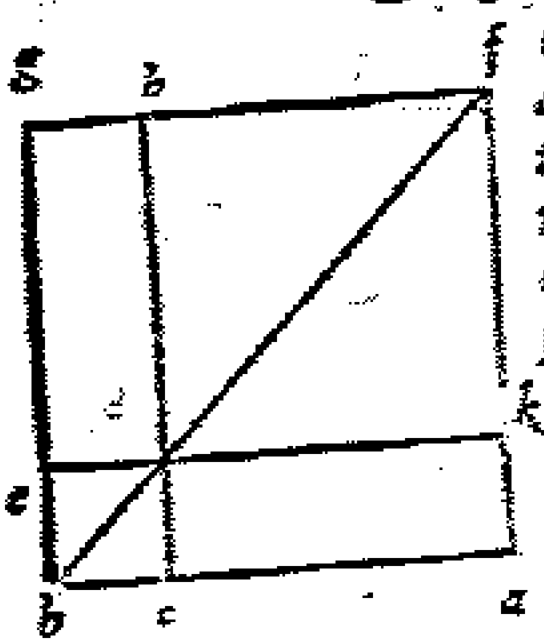
Corellario.

$\frac{4}{4}$ Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie parallelogramme,che il diametro segha per mezzo son ambedue quadrate.

Sia

Sia la linea.a.b.divisa in.a.c.& b.c.dico chel quadrato de tutta la linea.a.b.e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & b.c. & al doppio di quello che fatto dal dutto della linea.c.b.in la.a.c.(cioè del rettangolo.de.c.b.in.a.c.)Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea.a.b.per la quadragesima sesta, del primo il quadrato.a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b. & dal ponto.c.per la trigesima prima propositione del primo, duco la linea.c.h.equidistante alli duoi lati.b.g.& a.f.laqual sega il diametro.f.b.nel ponto.d. dalqual ponto.d.tiro la linea.k.e.per la medesima trigesima prima del primo,equidistante alli duoi lati.a.b.& f.g.& cosi tutto il quadrato.a.b.f.g.serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi, cioè,a.k.c.d,& h.d.g.e,sono li duoi supplementi,liquali sono equali fra loro per la quadragesima tertia propositione del primo,li altri duoi,cioè.k.d.f.h.& c.d.b.e.sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro.f.b.& questi duoi sono quadrati laqual cosa se demostrerà in questo modo,perche.c.h.è equidistante al lato.a.f.& ambedue sono segate della linea.f.b.dilche per la seconda parte della vigesimanona del primo l'angolo.b.d.c.intrinsico serà equale allo angolo.b.f.a.intrinsico a se opposito,& perche lo angolo.a.b.f.è equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta propositione del primo, perche il lato.a.f.è equale al lato.a.b.del triangolo.a.f.b.dilche per la prima concettione l'angolo.c.d.b.serà equale all'angolo.c.b.d.seguita adonque per la sesta propositione del primo,che'l lato.c.d.sia equale al lato.c.b.del triangolo.c.b.d.& per la trigesima quarta propositione del primo,il lato.d.e.serà equale al lato.c.b.similmente il lato.e.b.al lato.c.d.seguita adonque per la prima concettione che'l parallelogrammo.c.d.b.e.sia di quattro lati equali, dico anchora etiam quel esser rettangolo,perche la linea.c.d.è equidistante alla linea.e.b.& ambedue sono segate della linea.a.b.d.dilche per la tertia parte della vigesima nona del primo,li duoi angoli.d.c.b,& e.b.c.intrinsici sono equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.e.b.c.e retto per essere l'angolo del quadrato.a.b.f.g.è necessario che etiam l'angolo.d.c.b.sia retto & per la trigesima quarta del primo,li duoi angoli.c.d.e.& b.e.d.contraposti seranno retti,adonque.c.b.d.e.serà quadrato, & serà il quadrato della linea.c.b. & per lo medesimo modo e uia se approuerà.k.d.f.h.esser quadrato, dilche il correlario serà manifesto, & perche il lato.k.d.del quadrato k.d.f.h.(per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea.a.c.seguita adonque che'l quadrato.k.d.f.h.sia il quadrato della linea.a.c. Adonque li duoi quadrati.c.b.d.e.& k.d.f.h.sono li duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.b.& perche li duoi supplementi.a.c.k.d.& h.d.g.e.sono equali, per la quadragesima tertia del primo, & lo supplemento.a.c.k.d.è contenuto sotto alla linea.a.c.& alla linea.c.b.(perche.c.d.è equale al.c.b.) adonque ambeduoi li supplementi.a.c.k.d.et h.d.g.e.gionti insieme seranno il doppio del produtto della parte.a.c.in la parte.c.b.& perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de.a.

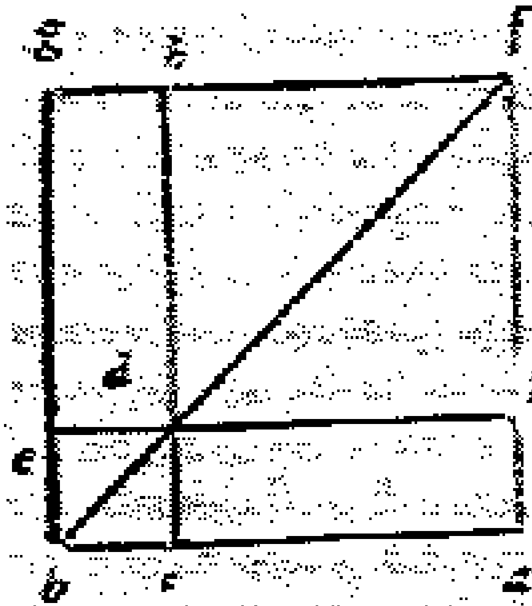




c.&.de.c.b. empieno precisamente il gran quadrato
a.b.f.g. de tutta la linea.a.b. adonque tutti lor qua-
tro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella pri-
ma tradottione se fa la dimostratione della presente
quasi al proposito di questo, perche im prima constitui
sce il quadrato.c.d.h.e. sopra la parte.c.b. poi gli aggio
go el detto quadretto il gnomone secondo il dutto di-
retino dell'altra linea.a.c. ilquale se farà in questo mo
do, in lo quadretto.c.d.h.e. tiro il diametro.b.d. & dal
ponto.a. duco la perpendicolare sopra la linea.a.b.la-
qual sia la linea.a.k. laqual.a.k. insieme col diametro
d.b. produtto fina a tanto che concorranno nel ponto.f. & dal ponto.f. produco.f.
h. equidistante alla linea.a.b. laqual.f.h. insieme con.b.e. produtto fina che con-
corranno in ponto.g. e produco.c.d. fina in.h.& e.d. fina.k. & cosi serà constituido
il gran parallelogrammo, a, f, h, g, diviso in quattro parallelogrammi, come ap-
pare, hor ne bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo parallelogram-
mo, k, f, d, h, & questo si farà mediante il presupposito quadretto, c, d, h, e, per-
che li duoi lati, e, d, & e, b, del triangolo, d, e, b, sono equali, li duoi angoli, e, d, b,
& e.b.d. sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo, e, è
retto (dal presupposito) dilche per la trigesima seconda del primo, li ditti duoi
angoli, e, d, b, &, e, b, d, ciascun di loro sarà la mità d'un angolo retto, & per
le medesime ragion l'uno e l'altro delli altri duoi angoli, c, d, b, &, c, b, d, seranno
la mità d'un angolo retto, per laqual cosa li quattro angoli, cioè, h, f, d, &, h, d, f,
&, k, f, d, &, k, d, f, ciascun di loro seranno la mità d'un angolo retto, & questo
se approuerà (per la seconda parte della vigesima nona del primo) perche la linea.
b.f. sega le due linee.a.f. & .h.e. equidistante, & similmente le altre due.g.f. & .a.
K. etiam.g.b. che sono pur equidistante, dilche l'angolo.h.f.d. serà equale all'ango-
lo.e.d.b. che è la mità d'un retto, & l'angolo.h.d.f. serà equale all'angolo, e, b, d,
adonque li duoi angoli, h, d, f. &, h, f, d, sono equali perche ciascun è mezzo angolo
retto, adonque li duoi lati, h, d, & h, f, del triangolo, d, h, f, per la sesta del primo, serā
no equali similmente li duoi lati.k.d. & k.f. del triangolo.k.d.f. per le medesi-
me ragion seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il parallelogram-
mo, k.f. d.b. serà de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli ter-
minanti in.f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo, g, f, a, se-
rà retto, similmente l'angolo, b. d, K, & similmente per la tertia parte della
vigesima nona del primo, l'angolo. a. & l'angolo. g. seranno retti, similmente
li duoi lati.g.f. & g.b. del triangolo. g. b. f. seranno equali (per la sesta del pri-
mo) & similmente li altri duoi lati.a.b. &, a, f, dell'altro triangolo, a, b, f, seran
equali, Adonque li duoi parallelogrammi.a.f.b.g. & .k.f.d.h. seranno quadrati,
per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato, a, f, b, g, è il quadra
to di tutta la linea.a.b. & quello è diviso in quattro rettangoli li duoi che sono at-
torno al diametro.f. b. sono li quadrati delle due linee.a.c. & .c. b. perche la linea

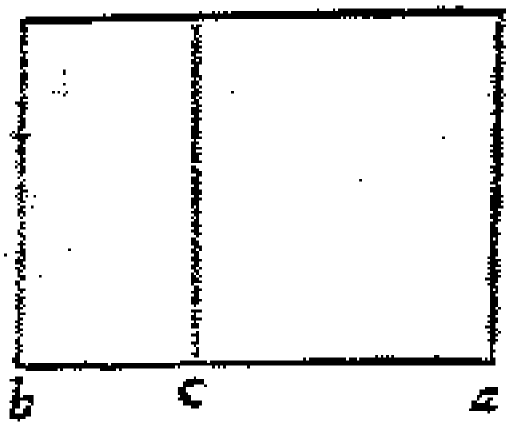
k.d.è

k,d,è equale alla linea,a,c,& li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima tertia del primo (& l'uno di quelli, cioè,a,K,c,d,è contenuto sotto alle due linee.a.c.& .c.b. perche,c,d,è equale al detto,c,b. Adonque li duoi supplementi,a,k,c,d,b,e,g,gionti insieme seranno il doppio di quello che è fatto della linea,a,c,in la linea.c.b. & perche li detti duoi supplementi insieme con li duoi quadretti delle due linee,a,c,& ,c,b, impieno precisamente il gran quadrato.a.f.b.g. adonque tutti quattro se equalizano a lui solo,che è il proposito. Anchora per un'altro piu spedito modo se puo far questa demostratione,sia anchora la medesima linea.a.b.divisa in,a,c,& ,c,b,dico che'l quadrato de tutta la linea,a,b,è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,c,& ,c,b,insieme con il doppio del rettãgolo compreso sotto alle due linee,a,c,et,c,b. Che ꝑ questo altro modo io demostrarò sopra la linea,a,b,(per la quadragesima sesta del primo) cõstituisco il quadrato,a,f,b,g,ĩ quello tiro tutte le linee,come di sopra fu fatto,cioè,f,b.c.h.k.e. & perche li tre angoli del triangolo,g,f,b,sono (per la trigesima seconda del primo)equali a duoi angoli retti,et perche l'angolo g,è retto(dal presupposito)necessita adonque che li altri duoi cioè l'angolo,g,f,b,et,g,b f,)insieme siano un sol angolo retto,et perche li duoi lati,g,f,et,g,b,del ditto



triangolo,g,f,b,sono equali (dal presupposito per esser li lati del quadrato)li duoi angoli,g,f,b,& ,g,b,f,(per la quinta del primo)serãno equali,et perche tutti duoi sono un sol angolo retto,adonque cadauno di loro serà un mezzo angolo retto, & perche la linea,a,b,sega le due linee,f,a,& ,b,c,equidistante l'angolo,d,c,b,estrinsico serà equale all'angolo,a,intrinsico,& perche l'angolo,a,è retto(per esser l'angolo del quadro) l'angolo,d,c,b,serà etiam retto, & perche li tre angoli del triangoletto,d,c,b,(per la detta trigesima seconda del primo)sono equali alli duoi angoli retti,e perche l'angolo,c,è retto li altri duoi insieme serãno un sol angolo retto, e perche l'angolo,d,b,c,è mezzo angolo retto(come se è provato nel triãgolo,a,f,b,) adonque l'altro angolo,c,d,b,serà un'altro mezzo angolo retto. Adonque li duoi angoli,c,b,d,& ,c,d,b,seranno equali(& per la sesta del primo)li duoi lati,c,d,& c,b, seranno etiam equali (& per la trigesima quarta del primo) il lato,d,e,serà equale al lato,c,b, & , la lato,e,b,al lato,c,d, & l'angolo d,e,b,all'angolo,d,c,b,ch'è retto, similmente tutto l'angolo , b , è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto serà etiam tutto l'angolo, d, a lui opposito, adonque, c, d, b, e, serà quadrato,(& della linea,c,b,come appare)& per la medesima ragione serà etiã quadrato,k,d,f,b, seguita adonque che li duoi parallelogrammi,c,d,b,e, & K,d,f,b,che sono intorno al diametro,f,b,sono quadrati,il correllario adonque serà manifesto, & perche,d, K, è equale al,c,a, il quadrato adonque . k, d, f, b, serà il quadrato della linea, a, c, & perche li duoi supplementi,a,k,c,& ,d,b,e,g, sono equali (per la quadragesima tertia del primo)& perche il supplemento,a,c,k,d,è contenuto sotto alla linea,a,c,& , alla linea,c,b, (per esser,c,d,equale al detto,c,

 b.) adon-

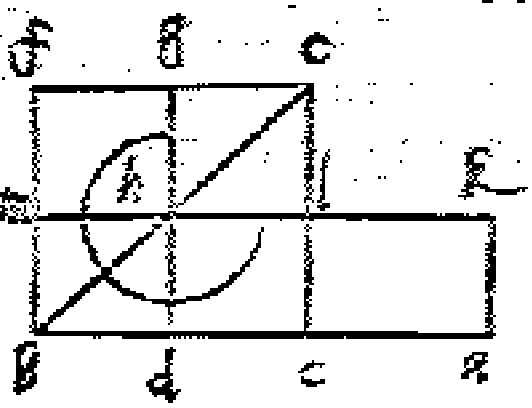


b.) adonque ambiduoi li ditti supplementi insieme, se rano il doppio del rettangolo fatto della linea.a.c. in la linea.c.b. & perche li detti duoi supplementi insieme con li detti duoi quadrati delle due linee.a.c. & c.b. im pieno precisamente il gran quadratto.a.f.b.g. della linea.a.b. adonque tutti quattro seranno equali a lui solo, che è proposito. Anchora piu facilmente se poteua far la demostration della soprascritta propositione (per la seconda & terza propositione) esempli gratia, sia anchora la linea.a.b. diuisa in.a.c. & c.b. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. serà equale alli duoi quadratti delle dette due linee.a.c.b. & al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti.a.c. & .b.c. che per questo altro breue modo se dimostrerà. Perche il quadrato della linea.a.b. (diuisa in.c.) è equale (per la seconda propositione di questo) alli duoi rettangoli fatti di tutta la linea.a.b. in le sue due parti.a.c. & c.b. ma perche ciascun di questi duoi rettangoli sono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la tertia di questo) esempli gratia, il rettangolo de tutta la linea.a.b. in la parte.a.c è equale al rettangolo del la.a.c. in la.c.b. & al quadrato della detta.a.c. (per la tertia di questo) similmente

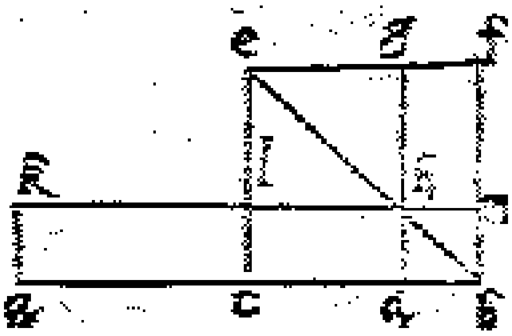
l'altro rettangolo della linea.a.b. in l'altra.c.b. è pur equali a un'altro rettangolo della ditta linea.c.b. in la detta linea.a.c. & al quadrato della detta linea.c.b. (come nella detta tertia questo fu dimostrato) e perche adonque questi duoi rettangoli della linea.a.b. in le due parti.a.c. & c.b. uno di loro è composto del quadrato della parte.a.c. & d'un rettangolo della.c.b. in la.a.c. & l'altro è composto il quadrato dell'altra parte.c.b. e d'un altro rettangolo pur della.c.b. in la.a.c. dilche tra tutti duoi li detti rettangoli de,a,b, in le due parti.a.c. & c.b. conteneranno li dui quadrati de le due parti,a,c,et,c,b, etiam due uolte el rettangolo della,c,b, in la,a,c, et perche li detti dui rettangoli de,a,b, in le due parti,a,c,et,c,b, sono equali al quadrato della detta linea,a,b, (come è detto di sopra) seguita adonque (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee.a.c.et.c.b. con lo doppio del rettangolo della,b,c, in la,a,c, esser equali al detto quadrato de la detta linea,a,b, che è il proposito, ma procedendo per questo modo non se uerria a delucidar il correllario, cioè che le superficie che sono segate dal diametro ambedue siano quadrate, però è meglio ciascun delli altri tre modi di sopra posti, ma non uolendo approuar il correllario questo seria piu breue.

Theorema.5. Propositione.5.

5 Se'l serà segata una linea retta in due parti equali, & in due altre non
5 equale, il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali, di tutta la linea, con il quadrato che uien descritto da quella linea che è fra l'una, & l'altra settione, è equale al quadrato che uien descritto dalla mità di tutta la linea dutta in se medesima.



Sia la linea,a,b,diuisa in due parte equale nel ponto,c, & in due parti inequale, nel ponto,d, dico che'l quadrato della linea,c,b,è equale a quello che uien fatto dal,a,d,in,d,b, & del quadrato de,c,d, et per dimostrar questo io descriuerò sopra la linea,c,b, (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato,c,e,b,f,nel quale tiro il diametro,e,b, & dal põto,d,tiro la linea, d,g,equidistante alli duoi lati,c,e, & b,f, laquai segarà il diametro,e,b, in ponto, h, & dal ponto,h,tiro una linea equidistante alla linea,a,b,laqual sia,h,K,laqual segarà la linea,b,f, in ponto,m, & la linea,c,e,in ponto,l, & tirarò la linea,a,K. equidistante alla linea,c,e,hor dico che l'una e l'altra delle due superficie,l,g,et d, m,(per lo correlario della precedente) serà quadrata(e per la quadragesimaterza del primo) li dui supplementi,c,h, & ,h,f, sono equali,giongendo adunque equalmente a ciascuno il quadrato, d,m,(per la seconda concettione) il paralellogrammo,c,m,serà equale al paralellogrammo,d,f, & perche il paralellogrammo,a,l,è equale al paralellogrammo,c,m,(per la trigesima sesta del primo) per esser la basa,a,c,equal alla basa,c, b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al paralellogrammo,d,f. Adonque se del paralellogrammo,a,h,m,la sua parte,a,l,è equale al paralellogrammo,d,f,tutto il detto paralellogrammo,a,h,serà equal al gnomone, che circonsta al quadrato,l,g, & perche



il ditto gnomone insieme con lo quadrato,l,g, (ilquale uiẽ a esser il quadrato della linea,c,d, per esser,l,h, equale alla ditta,c, d, impieno precisamente tutto il quadrato,c,f,della linea,c,b,sequita adonque che'l ditto gnomone insieme col quadrato della linea,c,d,sian equali al quadrato della linea,c,b, et perche il detto gnomone è equale(come è detto) al paralellogrammo,a,h, ilquale è contenuto sotto alle due parti,a,d, & d,b,inequale (per esser,d,h,equale alla detta,d,b,) per esser ciascun lato del quadrato,d,m,adonque il paralellogrammo,a,h, insieme con lo quadrato della linea,c,d,serà equali al quadrato della linea,c,b,che è il proposito.

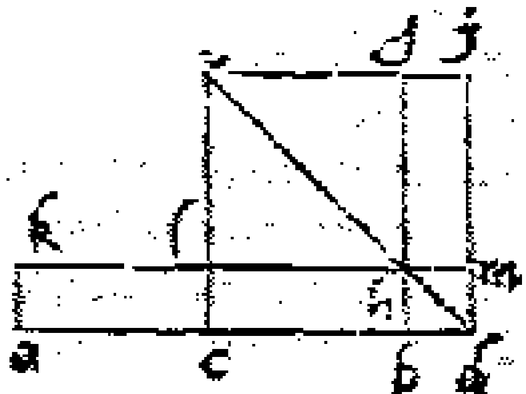
Il Tradottore.

Nota che per le due superficie,l,g, & d,m,se die intendere le due superficie,l,e, h,g,& d,h,h,m,perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda traduttione se costuma à nominarla solamente cõ due lettere diametralmẽte opposite come di sopra si è fatto,e però di questo bisogna aduertire in le cose che seguita.

Theorema.6. Propositione.6.

6 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia ag
69 gionto in longo un'altra linea, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta,in quella che gia è stata aggionta cõ quello, che

uien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima. è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composta da quella linea aggionta, & dalla mità, in se medesima.

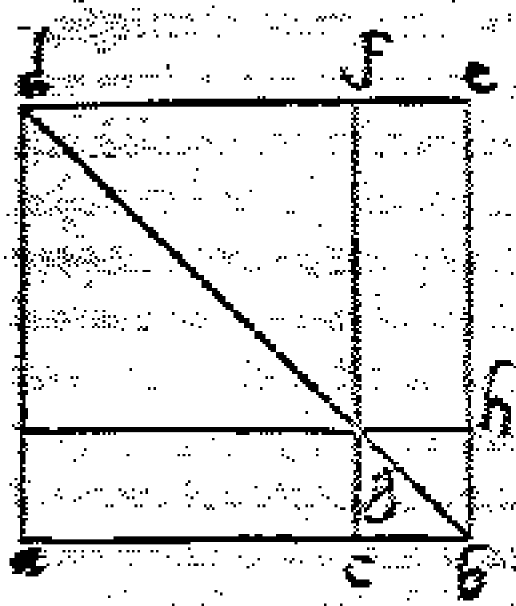


Sia la linea.a.b.diuisa in due parti equale in põto.c.et a quella che gli sia aggiũta a la linea,b,d,dico che il quadrato della linea.c.d (il qual sia,c,d,e.f,)è equale al rettangolo fatto da tutta la linea,a,d,in la,b,d, & al quadrato della linea,c,b. Et per dimostrar questo produrò nel quadrato predetto il diametro,d, & dal põto,b,tiro la linea.b.g. equidistante alla linea.d.f.laqual segarà il diametro e,d,nel ponto,h, dalqual ponto.h.tiro la linea,h,k,equidistante alla linea a,d,laqual sega la linea.f.d.in põto.m.& la linea.c.e.in ponto.l. & produrò la,a,k,equedistante alla,c,l,dilche il paralellogrammo.a.l.serà equal al paralellogrammo.c.h.(per la trigesima quinta del primo)per esser la.a.c.equale alla,c,b, & lo supplemento,c,h, serà equale al supplemento,h,f,(per la quadragesima tertia del primo)per laqual cosa,a.l,serà etiam equale al ditto supplemento,h.f,dilche aggiungendo equalmente a ciascun di loro lo paralellogrammo,c,m,la summa serà ancor equal(per la seconda cõcettione)adonque il gnomone,f,h,l,serà equale alla superficie,a,m,aggiungendoli etiam equalmente,l,g,(qual è quadrato)per lo correlario della quarta,serà per le ditte due summe anchor equale,& perche il ditto gnomone,f,h,l,con lo quadrato l,g,se equalia al quadrato,c.f,adonque il rettangolo,a,m,con lo detto quadrato,l,g,serà equale al ditto quadrato,c,f,ilquale è il quadrato della linea.c.d.& perche il quadrato.l.g.è il quadrato della linea,c,b,per esser,l,h,equale al,c,b, & lo rettãgolo,a,m,è contenuto sotto a tutta la linea,a,d,e alla linea,d,b.(per esser,d,m, equale al.b.d.)per esser ciascun lato del quadrato.b.m. sequita adonque che'l rettangolo fatto della linea,a,d,in la linea.b.d.con lo quadrato della linea.c.b.esser equali al quadrato della linea,c,d,che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quella, che uiẽ fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima è equale a quelli rettangoli che uẽgono fatti da tutta la linea in la medesima parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

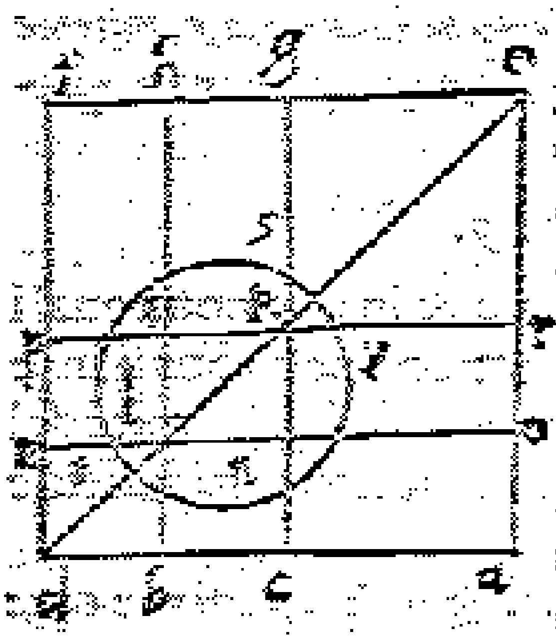
Sia la linea.a.b.diuisa in due parti in ponto.c.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.con lo quadrato della linea.c.b. l'equale a quello che uien fatto dalla linea.a.b.due uolte in la.c.b.insieme con lo quadrato della linea.a.c. Et per dimostrar tal cosa descriuerò il quadrato della linea.a.b. (per la quadragesima sesta del



del primo) qual sia il quadrato, a, b, d, e, & protrarò il diametro. d. b. dal ponto c. tirarò la linea, c, f, equidistante alla linea. b. e. laqual sega il diametro. d. b. in lo ponto. g. et dal ponto. g. tiro la linea. k. g. h. equidistante alla linea. a. b. & perche il quadrato a. e. cō lo quadrato c. b. sono tanto quāto il quadrato. k. f. con le due superficie. a. h. c. e. & perche le due superficie. a. h. & . c. e. sono de piu del gnomone. a. b. f. tanto quanto è il quadrato, c, b, per esser il detto quadrato compu: à due fiade, cioè una in la superficie. a. h. & l'altra in l'altra superficie. c. e. & perche queste due superficie. a. h. & . c. e. sono equale (come per la 43. del primo se puo prouare) & l'una di quelle, cioè a. h. è contenuta sotto a tutta la linea. a. b. & alla linea. c. b. per essere. b. h. equale alla b. c. (per esser ciascuna lato de. c. b. il quale è quadro insieme con. k. f. per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie. a. h. & . c. e. insieme sono il doppio de. a. b. agiunto a quelle il quadrato. k. f. (ilqual vien a esser il quadrato della. a. c. per esser la. k. g. equal alla detta. a. c. tutta questa summa serà equal a tutto il quadrato. a. e. insieme con lo quadrato. c. b. che è il proposito.

Theorema. 8. Proposizione. 8.

8/8 Se una linea retta sia diuisa in due parti come si uoglia, & à quella gli sia aggionto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti, Quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta in se medesima serà equale al rettangolo fatto dal dutto della prima linea in quella agionta quattro uolte, & al quadrato dell'altra parte.



Sia la linea. a. b. diuisa in ponto. c. allaquale sia aggionto in longo la linea. b. d. equale alla parte. c. b. dico che'l quadrato de tutta la linea. a. d. (ilquale sia. a. d. e. f.) è equale a quattro rettangoli fatti della linea. a. b. in la linea. b. d. & al quadrato della linea. a. c. Et questo serà manifesto dutto il diametro. e. d. e dalli duoi ponti, c, & , b, dutte le due linee, c, g, & , b, h, equidistante alla linea d, f, lequale segano il diametro, e, d, nelli duoi ponti, l, & , k, dalli quali ponti tiro le due linee, p, q, k, r, & , m, l, n, o, equidistante alla linea, a, d, dilche tutto il quadrato della. a. d. serà diuiso in noue superficie dellequale la superficie, r, g, e tutta la superficie. c. p. sono quadrate (per lo correlario della quarta di questo) & perche il quadrato, c, p, è diuiso i le quattro superficie, c. l, b, m, n, q, & , l, o, di le quale le due cioè b, m, & , n, q, son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di questo) & perche, b, d, è equale al, b, c, il supplemento, c, l, serà (per la trigesima sesta del primo)

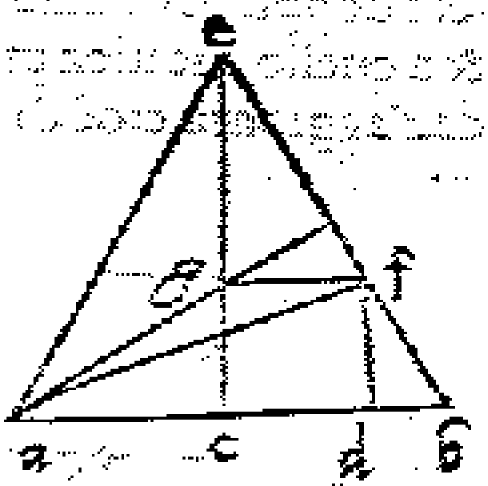
primo) equale al quadretto.b.m. & perche il supplemento.l.p. equale al ditto supplemẽto.c.l. (per la quadragesima tertia del primo) serà etiam equale al ditto quadretto.b.m. (per la prima concettione) e perche il lato del quadretto.n.q. cioè.n.l. (per la trigesima tertia del primo) è equal al.c.b. & c.b. è equale (com'è detto) al lato.b.d. (seguita per la prima cõcettione) che'l lato.n.l. sia equale al lato.b.d. (per commune scientia) il quadretto.n.q. serà equale al quadretto.b.m. dilche tutto il quadretto.c.p. vien esser diviso in quattro parte equali, cioè in li quattro quadretti predetti. e perche li duoi supplementi.a.k. & .k.f. del quadrato.a.f. son equali (per la quadragesima tertia del primo) & perche.n.c. è equale al.b.l. lato del quadretto.b.m. (per la trigesima tertia del primo) similmẽte il lato.k.n. del quadretto.n.q. è equale al detto lato.b.l. (per esser li detti quadrati equali) adonque (per la prima concettione),k,n, serà equale al.n.c. (& per la trigesima sesta del primo) il paralellogrammo.c.o. serà equale al paralellogrammo.n.r. & perche li duoi supplementi.n.r. & .k.b. del quadrato.a.f. sono equali (per la ditta.43. del primo) cavandoli delli duoi primi supplementi, cioè de,a,k, et,k.f. li duoi rimanenti, cioè a.n. & q.f. (per la tertia cõcettione) seran equali, e perche.k.b. è equal (come è detto) al, n.r. et.n.r. è equal al,a,n, seguita adonque che le quattro superficie, cioè.a.n,n.r.k.b. et.q.f. siano equale, p esser ciascaduna equale alla superficie.c.n. overo.c.o. (che è la medesima) & perche la detta superficie.a.n. giongendo il quadrato.c.l. tutta la summa cosi composita (che seria il rettangolo.a.l.) serà il rettangolo compreso sotto la linea,a,b, & alla linea,b,d, (per esser,b,l, equale alla linea,b,d,) adonque le quattro superficie,a,n,o,k. K.b. & .q.f. insieme con li quattro quadretti.c.l.b.m.n.q.l.p. seranno in summa quattro superficie,a,l, laqual summa seria il gnomõ.s.t.y. over.g.p.a. che è el medesimo, & perche il quadrato,r,g, è il quadrato della linea,a,c, (per esser,r,K, equale al,a,c, per la trigesima quarta del primo) e il detto quadrato,r,g, insieme con lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de la linea a,d, cioè, al quadrato,a,f, seguita adonque che il quadreto della linea,a,c, insieme con li quattro rettangoli fatti della linea.a,b, in la linea.b,d, se equaliano al quadrato della linea,a,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.9.

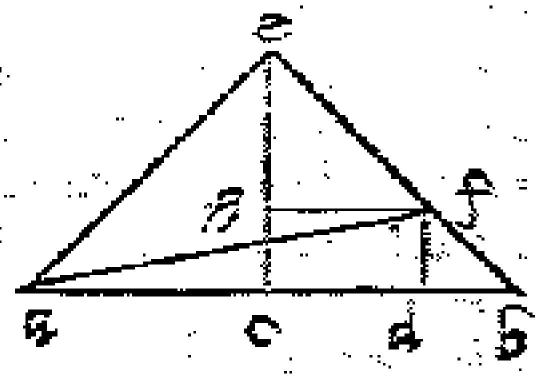
9 Se una linea retta sia divisa in due parti equale & in due non equali
9 li quadrati, che vengono fatti dal dutto delle sectioni non equali in se medesme tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mità della linea, & da quella linea che giace fra una e l'altra sectiõ tolti insieme

Sia la linea,a,b, divisa in due parti equale in ponto,c, & in duoi parti non equale in ponto,d, dico che'l quadrato della linea,a,d, giõto con lo quadrato della linea d,b, sono doppii al quadrato della linea,a,c, gionto con lo quadrato della linea,c,d. Et per dimostrar questo, dal ponto,c, tiro la linea,c,e, perpẽdicolare alla linea.a.b. e quella faccio equal a l'una e all'altra delle due linee a,c, & ,c,b, & produco le due linee,e,a, & ,e,b, & serà cõstituido il triangolo,a,e,b, el quale è diviso in duoi trian-

triangoli,c,e,b,& c,e,a,(dalla perpendicolare,e,c,) & perche el lato,c,e,è equale al lato,c,b,(del triangolo,c,e,b,)li duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la quinta del primo)sono equali,et per esser l'angolo,e,c,b,retto l'uno e l'altro delli duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la trigesima seconda del primo)sarà la mità d'un angolo retto,& per le medesime ragione li duoi angoli,c,a,e, & c,e,a,ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto.



dilche tutto l'angolo,e,serà retto(per esser cõposto de duoi mezzi angoli retti)hor dal ponto,d,produco la linea,d,f,equidistante alla,c,e,& perpendicolare sopra la linea,a,b,dilche l'un,e l'altro delli duoi angoli.d.serà retto,& perche l'angolo,d,b,f,(come è detto)e mezzo angolo retto,et perche l'angolo,b,d,f,è retto necessita(per la trigesima seconda del primo)che l'angolo,d,f,b, sia mezzo angolo retto(& per la sesta del primo)il lato,d,f,serà equale al lato,d, b,hor dal ponto,f,conduco la linea,f,g,equidistante alla linea,a,b,dilche li duoi angoli che sono al.g.(per la seconda parte della vigesima nona del primo)l'uno e l'altro serà retto,& l'angolo,e,f,g,(per la ditta trigesima seconda del primo)serà la mità d'un angolo retto,per laqual cosa li duoi lati,g,e,& ,g,f,(per la sesta del primo) seranno equali(& per la penultima del primo)il quadrato de,e,f,è equal al quadrato de,e,g, et al quadrato de,g,f,per laqual cosa il quadrato del ditto,e,f, serà doppio al quadrato solo,de.g.f. & per esser.g.f. equale al.c.d.(p la trigesima quarta del primo)seguita adonque che'l quadrato de.e.f.sia doppio al quadrato de.c.d. hor tiro la.f.a. & perche il quadrato de.e.

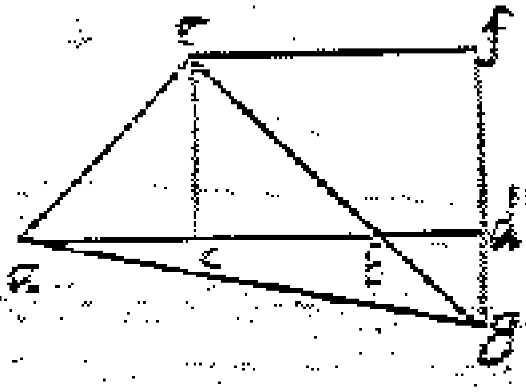


a. è equale al quadrato de.a.c. & al quadrato de.c.e.(per la detta penultima del primo)& perche.a.c.è equale al.c.e.seguita che'l quadrato de a.e.sia doppio al quadrato de.a.c.& perche il quadrato de.a.f.è equale al c.e.seguita che'l quadrato de,a.e,& ,de,e,f,(per la detta penultima del primo)adonque il quadrato de.a.f.serà doppio al quadrato de.a.c.& al quadrato,de.c.d.& perche il quadrato del detto.a.f.(per la detta penultima del primo)ancho ra lui è equal al quadrato della.a.d.& al quadrato della.d.f.seguita adonque che'l quadrato della.a.d.et lo quadrato della.d.f.gionti insieme sono doppij al quadrato della.a.c.& al quadrato della.c.d.tolti insieme,& perche il quadrato della.d.f.è equale al quadrato della.d.b.adonque li quadrati delle due linee.a.d.& .d.b.seranno doppij alli quadrati delle due linee.a.c.& .c.d.che è il proposito.

Theorema.10. Propositione.10.

10 / 10 Se una linea retta serà divisa in due parti equali, & che a quella sia aggionto in longo un'altra linea,il quadrato,che vien descritto de tutta con la aggionta,& il quadrato,che vien descritto da quella,che è aggionta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme è necessario esfere

sere doppii, al quadrato che uiē descritto dalla mità della prima linea, & a quello che uien produtto da quella, che è composta della mità, & dall'aggionta, cioè di quelli duoi quadrati tolti insieme.

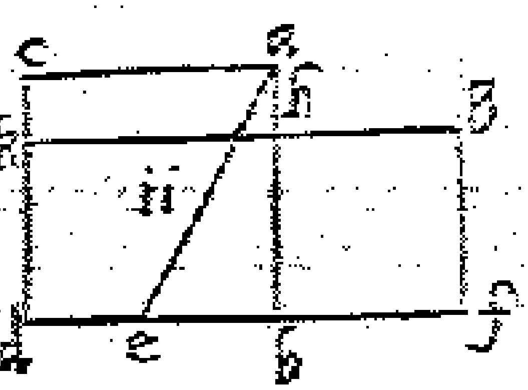


Sia la linea.a.b.diuisa in due parti equali in ponto c.& a quella sia agiunta la linea.b.d.dico che'l quadrato della linea.a.d.insieme con lo quadrato della linea.b.d. ambidui cosi insieme sono doppij alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.d. tolti ambidui insieme, & per dimostrar questo dal pōto.c.(per la.11.del primo) tirò la linea.c.e.perpendicolar alla linea.a.d. & quella(per la.3.del primo) pongo equale all'una e l'altra delle due.a.c.& c.b.et dal ponto.e.(per la prima petitiō)duco le due linee. e.a.& e.b.e serà constituido il triangol.e.a.b.delche l'un e l'altro de dui angoli.a. et.b.per le ragioni adutte nella precedente, serà la mità d'un angolo retto, & similmente l'uno & l'altro delli duoi angoli che sono al.e.seran pur la mità d'un angolo retto, dilche tutto l'angolo.e.uerra esser retto(per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto.e.(per la trigesima prima del primo)produco la linea.e.f. equidistāte alla linea.a.d.et equale alla linea.c.d.& produco.f.d.poi slongo le due linee.e.b.& f.d.per fina a tanto che lor concorrano in ponto.g.& produco la linea a.g.(& per la ultima parte della uigesima nona del primo) l'angolo.c.e.f.serà retto & perche l'angolo.c.e.b.è mezzo angolo retto, adonque l'angolo.b.e.f.serà etiā lui mezzo angolo retto, & perche(per la trigesima tertia del primo).f.d.è equidistante al.c.e.serà l'angolo.f.(per la trigesima quarta del primo)retto, &(per la trigesima seconda del medesimo)l'angolo.e.g.f.serà la mità d'un angolo retto, & perche li duoi angoli.g.e.f. & f.g.e.(del triangolo.f.e.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita(per la sesta del primo) che'l lato.e.f.sia equal al lato.f.g.& perche l'angolo.g.d.b.(per la seconda parte della uigesima nona del primo)è retto & l'angolo.d.g.b.è la mità d'un retto(come prouato habbiamo)adonque per la detta trigesima seconda del primo l'angolo.d.b.g.serà etiam lui la mità d'un retto(& per la sesta del primo)il lato.b.d.serà equale al.d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de.e.g.è doppio al quadrato de.e.f.similmente serà etiam doppio il quadrato de.c.d.per esser.c.d.equal al.e.f.(per la detta trigesima quarta del primo)anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de a.e.serà doppio al quadrato del.a.c.& perche il quadrato de.e.g.è doppio(com'è detto)al quadrato de.c.d.adonque li duoi quadrati delle due linee.a.e.& e.g.tolti insieme seranno doppij alli duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.d.tolti insieme & perche il quadrato de.a.g.si è tanto quanto li detti duoi quadrati de.a.e.& de.e.g.(per la detta penultima del primo)seguita adonque che'l quadrato solo della linea.a.g.sia doppio alli detti duoi quadrati de.a.c.& c.d.tolti insieme, & perche il quadrato de.a.g.si è tanto quanto li duoi quadrati de.a.d.& de.d.g. (per la detta penultima del primo)seguita adonque che li detti duoi quadrati de.a. d.& d.

d, & ,d,g, siano in summa doppij alli detti dui quadrati de ,a,c, & ,c,d, pur gionti insieme, & perche ,d,b, è equale al ,d,g, il quadrato de ,d,b, (per commune sciētia) serà etiam equale al quadrato de ,d,g, seguita adonque che li dui quadrati de ,a,d, & ,b,d, gionti insieme siano doppij alli dui quadrati de ,a,c, & ,c,d, pur gionti insieme, che è il proposito.

Problema. I. Propositione. II.

11/11 Puotemo segare una data retta linea si conditionatamente che il rettangolo che è contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che uien fatto dell'altra parte.



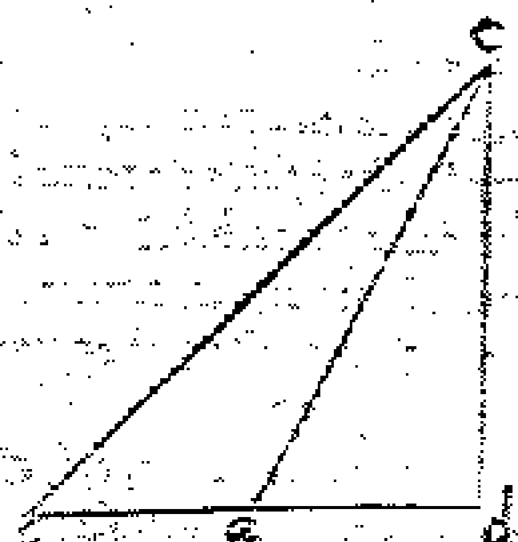
Sia la data linea ,a,b, laqual volemo diuidere cosi cōditionatamente che quel che uien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato dell'altra maggior parte, & per far tal cosa descriuerò il quadrato sopra la detta linea .a.b. (per la quadragesima sesta del primo) il qual sia ,a,b,c,d, & diuido il lato ,b,d, in due parti equale in ponto ,e, et produco la ,a,e, & slongo etiam la ,e,b, fina in ponto ,f, talmente che la ,e,f, sia equale alla ,a,e, et sopra la parte estrinseca .b.f. descriuo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato .b.f.g.h. ilquale sega dalla linea ,a,b, la parte ,b,h, equale alla parte ,b,f, hor dico che la linea ,a,b, è diuisa talmente in ponto ,h, che quello che è fatto da tutta la linea .a.b. in la sua minor parte ,a,h, è equale al quadrato dalla parte .h.b. Et per dimostrar questo slongo la ,g,h, per fin al .k. laqual serà equidistante al ,a,c, perche adonque la linea ,d,b, è diuisa in due parti equale in ponto ,e, & a quella gliè aggiunta la linea .b.f. Il rettangolo compreso sotto a tutta la linea .d.f. & alla linea .b.f. col quadrato della .e.b. per la sesta di questo, serà equale al quadrato della ,e,f, & perche .e.f. si è equale alla .e.a. il rettangolo adonque fatto della ,d,f, in la ,b,f, con lo quadrato della ,e,b, serà equale al quadrato della .e.a. & perche il quadrato della, e.a. (per la penultima del primo) si è equale alli dui quadrati delle due linee .e.b. & .a.b. seguita adunque che'l rettangolo della .d.f. in la .b.f. con lo quadrato della .e.b. sia equale al medesimo quadrato della .e.b. insieme con lo quadrato della ,a,b. leuando uia da l'una & l'altra summa il quadrato della ditta .e.b. li dui rimanenti (per la tertia concettione) seranno fra loro equali, delli qual rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della d.f. nella .b.f. & l'altro è il quadrato della .a.b. & perche il rettangolo fatto della d.f. nella .b.f. si è la superficie .d.g. perche .f.g. è equale al .b.f. (per esser ciascun di loro lato del quadrato .b.f.g.h.) adonque la superficie .d.g. serà equale al quadrato della .a.b. cioè al quadrato .a.d. hor se communamēte ne cauamo la superficie .d.h. li dui rimanenti serāno anchora equali (per la detta tertia concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie .a.k. l'altro serà il quadrato .b.f.g.h. & perche la superficie .a.k. è contenuta sotto a tutta la linea .a.b. & alla sua minor parte .a.h. (per essere .a.c. equali à .a.b.) & lo quadrato .b.f.h.g. è il *quadrato de.b.h.cioè de l'altra sua maggior parte, adonque la linea.a.b. serà divisa secondo il proposito nel ponto.h, perche la superficie, over rettangolo de tutta la linea,a,b,in la sua minor parte.a.h. è equale al quadrato dell'altra sua maggior parte.h.b, Et nota che non bisogna a faticarsi in voler dividere in questo modo un numero perche è impossibile, come in la nogesima nona del sesto si manifestarà.*

Il Tradottore.

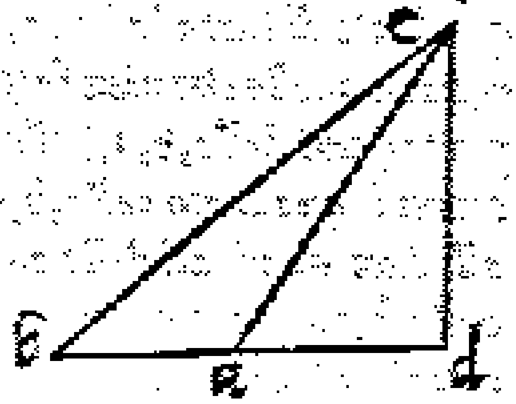
La nogesima nona del sesto non dimostra quel che dice il commentatore, cioè che'l non si possa dividere un numero sotto la detta conditione, anci la dimostra in la sesta del tertiodecimo.

Problema. 11. Propositione. 12.

12 In li triangoli che hanno un'angolo ottuso tanto è piu potente quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambi li altri dui lati che contengono l'angolo ottuso, quanto è quello che è contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due volte.



Sia il triangolo,a,b,c, el quale habbia l'angolo,a,ottuso dal ponto,c, sia dutta una linea perpendicolare al la linea.a.b.laqual de necessità cade fuora del triangolo,a,b,c, altramente l'angolo,a,seria retto, over minor d'un retto (per la sesta decima del primo) laqual cosa seria contra il presupposito, over che cadendo di dentro del triangolo sopra la linea,a,b, constituerà il triangolo verso,a,che li duoi angoli di quello seriano maggiori de duoi angoli retti, cioè l'angolo,a, insieme con l'angolo retto (che faria la perpendicolare) laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo) il che adonque la detta perpendicolare caderà di fuora del detto triangolo a,b,c, laqual ponemo sia la linea,c,d, ma perche la linea,b,a,non arriva fina al ponto del cadimento della detta perpendicolare, però slongaremo quella per fina al detto ponto il quale sia il ponto,d, hor dico che'l quadrato del lato,b,c, (il quale sotto tende all'angolo,a ottuso) è tanto maggior delli duoi quadrati delli due linee,a,b,& a,c, (circondante il detto angolo,a,ottuso) quanto è il doppio di quello, che vien fatto dal,a,b,in,a,d, ma inanti che veniamo alla demostratione bisogna notare qualmente la possanza di una linea, è in respetto del suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto è il quadrato descritto sopra a quella, over quanto è il produtto di quella dutta in si medesima, hor veniamo alla dimostratione della proposta propositione. Perche la linea,b,d,è divisa in due parti in ponto,a, il che il quadrato de tutta la linea b,d, serà equal (per la.4.di questo) alli dui quadrati delle due linee,b,a,&,a,d,& al doppio di quello che vien fatto della,a,b,in la,a,d,& perche il quadrato della,b c, (per *c,(per la penultima del primo) è equale al quadrato della,b,d,et al quadrato della,d,c,adonque il quadrato di questa,b,c,serà equale alli quadrati delle tre linee b,a,a,d,& ,d,c,et al doppio di quello che vien fatto dal,a,b,in,a,d,ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della,a,c,è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d,et,d,c,adonque il quadrato della,b,c,è equal alli dui quadrati delle due linee,b,a, & ,c,a,et al doppio di quello che vien fatto della,b,a,in,a,d, per laqual cosa il lato,b,c,puo piu delle due linee,b,a,a,c,tanto quanto è il doppio di quello che vien fatto dal,a,b,in,a,d,perche gia havemo detto che tanto se dice poter qualunque linea quanto quello che la produce dutta in se medesima,che è il proposito.*

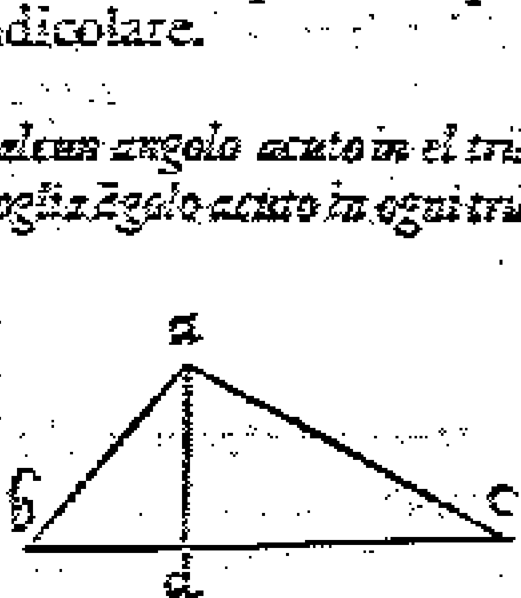


Theorema.12. Propositione.13.

13 Quella linea che rilguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossi
12 gonio,puo tanto meno de ambidui li altri lati, che contengono quel angolo acuto,quanto è quello che è contenuto due uolte sotto de quello lato alqual sta sopra la perpendicolare di dentro,& a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

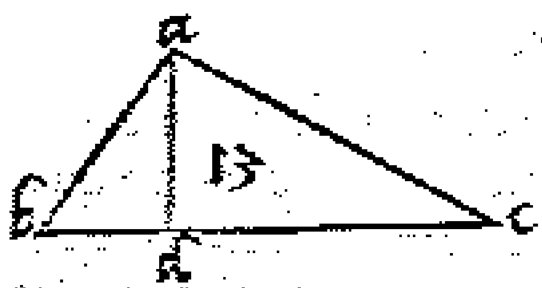
Quello che quivi se propone del lato risguardante alcun angolo acuto in el triangolo ossigonio se verifica del lato riguardante qual si voglia angolo acuto in ogni triangolo,o sia orthogonio,over ambligonio,over ossigonio.

Sia adonque il triangolo.a.b.c. & sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo.c.acuto sel serà ossigonio ducendo la perpendicolare dallo angolo.a.overo dello angolo,b,al suo lato opposito,La detta perpendicolare sempre caderà di dentro del triangolo(come sotto si demostrarà)ma se il ditto triangolo,a,b,c,serà ambligonio,over orthogonio ducendo la perpendicolare dall'angolo ottuso (over dal retto) al lato opposito è necessario che quella cada di dentro del triangolo(e questo di sotto se demostrarà)stando adonque l'angolo,a, retto over ottuso over acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato.b.c.opposito caderà dentro del triangolo sopra la detta linea,over lato.b.c.quella poniamo sia la linea,a,d,& perche in ogni triangolo è necessario che gli sia dui angoli acuti(per la trigesima seconda del primo) dilche stante il presupposito l'angolo.b.seria etiã acuto si come e l'angolo.c.dico adonque chel quadrato de.a.b.(che opposito all'angolo, c.acuto)è tanto minor delli dui quadrati delle due linee.a.c.& .b.c.quanto è il doppio di quello che vien fatto della.b.c.in la.d.c over dico chel quadrato della.a.c.(ilquale etiam è opposito all'angolo b.ilquale ponessemo etiam acuto)e tanto minor delli dui quadrati delle due linee.a.b.& b.c.quanto è il doppio di quello che vien fatto della.c.b.in la.d.b.perche la linea.b.c.divisa in due parti nel põto,d,il



quadra-

quadrato di tutta la linea,b,c,cõ lo quadrato della parte,d,c,(ꝑ la.7.di q̃sto)serà equal a quello che uien fatto della.b.c.in la.d.c.due uolte & al quadrato dell'altra parte (cioè della,b,d,) dilche agiungendo a l'un e l'altro il quadrato della,a,d,serà etiam il quadrato della,b,c,con li dui quadrati delle due linee,a,d,&,d,c,equale alli dui quadrati delle due linee,a,d,&,d,b, & al doppio di quello che uien fatto della,b,c,in la,c,d,& perche(per la penultima del primo)il quadrato della,a,c,è equale alli quadrati delle due linee,a,d,&,d,c,adonque il quadrato della,b,c,con lo quadrato della,a,c,è equal alli quadrati delle due linee,a,d,et,b,d, & al doppio di quello rettãgolo che uien fatto della.b.c.in la,c,d,(ma per la medesima penultima del primo)il quadrato de,a,b,è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d,&, b,d, Adonque il quadrato della,b,c,con lo quadrato della,a,c,si è equal al quadrato della,a,b, & al doppio di quel che uiẽ fatto della,b,c,in la,c,d,per laqual cosa il quadrato solo della,a,b,seria minor delli detti dui quadrati de b,c,&,a,c,quanto seria il doppio di quel che uien fatto della detta,b,c,in la,c,d,che è il proposito, per simil modo tu approuerai, che'l quadrato del lato,a,c,che opposito all'angolo,b,acuto, esser tanto minor delli quadrati delle due linee,a,b,&,b,c, quanto è il doppio di quello che uien fatto della,c,b, in la,b,d, Et è da notar che per questa,et per la precedente,e per la penultima del primo,che conosciuto che hauemo li lati di ogni triangolo se conosce la area superficial di quello,& con lo aggiuto delle tauole de corda,& arco,se conosce ogni angolo di quello.



Il Tradottore.

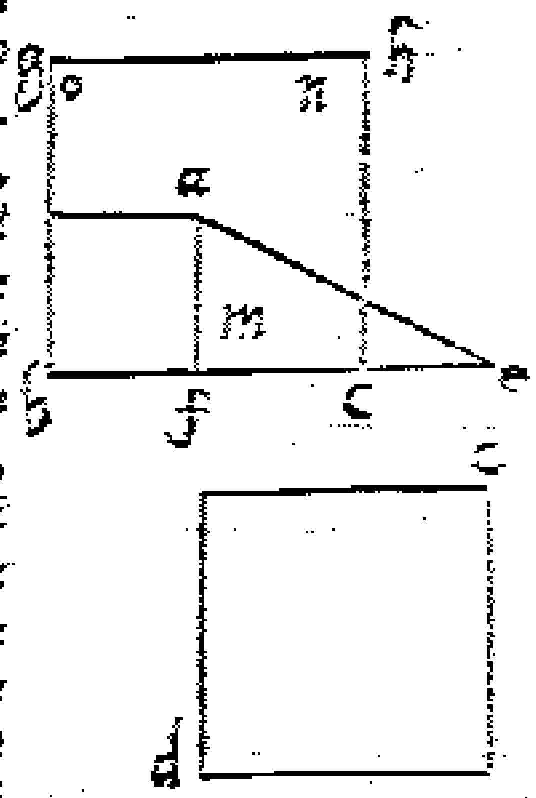
Hora per approuare che tirando del l'angolo,a,del proposito triangolo.a.b.c.una perpendicolare al lato.b.c.opposito come le necessario (essendo l'angolo.a.obtuso, ouer retto,ouer acuto d'un triangolo ossigonio)che lei cada di dentro del triangolo, poneremo il medesimo triangolo,a,b,c,& prosupponeremo(che tirando al detto ãgolo.a.una perpẽdicolare alla linea.b.c.)che'l sia possibile(per l'aduersario)che la cada de fuora del triangolo nel ponto d.& alongarò la linea.c.b.per fin al detto ponto.d.& serà cositituido il triangolo a.b.d.de fora del proposito triangolo.a.b.c.et perche li dui angoli.a. b.c.& .a.c.b.stante l'angolo.a.secondo il prosupposito (per la trigesima seconda del primo)sono acuti, adonque se l'angolo.a.b.c.è acuto l'angolo.a.b.d.del triangolo.a.b.d.(per la tertia decima del primo)serà obtuso & l'altro angolo.a.d.b.(per esser cositituido della perpendicolare.a.d.)serà retto,adõque li dui angoli.a.b.d.et.a.d.b.(del triangolo.a.b.d.)gionti insieme seriano maggiori de dui angoli retti, laqual cosa è impossibile(per la decima settima del primo) seguita adonque che la detta perpendicolar debba cader di dentro del triangolo de necessità,che è il proposito.

Problema.2. Propositione.14.

0 Proposti duoi quadrati, come si voglia, a l'uno di quelli puotemo descriuere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta i fine del primo libro, ma per non esser in suo condecente loco, lo hauemo quiui assettata.



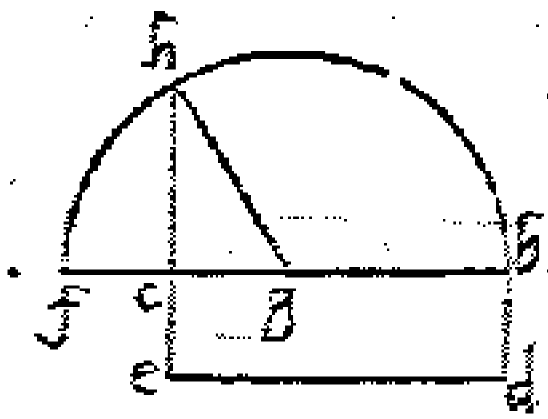
Siano adonque proposti li duoi quadrati, a, b, & c, d, & sia il proposito de descriuere attorno il quadrato a.b. un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato c.d. Per tanto sia slongato uno di lati del quadrato, a.b, direttamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioè che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, c, d, & dal ponto, e, sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b.) et serà constituido il triangolo a.f.e. orthogonio (p esser l'angolo, a, f, e, retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quāto li duoi quadrati delle due linee a.f. & f.e. (per la penultima del primo,) ma il quadrato della f.e. è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato a.b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati a.b. & c.d. Et perche li duoi lati, a, f, & f, e, sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato a.e. & perche la b.f. si è equale alla f.a. tutta la linea b.e. serà maggiore del ditto lato a.e. Adōque della linea, b, e, sia resegata la parte b.c. (per la tertia del primo) equale al lato, a, e, talmente che la, b, c, sia equale alla ditta a.e. & sopra la linea b.c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato b.c.g.h. il qual quadrato b.c.g.h. è equale al quadrato della a.e. (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati a.b. et c.d. adonque il quadrato b.c.g.h. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati a.b. & c.d. ma il quadrato b.c.g.h. soprabenda il quadrato a.b. nel gnomone m.n.o. il qual gnomone m.n.o. uerrà a esser equale al quadrato c.d. adonque attorno il quadrato a.b. h hauemo descritto il gnomone m.n.o. equale a l'altro quadrato c.d. che è il proposito.

Problema.3. Propositione.15.

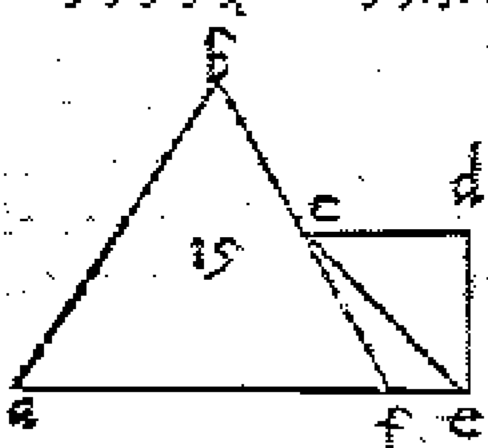
14/14 Puotemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.

Sia il dato triangolo a. al quale noi uolemo descriuere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo a. laqual pongo sia la superficie b.c.d.e. & se per caso li lati di quello fussino equali, cioè, che lo lato b.d. fusse equale al lato, d, e, noi hauerissimo quello che cercamo, perche la detta superficie

perficie per la diffinitione seria un quadrato, come se adimanda, ma se li lati seranno inequali all'hora agiungerò il lato minore, al lato maggiore in diretto, & sia c.f. cioè che, e, f, sia equale al, c, e, suo minor lato, il quale è agionto in diretto al b.c. suo maggior lato secondo la rettitudine, hor tutta questa linea b.f. dividerò in due parti equale in ponto g. & fatto g. centro sopra la linea b.f. secondo la quantità della linea g.b. descriverò il mezzo cerchio b.h.f. & lo lato e.c. allongarò per fina a tanto che'l sega la circonferentia in ponto h. hor dico che'l quadrato della linea c.h. è equal al ditto triangolo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea g.h. et perche la linea f.b. divisa in due parti equali in ponto g. & in due parti inequali in ponto c. quello che vien fatto del dutto della b.c. in la c.f. con lo quadrato della, c, g, (per la quinta di questo) è equale al quadrato della, g, f, et perche, g, h, è equale alla, g, f, (per la quartadecima diffinitione del primo,) perche ambedue se parteno dal centro, g, e vanno alla circonferentia, adonque quello che vien fatto del dutto della, b, c, in la, c, f, con lo quadrato della, g, c, serà equale al quadrato della, g.h. & perche il quadrato della, g, h, si è equale (per la penultima del primo) alli doi quadrati delle due linee, g, c, & c, h, adonque li detti doi quadrati de, g, c, & c, h, seranno equali al detto quadrato, de, g, c, insieme con quello ch'è fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, levando adonque communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della, c, g, restarà il quadrato solo della, c, h, equal a quello che vien fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, & perche il dutto della, b, c, in la, c, f, e equale alla superficie, b, c, d, e, perche, c, e, e equale alla, c, f, adonque il quadrato della linea c.h. serà



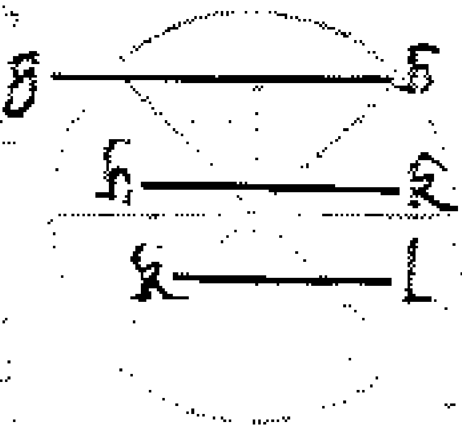
equale alla superficie, b, c, d, e, è perche la superficie, b, c, d, e, è equale al triangolo, a, adonque il quadrato della linea, c, h, serà equale (per la prima concettione) al triangolo, a, che è il proposito. Et nota che per questo modo se trova il lato tetragonico de qual si voglia figura piu longa da una banda che dall'altra, & simplicemente d'ogni figura contenuta da linee rette sia come si voglia, Perche ogni tal figura la resolvemo in triangoli, & de cadauno di quegli triangoli, trovamo il



lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, & dapoi trovamo (per la penultima del primo) una linea laqual possi in tutti quei lati tetragonici trovati essempli gratia, voglio al presente trovar il lato tetragonico della figura irregular, a, b, c, d, e, f, resolvo quella in tre triangoli quali sono, a, b, f, c, d, e, & c, f, e. Anchora secondo la dottrina di questa ritrovo li lati tetragonici di questi tre triangoli, quali sieno, g, h. h. K. et. K. l. e tiro la, h, K, perpendicolarmente sopra la, g, h, e tiro la, g, K,

onde

onde (per la penultima del primo) il quadrato della. g. k. serà equale alli quadrati delle due linee, g. h. & h. k. & lo terzo lato k. l. constituisco perpendicolarmente sopra la linea. g. K. et tiro la linea, g. l, e la linea, g. l, (per la detta penultima del primo) serà il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea proposta, ch'è il nostro proposito.

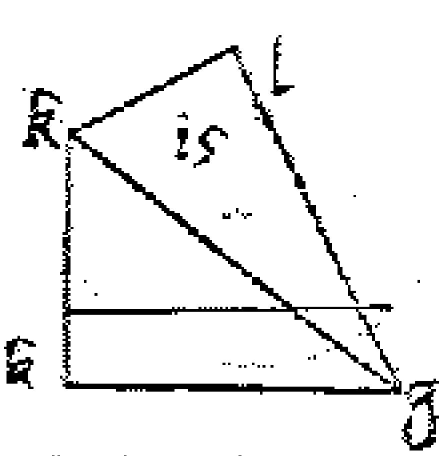


Il Tradottore.

El testo di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda tradottione dice in questa forma.

Proremo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

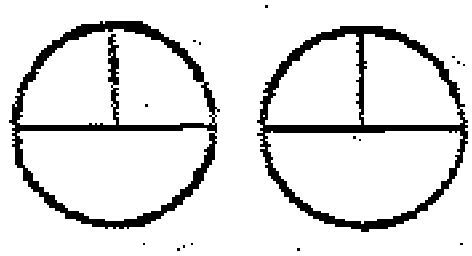
La qual propositione e piu generale della soprascritta, perche lei propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la conclude, per il modo dato di sopra anzi la cõclude per la quadragesima quinta del primo (della qual manca la prima tradottione) cioè lui vol che sia constituido uno parallelogrammo rettangulo equal al dato rettilineo (per la detta quadragesima quinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del parallelogrammo. b. d. c. e.



LIBRO TERZO
DI EVCLIDE.

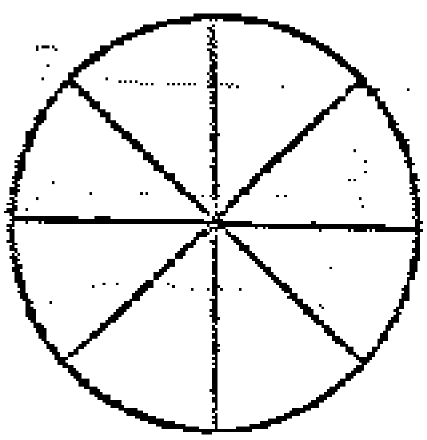
Diffinitione prima.

1/1 LI CERCHII se dicono esse re equali, quando li diametri, ouer li mezzi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, ouer mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.



Il Tradottore.

QUESTA diffinitione, ouer suppositione e assai manifesta da se, cioè che li cerchi che hanno li lor diametri, ouer li lor mezzi diametri equali sono fra loro equa-

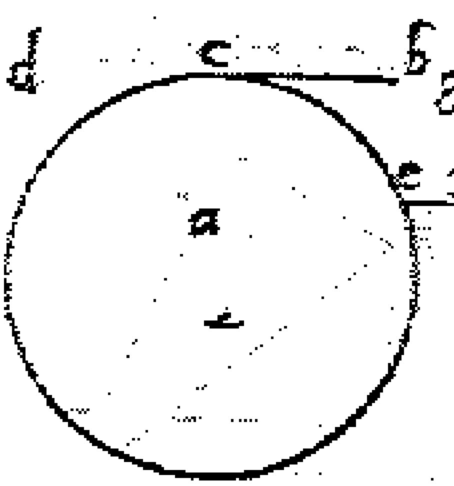


li, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza addur esempio, uero è che questa è piu presto suppositione, ouer petitione che diffinitione.

Diffinitione. 2.

2/2 Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non segha il cerchio.

Il Tradottore.

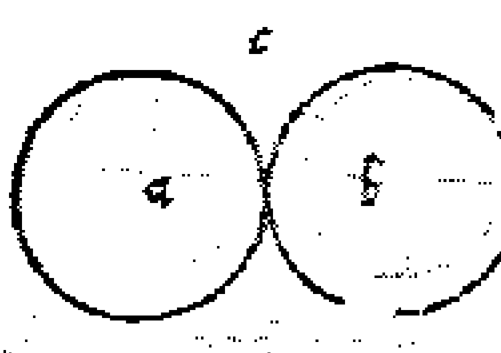


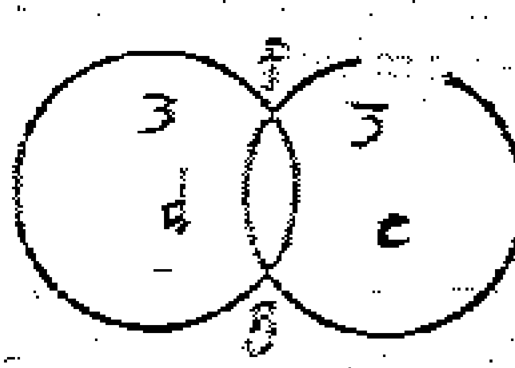
In la presente diffinitione uien notificato come una linea uien detta toccare un cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio, a, toccato dalla linea, b, c, in ponto, c. & dalla linea, e, f, in ponto, e, & perche chi menasse, ouer producesse la linea, b, c, dalla parte, c, uerso, d, ouer dalla parte, b, uerso, g, lei non segarà il detto cerchio, come al senso si puo considerare, però se dirà, che la detta linea, b, c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto. c. laqual cosa non si puo dire della linea. e. f. perche chi ducesse quella dalla parte. e. inuerso. a. senza dubbio lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerar, però non si intenderà che essa linea, e. f. sia toccante il cerchio. a. anzi serà segante il detto cerchio. & la b. c. serà toccante il detto cerchio.

Diffinitione. 3.

3/3 Quelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro non si seghano.

Il Tradottore.





In questa diffinitione uié dechiarido come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, e non si segano essempio, siano li dui cerchi a. & b liquali si toccano nel ponto. c. & li dui altri. d. & e. liquali si toccano etiam loro, ma si seghano nelli dui ponti. f. & g. dilche li dui cerchi, a, et, b, perche si toccano, & non si seghano nel ponto. c. se diranno toccanti fra loro nel ponto. c. laqual cosa non si dirà de li dui cerchi. d. & e. abenche anchora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli dui pōti. f. g. anzi se diranno seganti fra loro & li dui, a, b, & b. toccanti & similmente li dui. b. & k. in ponto. m.

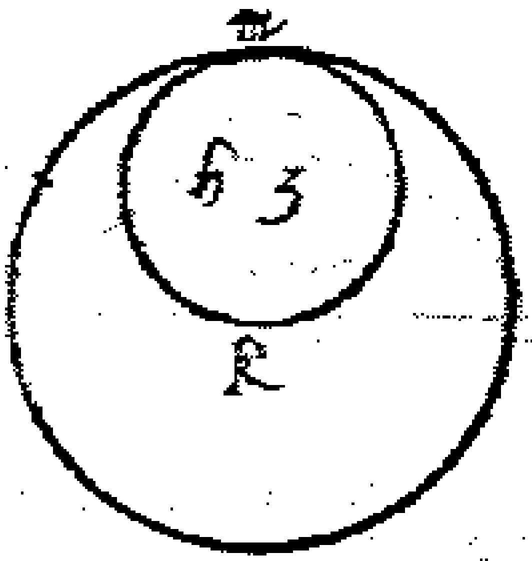
Diffi-

Diffinitione. 4.

4/4 Le linee rette in un cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle serāno equale.

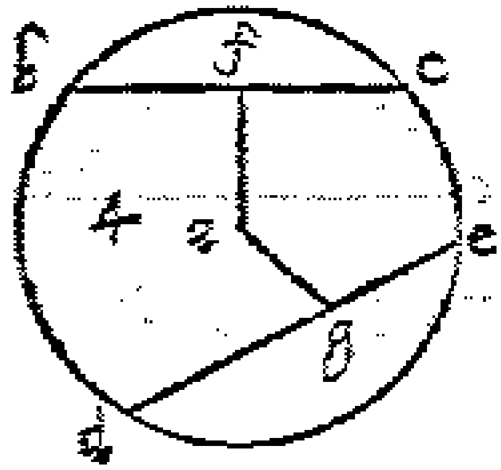
Il tradottore.

El se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchi sono dette equalmente distare dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare del detto centro a ciascuna di quelle seranno equali, essempio, siano le due linee, b, c, & d, e, nel cerchio, a, & sopra ciascuna di loro (dal centro. a.) siano dutte le perpendicolare. a. f. & . a. g. se per caso le dette due perpendicolare, cioè, a, f, & a, g, seranno equale le dette due linee, b, c, & d, e, se diranno equalmente distare dal centro idest &c.



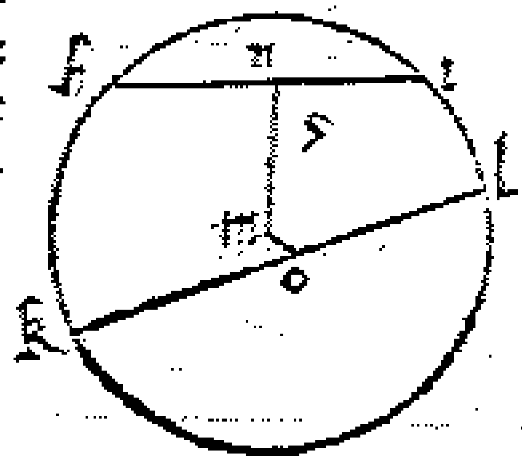
Diffinitione. 5.

5/4 Et piu distare dal centro è detta quella in la quale cade piu longa la detta perpendicolare.



Il Tradottore.

Questa diffinitione abenche la sia disgiunta dalla passata, tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee par descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distāte dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee. h. i. & . k. l. in lo cerchio. m. sopra dellequale dal centro. m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare. m. n. & . m. o. & perche la perpendicolare. m. n. è piu longa della perpendicolar. m. o. se dirà che la linea. h. i. è piu distante dal centro. m. che non è la linea. k. l. & questo è quello, che se vuol inferire.



Diffinitione. 6.

6/0 Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne aduertisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è nominata, corda, essempio, sia la parte del cerchio. a. b. c.

contenuta dalla linea curua.a.b.c. & dalla linea retta.a.c. dice che la linea.a.c.è detta corda.

Diffinitione. 7.

7/0 Et la parte della circonferentia se chiama arco.

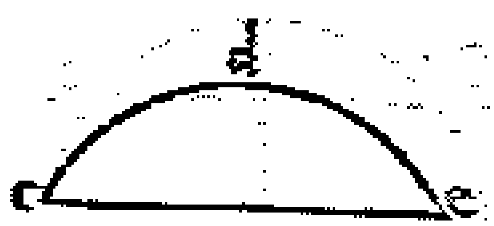
Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, che seria la linea curua.a.b.c.della figura superiore laquale satisfa, etiam per lo essempio di questa.

Diffinitione. 8.

8/6 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo de la portione.

Il Tradottore.



La presente diffinitione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto angolo della portione, essempio, sia la portione.c.d.e. dico che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda.c.e.& dal arco.c.d.e. sono detti angoli della portione, liquali angoli l'uno è l'angolo.c. & l'altro è l'angolo.e.& c.

Diffinitione. 9.

9/7 L'angolo, che è contenuto da due linee rette che uscissano da qualunque ponto che sia in l'arco, & uadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.

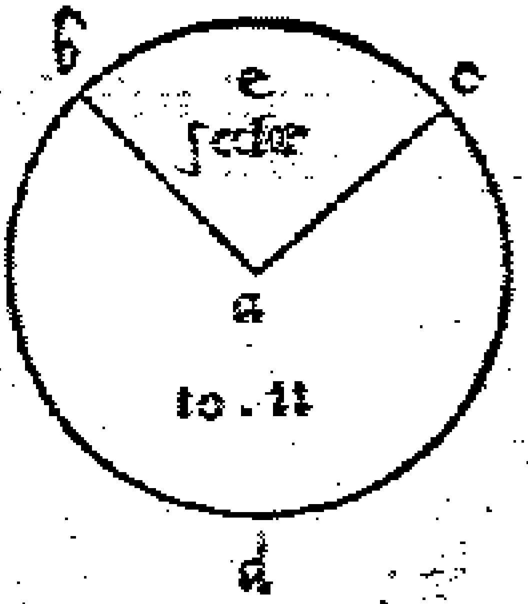
Questa diffinitione admonisce, che quel angolo è detto stare sopra de l'arco, ilquale è contenuto da due linee rette dutte di qual si uoglia ponto, che sia in l'arco alli duoi termini della corda, essempio, sia la portione.a.b.c.& sopra de l'arco sia tolto il ponto.b.dal quale tirando le due linee.a.b.& .c.b.alli duoi termini della corda.a.c.serà constituido l'angolo.a.b.c.ilqual angolo.a.b.c.è detto stare sopra l'arco.a.b.c.ideo, &c.

Diffinitione 10.

9/10 Settor del cerchio è una figura, che è contenuta sotto a due linee rette, dutte dal centro, & sotto l'arco comprehenso da quelle.

Il Tra-

Il Tradottore.

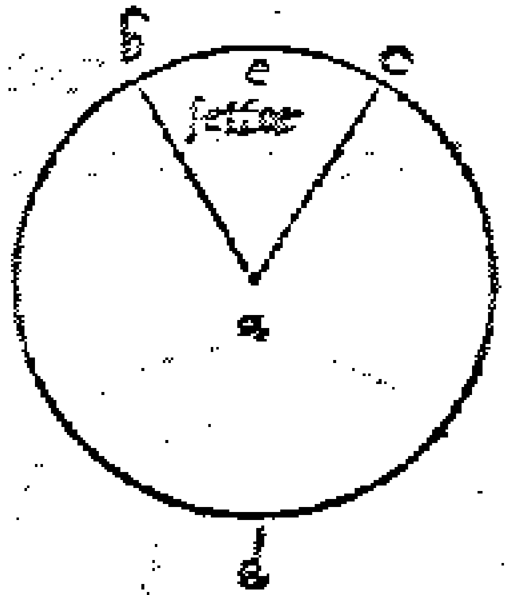


La presente diffinitione ne da intendere come il sector di cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro. & sotto a l'arco cõprehesso da quelle, essempio, sia il cerchio.b.c.d. descritto sopra il centro.a. dal qual centro.a. dutte le due linee.a.b. & .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette.a.b, & .a.c. & dallo arco,b, se chiama sector di cerchio.

Diffinitione 10.

10 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è
0 detto stare sopra il centro.

Il Tradottore.

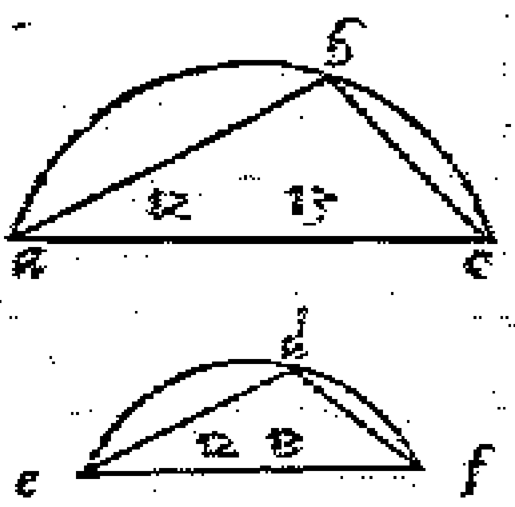


La presente diffinitione (seguitano la precedente) dechiara l'angolo circondato, over cõtenuto da quelle due linee rette dutte dal centro del detto cerchio è detto stare sopra il cerchio del detto cerchio, ilqual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee.a,b.et.a.c. sopra il centro.a. della figura circular della diffinitione precedente, laqual satisfa per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione. 12.

12 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequal li angoli che stanno
10 sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.



La presente diffinitione ne aduertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli, che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni.a.b.c. & e.d.f. havente ciascuna di loro uno angolo sopra dil suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo.b. (contenuto dalle due linee rette.a.b. & .c.b. sopra l'arco.a.b.c. nel detto ponto.b.) l'altro sia lo angolo.d. (contenuto dalle due linee rette.e.d. & f.d. sopra l'arco.e.d.f. nel detto ponto.d.) dice adonque che se l'angolo.b. (che è sopra l'arco.a.b.c.) serà equal a l'angolo.d. (che è sopra l'arco.e.d.f.) la portion.a.b.c. serà simile alla portion.e.d.f. abenche l'una sia de maggior cerchio che l'altra.

Diffinitione. 13.

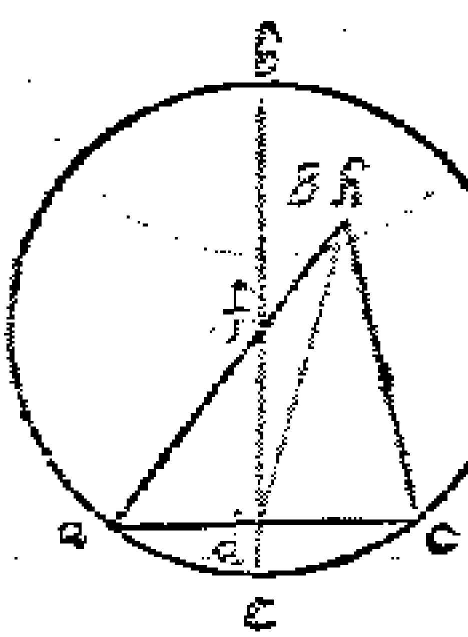
13/0 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceueno equali angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che receueno al predetto modo li angoli equali, cioè al modo della precedēte, essempio, se l'angolo b. contenuto dalle due linee. a. b. & c. b. (della precedente) sopra l'arco, a, b, c, serà equale all'ãgolo. d. contenuto dalle due rette, e, d. & f, d, sopra dell'arco, e, d, f, (pur della figura della precedente) all'hora l'arco, a, b, c, serà simile a l'arco, e, d, f, abenche l'uno sia maggior di l'altro & questo è quello che se uuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1/1 Puotemo ritrouare el centro d'un proposto cerchio.



Sia il proposto cerchio, a, b, c, ilquale uolemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea, a, c, la qual termini oue si uoglia nella circonferentia di esso cerchio, la qual linea. a. c. (per la decima del primo) diuido in due parte equali nel ponto, d, dalqual pōto. d. (per la undecima del primo) conduco una perpendicolare alla detta linea, a, c, & quella produco da ambe le parti sin che la se applica alla circonferentia quale sia la linea. b. d, e. laquale linea. b. e. pur diuido in due parti equali in pōto. f. (per la detta decima del primo) ilqual ponto. f. dico esser il centro del detto cerchio, per che se quello non è il centro del detto cerchio (per lo aduersario) quel serà adonque ouer in la linea, b, e, ouer che sarà di fora di quella hor dico che'l non puo esser nella detta linea, b, e, & se pur il fusse possibile per l'aduersario poniamo che'l sia il ponto, g, essendo adonque il ponto, g, il centro del detto cerchio la linea, g, b, seria (per la diffinition quartadecima del primo) equale alla linea, g, e (perche ciascuna se parte dal centro e ua alla circonferentia) e perche la, f, e, è etiam equale alla f. b. (per commune scientia) la, f, b, serà maggior della parte, g, b, e cōsequentemente la, e, f, seria etiam maggior della, g, e, (per esser la, g, e, equale alla detta, g, b,) laqual cosa è impossibile (per la ultima cōcettione) che la parte, f. e. sia maggior del tutto cioè della. g. e. seguita adōque che'l detto centro nō puo esser nella detta linea. b. e. eccetto che nel ponto. f. Anchora dico che'l non puo essere de fuora della detta linea. b. e, e se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) poniamo che'l sia il ponto. h. siano tirate le linee. h. a. h. d. h. c. el serà costituido li dui triāgoli. h. a. d, & h. d. c. et perche li dui lati. h. d. & d. a. del triangolo. h. a. d. sono equali alli *li alli duoi lati.b.d.& .d.c.dal triangolo.b.d.c.& similmente la basa.b.a.dell'uno seria equal alla basa.b.c.dell'altro(perche ambe si parteno del centro.b.et uano alla circonferentia)seguitaria adonque(per la ottaua del primo)che l'angolo.b.d.c.de l'uno seria equale all'angolo,b,d,a,dell'altro, & perche questi duoi angoli.b.d.a. et.b.d.c.sono causati della linea,b.d.cadēte sopra la linea,a,c,dilche essendo li det li duoi angoli, equali,ciascun di loro seria retto(per la ottaua diffinitione del primo)e perche l'angolo,a,d,b,fu constituido retto adonque l'angolo,a,d,b,seria equale all'angolo,a,d,b,(per la tertia,petitione per esser ambiduoi retti laqual cosa è impossibile,per la ultima concettione)che la parte se equali al tutto, seguita adonque che'l centro del dato cerchio,non possendo esser in alcun luoco de fuora del pōto.f. che quel sia nel proprio ponto,f,che è il proposito.*

Corellario.

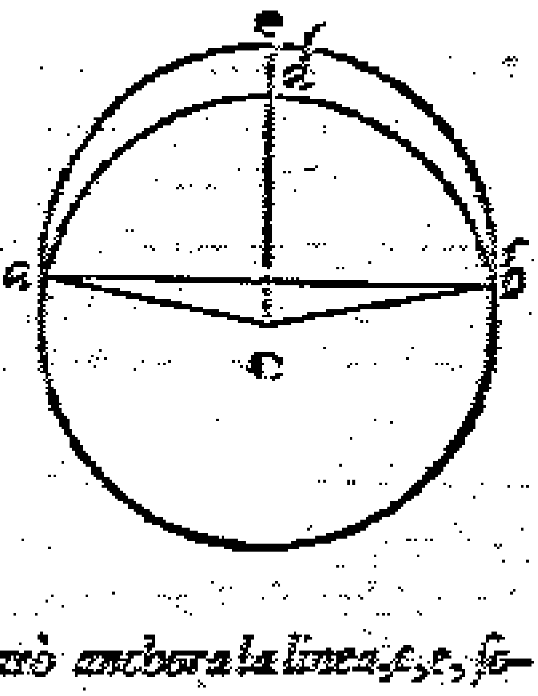
1/1 Onde egliè manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminano in la circōferentia,niu na di quelle segharà l'altro orthogonalmente in due parti equale,se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli è manifesto che se due linee rette seranno in un cerchio terminante nella circōferentia di quello mai l'una seghirà l'altra orthogonalmente in due parti equale se quella non passa per il centro di esso cerchio,si come di sopra si è visto nella linea.b.e.laquale sega la linea,a,c,orthogonalmente in due parti equale in ponto,d,& quella passar per lo ponto.f.centro del detto cerchio a.b.c.e questo è quello che nel correlario se uol inferire.

Theorema.1. Propositione.2.

2/2 Se si menarà una linea retta, da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circōferētia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.



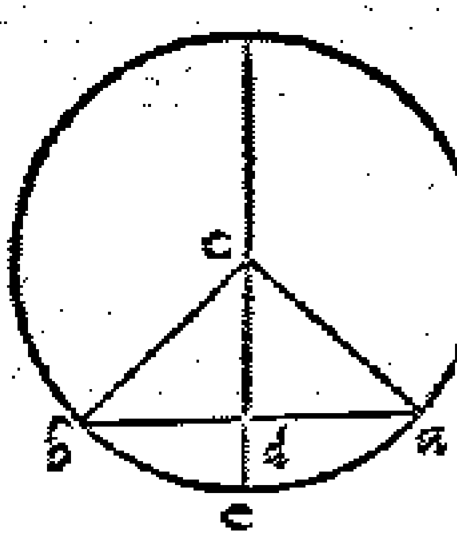
Sia il cerchio.a.b.il centro di qual sia il ponto,c,sopra della circonferentia di quello sian li duoi ponti.a. & .b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto.a. al ponto.b.le necessario che quella seghi il detto cerchio,a.b.& se possibil fusse per l'aduersario ch'ella non lo seghi,ma che quella transisca di fuora del detto cerchio, poniamo sia la linea,a,e,b, & che sia retta per satisfar lo detto aduersario dal cētro,c,produrò le due linee.c.a.et.c.b.et serà constituido il triangolo delle tre linee.c.a.c.b.& della linea.a.e.b.dilquale li duoi lati.c.a.et.c.b.sono equali perche ābduoi uaneno dal centro alla circonferentia, adonque(per la quinta del primo)l'angolo,c,a,b,serà equal all'angolo,c,b,a,tirarò anchora la linea,c,e,sopra

pra

pra la detta linea.a.e.b.laqual sega la circonferentia nel ponto.d.& diuide il detto triangolo.a.b.c.in li duoi triangoli.c.e.b.& .c.e.a.et perche l'angolo.c.e.a.estrinsico (per la sesta decima del primo) è maggior dell'angolo.c.b.e.intrinsico a se opposito, & perche l'angolo.c.a.b.è equale al detto angolo.c.b.e.seguita adonque (per communa scientia) che'l detto angolo.c.e.a.sia etiam maggiore del detto angolo.e.a.c.(& per la decima nona del primo) il lato.a.c.serà maggiore del lato.c.e.et perche.c.d.è equal (per la decima quarta diffinition del primo) al detto lato.c.a.seguita adonque (per communa scientia) che la detta linea.c.d.sia maggiore della detta linea.c.e.laqual cosa è impossibile,cioè che la parte sia maggiore de tutto (per la ultima concettione) perche adonque la detta linea congiongente li detti duoi ponti.a.& b.non puo transire de fuora del detto cerchio,de necessità transirà di dentro,& transiendo di dentro segharà quello,che è il proposito.

Theorema.2. Propositione.3.

3/3 Se serà una linea retta collocata dentro a un cerchio, laqual non passi per il centro, & che un'altra che uenga dal centro seghi quella in due parti equali,egliè necessario che la stia sopra a quello orthogonalmente, & se lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la diuida quella in due parti equali.



Sia la linea.a.b.collocata dentro dal cerchio a.b.il centro dalqual sia il ponto c.& la linea.c.d.che uien dal centro.c.quella diuida la linea.b.a.in due parti equali nel ponto.d.dico che la detta linea.c.d.diuide la detta linea.b.a.orthogonalmēte,cioè,che la,c,d,è perpendicolare sopra la.b.a.et è conuerso,cioè che se la linea.c.d.diuide la detta linea.b.a.orthogonalmente dico che lei diuide la detta linea.b.a.in due parti equale. Et per dimostrar questo produrò dal ponto.c.le due linee.c.b.& c.a.constituendo il triangolo,c,b,a,diuiso in duoi triangoli dalla linea,c,d,hor poneremo prima che la detta linea,c,d,diuida in due parti equali la detta linea.a.b.adonque li duoi lati,c,d,& ,d,a,del triangolo,c,d,a,seranno equali alli duoi lati,c,d,& ,d,b,del triangolo,c,d,b,& la basa,c,a,alla basa,c.b,serà equale (perche ambe uengon dal centro,c,& uanno alla circonferentia) adonque (per la ottaua del primo) l'angolo,d,dell'uno serà equale all'angolo,d,dell'altro,dilche (per la ottaua diffinitione del primo) ciascun di loro serà retto (& per la nona diffinition del detto) la linea,c,d,serà perpendicolare sopra della detta linea.b.a.che è il primo proposito, hor uegniamo al secondo ponendo che la,c,d,sia perpendicolare sopra la,b,a,dimostrarò che la detta,c,d,diuide la detta.b,a,in due parti equali,in questo modo perche la,c,d,è perpēdicolare sopra la,b,a,seranno li duoi angoli quali sono al ponto.d,ambiduoi retti,dilche l'una serà equale all'altra, & perche lo angolo,c,a,d,è etiam equale,

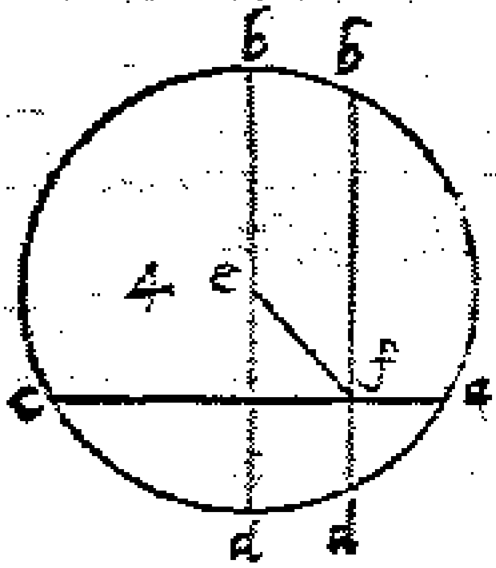
(per

(per la quinta del primo) all'angolo,c,b,d.per esser tutto il triangolo,c,b,a,de dui lati equali,adonque li dui angoli,c,d,b,& c,b,d,del triangolo,c,d,b,sono equali alli dui angoli,c,d,a,& c,a,d,del triangolo,c,a,d,& il lato,c,a,dell'uno è equale al lato,c,b, dell'altro, dilche (per la uigesima sesta del primo) il lato,b,d,serà equale al lato,a,d, adonque la linea,b,a, uerrà a essere diuisa in due parti equale nel ponto,d,che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.4.

4/4 Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che ambedue non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

Sia il cerchio.a.b.c.d.il centro delqual sia il ponto.e.nel quale siano le due linee.a.c.& .b.d.lequal si seghino fra loro nel ponto.f.& l'una e l'altra,ouer una di quelle non passi per lo centro.e. Dico che in tra loro non si diuidino in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia diuisa dall'altra in due parti equali, & quando questo fusse possibile per l'aduersario,poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro e.& che si diuideno ambedue in parti equale (per l'aduersario) in ponto.f.tirarò la linea.e.f.& perche.e.f.uien dal centro.e. & diuide le due linee dette in dui parti equale nel detto ponto.f. dilche (per la prima parte della precedēte) seria perpēdicola sopra di ciascuna di quelle & li dui angoli.a.f.e.& .e.f.c.fatti sopra la.a.c.saria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri dui angoli.e.f.d.& .e.f.b.(fatti sopra la linea.b.d.) seria etiam retto & perche li angoli retti son equali (per la tertia petition) adonque l'angolo.e.f.c.saria equale all'angolo.e.f.d.laqualcosa è impossibile che l'angolo.e.f.c.minore sia equale all'angolo.e.f.d.maggiore; adonque le dette

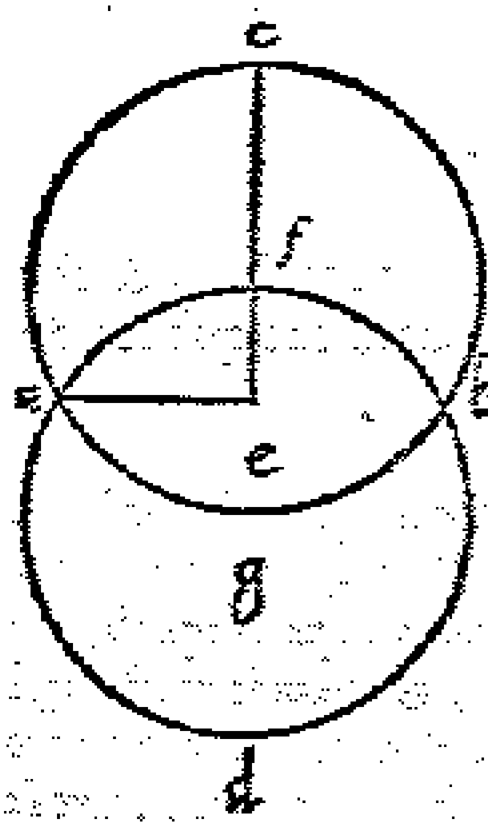


due linee.a.c.& .b.d.non se ponno diuidere fra loro in parti equale, similmente se una transirà per lo centro.e.& l'altra non, le pur necessario che le non se possano diuidere fra loro in parti equale. & se possibile fusse (per l'aduersario) poniamo che la.b.d.passi per lo centro.e.& la.a.c.nō,et che pur ambe se diuidano in parti equali, adonque se la.b.d.(che uiene dal centro.e.) diuide la linea.a.c.in due parti equali,e necessario (per lo correlario della prima di questo) che la.b.d. sia perpēdicolare sopra la.a.c.& se la.b.d.segha la.a.c.perpendicolarmente similmente la,a,c,segharà etiā la,b,d,perpendicolarmente,& se la,a,c,segha la b,d,perpendicolarmente, & in due parti equale (per l'aduersario) è necessario per lo detto correllario della prima di questo,che la,a,c,passi per lo centro,e,che seria contra il presupposito,seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si seghan ambedue nō serāno seghate in parti equal se ambedue non passano sopra il centro,che è il proposito.

Theo-

Theorema.4. Propositione.5.

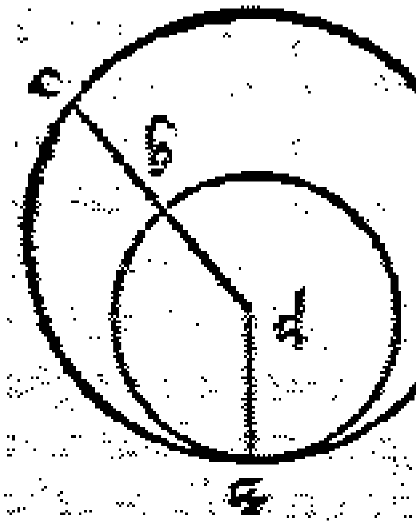
5/5 Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diuersi.



Siano li duoi cerchi.a.c.b. & .a.d.b. liquali si segbino fra loro nelli duoi ponti.a.& .b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diuersi, cioè che sono in diuersi lochi, ouer che non ponno esser descritti questi duoi cerchi sopra uno medesimo centro ma in diuersi cētri ma se possibil fusse (per l'aduersario) che ambiduoi hauessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il pōto e. cioè che ponto.e. sia commun centro di ambiduoi li detti cerchi, produrò le due linee.e.a.& .e.f.c. & perche le due linee.e.a.& .e.f. si parteno dal centro.e. & uanno alla circonferentia del cerchio.a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea.e.c. seria etiam lei equale alla linea.e.a. perche anchora loro uanno da ditto centro.e. alla circōferentia del cerchio.a.c.b.g. & perche le due linee, cioè.e.c.& la parte.e.f. ambe sono equale alla linea.e.a. (per la prima concettione) sariano etiam fra loro equale: laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia equale al tutto, seguita adonque che li detti duoi cerchi nō ponno hauer in uno medesimo centro che gli sia commun ad ambiduoi: ma diuersi che è il proposito.

Theorema.5. Propositione.6.

6/6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessario che non sia un medesimo.



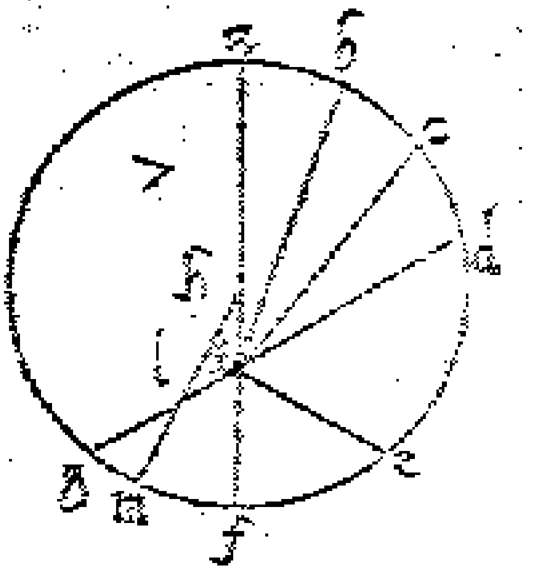
Siano li duoi cerchi.a.b.& .a.c. che si tocchino fra loro nel ponto.a. Dico che li centri de questi duoi cerchi sono diuersi, cioè che non puonno hauer uno centro che gli sia commun ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'aduersario) che ambiduoi li detti cerchi habbiano uno sol centro che gli sia commune a tutti duoi quello sarà nel cerchio minore, qual ponemo sia il ponto.d. hor dal centro.d. produrrò le due linee.d.a. & .d.b.c. & perche le due linee.c.d.& d.a uanno dal centro alla circōferantia del cerchio.a.c. sarian pur equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea.d.b. seria pur equale alla linea.d.a. (per la ditta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue uenero dal centro alla circonferentia del cerchio.a.b.

per

per esser adunque le due linee (cioè .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioè alla .d.c. (per la ultima concettione) adunque li detti duoi cerchi non puono hauer un medesimo centro, seguita adonque che siano diuersi, che è il proposito, & se li detti cerchi fossero congiunti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun haueria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro dilche non haueranno un medesimo centro anzi ciascun di loro hauerà il suo dentro di se.

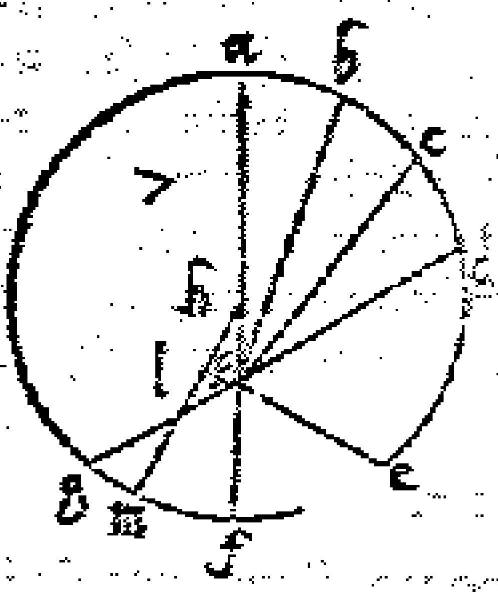
Theorema.6. Propositione.7.

7/7 Se in el diametro d'un cerchio sia segnato un ponto, ilqual non sia il centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transirà sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compirà il diametro serà piu breuissima di tutte le altre, e quella che serà piu propinqua al cētro sarà piu longa delle altre che mā co se egli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu conuengono esser piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente distante alla breuissima cioè equalmente distanti con l'istremità alla istremità della breuissima, ouer longhissima è necessario essere equale.



Sia el cerchio .a.c.d. il diametro del quale sia la linea .a.f. & il centro di quello sia il ponto .b. & sopra .a.f. sia segnato il ponto .k. fuora del cētro .b. dal quale sia dutte piu linee lequal siano .k.a. k.b. k.c. k.d. k.e. k.f. k.g. alla circōferentia, et la .k.a. transisca sopra il centro .b. & la .k.f. sia il compimento del diametro, et sia .k.e. & .k.g. equidistante a .k.f. cioè che li duoi ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. ouer che l'angolo .e.k.f. sia equale al angolo .f.k.g. Dico che la .k.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .b.) & la .k.f. è la piu breuissima di cadauna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.k.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .b. verbi gratia la .k.b. è piu longa de .k.c. et .k.c. è piu longa de .k.d. & .k.d. è piu longa de .k.e. & .k.e. & .k.g. sono equale. Et per dimostrar queste cose io tirarò dal cētro .b. le linee .b.h. b.c. b.d. b.e. e perche li duoi lati .b.h. et .h.k. del triangolo .b.h.k. sono maggiori (per la .20. del primo) del lato .b.k. e perche .b.h. è equal a .a.b. (perche ambe uengono dal cētro .b. alla circonferētia) giontoli communamēte il lato .b.k. tutta la linea .a.k. serà equal alli detti duoi lati .b.h. et .h.k. e perche li detti duoi lati .b.h. et .h.k. son maggiori (com'è detto) del lato .b.k. seguita adōque che tutta la linea .a.k. (per cōmuna sentētia) sia maggiore della linea .b.k. & per la medesima ragione serà maggiore etiam

de



de cadauna delle altre, che è il primo proposito. Anchora perche li duoi lati. b. K. & . K. e. dal triãgolo. b. k. e. sono maggiori (per la detta uigesima del primo) del lato. b. e. & perche il detto lato. b. e. è equale alla linea. b. f. (per la quartadecima del primo) adonque li duoi lati. k. b. & . k. e. (per commune scientia) seranno maggiori della detta linea. b. f. cauando communamente il lato, b, K, (per la quarta cõcettione) il lato solo. x. e. serà etiam maggiore dell'altro rimanente, cioè de, k, f, et con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore della medesima linea. x, f, & questo è il secondo proposito. Anchora perche li duoi lati, b, b, & b. k, del triangolo. b, b. k, sono equali alli duoi lati, c, b, & , b. K, del triangolo, c, b, k, et l'angolo. b. b. x. è maggiore dell'angolo, c, b, x, (per la uigesimaquarta del primo) la basa, b, k, serà maggiore della basa, c x, & per la medesima ragione, x, c, sarà maggior de, k, d, & , k, d, serà maggiore de, k, e, & questo è il tertio proposito. Anchora se le due linee, k, e, & , k, g, non sono equale (per lo aduersario) l'una serà maggiore dell'altra. hor poniamo che la, k, g, sia maggiore della, k, e, & della detta, x. g, ne segharemo la parte, K, l, (per la tertia del primo) equale alla. k. e, & produr o la, b, l, fina che ella segha la circonferentia in ponto, m, & perche l'angolo, g, k, f, è equale all'ãgolo, f, K, e, (del presupposito) & (per la tertiadecima del primo) l'angolo. l. K. b. è equale all'angolo, e, k, b, & li duoi lati, l, k, & . k, b, del triangolo, l, K, b, sono equali alli duoi lati, e. K, & . K, b, del triangolo, e, k, b, adõque (per la quarta del primo) la basa, b, l, è equale alla basa, b, e, & perche la, b, m, è etiam lei equale alla detta, b, e, (per la quartadecima diffinitione del primo,) seguita adonque (per la prima concettione) che la, b, l, sia equale alla, b, m, laqual cosa è impossibile, sono adonque le due linee, K, g, & , k, e equale, che è il quarto proposito, & questa tal figura dal uulgo è chiamata piedi di occha.

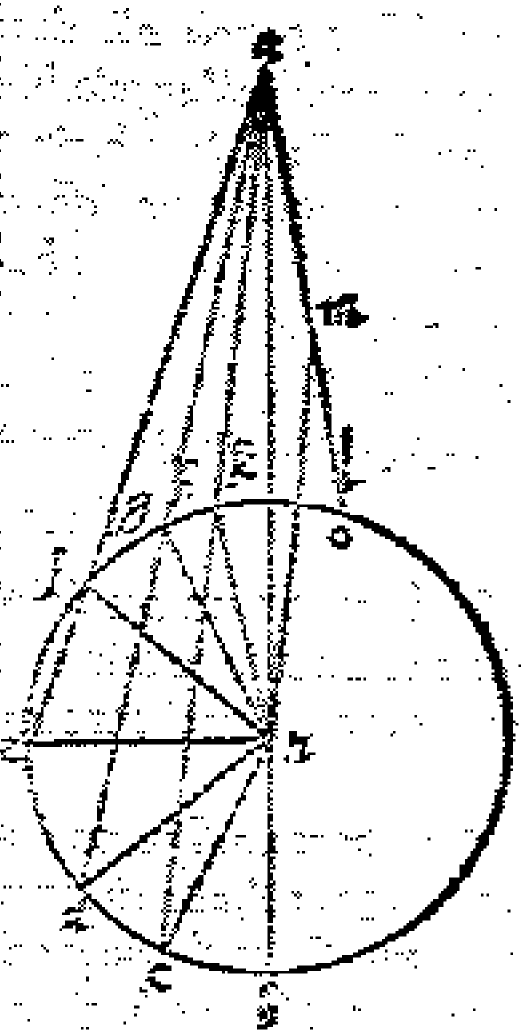
Theorema. 7. Propositione. 8.

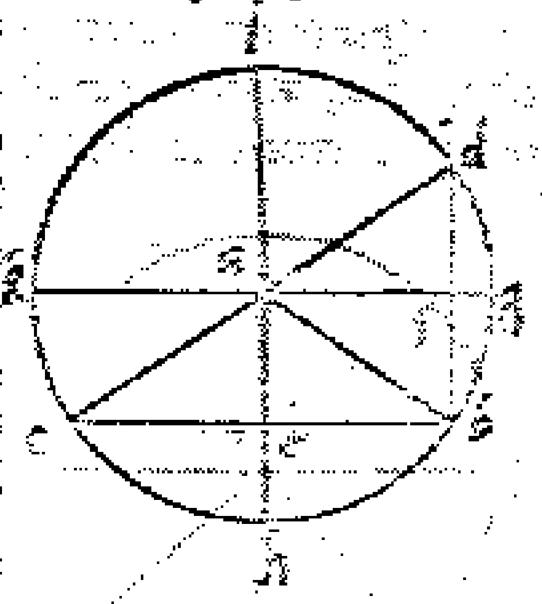
8/8 Se fuora d'un cerchio sia signato un ponto, & da quello alla circonferentia siano dutte piu linee segando il cerchio, quella che transirà sopra il centro sarà piu longha de ciascaduna delle altre, & le piu propinque al centro seranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora uia quella che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascaduna delle altre, & le piu propinque a quella seranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda, e l'altra equalmente se appropinquano alla breuissima sono equale.

Sia il ponto. a signato di fuora del cerchio, b, c, d, e, f il centro dilquale sia il ponto, n, & dal ponto, a, siano dutte piu linee alla circonferentia seghando il detto cerchio,

chio,

chio, lequal siano, a, k, n, b, a, b, c, a, g. d, & , a, f, e, dico che la, a, b, che transisse sopra il centro, n, serà longhissima de tutte le altre a una per una: anchor dico che la a, c, è maggiore della, a, d, per esser piu propinqua al cētro, n, et finalmente la, a, d, serà maggiore della, a, e, oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea, a, k, serà piu breue de tutte le altre a una per una per esser quella che giace in diretto con lo diametro k. b. & dico che la, a, b, è minore della, a, g, (per esser piu propinqua alla detta minima. a. k.) similmēte, a, g, serà minore della. a, f. Dico anchora che se'l serà dutta la, a, l, talmente che questa, et la, a, b, equalmēte distenò dalla, a, k, cioè che l'agolo. k. a. b. sia equale all'angolo. l. a. k. seranno equale, & per dimostrar questo io produrò dal cētro, n, le linee. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. n. b. Et perche li duoi lati. a. n. & n. c. dal triangolo, a, n, c, (per la uigesima del primo) sono maggiori del lato, a, c, ma perche li detti duoi lati, a, n, & , n, c, sono equali alla linea, a, b, per esser la. n. c. equale alla. n. b. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea, a, b, sia etiam maggior del detto lato, a. c, & per la medesima ragione serà maggior de tutte le altre a una per una, che è il primo proposito. Anchora perche li duoi lati, a, n, & , n, c, del triangolo, a, n, c, sono equali alli duoi lati, a, n, & n. d. del triāgolo. a. n. d. (per la decimaquarta diffinitione del primo) & l'angolo. a. n. c. è maggiore dell'angolo. a. n. d. di che la basa. a. c. serà maggiore (per la uigesimaquarta del primo) della basa. a. d. & per la medesima ragione la. a. d. serà maggior della. a. e che è il secōdo proposito. E anchora perche li duoi lati. a. b. et. n. b. (del triangolo. n. b.) sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato. a. n. & per essere la parte. n. k. equale al lato. n. b. lo lato solo. a. b. (per commune scientia) serà maggior dell'altro restāte. a. k. et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora serà maggiore della linea. a. k. che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee. a. b. & b. n. sono minore (per la uigesima prima del primo) delle due linee. a. g. & g. n. & la b. n. si è equale (per la quartadecima diffinitione del primo) alla. g. n. serà adonque (per commune scientia) la. g. a. maggiore della. a. b. & per la medesima ragione la. a. f. serà maggiore della. a. g. che è il quarto proposito. Anchora se la. a. l. non è equale al. a. b, (conciosia che lor siano equalmēte distāte dal. a. k.) l'una serà maggior dell'altra (per l'aduersario) hor poniamo che la. a. l. sia maggior della. a. b. io ponerò adonque la. a. m. equale alla. a. b. & produrò la. n. o. m. perche adonque li duoi lati. m. a. & . a. n. (del triangolo. m. a. n.)



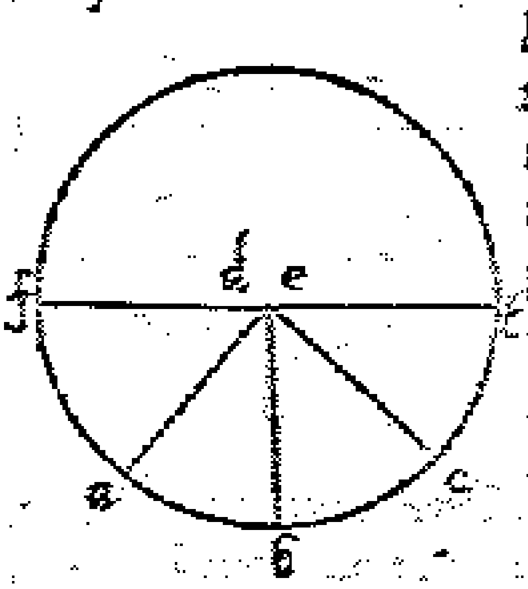


m.a n.) sono equali alli duoi lati.b.a.& a.n.(del triangolo.b.a.n.) & l'angolo. m.a.n.è equal all'angolo.b.a.n, diche (per la quarta del primo) la basa.m.n.sarà equale alla basa.n.b, & perche la.n.o.è anchor lei equal alla detta basa.n.b. (per la quartadecima diffinitiõ del primo) adõq; la.n.o.(per la prima cõcettione) seria etiã equal alla detta basa.n.m.laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, adonque le dette due linee.a.l.& a.h.niuna puo essere maggior di l'altra, seguiterà adõque che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito, e sappi che la figura de questa propositione è detta dal uulgo coda di pauone.

Theorema.8. Propositione.9.

Se dentro a un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano dutte
9/9 piu che due linee alla circonferentia equale, quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

Sia il ponto.a.signato dentro del cerchio.b.c.d.dal qual siano dutte le tre linee. a,b,a,c,& a,d,alla circonferentia, lequale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto.a.è necessario che lui sia il centro del dato cerchio, & per dimostrar questo io produrò le due linee.c.b. & .b.d.diuiderò l'una e l'altra in due parti equale (per la decima del primo) cioè.d.b.in ponto.f.& c.b.in ponto.e & produrò.e.a.& .f.a.le quale applicò dall'una e l'altra parte alla circonferentia, et perche li duoi lati,a,e, & .c.e.del triangolo.a.e.c.sono equale alli duoi lati.a.e & .e.b.del triangolo.a.e.b.& la basa.a.c.è equale alla basa.a.b.(dal presupposito) diche (per la ottaua del primo) l'angolo.e.dell'uno serà equale all'angolo.e.dall'altro (& per la 13 diffinition del primo) li detti duoi angoli quali terminano nel ponto.e.ciascun di loro serà retto similmente ancor l'un e l'altro delli duoi angoli che son al ponto.f.è retto, adõque perche.l.h.diuide la.c.b.orthogonialmente & in due parti equale nel ponto.e. quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per lo centro del dato cerchio.b.c.d.similmente anchora la.k.g.per lo medesimo correlario, transirà per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque sel centro del cerchio.b.c.d.è nella linea l.h.& nella linea.k.g.le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee (cioè il ponto.a.per esser un ponto commune in l'una e l'altra linea) che è il proposito. Anchora per un'altro modo se potria far questa demostratione. hor sia il cerchio,a,b,c, nel quale sia tolto in ponto,d,& dal detto ponto,d, pono che ne cada le tre linee,d,a,d,b,et,d,c,equali. Dico che'l detto ponto,d,si è il centro del dato cerchio a,b,c,& se possibile fusse (per l'auersario) che'l detto põto,d,non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro loco. hor pomamo che sia il ponto.e.io tirarò dal ponto.d.al ponto.e.la linea,d,e, & quella slongarò in diretto da ambe le parti fina alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti,f,& g,adonque,

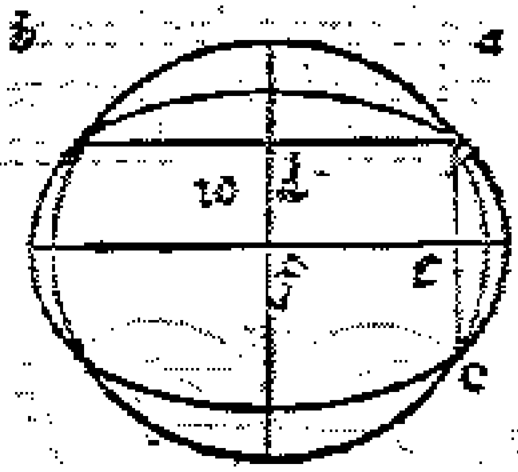


que,f,g,serà il diametro del cerchio,a,b,c,& perche nel diametro,f,g,è tolto il ponto,d,ilquale non è il centro del detto cerchio(per satisfattione del aduersario,)& dal detto ponto,d,sono tirate le linee,d,a,d,b,d,c,d,g,delle quale,d,g,(per la settima di questo)serà la piu longha de tutte le altre,e la linea,d,c,serà maggior della d,b,& la,d,b,serà maggior della.d.a.laqual cosa seria contra il presupposito, perche fu presupposto che le.d.a.d.b.d.c.fussero equale, dilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra,seguita adonque che'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuora del ponto.d.)sia il proprio ponto,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.10.

10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio,egli è necessario che quello lo
10 seghi solamente in duoi luoghi.

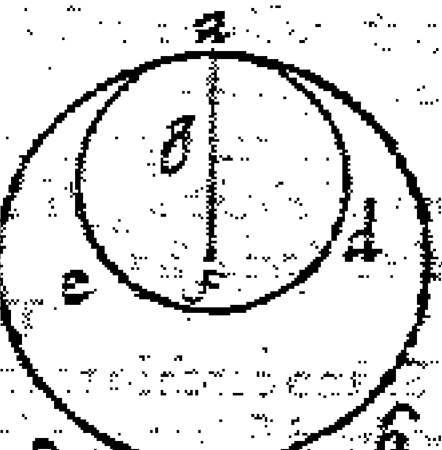
Siano(se gli è possibile)per l'aduersario li duoi cerchij che si seghino in piu che in duoi luoghi, poniamo sopra li tre ponti,a,b,c,io produrò le due linee.a.b.& a.c.lequale diuiderò in due parti equali in li ponti,d,& e,& dal ponto,e,produrò la linea,e,f, perpendicolare sopra la linea,a,c,& dal ponto,d.la linea,d,f,perpendicolare sopra la linea,a,b,et seghinsi le due linee,e,f, & ,d,f,in ponto,f,& (per lo correllario della prima di questo)il ponto.f,serà il centro dell'una e l'altro cerchio, laqual cosa è impossibile(per la quinta di questo.)

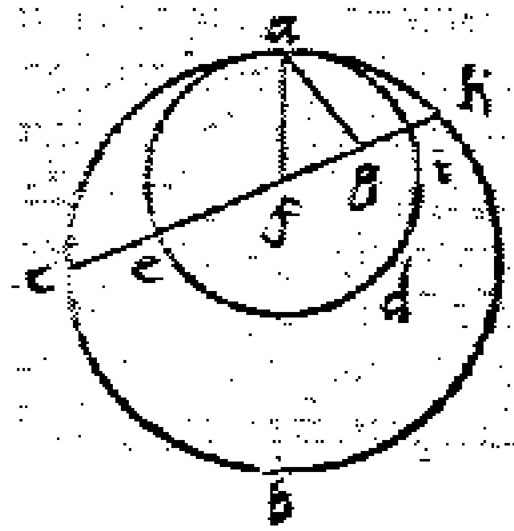


Theorema.10. Propositione.11.

11 Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio,& che da l'un
11 centro all'altro sia condutta una linea retta , alongando quella drettamente uerso la parte doue si toccano,le necessario che quella transisca per il ponto del toccamento.

Sian li duoi cerchij.a.b.c.& .a.d.e.liquali si tocchino fra loro di dentro sia nel ponto.a.& sia.f.il centro dil cerchio.a.b.c.& g.sia il centro dil cerchio.a.d.e.et sia dutto dal centro.f.al centro.g.la linea.f.g.Dico che, alongando la detta linea.f.g.uerso.a.le necessario che quella transisca per lo ponto.a.& se possibile fosse(per l'aduersario)che quella non transisca per lo detto ponto.a.poniamo che quella possa transire come fa la linea.f.g.h.(della seconda figura)produrò le due linee.a.g.& .a.f.& perche il ponto.f.e il centro del cerchio.a.b.c.le due linee.f.a. & f.h.(per la diffinitione del cerchio)seranno equale,& perche li duoi lati.f.g.& g.a.del

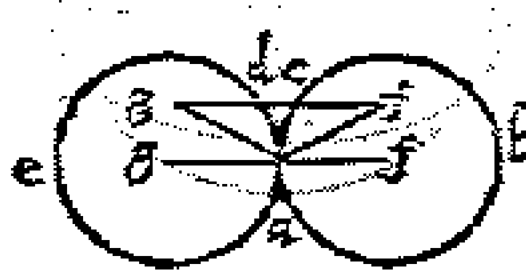




g.a.del triãgolo.a.f.g.(per la vigesima del primo) son piu lõghi del lato.f.a.serãno etiam piu longhi(per communa scientia) della linea.f.b.hor leuando communamente lo lato,f,g,lo lato solo.g.a.per communa scientia serà etiam piu longho del residuo.g,b,et perche la g.i.è equale(per la diffinitione del cerchio) alla.g.a. dil che la.g.a.è maggior della,g,b, seguiria(per communa scientia) che la,g,i,sia maggior etiam lei della g.b,laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto.Adõque se la linea.f.g.slongandola verso a,non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a.de necessità adonque transirà per quello,che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11/12 Se seranno duoi cerchii che si tocchino fra lor della parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea transirà per il ponto del toccamento.



Siano li duoi cerchii,a,b,c,& ,a,d,e, contingenti fra loro de fuora via nel ponto.a,& il centro del cerchio,a,b,c,sia il ponto,f,& il centro del cerchio,a,d,e, sia il ponto.g.Dico che conducendo dal centro,f,al centro,g,la linea,f,g,quella de necessità transirà per lo ponto,a.& se possibile fusse(per l'aduersario) che quella transisca come fa la linea,f,c,d,g,dal ponto,a,siano tirate le due linee,a,f,& a,g, costituendo il triangolo, a,f,g, adonque perche il ponto,f,è il centro del cerchio,a,b,c,la linea,f,a,serà equale alla linea,f,c,(per la diffinitione del cerchio) similmente perche il ponto,g,si è il centro del cerchio,a,d,e, la linea,a,g, serà equale alla linea,g,d,dil che le due linee,f,c,& g,d,seranno equale alli duoi lati.f. a,& ,g,a, del triangolo,a,f,g,& perche tutto il lato,f,c,d,g,è maggior delle dette due linee,f,c,& ,g,d,serà etiam(per communa scientia) maggiore delli duoi lati a,g,& ,a,f,laqual cosa è impossibile(per la vigesima del primo) che un lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, anzi sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro,f,al centro.g, la linea,f,g,non puo transire per altro loco che per lo ponto, a,che è il proposito.

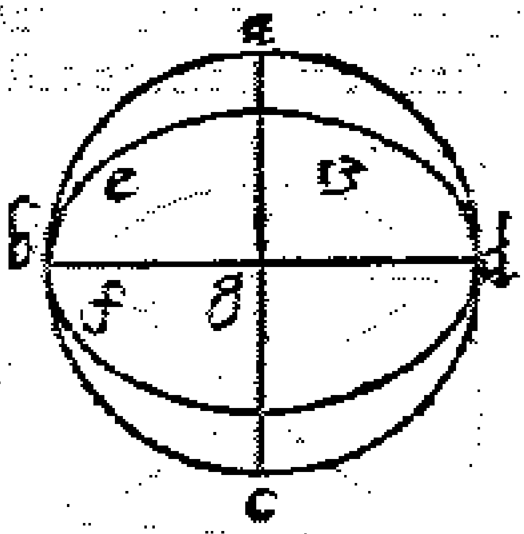
Theorema.12. Propositione.13.

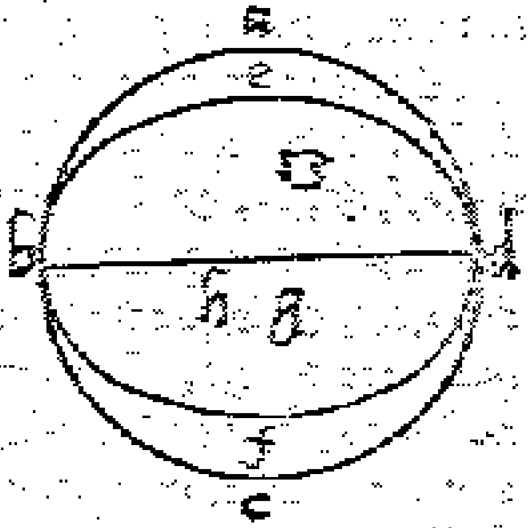
12/13 Se uno cerchio toccarà un altro cerchio, di dentro, ouer di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

Ma se pur fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dentro, ouer di fuora in duoi luoghi, poniamo primamente che'l cerchio,a,b,c,d,sia toccado dal cer

chio,

chio,e,b,f,d,nelli duoi ponti,b,et d,tirando adonque dal ponto,d,al ponto,b,la linea,b,d,qual linea,b,d,per la seconda di questo caderà di dētro di ambiduoi li detti cerchij,& diuidendola in due parti equali nel ponto g,& dal ponto g tirando la linea,a,g,c,ortogonalmēte sopra la detta linea,b,d,quella(per lo correlario della prima di questo) transirà per ambiduoi li centri delli detti duoi cerchij,adonque la linea,a,g,c,trāsirà per li duoi centri delli detti duoi cerchij contingēti,& non passaria per alcun delli duoi ponti,b,& d,laqual cosa è impossibile(per la precedente propositione)seguita adonque che uno cerchio non puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dentro in piu de uno luogo solo,che è il primo proposito,hor ueniamo alla demostratione del secondo,& poniamo che'l cerchio.a,b,c,d,(se possibile è per l'aduersario)sia toccado dal cerchio a,k,c,de fuora ma nelli duoi ponti,a,& ,c,tirando adonque dal ponto,a,al ponto,c,la linea,a,c,quella caderia fuora del cerchio,a,k,c,laqual cosa è impossibile(per la secōda di questo.)adonque seguita il proposito Anchora per questo altro modo se fusse possibile che ū cerchio possa tocar di dentro ma uno altro cerchio in duoi luoghi,ouer in duoi ponti,poniamo che'l cerchio,a,b,c,d,sia toccado dal cerchio,e,b,f,d,nelli duoi pōti b,& ,d,& poniamo che'l ponto,g,sia il centro del cerchio,a,b,c,d,& lo ponto,h,sia il centro di l'altro cerchio,e,b,f,d,hor tirando dal centro.g,al centro.h,la linea,g,h,& quella produr indretto da ambedue le parte quella passerà (per la precedente)per duoi ponti.b,& ,d,come se uede far alla linea,b,d,adonque perche la,h,g,e maggior della,h,b,(sua parte)& la,g,d,è equal(per la diffinitione del cerchio)alla g,b,adōq;(per cōmuna sciētia)la,g,d,serà maggior della detta h,b,& se la,g,d,è maggior della detta,h,b,molto piu maggiore serà tutta la,h,d,della ditta.h,b,& pche il ponto,h,è centro dil cerchio,e,h,f,d,adonche la linea,h,d,seria equal(per la diffinitione del cerchio) alla linea,h,b,& gia hauemo prouato che la è molto maggiore,adōque è impossibile che la,h,d,possa esser maggiore,& equale alla,h,b,seguita adonque che'l cerchio,e,b,f,d,non puo toccare il cerchio,a,b,c,d,saluo che in uno ponto solo,che è il proposito.

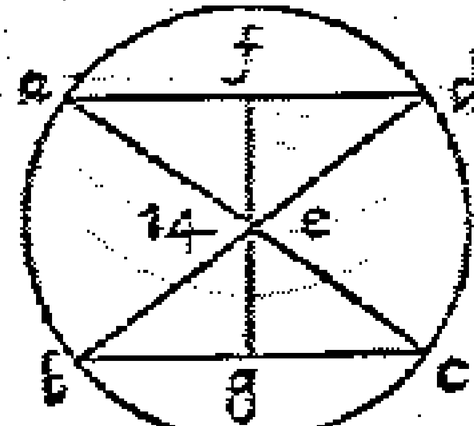




Theorema.13. Propositione.12.

13
14 Se in un cerchio seranno piu linee rette,che siano equal fra loro,le

necessario che quelle siano equalmente distante dal centro, & se quelle seran equalmente distante dal centro, e necessario che siano fra loro equale.



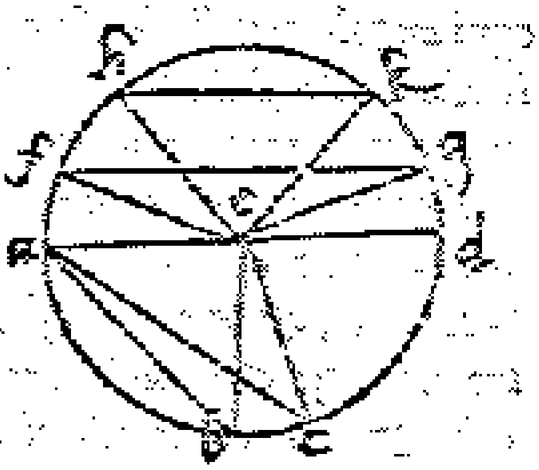
Sia il cerchio.a.b.c.d.il centro del qual sia il ponto.e.nel qual cerchio siano le due linee.a.d.& .c.b.le qual se seranno equale fra loro, dico che seranno equalméte distante dal centro e.et per lo contrario se le dette due linee serãno equalmente distante dal centro.e.dico che fra lor serãno equale, perche se noi poniamo prima che lor sian equale produrò dal centro.e.le due linee.e.f.et e.g.perpendicolare sopra alla.a.d. & .b.c. dilche la linea.a.d.(per la terza di questo) serà divisa in due parti equali nel ponto.f.similmẽte la linea.b.c.nel ponto.g.anchora dal centro.e.io tirarò le quattro linee.e.a.e.d.e.b.e.c.& serà costituido li duoi triangoli.e.a.d.& .e.b.c.et perche li duoi lati.e.d.& .a.d.del triangolo.e.a.d.sono equali alli duoi lati,e,c,& ,b,c, del triangolo,e,b,c, (per la diffinitione del cerchio) & la basa.a.e.serà etiam equal alla,e,b, dilche (per la ottaua del primo) l'angolo,a,d,e, serà equale all'angolo.b,c,e, & perche li duoi lati,e,d,& ,d,f,del triãgolo,e,d,f,sono equali alli duoi lati,e,c,& ,c,g,del triãgolo,e,c,g,(perche la,d,f,è equal alla,c,g,perche tutta,a,d,fu posta equale alla,b,c,però la mità de,a,d,(che è,d,f,) serà equal alla mità de,b,c,(che è,g,c,)et l'ãgolo.d.è equal all'angolo,c,dilche la basa.e.f.(per la quarta del primo) serà equal alla basa.e.g,& perche queste due base meneno dal centro,& sono perpendicolare sopra le dette due linee,a,d,& ,b,c,seguita adonque (per la quarta diffinitione di questo) che le dette due linee,a,d,et,b,c,siano equalmente discoste dal centro, che seria la prima parte del proposito.

Anchora per un'altro modo la puotemo dimostrar dicendo il quadrato della,e,d.(per la penultima del primo) val tanto quanto li duoi quadrati delle due linee,e,f,& ,f,d, & similmente il quadrato della,e,c, val tanto quanto li quadrati delle due linee,e,g,& ,c,g, & perche il quadrato della, d,e, è equale al quadrato della,e,c, & lo quadrato della, d,f, al quadrato della, c,g, seguita adonque che'l quadrato della,e,f,sia etiam equale al quadrato della,e,g,& (per commune scientia) la,e,f,seria equale alla,e,g, & così è manifesta la medesima prima parte. hor veniamo alla seconda ponendo che le due linee,a,d,& ,b,c, siano equalmente discoste dal centro, cioè che la,e,f, sia equale alla,e,g,(come vuole la quarta diffinitione di questo,) dico che la, a,d, è equale alla ,b,c, perche le due linee ,e d,& ,e,c, sono equale (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, similmente li duoi quadrati delle due linee,e,f,& ,e,g,serã etiã equali (per esser le dette due linee equal dal presupposito) cauando adonque del quadrato della e,d,il quadrato della,e,f,et del quadrato della,e,c,il quadrato della,e, g, li duoi rimanenti (per la tertia concettione) seranno etiam equali liquali duoi rimanenti l'uno serà (per la penultima del primo) il quadrato della linea,d,f, l'altro serà il quadrato della linea,c,g,dilche se'l quadrato della, d,f, è equale al quadrato della.c.

la.c.g.seguita che la.d.f.sia equale alla.c.g.& se la.d.f.è equale alla.c.g.il doppio della.d.f.(cioè la.d.a.)serà equale al doppio della.c.g.(cioè alla.c.b.)e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema.14. Propositione.15.

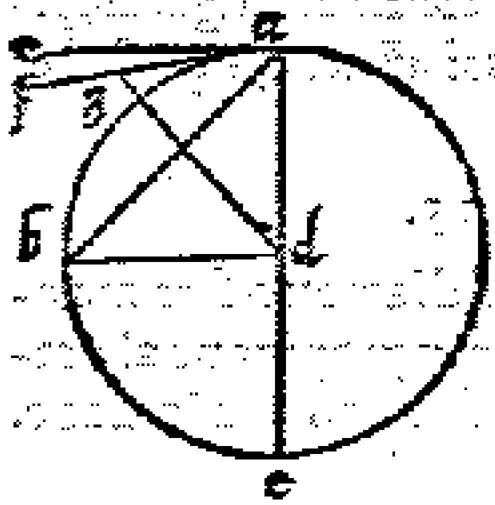
14 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà mag-
15 gior de ciascuna delle altre,& quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio.a.b.c.d.il centro delquale sia il ponto.e. nel qual cascano piu linee lequale siano.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.et sia la linea.a.e.d.del diametro del detto cerchio.dico la detta linea.a.e.d.essere la piu longhissima de caduna delle altre, & la linea.f.g.esser piu longha dalla linea.h.k.per essere piu propinqua al detto diametro.a.e.d.et similmẽte la linea.a.c.è maggiore (per la medesima causa) della linea.a.b. Et per dimostrar questo dal cẽtro.e. alla estremità delle dette linee,io tirerò le linee.e.b.e.c.e.f.e.g.e.h.e.k.& perche li duoi lati.e.f.et.e.g.del triãgolo.e.f.g.sono maggiori(per la uigesima del primo)del lato.f.g.& li predetti duoi lati insieme sono equali al diametro.a.e.d.perche ciascuno di loro sono la mità del diametro(per la diffinitione dil cerchio)adũque il diametro.a.d.(per commune sciẽtia)serà etiã lui maggiore del ditto lato.f.g.& per la medesima ragione serà etiã maggiore della.a.c.& cosi anchora serà maggior.de h,k.etiam de.a.b.ma che.f.g.sia maggior de.h.k.&.a.c.de.a.b.se manifestarà in questo modo,perche li duoi lati e.f.& e.g.del triangolo.e.f.g.sono equali alli duoi lati.e.h.e.k.del triangolo.e.h.k.(perche tutte uanno dal centro alla circonferentia) & l'angolo.f.e.g.è maggiore dell'angolo.h.e.k.la basa.f.g.(per la uigesima quarta del primo)serà maggiore della basa.k.h.similmente anchora li duoi lati,a,e,&,e,c,del triangolo,a,e,c,sono equali alli duoi lati,a,e,&,e,b,del triangolo,a,e,b,& l'angolo,a,e,c,è maggiore del angolo,a,e,b,dilche la basa,a,c,serà maggior (per la detta uigesima quarta del primo)della basa,a,b,& cosi il proposito uien a esser concluso.

Theorema.15. Propositione.16.

15 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà dutta ortho-
16 gonalmẽte una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio,& fra quella è il cerchio le ĩposibile che gli possa capire altra linea retta.E l'angolo contenuto de quella, & dalla circonferẽtia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro,e dalla circonferentia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.



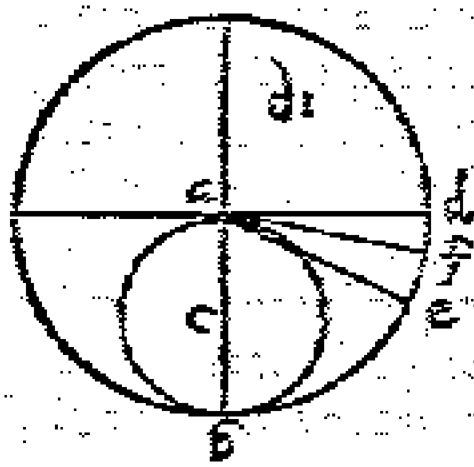
Sia il cerchio.a.b.c. descritto sopra il centro.d. il diametro del quale sia la linea.a.c. Dico che tirando dal ponto.a. una linea che sia perpendicolare alla linea.a.c. quella tal perpendicolare de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, ouer perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio nō è possibile che gli possa capire alcuna altra linea retta. E l'angolo contenuto dalla detta linea, ouer perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo, (cioè che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette. lequalcose se dimostraranno a una per una. hor comminciando dalla prima dico che tirando dal ponto.a. una linea retta perpendicolare al diametro.a.c. de necessità caderà de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile (per l'aduersario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea.a.b. dal centro.d. produro la linea.d.b. & serà constituido il triangolo.d.a.b. delquale li dui lati.d.a. & .d.b. sono equali (perche uanno dal centro alla circonferentia) dilche li dui angoli.d.a.b. & .d.b.a. (per la quinta del primo) serano equali, & per esser la linea.b.a. perpendicolare sopra.a.c. (per il presupposito) l'angolo.b.a.d. serebbe retto dilche anchora l'angolo.d.b.a. seria pur retto, donde il triangolo.a.b.d. haueria dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo) seguita adonque che tirando dal ponto.a. una perpendicolare al diametro.a.b. quella de necessità caderà de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea.a.e. hor dico che fra la detta linea.a.e. & la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta; & se pur fusse possibile (per l'aduersario) poniamo che gli capisca la linea.a.f. alla qual linea.a.f. dal centro.d. produremo una perpendicolare laqual poniamo (se possibile è) che quella sia la linea.d.g. & perche l'angolo.d.g.a. (del triangolo.d.a.g.) seria retto donde l'angolo,g,a,d, (per la trigesima seconda del primo) ueria a esser menor d'un angolo retto dilche il lato,a,d, (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato,d,g, (per esser opposito a maggior angolo) laqual cosa è impossibile, anchora detta,d,g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora del cerchio, cioè dalla circonferentia al ponto,g, per laqual cosa seguita che fra la detta linea,a,e, & la circonferentia,a,b, non puo caperli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia,a,b, & dalla linea retta,a,e, (ilquale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo contenuto da due linee rette. ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale, ouer minor dell'angolo della contingentia quello tal angolo se porria diuidere (per la nona del primo) in due parti equale, dilche seguiria che fra la linea,a,e, & la circonferentia,a,b, potesse caperli una linea retta, laqual cosa è impossibile, come de sopra è sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro.a,c, & dalla circonferentia

rentia

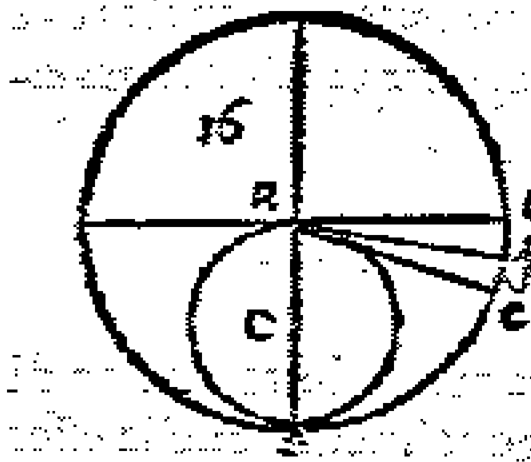
venir esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dell'angolo retto se non in l'angolo della contingentia ilquale habbiamo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.

Corellario.

15/16 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche egliè dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognava dimostrare.



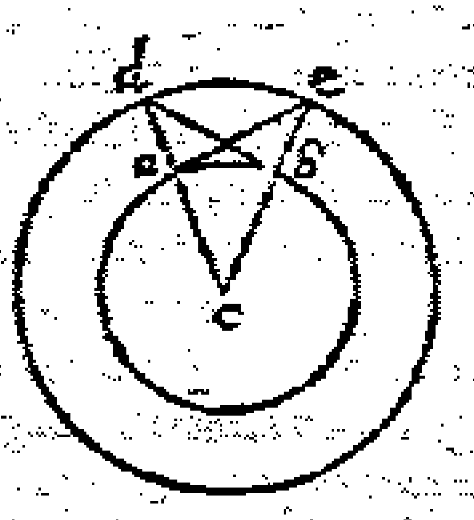
Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che'l non vale questa argumentatione che dice questo transisse dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisce etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trouandosi il minor & lo maggior d'una cosa, è possibile trouar etiã lo equale laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro dilquale sia la linea, a, c, b, et dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, orthogonalmẽte laqual sarà (per lo corellario di questa) contingente con lo cerchio a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a. b, essere mossa sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numeri tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella peruẽga alla linea, a, d, cuoprendo quella, & perche l'angolo, b, a, d, è retto il serà come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto uno (con lo diametro del cerchio minore) cioè con la linea retta, a, c, b, stabile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito de tutti li angoli acuti di quali è manifesto alcuni essere minori dell'angolo de mezzo cerchio (contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b,) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo ne sia fatto che sia a quello equale, & se pur fusse possibile ch'ella ne habbia costituido alcuno poniamo che'l sia quello che habbia fatto la linea. a. b. mobile quando il ponto b, è gionto sopra il ponto, e, dell'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di questa) dilche l'angolo, e, a, b, seria etiam lui amplissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque diuiso l'angolo e. a. d. in



due parti equale (per la nona del primo) per la linea,a,f,dilche (per cōmuna scientia) l'angolo,f,a,b,serà piu ampio dell'āgolo,e,a,b,per laqual cosa seguiria che alcun angolo acuto rettilineo serà piu ampio del amplissimo, laqual cosa è impossibile, anchora se puo procedere in quest'altro modo ponēdo pur che l'angolo,e,a,b,sia equale all'angolo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della contingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo,e,a,b,con l'angolo.e.a.d.è equale a uno angolo retto dilche l'angolo,e,a,d,(per communa sciētia) saria equale all'angolo della contingētia, et perche l'angolo della contingentia è acutissimo de tutti li angoli acuti contenudi da linee rette (per la tertia parte di questa) l'angolo adonque,e,a,d,a lui equale serà etiam acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo,e,a,f,(per communa scientia) è molto piu acuto di lui, adonque il saria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acutissimo cioè di quel della contingentia, laqual cosa è impossibile, come di sopra in questa fu dimostrato. Adonque non serà alcun angolo rettilineo equale all'angolo del semicerchio contenuto dalla mità della circonferentia,a,b,et dal diametro,a,c,b,et perche la linea.a.b.mobile transisce dal minore al maggiore & per tutti li mezzi & nō per lo equale, similmente perche il se puo trouare un'angolo maggior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rette et tamen nō se ne puo ritrouare un che gli sia equale, egli manifesta la oppositione cōtra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello è da essere resposto per destruttione.

Problema. 2. Propositione. 17.

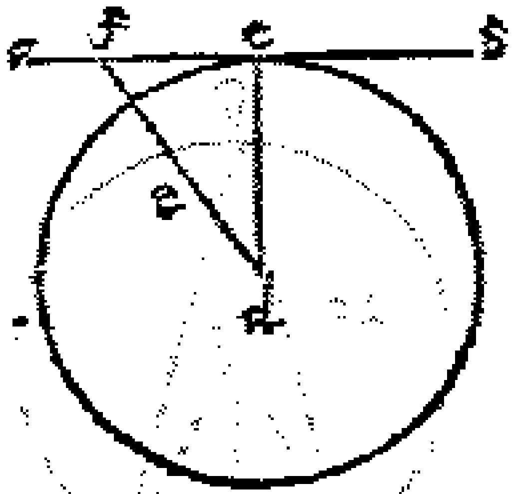
16 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea
17 retta toccante.



Come sia il dato ponto,d,e,il dato cerchio,a,b,il cētro delqual sia il ponto,c,uoglio dal ponto,d,menare una linea retta che tocchi il cerchio,a,b,produco la linea,d,c,laqual segharà la circonferentia del detto cerchio,a,b,nel ponto.a.sopra laquale descriuo il cerchio,d,e,secondo la quātità della linea,d,c,sopra il medesimo centro.c.& dal ponto.a.produco la linea,a.e,perpendicolare alla linea,d,c,laqual segha la circonferentia del cerchio.d.e.in lo ponto,e,& produco la linea,e,c segante la circonferentia del cerchio,a,b,in lo ponto,b,e,dipoi produco la linea,d,b.laqual serà toccante il cerchio,a,b,nel detto ponto.b.perche li duoi lati.a.c.& c.e.del triangolo,a.c.e.sono equale alli duoi lati b.c.& c.d.del triangolo.b.c.d.et l'angolo.c.è commune all'un e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo.e.a.c.serà equale all'angolo.d.b.c.ma l'angolo.e.a.c.è retto, per laqual cosa l'angolo.d.b.c.serà *b.c. serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea.d.b. serà toccante il cerchio.a.b. che è il proposito.*

Theorema.16. Propositione. 18.

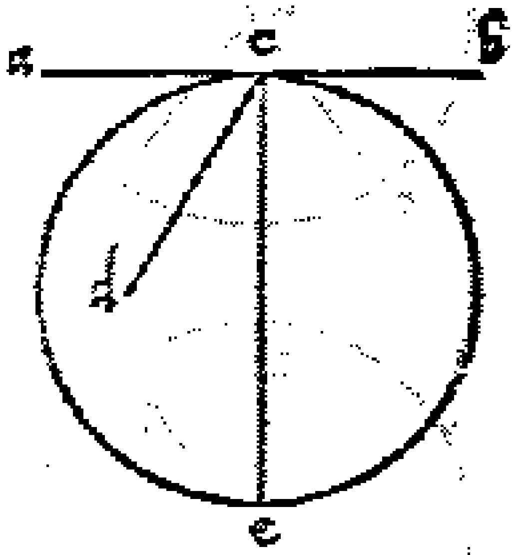
17/18 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si meni una linea retta è necessario che la sia perpendicolar sopra quella che tocca.



Sia la linea.a.b.laqual tocchi il cerchio.c.e.nel ponto.c.il centro dilquale cerchio sia il ponto.d. & sia congionto il detto ponto.c.con lo centro.d.per la linea.c.d. Dico questa tal linea.d.c.essere perpendicolare sopra la linea.a.b.che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea.a.b.(per l'aduersario) ponimo adonque che quella sia la linea.d.f.cioè che la linea.d.f.sia perpendicolare sopra la detta linea.a.b.laqual segharà la circonferentia del cerchio in ponto.e. dilche l'uno e l'altro delli dui angoli, che sono al.f.son retti, adonque l'angolo.f.c.d.(per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo.d.f.c. seguita adonque che'l lato.d.c.(per la decima nona del primo) sia maggior del lato.d.f. laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta.d.c. esser perpendicolare sopra della.a.b. che è il proposito.

Theorema.17. Propositione.19.

18/19 Se una linea retta toccarà uno cerchio, & dal ponto del toccamento nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.

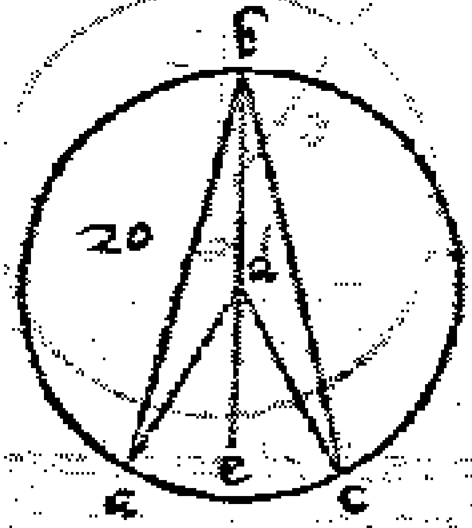


Come sia la linea.a.b. toccante il cerchio.c.e. nel ponto.c. & dal ponto.c. sia dutto dentro del detto cerchio.c.e.una perpendicolare alla linea.a.b. laqual sia la linea.c.e. dico che'l centro del detto cerchio.c.e. e nella linea.c.e.(questa è al contrario della precedente) e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea.c.e.de necessità serà in qualch'altro loco de fuora di essa linea.c.e. ponimo adonque che'l sia il ponto.d.io produrò la linea.d.c.laqual linea.d.c.(per la precedente) seria perpendicolare sopra alla linea.a.b.laqualcosa è impossibile cõ ciosia che la linea.c.e.sia posta perpendicolar sopra di detta linea.a.b.dilche non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto.c. perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo.d.c.a.fusse equale

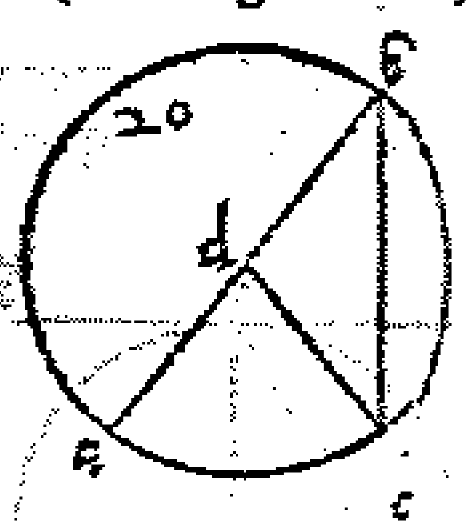
equale all'angolo.e.c.a.perche ambiduoi seriano retti, seguita adonque che'l centro del detto cerchio.c.e.(non possando esser fuora della linea.c.e.)sia in essa linea, c.e.che è il proposito.

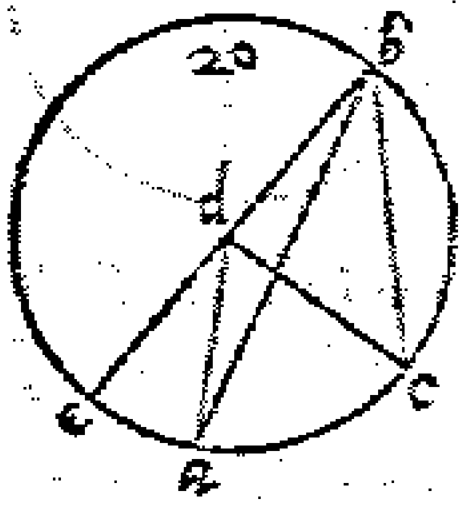
Theorema 8. Propositione. 20.

19/20 Se in un cerchio serà constituido uno angolo sopra il centro, & uno altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo dil cētro serà doppio all'angol della circonferētia.



Come sia il cerchio.a.b.c.il centro dilquale sia il pōto.d.nelquale sia l'angolo.a.d.c.sopra il centro et l'angolo.a.b.c.sopra la circonferētia & sia l'un & l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual è la circonferentia.a.c. Dico che l'angolo.a.d.c.è doppio allo angolo.a.b.c.laqual cosa se approuerà in questo modo. perche le due linee.a.b.& b.c.overo inchiudeno di dētro da loro le due linee.a.d.et d.c.over che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea,over che una delle dette due linee.a.b.et.b.c. segarà una delle dette due linee,cioè.a.d.over.c.d. Sia adonque primamente che le due linee.a.b.& b.c.inchiudeno di dentro da loro le due linee.a.d et d.c.come in la prima figuratione appare.& sia produtto la linea b.d.e.(& per la 32.del primo) l'angolo.a.d.e. di fuora è equale alli duoi angoli di dentro liquali sono.b.a.d.& a.b.d.(del triangolo.a.b.d.)& perche li detti duoi angoli.d.a.b.et.d.b.a.sono equali fra loro(per la quinta del primo)l'āgolo.a.d.e serà doppio all'angolo.a.b.d.similmente anchora l'angolo.e.d.c.serà doppio all'āgolo,d,b,c,per laqual cosa tutto l'angolo,a,d,c,è doppio a tutto l'āgolo.a.b.c.che è il proposito.ma se una delle due linee.a.b.et.b.c.passasse sopra una delle due linee.a.d.& c.d.talmente che facessino insieme una linea sola (come nella secōda figuratione appare)dico anchora che l'angolo,a,d,c,è doppio all'āgolo,b,(per la detta quinta & trigesima seconda del primo)par se manifesta,perche l'angolo.a.d.c.di fuora è equale alli duoi angoli.d.b.c.et.d.c.b.di dentro liquali sono equali(per la detta quinta)però l'angolo,a,d,c serà doppio all'angolo,a,b,c,che è il proposito. Ma se una delle due linee,a,b,& c,b,segarà una delle due linee.a.d.et.c.d.(come nella tertia figuratiō appare doue la linea,a,b,sega la linea,d,c,)sia prodotta la linea b,d,e, donde per le ragiō dette nella seconda figuratione l'angolo,e,d,a,è doppio all'angolo,d,b,a,similmen

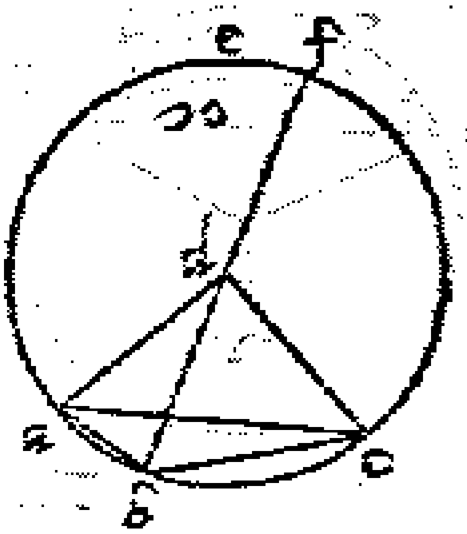




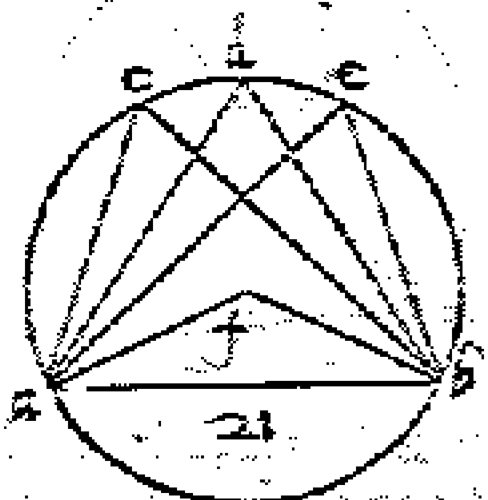
te tutto

te tutto l'angolo,e,d,c,e per doppio a tutto l'angolo,d,b,c,per laqual cosa l'angolo,a,d,c,è doppio all'angolo,a,cioè,a,b,c,se tutto l'angolo,e,d,c,e doppio a tutto l'angolo,e,b,c,& che l'angolo,e,d,a,(parte di tutto l'angolo,e,d,c,)e doppio all'angolo,d,b,a,ch'è parte de tutto l'angolo,d,b,c,(per commune scientia)e il residuo,a,d,c,serà etiã doppio al residuo,a,b,c,ch'è il proposito.

Il Tradottore.



El testo di questa soprascritta propositione, tolto secõdo che parla la prima tradottione pateria oppositioni assai,perche lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro,& un'altro sopra la circõferẽtia liquali habbiano una medesima basa lo ĩferiore serà doppio al superiore,laqualcosa nõ seguitarà se in ũ cerchio(qual sia il cerchio,a,b,c,di questa quarta figuratione)sia tirata una linea retta,qual sia la,a,c,& congiongẽdo le due estremità di quella con il cẽtro,d,etiam con un ponto tolto nel arco,a,b,c,(qual sia il ponto,b,)serà constituido li dui angoli cioè l'angolo,a,d,c,sopra il centro,& l'angolo,a,b,c,sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che è la detta linea,a,c,e niente dimeno l'angolo,a,d,c,sopra il centro non è doppio all'ãgolo,a,b,c,sopra la circonferentia,come facilmente si puo provare,& però piu correttamente parla il testo della secõda tradottione,qual vol che li detti ãgoli habbiano equal circonferentia,cioè equal basa de circonferentia e non de linea retta. e però tutto quel spacio,che è attorno all'angolo,a,d,c,è dopio all'angolo,a,b,c,perche hãno una medesima basa di circonferentia che è la circonferentia,a,e,c,& per dimostrarlo io tirarò la linea b.d.& quella alongarò per fina alla circonferentia in ponto,f,et perche l'angolo,c,d,f,(per la prima parte della trigesima secõda del primo)è equale alli dui angoli d,b,c,&,d,c,b,liquali sono equali(per la quĩta del primo)e però verrà a esser doppio all'angolo,d,b,c,e per le medesime ragione l'angolo,f,d,a,serà etiã doppio al angolo,a,b,d,e però tutto il spacio cõposto delli detti dui angoli,c,d,f,&,f,d,a,serà doppio a tutto l'angolo,a,b,c,che è il proposito.

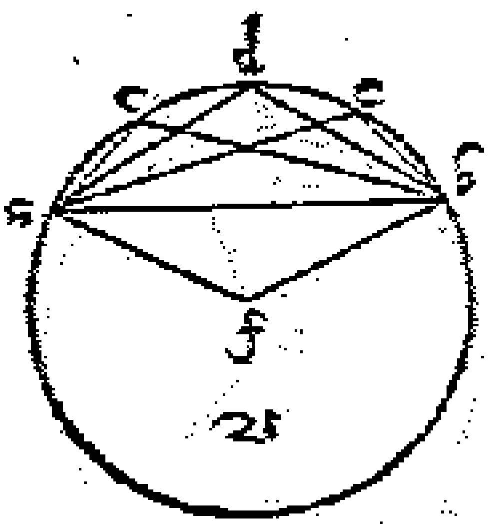


Theorema.19. Propositione.21.

20 Se in una portione di cerchio sieno molti angoli sopra dil arco con-
21 stituidi,sieno infra loro equali.

Come sia in la portione,a,d,b,del cerchio,a,d,b,il centro dil qual sia il ponto,f. sieno molti angoli sopra l'arco,a,d,b,della portion maggior liquali sono,c,d,& e, quelli dico esser equali fra loro,& per dimostrare questo sia tirata la corda,a,b,& dalle *delle sue due estremità siano dutte al centro.f.le due linee.a.f.& b.f. dilche l'angolo.a.f.b.constituido sopra il centro(per la precedente) serà doppio a cadauno di loro,seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli,c.d.& e. sia la mità de l'angolo.f.dilche(per la 7.concettione) seranno equali,che è il proposito.*

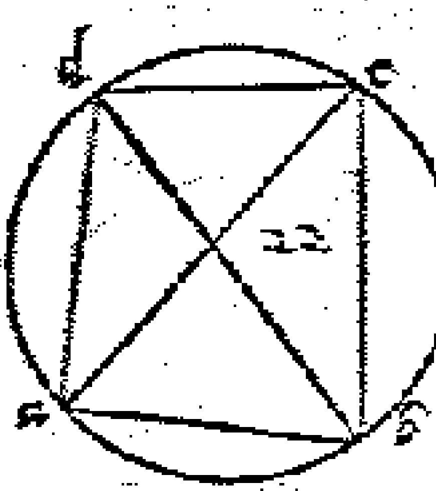
Il Tradottore.



Per le demostrationi disopra adutte è manifesto il proposito, in quãto alla portion maggiore,ma se li detti angoli serãno sopra l'arco della portione menore,come in la secõda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedẽte è manifesto il proposito)perche cadauno delli detti angoli è la mitade di quella qualità di spatio che circõda l'angolo.f.onde per la settima concettione seguita il detto proposito.

Theorema.20. Propositione.22.

21
22 Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero,qualunque duoi angoli contraposti di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.



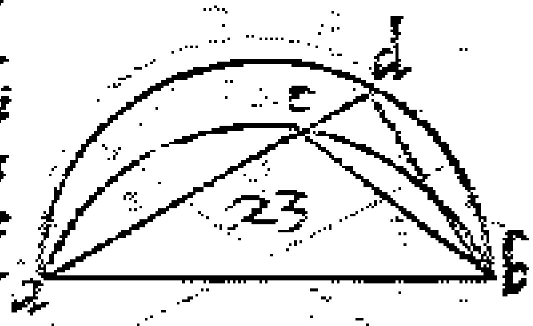
Sia il quadrilatero,a,b,c,descritto di dẽtro dal cerchio.a,b,c,d,qual sia cosi condictionato che tutti li suoi quattro angoli termini a ponto in la circonferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contraposti di quello, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirarò li duoi diametri del detto quadrilatero,cioè,a,c,& ,d,b,(& per la precedẽte)l'angolo c,b,d,serà equale all'angolo,c,a,d, et l'angolo,a,b,d, similmente serà equale all'angolo,a,c,d,per laqual cosa tutto l'angolo,a,b,c,serà equale alli duoi angoli, a,c,d, & c,a,d, del triangolo.a,d,c,& perche li ditti duoi angoli insieme con altro angolo,a,d,c,(per la trigesima seconda del primo)sono equali a duoi angoli retti,seguita adõque che tutto l'ãgolo,a,b,c,insieme con tutto l'angolo,a,d,c,(a lui opposito) sono equali a duoi angoli retti,che è il proposito, similmente anchora se approuerà li duoi angoli,d,a,b, & d,c,b,(contrapositi)esse equali a doi angoli retti.

Problema.20. Propositione.23.

22
23 Egli è impossibile a cõstituire due portioni di cerchio simile, & inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

Sia la assignata retta linea,a,b,sopra dellaquale sia fatta la portion di cerchio a.b.c.

a.b.c. Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà costituire un'altra portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portion,a,d,b, maggiore di quella, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo,a,c,b,in la portiõ minore, & l'angolo,a,d,b,in la portion maggiore, serà adonque che le due linee,a,d,& b,d,inchiudeno di dentro da loro le due linee a.c.& b.c.come appare in la prima figuratione, ouer che una delle due prime se farà una medesima linea con una delle seconde, come in la seconda figuratione si manifesta, ouer che una segarà l'altra (come in la terza figuration si dimostra) ma sel serà al primo modo l'angolo.c.(per la uigesima prima del primo) serà maggior dell'angolo.d.adonque (per la duodecima diffinition di questo) nõ son simile, ma sel serà al secondo modo, al presente l'angolo,c,(per la sesta decima del primo) serà maggiore dell'angolo,d,ne cosi adonque le dette due portioni seranno simile (per la detta duodecima diffinition di questo) ma se sarà al.3. modo, cioè che la linea.a.d.seghi la linea.c.b.& seghi la circonferentia della portiõ minore nel ponto.e.e sia detta la linea b.e.l'angolo,a,e,b,(per la medesima decima sesta del primo) e maggiore dell'angolo,d,& per che l'angolo.e.è nella medesima portion minore doue etiam l'angolo,c,il che (per la uigesima prima di questo) serà equale al detto angolo,c, seguita adonque che se l'angolo.e.è maggiore dell'angolo.d.similmente l'angolo.c.serà etiam maggiore del ditto angolo.d.per laqualcosa a niun modo le dette due portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora tu approuerai

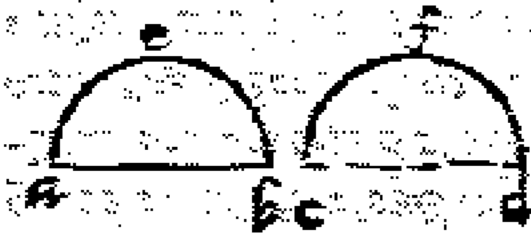


che sopra la linea,a,b,non puo esser fatto una portione simile alla petitione,a,c,b, minore de quella, ponendo,c,in lo loco del,d,& el,d,in lo loco del,c,in le predette figuratione. l'angolo.d.(per la detta.21.& .16.del primo procedendo per lo modo fatto disopra, serà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo,c, per laqual cosa le dette, portioni non seranno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra una medesima linea non posser esser fatto due portion simile inequale da una medesima parte, nientedimeno seguita la verità che le non puon anchor esser fatta da diuerse parte, cioè una da una parte de detta linea, e l'altra dall'altra, per che egliè licito prouar come la minore (la qual è da una parte) sopraposta alla maggiore (laqual è dall'altra parte) il serà necessario (per lo conuerso modo della ottaua concettione) quella esser eccedut a dalla maggiore. adonque per la presente.23. non seranno simile, che è il proposito.

Theorema.22. Propositione.24.

23 Se simile portioni di cerchij sono sopra linee equale, quelle portio-
24 ni è necessario che sieno equali.

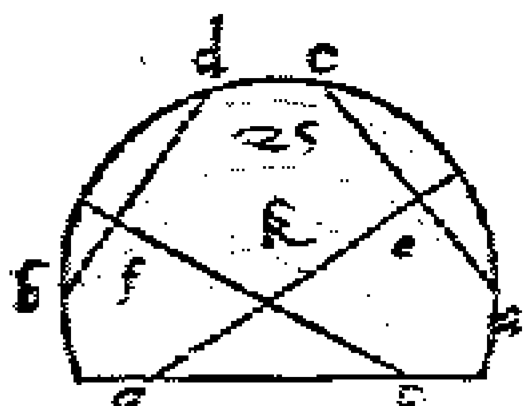
Siano

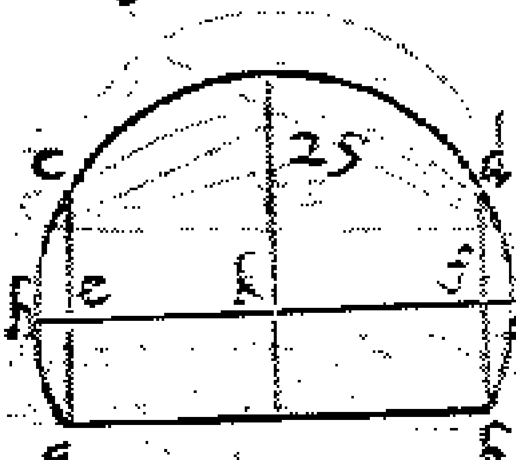


Siano le due linee .a.b. & .c.d. equal sopra lequale sieno le duoi portioni di cerchio .a.e.b. & .c.f.d. lequale sieno simili. Dico quelle medesime esser equale. & se possibile è che nõ siano equali una di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea .a.b. non eccede la linea .c.d. ne quella è eccedata da lei, conciosia che sono equale dal presupposito (per laqual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile, seguita adonque che le dette portioni siano equale, che è il proposito.

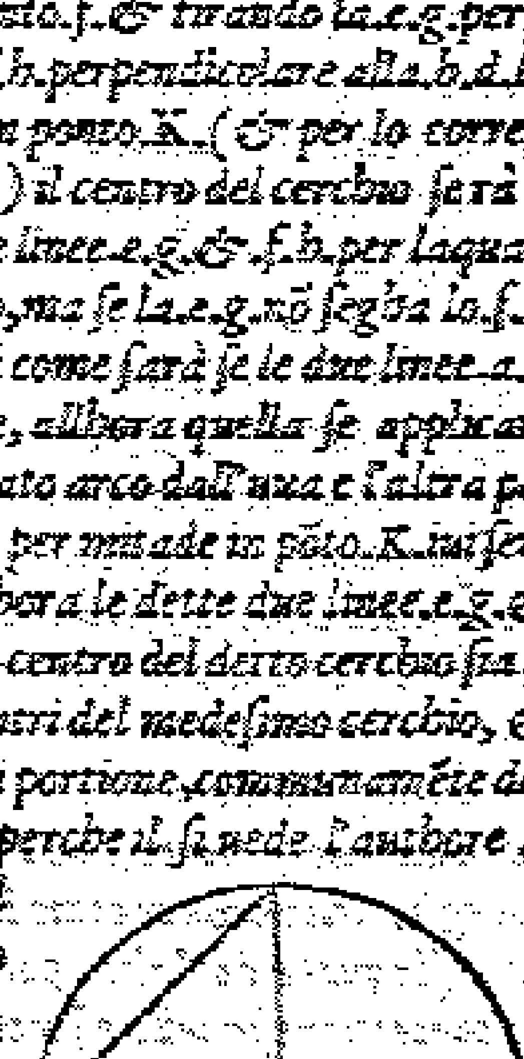
Problema .3. Propositione .25.

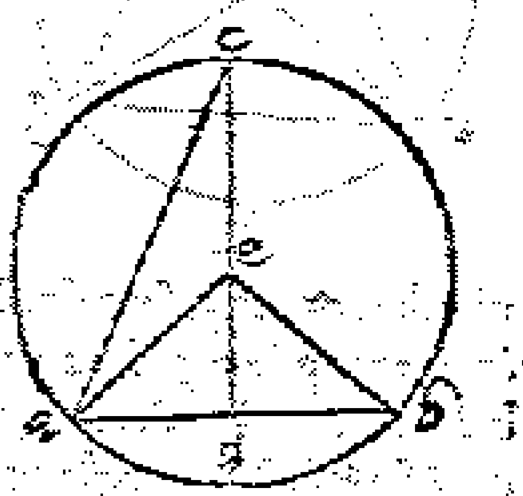
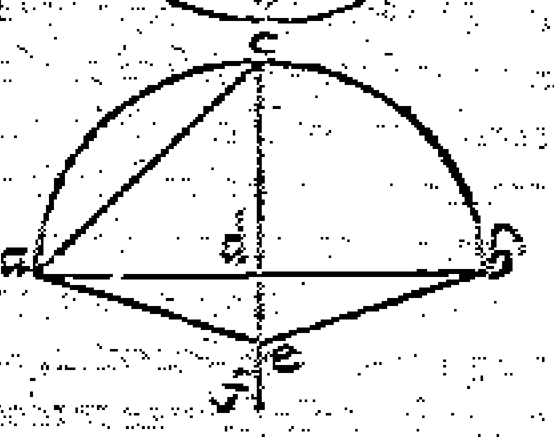
24/25 Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.





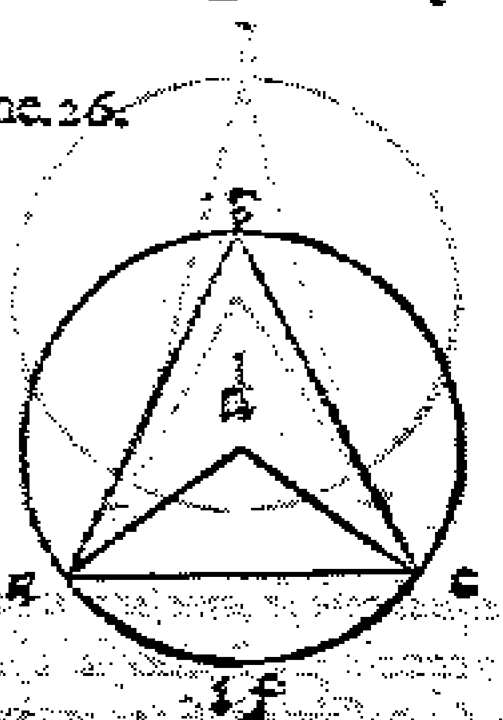
Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque .a.b.c. qual si uoglia arco, nel qual uoglio compire il circolo, tirarò in quello due linee casualmente come si uoglia, lequali sieno .a.c. & .b.d. lequali diuidendo in due parti equali, cioè la .a.c. in ponto .e. & la .b.d. in ponto .f. & tirando la .e.g. perpẽdicolare alla .a.c. & la .f.h. perpendicolare alla .b.d. lequali si segbono fra loro in ponto .K. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee .e.g. & .f.h. per laqualcosa il ponto .k. e il centro, ma se la .e.g. nõ segha la .f.h. ma siano una sol linea, si come sarà se le due linee .a.c. & .b.d. siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferentia del dato arco dall'una e l'altra parte, adonque diuisa quella per mitade in põto .K. iui serà il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee .e.g. & f.h. non puon esser equidistante, perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (per il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio, & cosi per questo modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, communamẽte demostrare qualmente se compisse il suo cerchio, tamen perche il si uede l'authore in questa conclusione uariare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo diuisamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. Sia adõque primamẽte la data portione .a.b. un mezzo cerchio (et per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea .a.b. serà il diametro, diuisa adonque quella per mezzo in ponto .c. il detto ponto .c. serà il centro del



del cerchio: sia anchora la portion .a.c.b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea .a.b. laqual divido in due parti equali in ponto .d. dalqual conduco la .d.c. perpendicolar a quella (conciosia che la portion .a.c.b. sia maggior del mezzo cerchio) la .a.d. serà minor del mezzo diametro, & la .d.c. è maggiore del mezzo diametro. adonque la .d.c. è maggior che la .a.d. adonque (per la 19. del primo) l'angolo .c.a.d. è maggiore dell'angolo .a.c.d. sia adonque fatto l'angolo .c.a.e. (per la vigesima tertia del primo) è equal all'angolo .a.c.e.  produtta la linea .a.e. laqual seghi la linea .c.d. in ponto .e. & (per la sesta del primo) la linea .a.e. serà equale alla linea .e.c. sia adonque tirata la linea .e.b. & (per la quarta del primo) la linea .e.b. serà equale alla linea .a.e. per la qual cosa le tre linee .a.e. .e.b. .e.c. sono equale adonque (per la nona di questo) il ponto .e. è il centro del cerchio. sia anchora la portione .a.c.b. menore del mezzo cerchio, della quale la corda sia la .a.b. laquale divido in due parti equali in ponto .d. dal qual conduco la linea .c.d.f. perpendicolare alla linea .a.b. laqual seghi la circonferentia in ponto .c. & è manifesto questa trasire per il centro (per il correlario della prima di questo) anchora tiro la linea .a.c. e l'angolo .a.c.d. serà maggiore di l'angolo .c.a.d. perche sel fusse equali seria la portione .a.c.b. un mezzo cerchio, & sel fusse menore  seria maggiore d'un mezzo cerchio. & è posto che sia menore, adonque tiro la linea .a.e. che facia con la linea .a.c. un angolo equale al angolo .c. & seghi la linea .c.f. in ponto .e. & è manifesto che il ponto .e. cade di fuora della portion. & tiro la linea .e.b. & perche lo angolo total .a. è equale al angolo .c. (per la sesta del primo) la linea, e, a, è equale alla linea, e, c, & perche (per la quarta del primo) la linea .e.b. è equale alla linea .e.a. (per la nona di questo) il ponto .e. è centro del cerchio, per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portione di cerchi.

Theorema .23. Propositione .26.

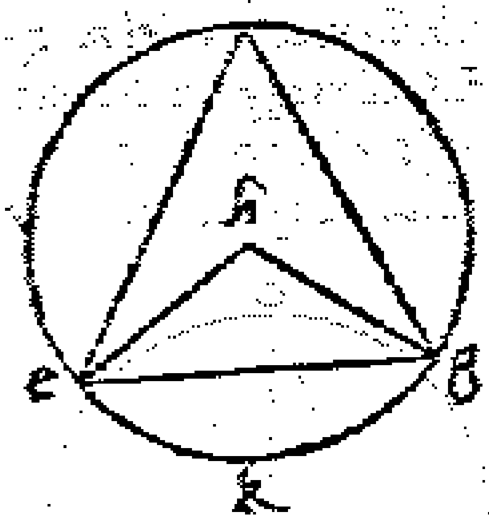
25 Se in cerchi equali over sopra il centro, over
26 sopra la circonferentia stiano angoli equali è necessario quelli cascare sopra archi equali.



Siano dui cerchii equali, cioè il cerchio .a.b.c. (il centro dilqual sia il ponto .d.) & il cerchio .e.f.g. il centro delquale sia il ponto .h. & sopra li centri de quelli siano fatti li dui angoli .a.d.c. & .e.h.g. liquali siano posti equali. Dico che li dui archi .a.b.c. & .e.f.g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in questo modo. Siano tirate le due linee .a.c. & .e.g. et sian fatti li dui angoli in

li in

li in la circõferentia de quelli che stiano sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b,c.& l'angolo.e,f.g. perche adonque li detti dui cerchij sono equali li suoi



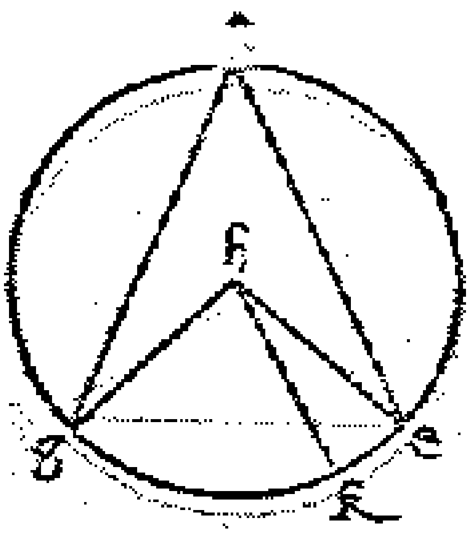
mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali, et perche li dui ãgoli.d.et.h.sono equali le due linee a.c.& e.g. (per la quarta del primo) sono equali, & (per la uigesima di questa) l'ãgolo.b.serà equale all'ã golo.f. (concosia che l'angolo.d.si è equal all'ãgolo.h. et l'uno e l'altro e doppio a quello che è costituido sopra della circonferentia del suo arco, però l'angolo.b.(per commune sententia) serà equale all'angolo.f.adonque (per la penultima diffinitione di questo) le due portioni.a.b.c.& e.f.g.sono simili, et perche sono sopra le due linee,a,c,et,e.g, equal quelle serãno (per la uigesima quarta di questo) equale fra loro, per laqual cosa l'arco.a.b.c serà equale all'arco,e,f,g, Ma se li dui angoli.b.& f.) liquali sono sopra della circõferẽtia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni serãno simili, et l'angolo,d,serà pur (per la detta uigesima) equale all'angolo.h.et perche li cerchi sono posti equali (per la quarta del primo) le due linee,a,c,& e,g,serranno equale, per laqual cosa le due portioni,a,b,c,et,e,f,g,per esser simile et sopra le due linee,a,c,&,e,g,equale seranno (per la detta uigesima quarta di questo) etiã fra loro equale si come prima, & l'arco,a,b,c,serà pur equale all'arco,e,f.g,(et per la terza commune sententia,) l'arco,a,i,c,serà etiam equale all'arco,e,k,g, che è il proposito della seconda tradottione, perche in quella solam cõclude che l'arco,a,i,c, è equale all'arco,e,k,g,tamen per questo modo se uerifica l'uno e l'altro.

Theorema.24. Propositione.27.conuersa della precedente.

26 27 Se in cerchii equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o siano costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circõferentie le necessario che siano equali.

Siano li dui cerchi equali l'uno sia il cerchio.a.b.c. (il centro delquale sia il ponto.d.) l'altro sia il cerchio. e.f.g.(il centro delquale sia il ponto.h.) & sia li doi archi.a.b.c.et.e.f.g.equali, et siano fatti sopra alli detti archi dui angoli sopra il cẽtro liquali siano.d.h.dutte le linee,a,d,c,d,e,h,g,h. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti dui altri angoli in la circonferẽtia liquali siano,b,& f,dutte le linee,a,b,c,b,e,f,& g,f. Dico li dui angoli,d,& h,esser fra loro equali, et ancor li dui altri ãgoli.b.et.f.esser pur fra loro equali laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti dui angoli,d,et,h,non sono fra loro equali (per l'aduersario) l'un serà maggior dell'altro hor poniamo che l'angolo. h.(se possibile è) sia maggior dell'ãgolo.d.del angolo.h.ne sia togliato, ouer segbato

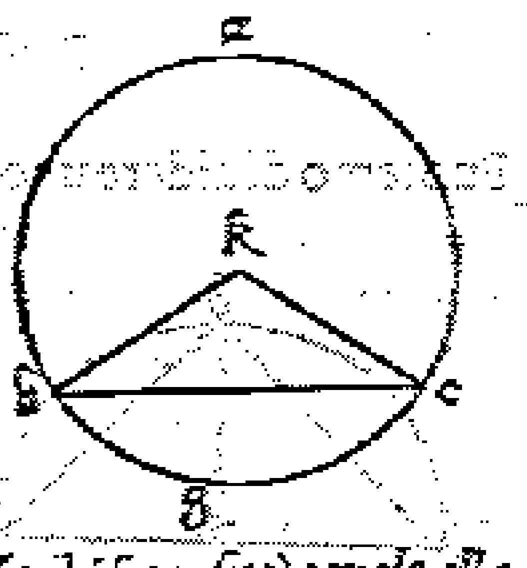
l'angolo



l'angolo.k.h.g.ilqual sia equal all'angolo.d.cioè sopra il põto.h.sia fatto l'angolo.k.h.g.(per la uigesima ter tia del primo)equale al angolo.d.(& per la precedente)l'arco.k.e.f.g.serà equale all'arco.a.b.c.ma li duoi archi.a.b.c.& e.f.g.sono posti equali,seguiria adonque(per la prima communa sentẽtia)che l'arco.e.f.g.fusse equale all'arco.k.e.f.g.laqual cosa è impossibile (per l'ultima communa sententia,)seguita adonque che li duoi angoli.d.& e.h.g.siano equali. Anchora per simel modo tu approuerai li duoi angoli.b.& f.esser equali,ouero hauendo prouato che li duoi angoli.d.& h.son equali,seguita(per la uigesima de questo)li duoi angoli.b.& f.esser equali,& conuerso.Anchora cõ simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda traduttione,cioè che se in cerchij equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali ho siano al centro,ouer alla circonferentia,cioè se la circõferentia.a.c.sia posta equale alla circonferentia.e.g.delli detti duoi cerchij equali li angoli.d.e.h.fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentia equale) seranno equali (e se non fussero equali per l'aduersario)l'uno seria maggiore di l'altro,& ponendo pur che l'angolo.h.fusse maggiore dell'angolo.d.& segãdo pur da l'angolo.h.lo angolo.k.h.g.equale all'angolo.d.seguiria(per quello fu cõcluso in fin della precedẽte)che la circonferentia.k.g.fusse equale alla circonferentia.a.c.(& per la prima commune sententia)la circonferentia.k.g.seria equale alla circonferentia.e.g.che è impossibile(per la ultima commune sententia)si che ambedue hanno uno medesimo procedere,abenche l'una concluda diuersamente di l'altra,tamẽ prouando una uien a esser prouata etiam l'altra.

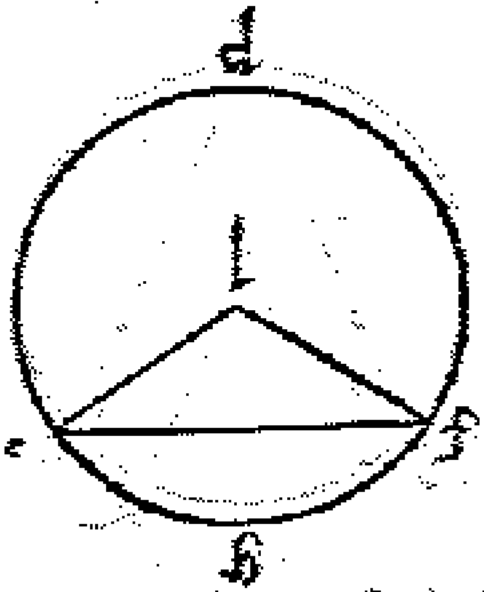
Theorema.25. Propositione.28.

27 / 28 Se in cerchij equali,linee rette equale,raseghino archi.anchora quelli archi è necessario esser equali cioè il maggiore al maggiore il minore al minore.



Siano li dui cerchij equali.a.b.c.et.d.e.f.et in quelli siano le due linee rette.b.c.et e.f.equale lequal seghino li duoi archi(b.a.c.& e.d.f.)maggiori,et li dua archi.b.g.c.& e.h.f.menori,dico che l'arco.b.a.c.maggiore è equale all'arco.e.d.f.maggiore & l'arco.b.g.c.minore et equal all'arco.e.h.f.perche essendo ritrouati li cẽtri de detti cerchij(per la prima di questo)liquali siano k.l.& siano congionti.k.b.k.c.l.e.& l.f.et perche li cerchij equali li suoi semidiametri sono ancora equali (per la prima diffinitione di questo)adonq;le due linee.b.k.et.k.c.sõ equale alle due linee.l.e.et l.f.e la basa.b.c.(per il presupposito)equale alla

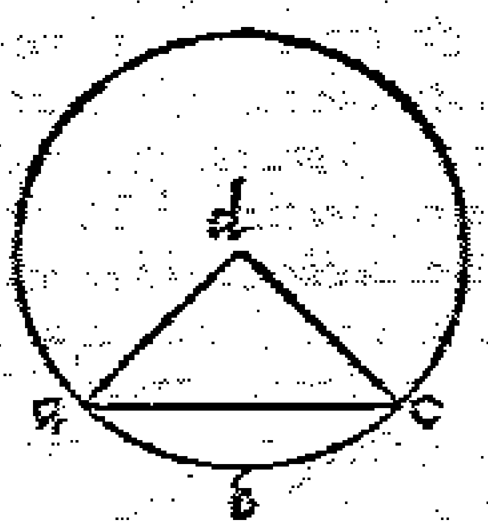
basa.



basa.e.f.adonque l'angolo.b.k.c.(per la.8.del primo)è equal a l'angolo.e.l.f.et li angoli equali (per la.26.di questo) cadeno sopra archi equali, adonque l'arco.b.g.c.e equale all'arco.e.h.f. & tutto il cerchio.a.b.c.è equale tutto il cerchio.d.e.f.adonque il rimanente arco.b.a.c.(per la.3.commune sententia)è equale al rimanente arco.e.d.f.adonque in li cerchi equali se linee rette equale segan li archi, li detti archi seranno de necessità equali, cioè il maggiore al maggiore, il minore al minore, che è il proposito.

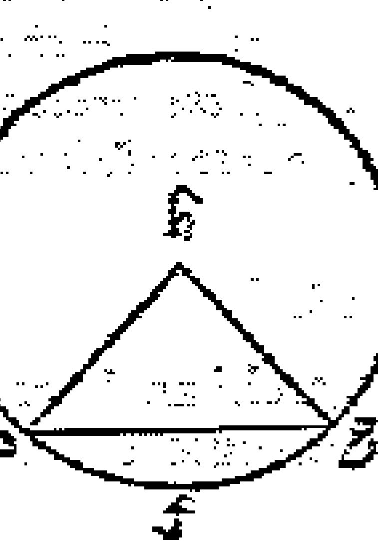
Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la prima tradottione è tutto corrotto enendosamente parla, come in essa appare.



Theorema.26. Propositione.29.

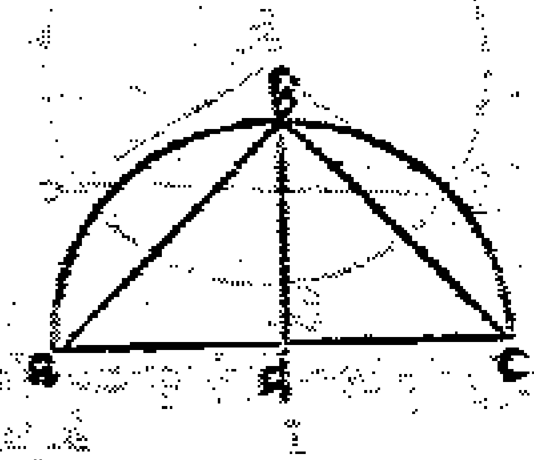
28 Li archi equali de cerchii equali è necessario
29 c'habiano corde equale.



Siano li dui cerchij equali.a.b.c.il centro dilquale è il ponto.d.& .f.g.il centro dilqual è il ponto.h.et sia l'arco.a.b.c.equale all'arco.e.f.g.dico che la corda.a.c. è equale alla corda.e.g.& per dimostrar questo siano tirate le linee.d.a.d.c.e.h.g.et (per la vigesima settima di questo) l'angolo.d.serà equale all'angolo.h.per laqualcosa la basa, over corda.a.c.(per la quarta del primo) serà equale alla basa, over corda.e.g.che è il proposito, e nota che tutte le passioni che havemo approuate de diversi cerchij equali quelle piu fortamente intenderai esser vere de uno medesimo cerchio.

Problema.4. Propositione.30.

29 Puotemo dividere uno arco dato in due parti equali.
30



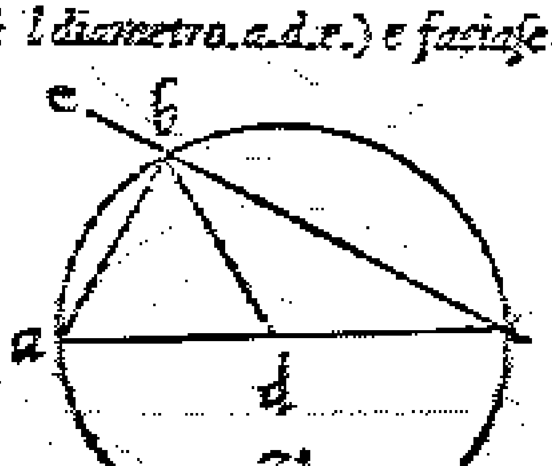
Sia dato l'arco overo circonferentia.a.b.c.qual sia di bisogno da dividere in due parti equale, sia tirata la corda.a.c.& quella sia divisa in due parti equali in ponto.d.& dal ponto.d.(per la undecima del primo) sia tirata la perpendicolar.d.b.laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto.b.ilqual ponto.b.dico che

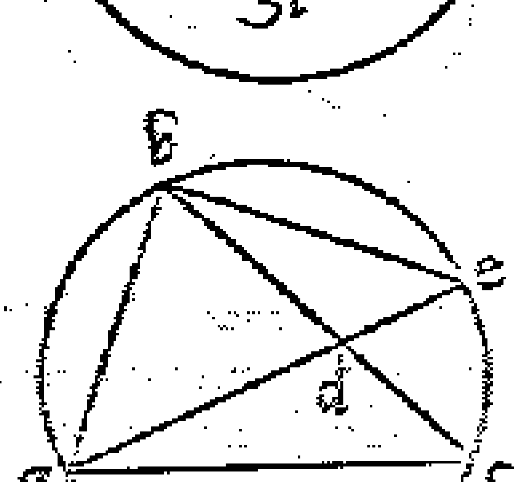
divide

diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare questo sia tirate le due li nee.b.a.b.c.lequale serano equale (per la quarta del primo) laqualcosa l'arco.a.b. (per la prima parte della uigesima ottaua di questo) serà equale all'arco.b.c.che è il proposito.

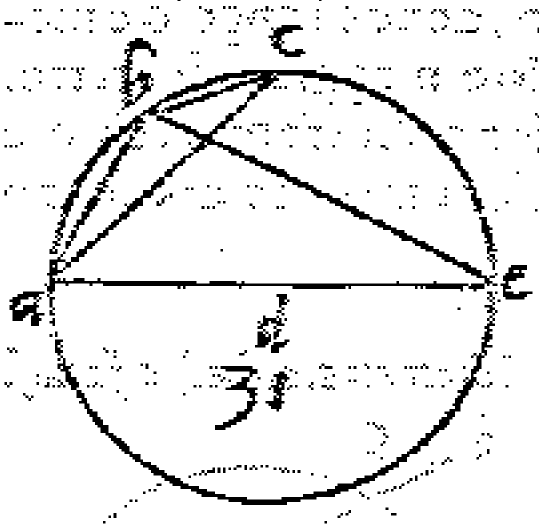
Theorema.27. Propositione 31.

30/31 Se uno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio ilquale stia sopra l'arco, certo quello angolo retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo e maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo sia menore che'l retto. Et se la portione del cerchio, doue è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.

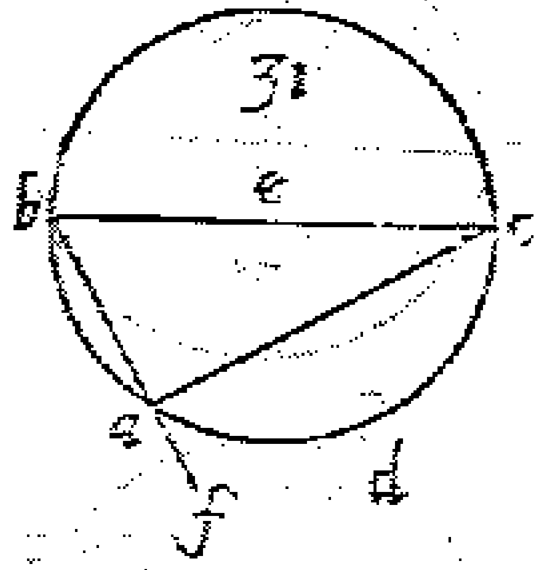




Sia il cerchio.a.b.c.(il centro del qual sia il ponto.d.è 'l diametro.a.d.c.) e faciase nel mezzo cerchio.a.b.c.insu la circonferentia l'angolo.a.b.c.(menate le linee.a.b.et b.c.) dico l'angolo.a.b.c.essere retto, & per dimostrar tale cosa, sia tirato dal l'angolo.b.al centro.d.la linea.b.d.& perche le due linee.d.a.& d b.) del triangolo.a.b.d.) sono equale (per la diffinitiom del cerchio) l'angolo.a.(per la quinta del primo) serà equale all'angolo.a.b.d.& per le medesime ragione l'angolo.c.serà equale all'angolo.d.b.c.& perche l'angolo.c.d.b.per la.32.del primo, e equale al li duoi angoli.a.& a b.d.dilche (per communa scientia) serà doppio all'angolo.a.b.d.& per le medesime ragione l'angolo.a.d.b.serà etiam doppio all'angolo.d.b.c.adunque li duoi angoli.c.d.b.& a.d.b.insieme son doppii a tutto l'angolo.a.b.c.et perche li detti duoi angoli.a.d.b.& c.d.b.(per la terzadecima del primo) sono equali a duoi angoli reti adonque tutto l'angolo.a.b.c.serà la mità di duoi angoli retti, per laqualcosa serà retto che è il primo proposito. Anchora per quest'altro modo se puo dimostrare il detto angolo.a.b.c.esser retto sia produtta la linea.c.b.fina al ponto.e.l'angolo,a,b,e,estrinsico (per la detta trigesima seconda del primo) serà equale alli duoi angoli.a.& c,et perche l'angolo.a.è equale all'angolo,a,b,d,& l'angolo,c,all'angolo,d,b,c.l'angolo adonque,a,b,e,uerrà esser equale a tutto l'angolo,a,b,c,adonque l'uno e l'altro (per la ottaua diffinitione del primo) serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo, sia il cerchio.a.b.c.(il centro del quale sia il ponto.d.) nelqual sia la portion.a.b.c.maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea.a.c.& sia fatto sopra la circonferentia di *quella l'angolo, a, b, c, (dutte le linee, a, b, et, b, c,) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per demostrar questo sia tirato il diametro, a, d, e, & la linea, e, b, hor dico che l'angolo, a, b, e, (per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo, a, b, c, serà minor del retto (per la ultima communa scientia) conciosia che quello è parte del retto, e cosi è manifesto il secondo proposito. El tertio se delucidarà in questo modo sia un'altra fiada in lo cerchio, a, b, c, (il centro delqual sia il ponto, d,) la portione, a, b, c, la corda dellaquale sia la linea, a, c, laqual portione è minore del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo a, b, c, (dutte le linee, b, a, et, b, c,) dico quest'angolo, a, b, c, esser maggior del retto, laqual*



cosa se dimostra in questo modo. Sia produtto dal ponto, a, il diametro, a, d, e, & dal ponto, e, la linea, e, b, l'angolo, a, b, e, (per la prima parte di questa) e retto, per laqual cosa l'angolo, a, b, c, e maggiore di lui, e però il nostro tertio proposito serà manifesto, el 4. el 5. se approuarà in questo modo, siano in lo cerchio, a, b, c, d, (il centro delquale è il ponto, e,) le portione, a, b, c, maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea, a, c, & la portione, a, d, c, minor del mezzo cerchio, la corda delquale è la medesima linea retta, a, c, dico l'angolo contenuto dall'arco, b, a, & dalla corda, a, c, esser maggior del retto, & l'angolo contenuto dall'arco, d, a, et dalla corda, a, c, essere minor del retto, et per demostrar questo, dal põto, c, si è dutto il diametro c, e, b, & dal ponto, b, la linea, b, a, fina al, f, dalche l'angolo, b, a, c, (per la prima parte di questa) serà retto, et (per la tertia decima del primo) l'angolo, f, a, c, similmente serà retto, perche adonque l'angolo b, a, c, è parte dell'angolo contenuto dall'arco, a, b, et dalla corda,



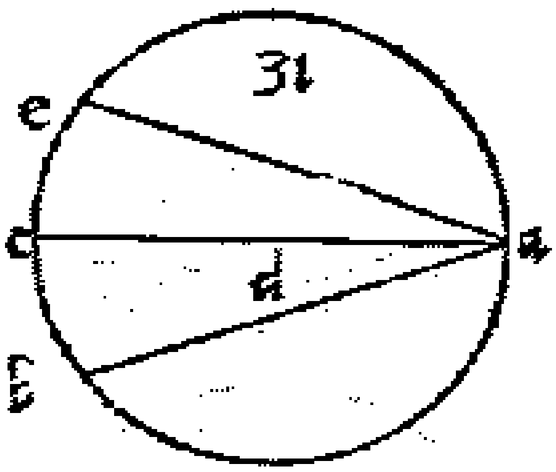
a, c, però è menor di lui (per la ultima concettione) che'l quarto proposito, Et perche l'angolo contenuto dall'arco, d, a, & dalla corda, a, c, è parte dell'angolo, f, a, c, (che è retto) adonque serà minor di lui, per la qual cosa è manifesta tutta questa cõclusione de cinque membri.

Correlario.

0 Da qui è manifesto che se un angolo d'un triangolo serà equal alli altri duoi angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è conuerso quãdo li duoi angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quelli seranno equali a un angolo retto.

31

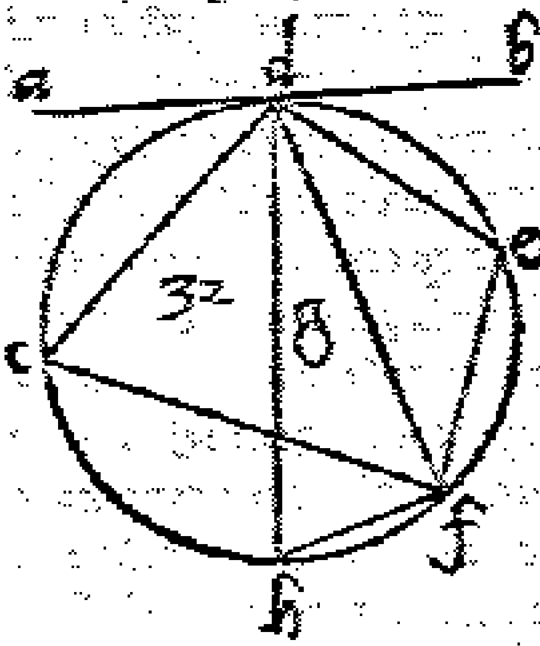
Anchora dalle due ultime parti della soprascritta propositione si manifesta la instantia, ouer oppositione contra quelle due argumentationi, alle quale demostrassimo anchora la instantia, ouer oppositione in la sesta decima di questo, però che el che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio ilquale è minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, ilquale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia ouer mezzo cerchio, ouer minore, ouer maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioè minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto: & niente dimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio.a.b.c. il centro delquale sia il ponto.d. la linea.a.b. alla quale non sia determinato fine della parte.b. segando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto, sia il diametro di questo cerchio la linea.a.d.c. & sia immaginato la linea.a.b. esser mossa uerso la parte.c. sopra il ponto.a. laquale tanto quanto che la serà de qua dal ponto.c. ouero in lo medesimo ponto.c. coprêdo al diametro.a.d.c. quella farà con l'arco l'angolo menor del retto, ma î ogni ponto oltra il ponto.c. come seria in pôto.e. quella farà (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto adonque el se transisse dal minore al maggiore, e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trouar un'angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trouare lo equale (come fu dimostrato in la sesta decima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se puo trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & nientedimeno el non se puo ritrouare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



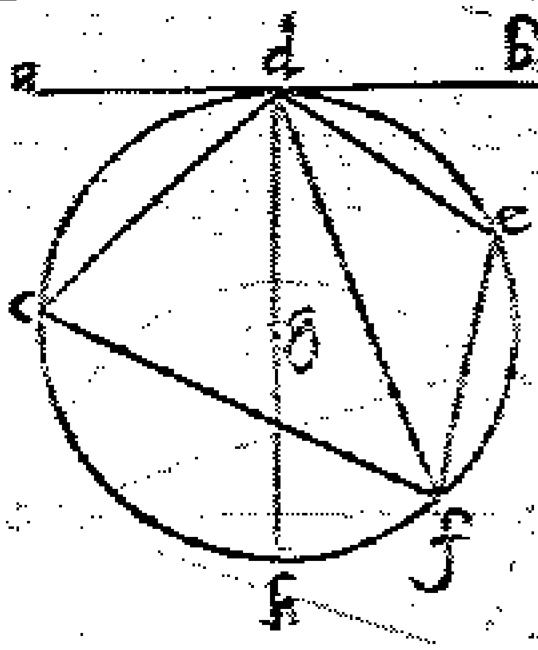
Theorema.28. Propositione.32.

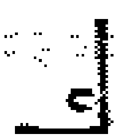
31 / 32 Se una linea retta toccarà un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stâno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta.a.b. laqual tocchi il cerchio.c.d.e.f. in ponto.b. il centro del qual cerchio sia il ponto.g. & dal ponto.d. sia dutta la linea.d.f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro.g. & siano fatti l'angolo.d.e.f. sopra la portion.d.e.f. (dutte le linee.e.d. & e.f.) & l'âgolo.d.c.f. che stia sopra l'arco della portione.d.c.f. (dutte le linee.c.d. & c.f.) dico l'angolo.e. esser equale al-



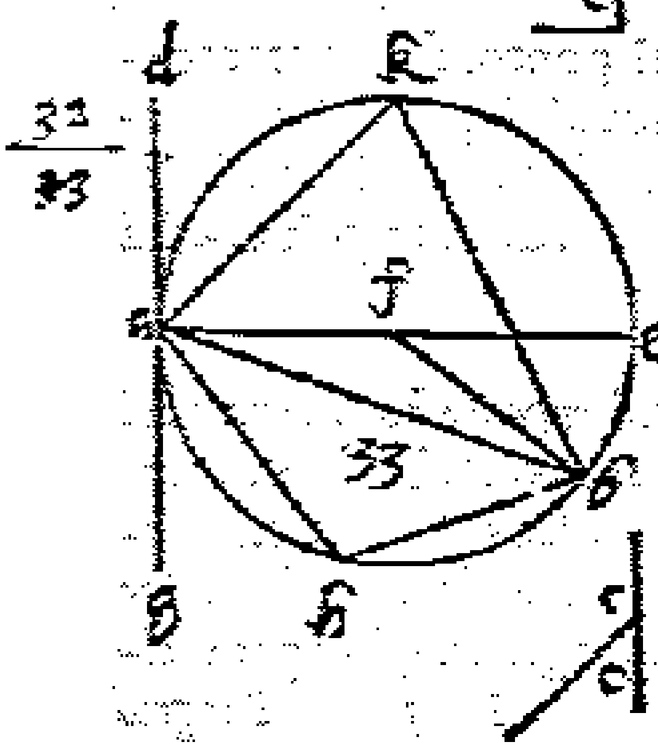
l'angolo.b.d.f.& l'angolo.e.all'angolo.a.d.f.Et per di mostrare questo sia dutto il diametro.d.g.h.et la linea. f.h.(e per la decima ottava di questo) la linea.d.h.serà perpendicolare sopra de.a.b.(et per la prima parte della precedente) l'angolo.d.f.h.serà retto, per laqual cosa li dui angoli.a.d.h.& .d.f.h.sono equali, gionzoli adunque communamente lo angolo.h.d.f.tutto l'angolo.a.d.f.serà equale alli dui angoli liquali sono.d.f.h. & .h.d.f.ma questi dui con l'angolo.h. sono equali a dui angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adonque l'angolo.a.d.f.cō l'angolo.h.sono equali a dui angoli retti, ma l'angolo.a.d.f.con l'angolo,b,d,f,sono similmente equali a dui angoli retti(per la tertiadecima del primo)adonque l'angolo.b.d.f.è equale all'angolo,h, & perche l'angolo, c, (per la uigesima prima di questo)e similmente equale all'angolo,h,seguita adonque (per la prima commona sciētia) l'angolo,b,d,f,esser equale all'angolo,c,che e il primo proposito,& perche li angoli,c,&,e.sono equali a dui angoli retti (per la uigesima seconda di questo) & similmente li dui angoli.a.d.f.& .b.d.f.sono(per la tertiadecima del primo) etiam loro equali a dui angoli retti dilche (per commona scientia) l'angolo.e.serà equal al angolo.a, d.f.ch'è il secōdo proposito anchora questo secondo se puo dimostrar in quest'altro modo se l'āgolo,a,d,f, con l'angolo, h,sono equali a dui āgoli retti(come di sopra fu dimostrato) & l'angolo,e,cō l'angolo,h,similmente sono equali a dui angoli retti (per la uigesima seconda di questo) adonque l'angolo.e.(per cōmuna sciētia)è equal all'angolo.a.d.f.che è il proposito.



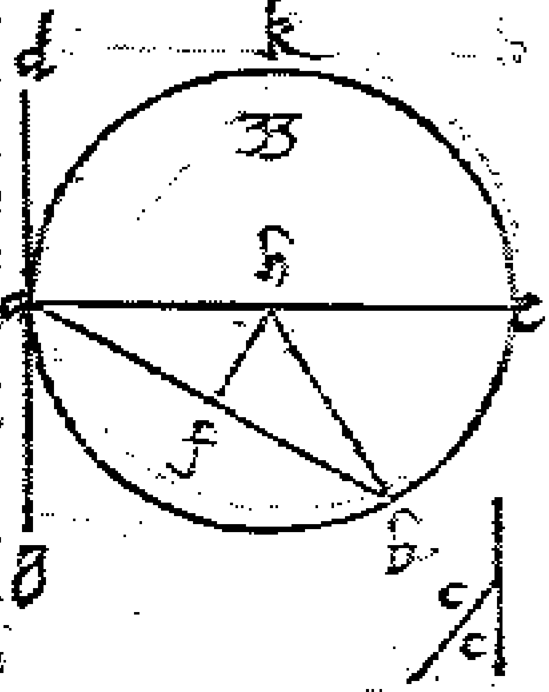


Problema.5. Proposition e.33.

Sopra una data rettilinea puoremo descriuere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.



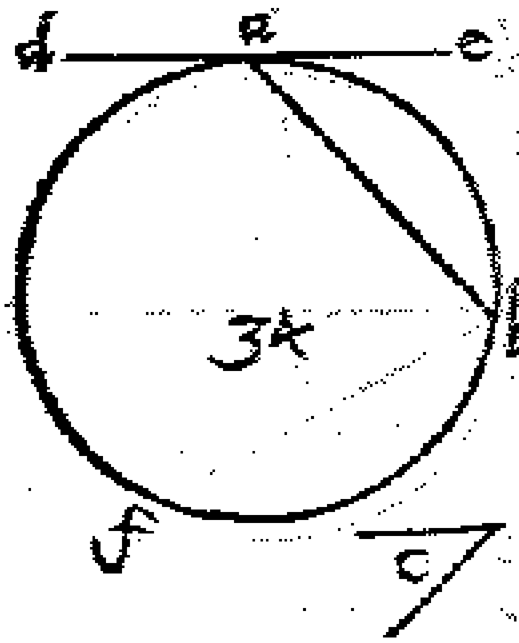
Sia la data retta linea,a,b,et,c,il ditto angolo,sopra la linea,a,b, uoglio descriuer una portione del cerchio che riceua in la circōferētia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adonque l'angolo c, ouer che lui è retto ouer che lui è maggiore del retto, ouer che lui è minore del retto hor sia primamente retto. Io dividerò la linea,a,b,in due parti equali & descriuerò sopra di quella di quella il mezzo cerchio (et per la trigesima prima di q̃sto) serà fatto il proposito. ma se'l serà ottuso produrò la linea,d,a,con la linea,b,a,contenente l'angolo,b,a,d, equal all'angolo,c,e dal ponto,a,condurò la linea,a,e,perpẽdicolare sopra la linea,a,d,et sopra il ponto,b,farò un'angolo (per la 23 del primo) equal all'ãgolo,e,a,b, (nelquale lo ottuso eccede el retto) dutta la linea,b,f, ꝑ fina alla perpendicolar,a,e, (et ꝑ la sesta del primo) li duoi lati,f,a,f,b, (del triãgolo,f,a,b,) sono equali & per tanto sarà il ponto,f,centro d'un cerchio & sopra di quello descriuerò secondo la quantità della linea,f,a,il cerchio,a,b,h,la circonferentia dilquale passarà etiam per lo ponto,b, (per esser la b,f,equale alla,f,a,) (& per lo corelario della sestadecima di questo) la linea,a,d, serà contingente il cerchio, per laqualcosa l'angolo ilquale sia fatto in la portione,a,b,h,(per la precedẽte) è equale all'angolo,d,a,b, (& per la prima commune sententia) serà etiam equale all'angolo,c,che è il proposito, ma essendo l'angolo,c,acuto produrò la linea,a,g,contenente con la linea,a,b,un'angolo equale all'angolo,c,et dal ponto,a, produrò la linea,a,e,perpendicolare alla linea,a,g,et sopra il põto,b,farò un'angolo equale all'angolo,e,a,b, (in lo qual l'angolo retto eccede l'angolo acuto) dutta la linea,b,f,fina alla perpendicolare,a,e,onde (per la sesta del primo) le due linee,f,a,et,f,b,serãno equale, e per tanto fatto il ponto,f,centro di cerchio descriuerò secondo la quantità della linea,f,a,lo cerchio,a,k,b,la circonferentia dilquale transirà etiam per lo ponto,b,(per esser la,f,b,equale alla,f,a,) et per lo correlario della sestadecima di questo, la linea,a,g,serà continente il cerchio, per laqualcosa l'angolo il quale è fatto in la portione,a,k,b,è equale all'angolo,g,a,b,(per la precedente) (& per la prima concettione) serà etiam equale all'angolo,c,che è il proposito.



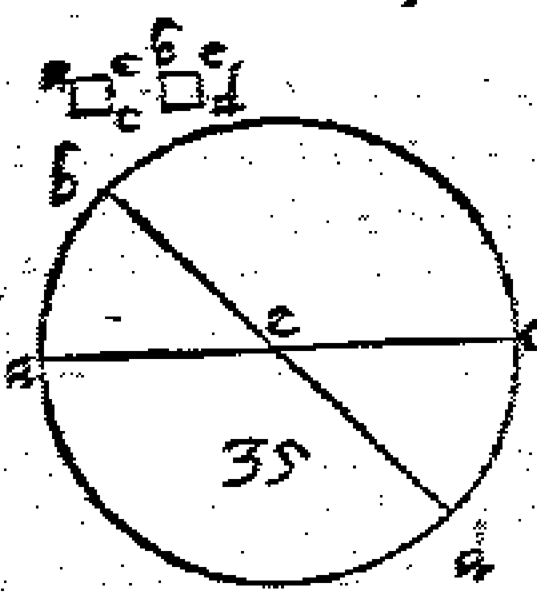
Anchora se posseua procedere per quest'altro modo, cioè costituendo pur con la linea,a,b,nel ponto,a, (per la uigesima tertia del primo) l'angolo,g,a,b,è equale all'angolo,c,et dal ponto,a,tirare la linea,a,e,(per la undecima del primo) perpendicolare alla linea,a,g, (& per la decima del primo) diuidere la linea,a,b,in due parti equale in ponto,f,& dal ponto,f,produre la linea,f,h,(per la undecima del primo) perpendicolare alla linea,a,b,et dal ponto,h,(doue la detta perpendicolare,f,h,segha la linea,a,e,) produre la linea,h,b,& perche le due linee,a,f,& f,b,sono equale, & la linea,f,h,è commune al triangolo,a,f,h,& al triangolo,f,h,b,adonque le due linee,a,f,et f,h,del triangolo,a,f,h,sono equale alle due linee,f,b,& f,h,del triangolo,f,h,b, et l'angolo a,f,h,è equal all'angolo,h,f,b,(per esser ciascun di loro retto dal presupposito) talche la basa,a,h,de l'uno serà equal alla basa,h,b,dell'altro (per la quarta del primo) adõque facendo il ponto,h,centro di cerchio, & sopra quello descritto uno cerchio secondo la quantità de,h,a,la circonferentia di quello passerà per lo põto,b,(per esser la,h,b,equale alla,h,a,) il qual sia il cerchio,a,b,e,& per lo correlario della detta sestadecima di questo, la linea,a,g,tocca il cerchio nel ponto,a,per *laqual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione.a.x.e.b.serà equale all'angolo,g,a,b,(per la precedente) & perche l'angolo,g,a,b,fu descritto equale all'angolo,c,seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portion.a.x.e.b. serà equale all'angolo.c.che è il proposito, & cosi se potria procedere quando l'angolo,c,fusse maggior del retto,ideo.*

Problema.6. Propositione.34.

33/34 Da uno dato cerchio proemo tagliare una portione recipiente un angolo equale a uno dato angolo rettilineo.

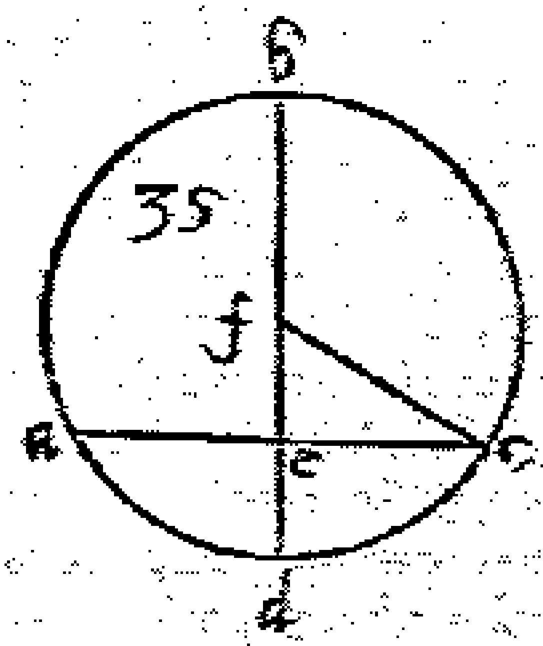


Sia il dato cerchio,a,b,f,& ,c,il dato angolo rettilineo,voglio dal cerchio,a,b,f,seghare una portione la quale recena uno angolo equale all'angolo,c, produrò la linea,d,a,e,(per la decima settima di questo)che tocchi il dato cerchio in ponto.a.dal quale produco la linea,a,b,(in lo detto cerchio)contineente con la linea,a,e,l'angolo, e,a,b, equale all'angolo, c, dil che la portione,a,f,b,(per la trigesima seconda di questo) serà recipiente uno angolo equale all'angolo,e,a,b,& perche l'angolo,e,a,b,fu posto equal all'angolo,c,adonque la portione.a.f.b.(per cõmuna scientia)serà recipiente un'angolo equale all'angolo,c,che è il proposito,

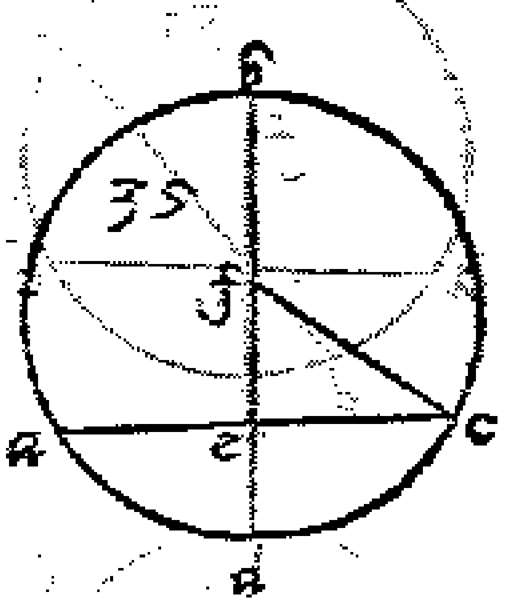


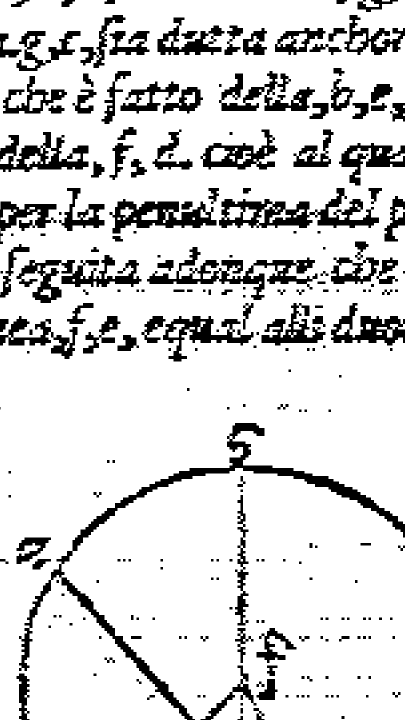
Theorema.29. Propositione.35.

34/35 Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra lor quello che procede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima è equal a quello rettangolo che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

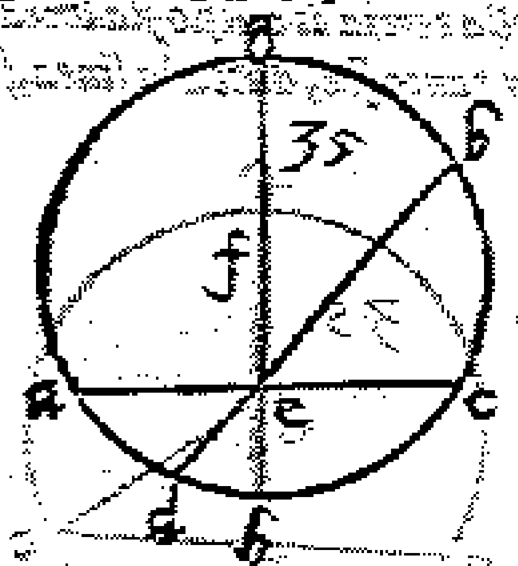


Siano le due linee,a,c,et,b,d,lequal se seghã fra lor in lo cerchio,a,b,c,d,sopra il ponto,e,dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte.a.e.in la parte,e,c, è equale a quello che viene fatto della parte,b,e,in la parte,e,d,perche over che ambedue le dette linee transiranno per lo centro del cerchio, over solamente una di quelle, overo niuna lor ponimo primamente che ambedue passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto,e,serà il centro del cerchio,& tutte le quattro linee,e,b,e,d,e,a,e,c, seranno equale(per la diffinitione del cerchio)per laqual cosa il proposito è manifesto.ma se una sola de quelle passerà per lo centro et sia quella la, la la,b,d, & il centro del cerchio sia il ponto,f. ouer auente la,b,d, segharà la,a,c, in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali serà adonque (per la prima parte della tertia di questo) la linea, a,c, seghata orthogonalmente della detta linea,b,d, per tanto sia, dutta la linea,f, c, (& per la quinta del secondo) quello che vien fatto della,b,e, in la,e,d, cō lo quadrato della,e,f. serà equale al quadrato della linea,f,d, cioè al quadrato della linea,f,c, & perche il quadrato della detta linea,f,c, è equale (per la penultima del primo) alli duoi quadrati delle due linee,e,f, et,e,c, adonque quel che è fatto della,b,e, in la,e,d, con lo quadrato della,e,f. serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee,e,f, et,e,c, adonque leuando communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della,e,f, (per la 3. cōmuna sentētia) li duoi rimanēti seranno etiam equali cioè quello che è fatto della,b,e, in la e,d, serà equale al quadrato della linea,e,c, et perche la,e,c, è equale alla,a,e, il proposito è manifesto, ma se la,b,d, (laquale transisce per lo centro) segharà la,a,c, in due parti non equale come in questa tertia figuratione appare, dal centro,f, sia dutta la,f,g, perpendicolare sopra la,a,c, dilche la a,g, (per la seconda parte della tertia di questo) serà equale alla,g,c, sia dutta anchora la linea,f,c, onde (per la detta quinta del secondo) quello che è fatto della,b,e, in la, e,d, col quadrato della,e,f, serà equale al quadrato della,f,d, cioè al quadrato della,f,c, & perche il quadrato della detta linea,f,c, (per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,c, seguita adonque che quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, co'l quadrato della linea,f,e, equal alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,c, et perche il quadrato della detta linea,f,e, è equale alli duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,e, (per la detta penultima del primo per esser l'angolo,e,g,f, retto) adonque quello ch'è fatto della,b,e, in la,e,d, cō li duoi quadrati delle due linee,f,g, & g,e, serà equale alli duoi quadrati delle due linee,g,c, & g,f, tolendo adōque communamēte dell'una e l'altra parte il quadrato della linea,g, f, resterà quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, col quadrato solo della linea,g,e, equale al quadrato della linea,g,c, ma (per la quinta del secondo) quel che è fatto della,a,e, in la,e,c, col quadrato della linea,g,e, è anchora lui equal al medesimo quadrato della,g,c, seguita adonque (per communa sententia) che quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, co'l quadrato della linea,g, e, è equale a quello che è fatto della,a,e, in la,e,c, co'l quadrato della linea,g,e, tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea,g,e, restarà (per la tertia communa sententia) quello che è fatto della,b,e, in la,e,d, equale a quello che

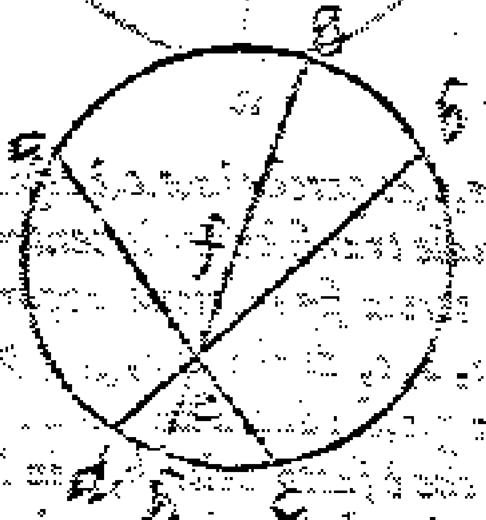




che vien fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito. Ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro,over anchora che una di quelle dividerà l'altra in due



parti equali,over in due parti nõ equali, hor poniamo primamẽte che la linea,b,d,divida la linea,a,c,i due parti equali in ponto,e,come in questa quarta figuratione appare,produrro la linea,g,f,e,h, diametro del cerchio che transisca per il ponto della division di quella cioè per lo ponto,e,& perche la linea,g,h,(laqual transisce per lo centro del cerchio) divide la linea,a,c, in due parti equali nel ponto.e.quello che è fatto della g,e,in la,e,h, è equale (per lo secondo modo di questa conclusione) a quello ch'è fatto della,a,e,in la,e,c,& perche la,g,h, divide la,b,d, in due parti non equali, per lo tertio modo di questa medesima conclusione, quello che è fatto della,b,e,in la,e,d, serà etiam lui equal a quello ch'è fatto della,g,e,in la,e,h, adonque quello che viẽ fatto della,b,e,in la,e,d,è equale a quello che è fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito,ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali,



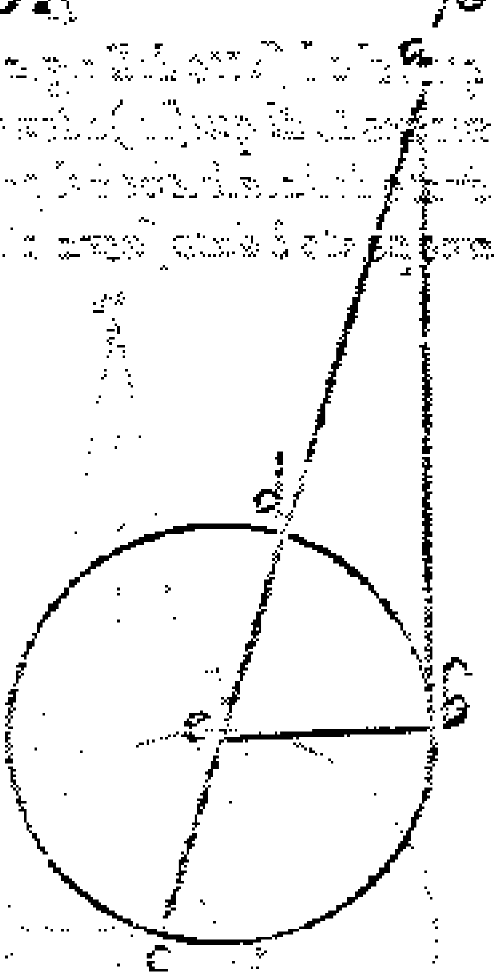
come in questa ultima figuratiõ appare,tirata pur la linea,g,f,e,h, diametro del cerchio che transisca pur per lo ponto,e,quello ch'è fatto della,g,e,in la,e,h, serà equal (per lo tertio modo di questa) a quel che è fatto della,b,e,in la,e,d,& per lo medesimo serà etiam equale a quello che è fatto della,a,e,in la,e,c, dilche (per communa sententia) quello ch'è fatto della,b,e,in la,e,d,seria etiam equale a quello ch'è fatto della,a,e,in la,e,c,che è il proposito.

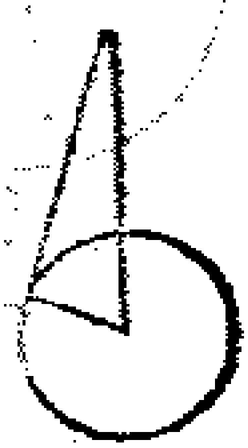
Theorema.30. Propositione.36.

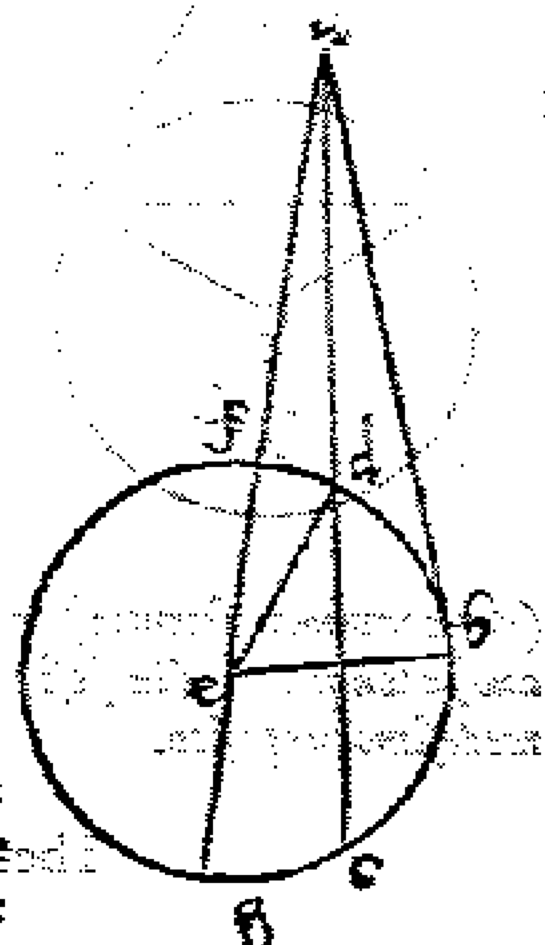
35/36 Sel se signarà uno ponto fuora d'un cerchio,& da quello si meni due linee rette,al cerchio,l'una che seghi,& l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea seghante, & della parte estrinsica, serà equale al quadrato che se descriuerà della linea che tocca.

Sia il ponto,a,signato di fuora del cerchio,b,c,d,(il centro d il quale è il ponto e.) dal qual siano dutte al cerchio le due linee.a.b.toccante & la.a.c.seghante il detto cerchio dico che quello che vien fatto de tutta la.a.c.in la parte.a.d. equale al quadrato della.a.b.perche,over che la.a.d.c.passa per lo centro, overo non. poniamo prima che quella passi per il centro (che è il ponto.e.) et sia dutta la linea.e. b.laquale (per la decimaottava di questo) serà perpendicolare sopra la linea.a.b. & perche la linea.d.c.è divisa in due parti equali nel ponto.e.& a quella è aggionta la linea.d.a.(serà per la sesta del secondo) quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.

col quadrato della linea.e.d. serà equale al quadrato della linea.e.a. & il quadrato della linea.e.a. (per la penultima del primo) è quanto li duoi quadrati delle due linee.a.b. & e.b. (per esser l'angolo.a.b.e.retto) adonque quello che è fatto della linea.c.a. in la parte. a.d.col quadrato della linea.e.d. serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b. & b.e. & perche la e.d.è equale alla.e.b. (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, adonque quel che è fatto della.a.c.in la.a.d.col quadrato della.b.e.serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b. & b.e.toledo adõque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della.b.e.restarà (per la terza concettione) quel che è fatto della.c.a.in la.a.d.equale al quadrato della linea.a.b.che è il proposito: ma se la linea.a.d.c. non transiste per lo cẽtro, come in questa seconda figura appare, sia tirata la linea.a.f.e.g.sopra il centro.e. & sianno dutte le due linee, e, d, & , e, b, & sia, e, b, perpendicolare sopra alla linea.a.d.c.(& per la tertia di questo) la, d, b, serà equale alla.c, b, perche adonque la linea. d, c, e divisa per equale parti nel ponto.b. & a quella è aggionto la linea.a.d.(per la sesta del secondo) quel che è fatto della, c, a, in la, a, d, col quadrato della , d, b, serà equale al quadrato della linea, a, b, onde aggionto a ciascuno il quadrato della, b, e, quello che è fatto della, c, a, in la, a, d, cõ li quadrati delle due linee, d, b, et b.e. (cioè col quadrato della, d, e,) imperoche il quadrato della, d, e, è quãto li duoi quadrati delle due linee, d, b, & , b, e, (ꝑ la penultima del primo, perche l'ãgolo, e, b, d, è retto) serã equali alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b. e, cioè al quadrato della linea, a, e, (ꝑ la penultima del primo) et il quadrato della, e, d, è equale al quadrato della, e, f, (per la diffinitione del cerchio) adonque quello che è fatto della, c, a, ĩ la, a, d, col quadrato della, e, f, è equale al quadrato della, e, a, ancora (per la detta sesta del secondo) quello che è fatto della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.f.è equale al quadrato della linea.a. e.per laqualcosa cadauno de essi rettangoli fatti della, c, a.in la.a.d. & della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.e.f.è equale al quadrato della linea, a, e, e però seranno equali fra loro, tratto adõque di ciascuno il quadrato della linea, e, f, serà quello che è fatto della.c.a.ĩ la.a.d.equale a quello ch'è fatto della.g.a.ĩ la, a, f, ma

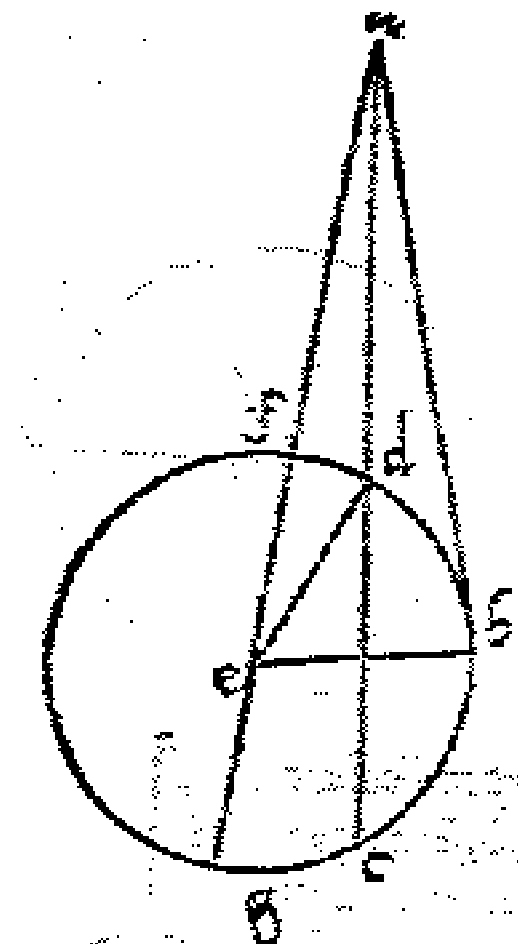


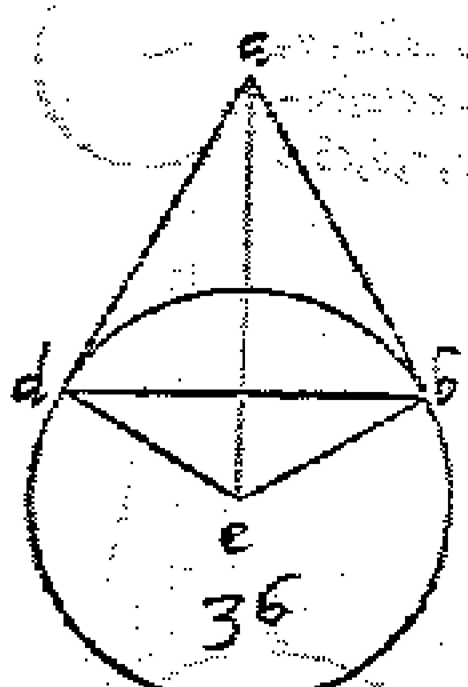




quel

quel che è fatto della.g.a.in la.f.a.è equale al quadrato della linea.a.b.(per lo primo modo di questa)adonque quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.è equale al quadrato della.a.b.che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quanto uno ponto è dato fuora d'un cerchio e da quello molte linee si menino nel cerchio segandolo, quello che è fatto de tutte le linee nella parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca, e anchora menando da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale, pero che'l quadrato di ciascuno serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segbante in la parte di fuora, & questo piu euidentemente si manifesta (per la penultima del primo) sia il ponto.a.signato fuora del cerchio.b.c.d.(il centro delquale sia il ponto.e.) & da quello sian dutte le due linee.a.b.& .a.d. che tocchino li cerchi in li duoi ponti.b.d.dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produrò le linee.e.a.e.b.e.d.õde per la decima ottaua di questo, l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& .d.serà retto e(per la penultima del primo)il quadrato della.a.e.serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.e.similmente anchora alli duoi quadrati delle due linee.a.d.& .d.e.per laqual cosa li quadrati delle due linee.a.b.et.b.e.sono equali alli quadrati delle due linee a,d,& ,d,e,& perche li quadrati delle due linee,e,b, & ,e,d,(per commune scientia)sono equali(per esser le due linee,e,b,et e,d,)(per la diffinitione del cerchio) dõche li duoi quadrati delle due linee,a,b,et,a,d,(per la tertia concettione)seranno equali,adũque(per commune scientia)la.a b.è equale alla.a.d.che è il proposito, anchora per quest'altra uia, sia dutta la linea,b, d,per la quinta del primo)l'angolo,e,b,d,serà equale all'angolo,e,d,b,(per esser la.e.b equale alla.e.d.)& perche l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& .d.è retto serà (per commune scientia)l'angolo,a,b.d,(residuo)equale all'angolo,a,d,b,(residuo)adonque per(la sesta del primo)la linea.a b.è equale alla linea,a,d,che è il medesimo proposito.

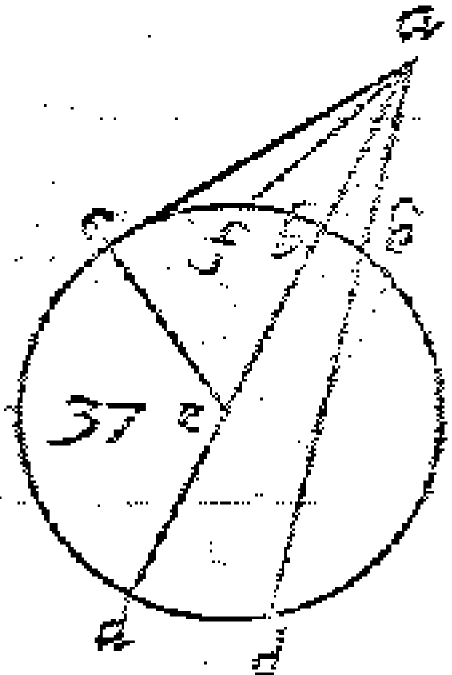




Theorema.31.Propositione.37.

36/37 Se'l serà signato uno ponto fuor d'un cerchio dal qual sian dutte due linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata,

plicata, e sia il dutto di tutta la linea seganta nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessità quella linea applicata toccarà il cerchio.



Sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. (il cetro dil quale sia il ponto e.) dal quale siano dutte al cerchio la linea .a.b.d. seghante quello, & la linea a.c. applicata alla circonferentia e sia quel che è fatto della .d.a. in la .a.b. equale al quadrato della .a.c. dico la linea .a.c. esser toccante, & questa è il converso della precedente. perche se la non è toccante (per l'adversario) sia adonque la .a.f. & (per la precedēte) quello che è fatto della .d.a. in la .a.b. serà equale al quadrato della .a.f. ōde il quadrato della linea .a.f. seria equale al quadrato della linea a.c. (per esser ciascun di lor equal a quello che è fatto de tutta .a.d. ī la parte .a.b.) adonque la, a, c, (per commune scientia) seria equale alla, a, f, laqual cosa è impossibile (per l'ottava di questo, adonque la, a, c, serà toccante, che è il proposito) questo medesimo se approverà anchora demostrativamente, sia la superior dispositione & il presupposito, & se la linea .a.b.d. trāsisce per lo cētro sia dutta la linea .c.e. serà (per la .6. del secōdo) quel che e fatto della .d.a. in la .a.b. col quadrato della, e, b, equal, al quadrato della, a, e, ma per esser la, e, b, equal alla, c, e, (per la diffinitione del cerchio) serà quello che e fatto della, a, d, in la, a, b, col quadrato della c, e, equale al quadrato della .a.e. ma quel che e fatto della, a, d, in la, a, b, è posto equale al quadrato della, a, c, adonque il quadrato della, a, c, col quadrato della, c, e, e equale al quadrato della, a, e, adonque (per la ultima del primo) l'angolo .c. è retto, onde (per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, c, farà toccante il cerchio che e il proposito, ma se la .a.b.d. nō transisce per lo centro sia dutta dal ponto, a, una linea transiente per lo centro. et perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equale a quello ch'è fatto della .d.a. in la .a.b (di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea .a.b.d. (che non passa per lo centro) in la parte a, b, e equale al quadrato della, a, c, (dal presupposito) serà ancora (per commune scientia) quel che e fatto della linea, a, d, (transiente per lo centro) in la parte, a, b, equale al quadrato della, a, c, dilche la, a, c, (per le ragione dette) serà toccante il cerchio.

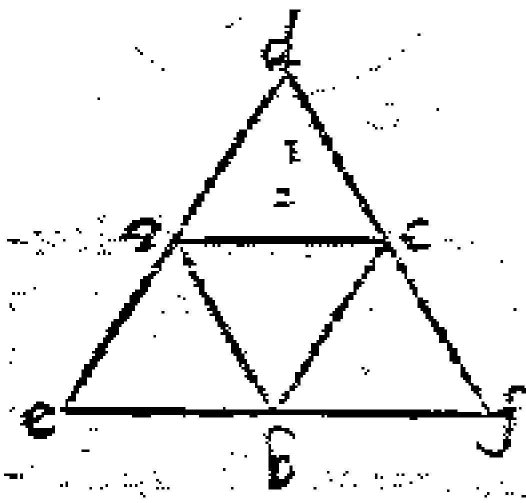
IL FINE DEL TERZO LIBRO.

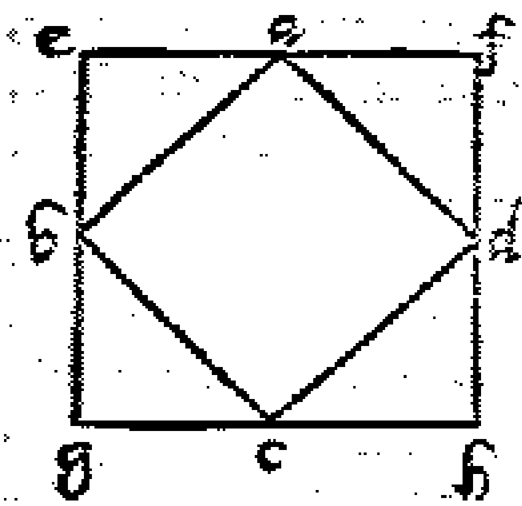
LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/1 VNa figura rettilinea uiene detta esser descritta in un'altra figura rettilinea, quando ciascun'angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale è descritta.

Sia il triangolo, a,b,c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun angolo del triangolo, a,b,c, tocca ciascun lato del triangolo, d,e,f, (in li tre ponti, a,b, c,) hor dico che'l triangolo, a,b,c, uien detto esser inscritto in lo triangolo, d,e,f, similmente sel fusse il quadrato, a,b,c,d, descritto di dentro del quadrato, e,f,g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a,b,c,d, tocchi ciascũ lato del quadrato, e,f,g,h, (nelli quattro ponti, a,b,c,d,) dico che il quadrato, a,b,c,d, uien detto esser inscritto di dẽtro del quadrato, e,f,g,h, et cosi si deue intendere de ogni altra sorte de figura contenuta de linee rette.

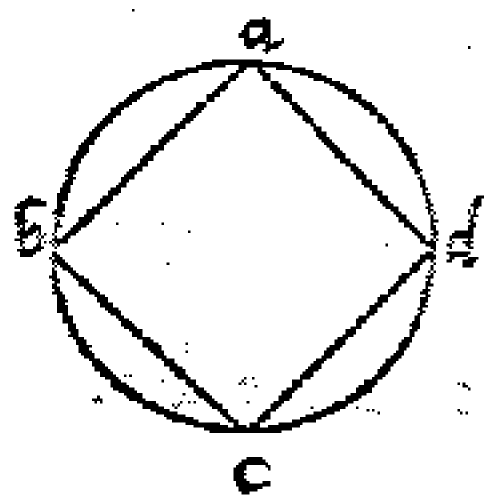




Diffinitione. 2.

2/2 Similmente una figura uien detta esser descritta cerca a un'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca laquale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precedente) che ciascun lato di quello tocca ciascũ angolo del triangolo, a, b, c, per laqualcosa il triangolo, d, e, f, uien detto esser descritto attorno al triangolo, a,b,c, & similmẽte il quadrato, e,f,g,h, uien detto esser descritto cerca al quadrato, a,b,c,d, perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a,b,c,d.

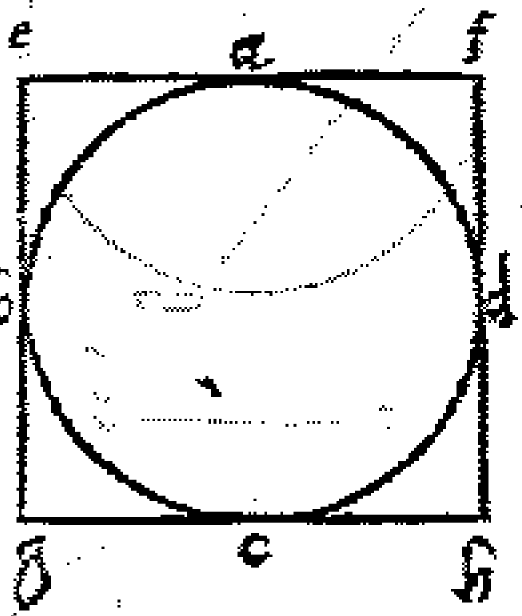


Diffinitione. 3.

0/3 Vna figura rettilinea uiẽ detta esser descritta in uno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come appare in lo quadrato, a, b, c, d, che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circōferentia del cerchio, a, b, c, d, (in li quattro ponti, a, b, c, d,) per la qual cosa il detto quadrato uien detto esser descritto ī lo detto cerchio & cosi uerria detta ogni altra figura rettilinea.



Diffinitione. 4.

o Ma una figura rettilinea uien detta esser de-
4 scritta cerca a un cerchio quando ciscun lato dalla circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

Si come accade al quadrato. e. f. g. h. ilquale (perche ciascun lato di quello tocca la circōferētia del cerchio. a. b. c. d.) in li quattro ponti. a. b. c. d. uien detto essere descritto cerca al detto cerchio. a. b. c. d. & cosi uerria detta ogni altra figura rettilinea.

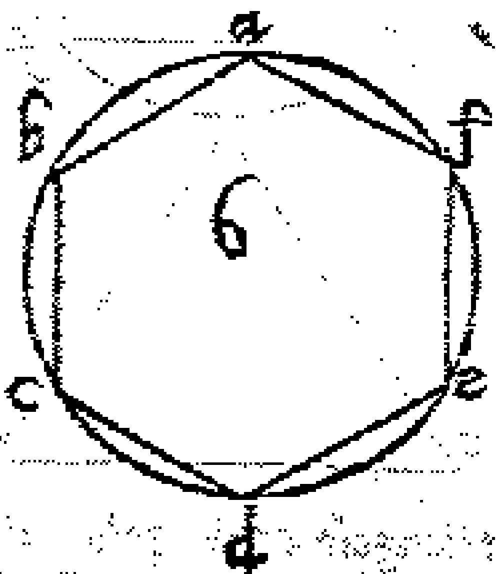
Diffinitione. 5.

o Similmente uno cerchio uien detto esser descritto in una figura ret-
5 tilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual è descritto.

Si come accade al cerchio. a. b. c. d. (della figura precedente) ilqual uien detto esser descritto in le quadrate. e. f. g. h. (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato. e. f. g. h. & cosi uerria detto quando cosi fusse in ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 6.

o Vno cerchio uien detto esser descritto cerca
6 a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca laquale è descritto.

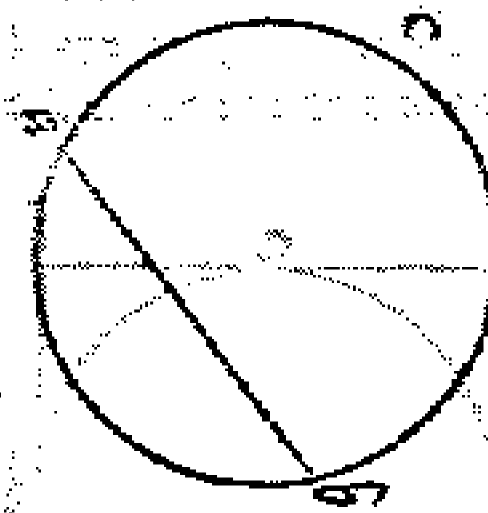


Si come interuiē al cerchio. a. b. c. d. ilquale (perche la sua circonferētia tocca ciascuno angolo della figura a. b. c. d. e. f. rettilinea) uien detto esser descritto cerca a essa figura rettilinea.

Diffinitione. 7.

o Vna retta linea uien detta conuegnire in un cerchio quando li estre
7 mi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

Si come appare alla linea. a. b. laquale uien detta cōuegnire in lo cerchio. a. b. c. (perche

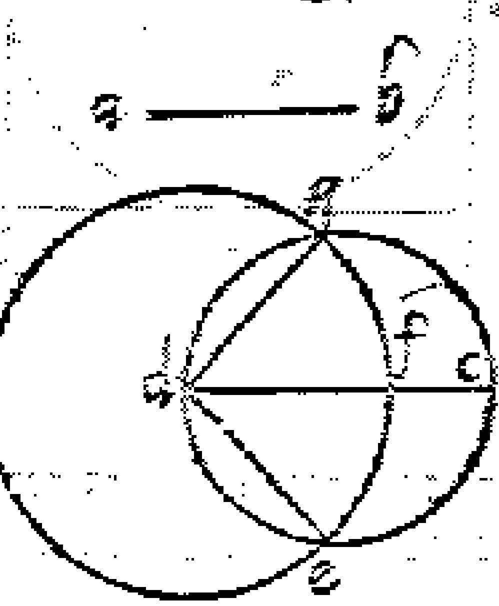


(perche li suoi duoi estremi, cioè li duoi pōti, a, et, b, che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio, a, b, c.

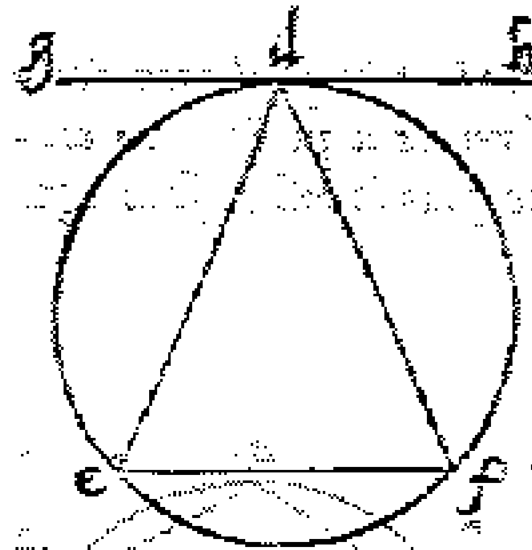
1/1

Problema prima. Propositione prima.

Dentro a un dato cerchio puotemo accommodare una linea retta equale a una data retta linea laquale non sia maggiore del diametro.



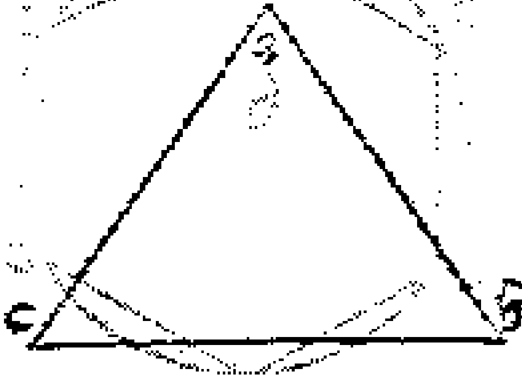
Sia il dato cerchio, c, d, e, (il diametro del quale è la, d, e,) e la linea data, a, b, laqual non è maggior del diametro, d, c, voglio dentro del dato cerchio accommodare una linea equale alla linea, a, b, laqual se la serà equale al diametro, d, c, gia è fatto quello ch'è proposto (perche in lo cerchio, d, e, c,) è stata adattata la linea retta, d, c, equale alla data linea, a, b, ma sel diametro, d, e, è maggiore di essa linea, a, b, sia tolto dal diametro, d, e, la parte, d, f, (per la terza del primo) equal alla linea, a, b, è sopra il ponto, d, secondo la quantità della, d, f, sia descritto il cerchio f, e, g, segando il detto cerchio in li duoi ponti, g, & e, al'uno di quali sia dutta (dal ponto, d,) una linea retta come in, d, e, over, d, g, & l'una e l'altra di quelle serà equale alla linea, a, b, (perche l'una e l'altra de esse linee, d, e, et, d, g,) (per la diffinition del cerchio) sono equal alla linea, d, f, laqual fu posta equale alla detta linea, a, b, per laqual cosa havemo il proposito.



Problema. 2. Propositione. 2.

2/2

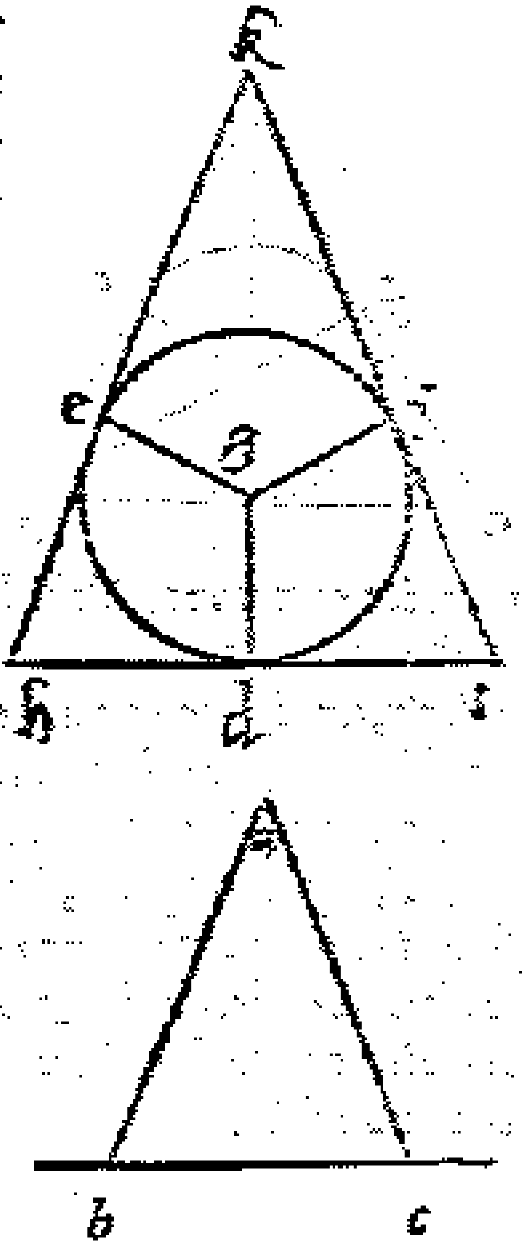
Dentro a un dato cerchio puotemo collocare un triangolo equiangolo a un triangolo assignato.



Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, voglio dentro a questo cerchio collocare un triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (non è necessario essere equilatero, ma è ben possibile a essere) produrò la linea, g, d, h. toccante il cerchio in ponto, d, sopra ilqual facio l'angolo, h, d, f, (dutta la linea. d. f.) (per la vigesima terza del primo) equale all'angolo, c, & similmente l'angolo g, d, e, dutta la linea, d, e, equale all'angolo, b, & tiro la linea, e, f, & (per la trigesima seconda del terzo) l'angolo, e, serà equale all'angolo. h. d. f. & l'angolo, h, d, f, fu costituido equale all'angolo. c. adonque *e, adonque (per commune scientia) l'angolo, e, serà equale all'angolo, e. & (per le medesime ragione l'angolo, f, serà equale all'angolo, b, (per laqual cosa l'angolo, d,) tertio del triãgolo, e, d, f, serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo, a, ch'è similmente il tertio, del triangolo a. b. c. per laqual cosa hauemo il proposito, cioè in lo cerchio d, e, f, hauemo collocato il triangolo, d, e, f, che li suoi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo, a, b, c, cioè ciascuno al suo corrispondẽte come uoleuamo.*

Problema. 3. Propositione. 3.

3 Intorno a uno assignato cerchio, puotemo descriuere uno triango-
3 lo equiangolo a uno triangolo dato.

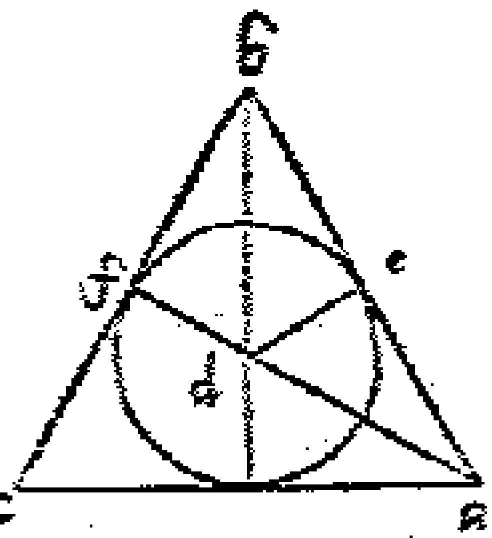


Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, (il centro del quale è il ponto, g,) intorno a questo cerchio uoglio descriuere uno triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (equalatero non è necessario ma è possibile) produco la basa, b, c, dall'una e l'altra parte accioche siano fatti li duoi angoli estrinsici, & dal centro, g, produco la linea, g, d, fina alla circonferẽtia & constituisco l'angolo, d, g, e (ducta la linea, g, e,) equal all'angolo, b, estrinsico & similmente l'angolo. d. g. f. (ducta la linea, g, f.) equale all'angolo, c, estrinsico & dalli ponti, d, e, f produco in l'una e l'altra parte le linee orthogonalmente le quale (per lo corelario della sesta decima del terzo) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti h. k. l. (il qual concorso approueremo di sotto) perche adonque in lo quadrilatero, h, d, e, g, li duoi angoli, d, & e, sono retti seranno li duoi altri angoli, g, & h, equali a duoi angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perche li duoi angoli, b, cioè lo estrinsico e lo intrinsico sono similmente equali a duoi angoli retti (per la tertiadecima del primo) ma l'angolo, b, estrinsico fu posto equal a l'angolo, d, g, e, serà adonque l'angolo, h, intrinsico (per commune scientia) equale all'angolo, b, anchora per simile ragione l'angolo, l, intrinsico è equale all'angolo. c. essendo adonque li duoi angoli, h, & l, del triangolo, h, l, K, equali alli duoi angoli, b, & c, del triangolo, a, b, c, de necessità anchor l'angolo, K, (per la 32. del primo) serà equale all'angolo, a, equiangoli, adonque sono li duoi triangoli, a, b, c, & h, l, k, dilche attorno al cerchio, d, e, f, hauemo descritto il triangolo, h, l, K, equiangolo al triangolo, a, b, c, che è il proposito.

Hora ti resta a prouare, come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, f, e, protratte da ciascaduna parte di necessità concorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, e, pur retto se'l serà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, b, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protratte in quella parte le due linee, l, d, h, & , K, e, h, (per la penultima petitione) concorrerano, & per la medesima ragion concorreranno, etiã le due linee, h, d, l, & , k, f, l, & similmente le due, l, f, K, et, h, e, K, che è il proposito.

Problema. 4. Propositione. 4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.

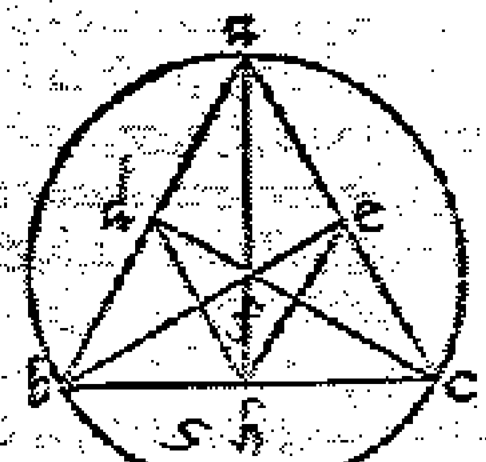


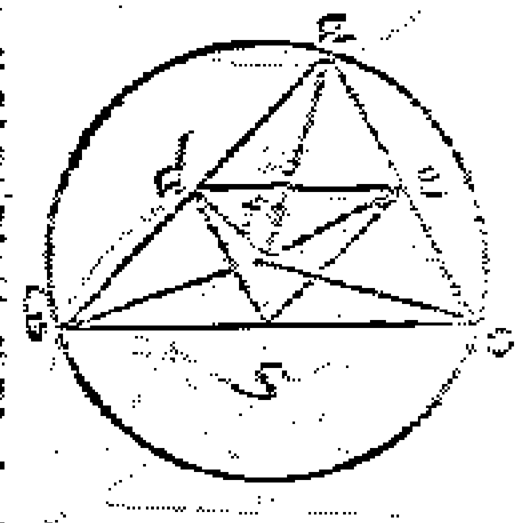
Sia lo assignato triangolo, a, b, c, voglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & , b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali dutta la linea, a, d, & la linea. b. d. lequali concorrano in lo ponto. d. dal qual ponto. d. duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & , d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, d, a, & , g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & , g, è retto, e lo lato, a, d, e, commune, dilche la linea, d, e, (per la vigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & , f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli. e. & f, è retto, e anchora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima vigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, d, f, per laqual cosa le tre linee, d, e, d, f, d, g, sono equale, fatto adonque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del terzo) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee. a b. b. c. & . c. a. (per lo correlario della sestadecima del. 3.) serà toccante il cerchio descritto il proposito uiẽ esser manifesto.

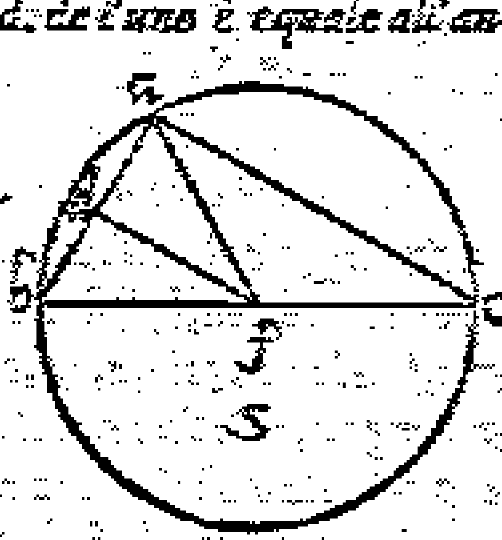
Problema. 5. Propositione 5.

5/5 Cerca a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouer osigonio, puotemo descriuere un cerchio.

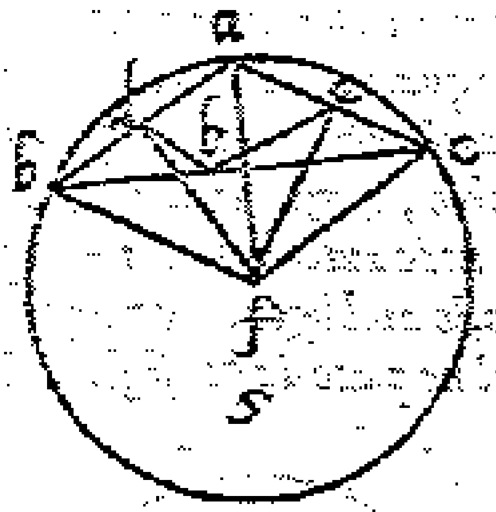
Sia il triangolo assignato, a, b, c, voglio cerca di lui descriuere uno cerchio, Diuido li suoi duoi lati. a. b. & . a. c. (per la decima del primo) in due parti equali, cioè. a. b in ponto. d. & . a. c. in ponto. e. dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee. a. b. a. c. lequale allongo fina tãto che quelle concoranno insieme in lo ponto. f. & siano. d. f. e. f. & quelle concorrano, perche l'una e l'altro e l'altro delli duoi angoli .d. & .e. è retto sel serà inteso esser tirata una linea dal .d. a .a. e li duoi angoli che seranno fatti (alla parte doue seranno tirate) seranno minori duoi angoli retti, per la qual cosa quelle concorrano (per la penultima petitione) adonque dal ponto .f. (ilquale è il ponto del concorso) ilqual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo le qual sono .f.a. f.b. f.c. & perche in lo triangolo .a.d.f. li duoi lati .a.d. d.f. sono equali alli duoi lati .b.d. & .d.f. del triangolo .b.d.f. & l'angolo .d. dell'uno è equale all'angolo .d. dell'altro (perche l'uno, e l'altro è retto, dilche (per la quarta del primo) la linea .a.f. serà equale alla linea .f.b. (& per la medesima ragione la linea .f.a. serà equale alla linea .f.c. per esser similmente li duoi lati .a.e. & .e.f. del triangolo .a.e.f. equale alli duoi lati .f.e. et .e.c. del triangolo .c.e.f. è l'angolo .e. dell'uno all'angolo .e. dell'altro, adonque (per la nona del tertio) il ponto .f. serà il centro del quesito cerchio, questa universal demostratione a ogni specie di triangolo, tamen perche il se uede anchora nel mezzo voler variare disgiungendo intra lo triangolo orthogonio, lo ambligonio, & lo ossigonio, dilche l'è da esser dimostrato di ciascun de quelli qual ne piace da per si. sia adonque il trigono proposito orthogonio, e sia lo angolo .a. retto, il lato, b, c, opposito al detto angolo retto diuido in due parti equali in ponto .f. ilqual ponto .f. dico essere il centro del quesito cerchio, & per dimostrare questo dal ponto .f. al mezzo dell'uno delli duoi altri lati ilqual sia il ponto .d. duco la linea .f.d. & perche la linea .f.d. diuide li duoi lati .a.b. & .b.c. del triangolo .a.b.c. in due parti equali la detta linea .f.d. serà equidistante al tertio lato cioè alla linea .a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche l'angolo .a. è posto retto serà (per la seconda e tertia parte della uigesima nona del primo) l'un e l'altro di duoi angoli che sono al ponto .d. serà retto, sia adonque dutta la linea .f.a. & perche li duoi lati .a.d. & .d.f. del triangolo .a.d.f. sono equali alli duoi lati .d.b. & .d.f. del triangolo .d.b.f. & l'angolo .d. de l'uno è equale all'angolo .d. dell'altro la basa .b.f. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa .f.a. dell'altro, & perche la linea .b.f. sia equale alla linea .f.c. (dal presupposito) seranno (per commune sententia) le tre linee .b.f. a.f. c.f. fra loro equal, per laqual cosa il põto .f. (per la nona del tertio) serà il centro del quesito cerchio. anchor sia il dato triangolo, a, b, c, ambligonio & sia l'angolo, a, ottuso il lato, b, c, che risguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto, h, dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali son .d. & .e. duco le linee .h.d. & .h.e. (e per



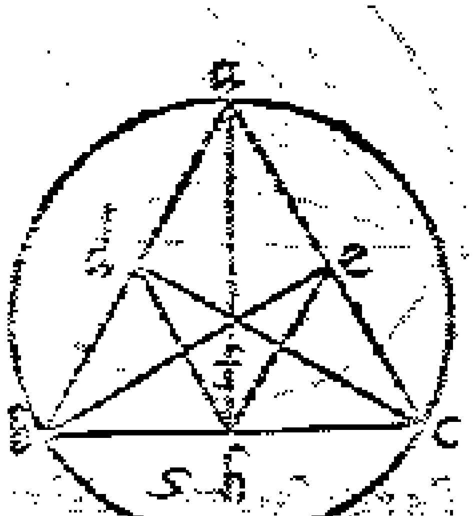




quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea.h.d. serà equidistante al lato,a,c,& la linea,h,e,al lato,a,b,per laqual cosa l'uno e l'altro delli dui angoli,b,d,h,& ,c,e,h,(per la uigesima nona del primo) serãno equali all'angolo,a,& per tanto l'uno e l'altro de quelli serà ottuso,dutte adonque la perpendicolare,d,f,alla linea,a,b,& e,f,alla linea,a,c,fin a tanto che quelli concorrano in ponto f,(ilquale dico esser il centro del cerchio quesito(ilqual concorso è manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea,b,c,che risguarda l'angolo,a,ottuso, & quelle concorrere de fuora del triangolo,a,b,c,(per lo conuerso modo della trigesima prima del terzo) altramente l'angolo retto seria equale al ottuso,adonque dal ponto,f,il quale il ponto del concorso de quelle produco le linee,f,a,f,b,f,c,& perche li dui lati,a,d,& d,f,del triangolo,a,d,f,sono e-



quali alli dui lati,d,b,&,d,f,dello triangolo.d.b.f. d.f.e l'angolo.d.dell'uno è equale allo angolo.d.dell'altro(per esser ciascaduno de loro retto)la basa.f.b.dell'uno(per la quarta del primo) serà equale alla basa.a.f.dell'altro,& per le medesime ragione la basa.f.c.(del triangolo.e.f.c.) serà equale alla basa.a.f.(del triangolo.a.e.f.)dilche (per la prima communa sententia) le tre linee.f.b.f.a.f.c.seranno fra loro equale,onde (per la nona del terzo) il ponto.f.serà il centro del quesito cerchio.sia de nouo che il triangolo a,b,c,sia ossigonio diuiso tutti li lati di quello in dui parte equali,cioè il lato.a.b.in ponto.d.& il lato,a,c,in ponto,e,& ,b,c,in ponto,h,tiro le linee.d.e.d.h.e.h.(& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo)d.h.serà equidistante al,a,c,& e,h,al,a.b.per laqual cosa l'un e l'altro delli dui angoli.b.d.



h.& c.e.h.(per la seconda parte della uigesima nona del primo) serà equale all'angolo,a,e,per tanto l'uno e l'altro serà acuto,dutte adonque le perpendicolar.cioè.d.f.alla linea,a,b,& e,f,alla linea,a,c,e manifesto quelle concorrere dentro il triangolo,a,b,c,(altramente l'angolo retto se equalitaria allo acuto,ouer che seria minor de quello)e sia il ponto del concorso,f.ilquale dico essere il centro del cerchio,& per dimostrar questo,produco le linee,f,a,f,b,f,c,& perche li dui lati.a.d.& d.f.del triangolo,a,d,f,sono equali alli dui lati,b,d,& ,d,f,del triangolo.b,d,f.& l'angolo,d.dell'uno equale all'angolo,d,dell'altro,onde (per la.4.propositione del.1.)la linea,b,f,serà equal alla linea,a,f,similmente perche li dui lati a,e,& e,f,del triangolo,a,e,f,e sono equali alli dui lati,c,e,& e,f,del triangolo,c,e,f,& l'angolo,e,de l'un equal all'angolo dell'altro,dilche (per la medesima quarta del primo)la basa.f.c.serà equale alla basa,f,a,onde (per la prima communa sententia) le tre linee.b.f.f.a.f.c.seranno fra loro equale,per laqual cosa il ponto.f.(per la nona del terzo)serà il centro del cerchio quesito.

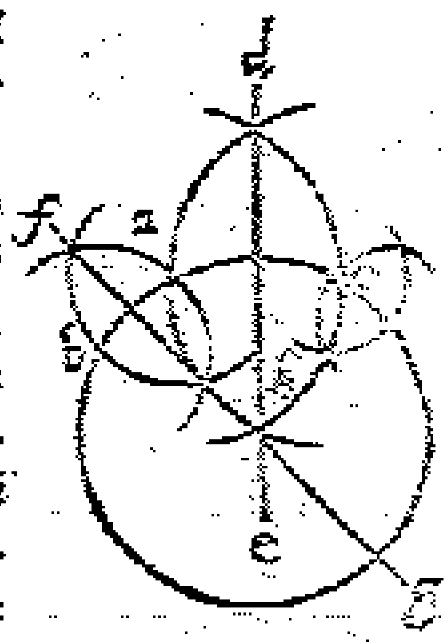
Correlario.

Correllario.

5/5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo serà orthogonio il cẽtro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che è opposito all'angolo retto se quel serà ambligonio il centro cade de fuora del triãgolo. Ma se quello serà ossigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato.b.c.l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioè l'angolo.a.) è retto, & se il detto centro cade de fuora del triangolo è ambligonio, ma sel cade di dentro il serà ossigonio.

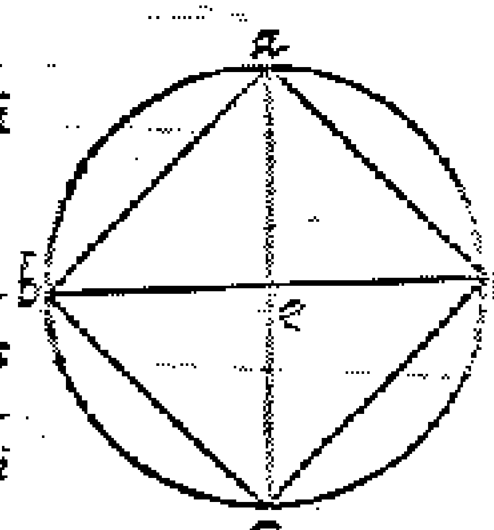
Il Tradottore.

Da questa quinta el se ne caua il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti proposti ad bene placitum, dopente che non siano in linea retta, essempio, siano li tre ponti,a,b,c,uoglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferẽtia transisca per cadauno delli predetti tre ponti.a.b.c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto.a.al ponto.c.in dui parti equali orthogonalmente con la linea retta.d.e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto.a. al ponto.b.cioè la diuido pur in due parti equali orthogonalmente con la linea.f.g. lequal due linee.d.e. & f.g.se intersegano in lo ponto.h. ilqual ponto.h.dico essere il centro del quesito cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque describendo sopra il centro.h.uno cerchio secondo la quantità de.h.b ouer.h.a.la circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti,che è il proposito.



Problema.6. Propositione.6.

6/6 Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere uno quadrato.

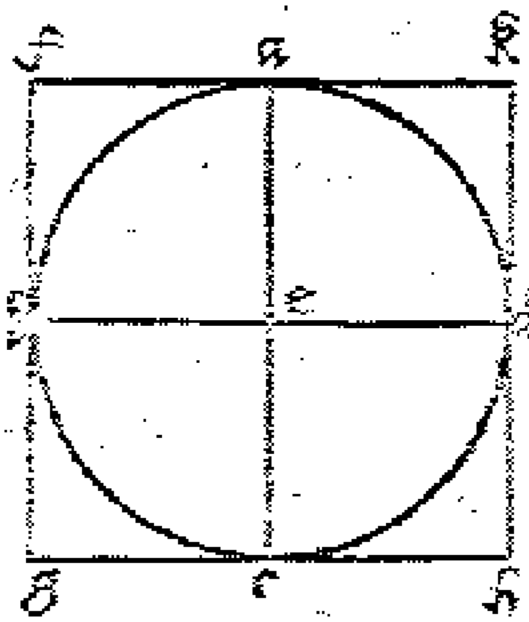


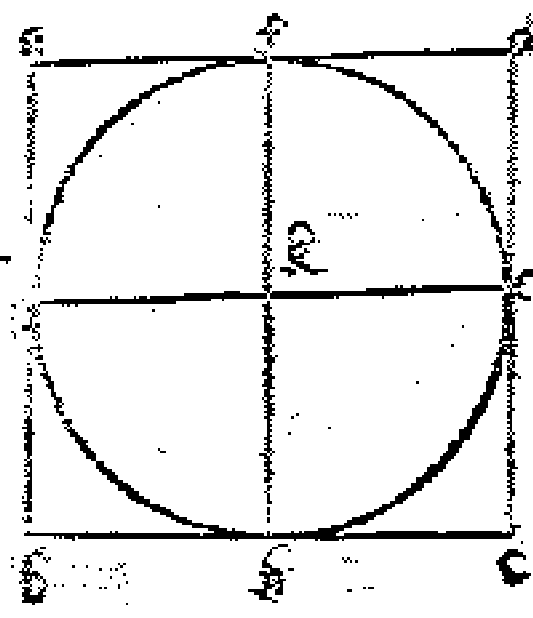
Sia il dato cerchio.a.b.c.d.il centro dilquale è il põto.e.uoglio dentro di esso cerchio descriuer uno quadrato tiro in detto cerchio li dui diametri.a.c. & .b.d.segbandose orthogonalmente sopra il centro.e.di quali congiungo le estremità, tirando le linee.a.b.e.b.c.e.c.d. & d.a. lequale dico contener il quesito quadrato, *perche le quattro linee.e,a.e,b.e,c.& ,e,d. (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro,e,sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, dilche (per la quarta del primo) le quattro linee,a, b.b,c. c,d. & ,d,a.sono etiam fra loro equale. & cadauno di quattro angoli a,b,c, & d,e retto (per la prima parte della trigesima prima del tertio) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero, a,b,c,d, (per esser de quattro lati equali) & de angoli retti e quadrato (per la.21.diffinitione del primo) che è il proposito.*

Problema.7. Propositione.7.

7/7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.

Sia il preposto cerchio.a.b.c.d. il cētro dilquale è il pōto.e. voglio d'intorno a questo cerchio descriuere uno quadrato tiro in lui li duoi diametri.a.c.& .b.d. segâti fra loro orthogonalmente sopra il centro.e. alle estremità delli quali conduto in l'una & l'altra parte le linee orthogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle.f,g,h,k, & per lo correlario della sesta decima del tertio, ciascuna delle predette quattro linee cosi tirate serranno toccante il detto cerchio,perche adonque in lo quadrilatero.a.f.b.e. li tre angoli.a.b.& .e.sono retti il quattro angolo (il quale.e.f.) serà anchora lui retto,perche li quattro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo, & per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli.g.h.& .k. serà retto,adonque (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) le due linee.f.g.& .k.h.etiam le due.f.k.& .g.h.sono equidistante, adonque f.k (per la 34 del primo) è equale al.g.h. & .f.g. al k.h. (& per la medesima 34.del 1.) f.k. è equale al b.d.& .f.g.al.a,c,ma,b,d.è equale al.a.c. (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee,f,k,g,h,f,g,& ,h,k,sono equale, & li quattro angoli,f,g,k,h,sono retti, come di sopra fu approuato,adonque il quadrilatero,f,g,k,h,(per la diffinitione) è quadrato,che è proposito.





Problema.8. Propositione.8.

8/8 In uno dato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

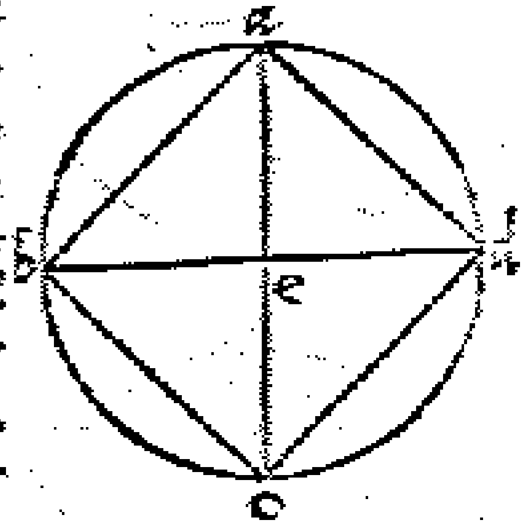
Sia lo dato quadrato, a,b,c, d, voglio dentro di lui descriuere un cerchio diuido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioè,a,d,in ponto,f,b,a,in ponto,g,c,b, in ponto,h,& ,d,c,in ponto.e.

to.e. & produtto le linee.e.g. & f.h.lequali si segharano fra loro in ponto.k.ilqual dico esser il centro del cerchio, perche la linea.f.h.(per la trigesima tertia del primo) serà equale equidistante alla linea.a.b.(per questo che li.a.f.&.b.h.son equale & equidistante, similmente (per la medesima) la detta.f.h.serà equale & equidistante al lato.d.c. & per le medesime ragione.g.e.serà equale & equidistante al.a.d.et similmente al.b.c. et perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato (per la commune scientia) sono fra loro equali dilche le quattro linee.k.g.k.h.k.e.et.k.f.(per la trigesima quarta del primo) seranno equale fra loro, adonque descriuendo sopra il centro.k.il cerchio secondo la quantità de.k.g.ouer de.k.f.ouer de.k.e.ouer de.k.h.transisse etiam per li altri tre ponti, & serà toccante le quattro linee, ouer lati del quadro cioè, a.b.b.c.c.d.&.d.a.& lo ponto.k.serà (per la nona del terzo) il centro del quisito cerchio, che è il proposito.

Problema.9. Propositione.9.

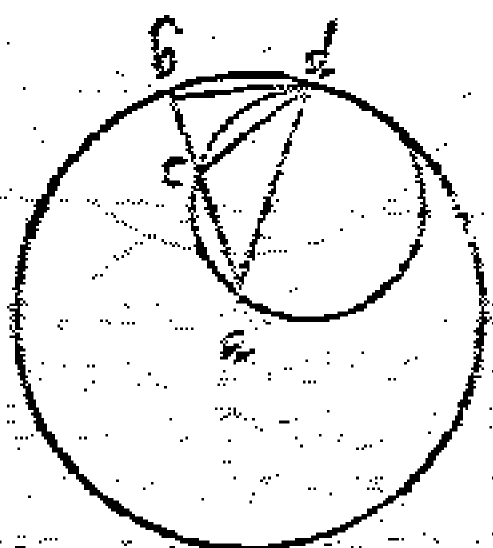
9 Cerca uno assignato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

9 *Sia il quadrato, a, b, c, d, uoglio cerca di lui descriuere un cerchio tiro in lui li duoi diametri, a, c, & , b, d, seganti fra loro in ponto e. equal dico esser el centro del circulo (conciosia che le due linee, c, b, et, a, d, siano equale (li duoi angoli a.d.b. & . c, b, d, (per la quinta del primo) seran equali. & perche l'angolo, d, a, b, è retto. (per la 32. del primo) l'uno, et l'altro de quelli serà la mitade di un retto. Anchora con simel modo el se prouarà ciascun delli altri angoli particuli contenuti delli prediti diametri, & dalli lati del proposto quadrato esser la mità d'un retto. Perche adonque lo angolo, e, a, d, è equale allo angolo, e, d, a, (per la sesta del primo) la linea, e, a, serà equale alla linea, e, d, (per le medema ragione, e, a, serà etiam equal al, e, b, & , e, c, serà equale al, e, d,) dilche descriuendo sopra el ponto, e, el circulo secondo la quantità de una delle quatro linee, e, a, e, b, e, c, ouer, e, d, transirà etiam per li altri tre ponti, & (per la nona, del terzo) el ponto, e, sarà el centro del detto circulo, che è il proposito.*

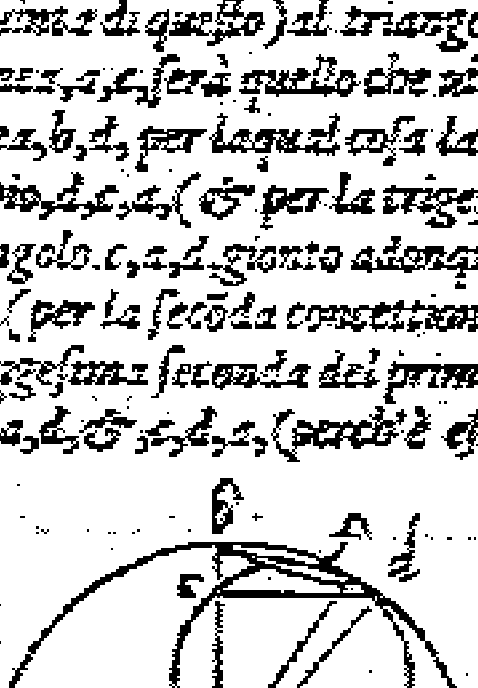


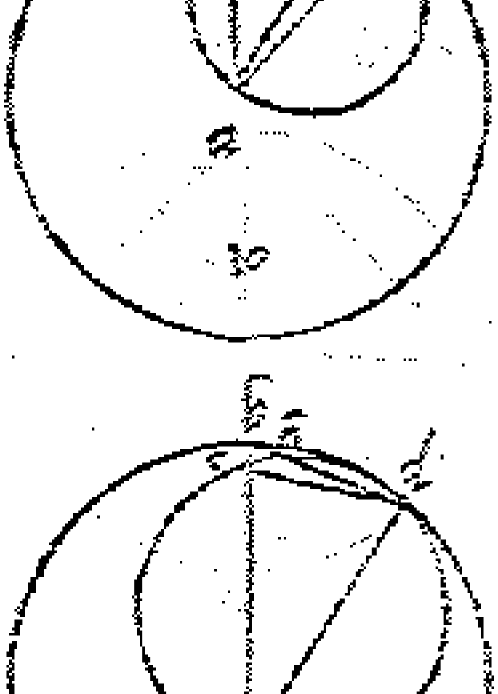
Problema.10. Propositione.10.

10 Puotemo designare uno triangolo de duoi
10 lati equali del quale l'un e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.



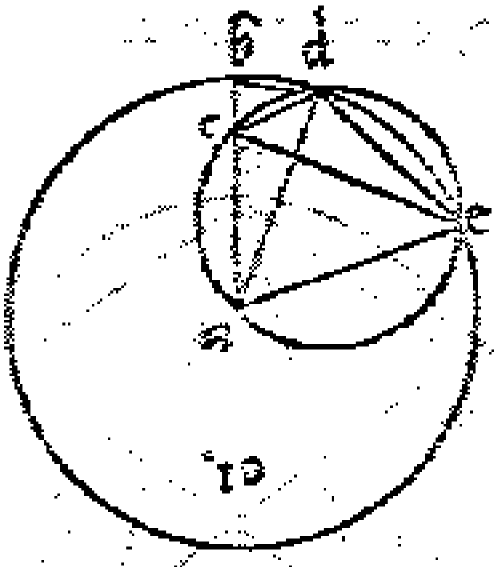
La intentione è da descriuere uno triangolo de duoi lati equali & del tertio non equale, del quale l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri duoi sia doppio al tertio. Et per far que sto sia tolto a beneplacito una linea retta laqual sia a.b. laqual sia diviso secõdo che ne insegna la undecima del secondo in ponto.c. talmente che quello ch'è fatto della a.b. in la.b.c. sia equale al quadrato della.a.c. & fatto il ponto.a.centro sia descritto (secondo la quantità della detta linea.a.b.) il cerchio,b,d,e, drento dilquale sia accommodata la linea.b.d. (per la prima di questo) equale alla linea,a,c, & siano produtte le due linee.d.a.e d.c. dico il triangolo, a, b, esser tal qual è stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto un cerchio .ilqual sia,d,c,a,) per la quinta di questo) al triangolo,d,c,a, perche adonque la linea,d,b, è equale alla linea,a,c, serà quello che vien fatto della,a,b, in, b,c, equale al quadrato della linea,b,d, per laqual cosa la linea,b,d,(per la ultima del terzo) e toccante il cerchio,d,c,a,(& per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo,c,d,b, è equale al angolo.c,a,d, gionto adonque communamente l'angolo,c,d,a, tutto l'angolo,b,d,a,(per la secõda concettione) serà equal alli duoi angoli,c,a,d,et,c,d,a,ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, b, c, d, è equale alli medesimi duoi angoli c,a,d, & c,d,a,(perch'è estrinsico a quelli) adonque l'angolo,b,d,a,è equale all'angolo,b,c,d, & perche l'angolo,a,d,b,è equale all'angolo,a,b,d,(e per la quinta del primo) per essere li doi lati,a b, & ,a,d,equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo,b,c,d,(per la prima concettione) serà equale all'angolo,c,b,d,adonque (per la sesta del primo) la linea,c,d,è equale alla linea,b,d, & perche la linea,b, d, fu posta equale alla linea,c,a, seguita adonque (per la prima commune sententia) che la linea,c,d, sia equale alla linea,c,a, adonque (per la quinta del primo) l'angolo,c,a,d. è equale all'angolo,c,d,a, perche adonque l'uno et l'altro di duoi angoli,c,d,b,et,c,d,a, è equale all'angolo,c,a,d, tutto l'angolo,b,d,a, serà doppio all'angolo,d,a,b, & per tanto l'angolo,a,b, d, a lui equale è anchora lui doppio al medesimo angolo,b,a, d, che è il proposito. Forsi l'adversario dice il cerchio,d, c,a,circonscritto al triangolo partiale segharà il cerchio,b,d,e, in alcun ponto dell'arco, b,d, siche insieme segharà la linea,b,d,onde quella non serà applicata nel cerchio (si come si suppone in la demostratione) ma serà seghante quello, sia adonque (se possibile è) come pone l'adversario, & dal ponto,b, sia dutto al detto cerchio minor la linea,b,f,(per la.17.del terzo) toccante quello sian dutte le linee f,a,f,d, serà (per la penultima del terzo) quello che vien fatto della,a,b, in la,b,c, equale al quadrato della,b,f, adonque la,b,f, è equale alla,b,d, per laqual cosa l'angolo,a,f,d,(per la quinta del primo) serà equale all'angolo,b,d,f, & perche l'angolo,a,f,a, è equale (per la trigesima seconda del terzo) all'angolo,a,d,f, & perche tutto l'angolo,b,f,d,(per la ultima concettione) è maggior dell'angolo,b,f,a, serà etiam maggiore dell'angolo.

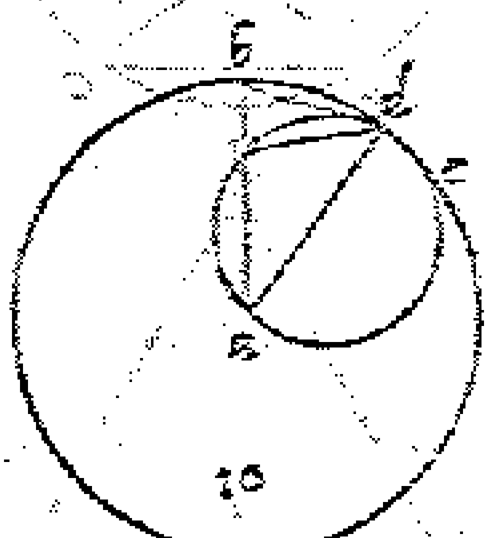




f.d.a.

f.d.a.(a quello equale) & perche l'angolo,f,d,b,è equal al detto angolo,b,f,d, seguiria(per communa scientia)che l'angolo f,d,b, fusse maggiore dell'angolo.f. d.a laqual cosa è impossibile(per la ultima concettione)che la parte sia maggior del tutto,adonque il cerchio.d.a.c.non segharà in alcuno ponto l'arco.b.d. anchora per uno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcuno segharà la linea.b.d.perche il detto aduersario forse dirà che segharà quella non seghandolo l'arco.d.b.del maggior cerchio,se pur possibil è che seghi quella sia questo in ponto.h.& serà quello che è fatto della.a.b.in.b.c.equale a quel che uien fatto della.d.b.in b.h.Perche'l fu dimostrato di sopra nella penultima del terzo che se da alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte quante linee si uoglia al detto cerchio segante quella tutti li rettangoli contenuti sotto a cadauna di esse linee in le sue parti estrinsice.sono equali fra loro,& perche quello che uien fatto della.a.b.in.b.c.è equale al quadrato della.b.d.(dal prosupposito)seguiria adonque che quello che uien fatto della.b.d.in.b.h.esser equale al quadrato della.d.b. laqual cosa è impossibile(per la seconda del secondo) per laqual cosa il proposito è manifesto. E nota che'l minor cerchio de necessità segharà il maggiore & taglia da quello uno arco equale al arco,b,d,& lo maggiore similmente taglia dal medesimo uno arco equale allo arco,d,c, laquale cosa se approuerà cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque il tocca quello in ponto.d.& perche(per la undecima del terzo)li cetri di cerchij che si toccano & il ponto del toccamento sono in una linea,serà il centro dello minore cerchio in la linea,a,d,per questo che in quella è il centro del maggiore,& il ponto del toccamento, adonque (per la decima ottaua del terzo)l'angolo,a,d,b,è retto,dunche similmente l'angolo,a,b,d,(a lui equale) è retto,onde seguiria che li tre angoli del triangolo,a, b,d fussero maggiori de duoi angoli retti,laqual cosa è impossibile(per la trigesima seconda del primo.) Adonque lui segha quello in li duoi ponti,e,& ,d, dico l'arco,e,d,del maggiore essere equale all'arco,d,b,& l'arco,d,e,del minore essere equale all'arco,d,c,produco le linee,d,e,c,e,& ,e,a,& (per la uigesima settima del terzo)ciascuno di quattro angoli liquali sono,d,e,c,c,e,a,d,c,c,& ,c,d,e,serano equali perche li duoi archi,d,c,& ,c,a,sono equali perche(per la prima dispositione di questa la,d,c,fu tronata equale alla,d,b,laqual,d,b,fu posta equale alla, a,c,e per tanto le,d,c,& ,c,a,sono equali,& però li duoi archi(per la uigesima ottaua del terzo)sono, equali per laqual cosa tutto l'angolo,a,e,d,è doppio all'angolo.b.a.d.& per tanto serà etiam equale all'uno e l'altro di duoi angoli,e,b,d, & ,a,d,b,& perche l'angolo,a,e,d,è equale all'angolo,a,d,e,(per la quinta



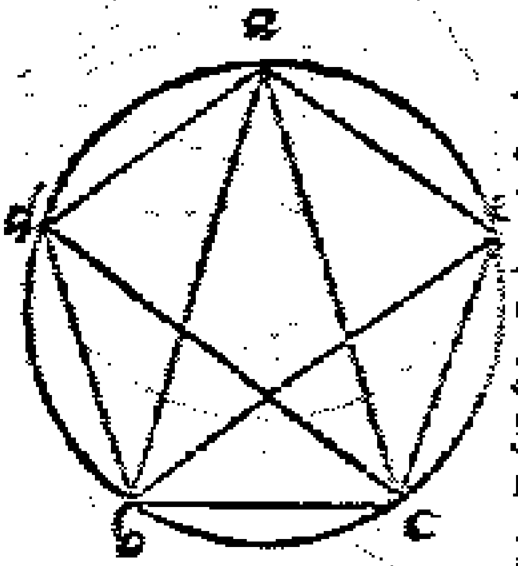


del

del primo) perche,a,e,& a,d, sono equale (per la diffinitione del cerchio, perche uanno dal centro alla circonferentia) seranno li duoi angoli,e,d,del triangolo,a,e,d,equali alli duoi angoli.d.& b.del triangolo.a.d.b.adunque (per la trigesima seconda del primo) l'altro angolo.a.dell'uno serà equale all'altro angolo.a.dell'altro, adunque (per la uigesima sesta del tertio) l'arco.e.d.del maggiore è equale all'arco.d.b.& per la medesima l'arco,e,d,del minore è equale all'arco.d.c.& questo è quello, che hauemo proposto.

Problema.11. Proposítione.11.

11 In un dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono equilatero, & equiangolo.
11



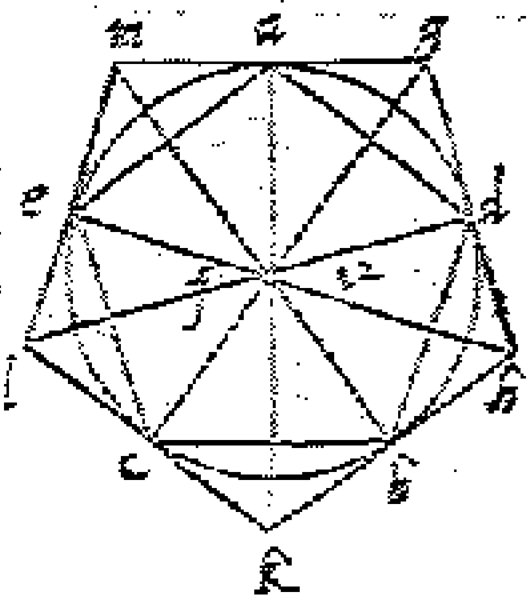
Sia il dato cerchio.a.b.c. uoglio di dentro di lui descriuere uno penthagono equilatero et equiangolo desegno un triangolo (per la precedente) ilqual sia.f.g.h. che habbia ciascun di duoi angoli che sono sopra la basa.g.h.doppio all'angolo.f.& descriuo (per la seconda di questo) in lo cerchio.a.b.c.il triangolo.a.c.b. equiangolo al triangolo.f.g.h.& sia l'uno e l'altro di duoi angoli.a.b.c.& a.c.b.doppio all'angolo.c.a.b. Diuido l'uno è l'altro de quelli (per la nona del primo) in due parti equali ducte le due linee.b.e.& c.d. (e per la uigesima sesta del tertio) li cinque archi in liquali li cinque ponti.a.d.b.c.e. diuideno il cerchio seranno equali fra loro per questo li cinque angoli che cadeno in li detti archi sono equali fra loro, adunque per le linee rette continuate da quelli cinque ponti lequal sono.a.d.d.b.b.c.c.e.& e.a.serà il penthagono.a.d.b.c.e.in scritto in lo dato cerchio tal qual è sta proposto (per la uigesima nona del tertio) quel è equilatero conciosia che li cinque archi li quali cinque lati di quelle son corde sono equali fra loro.anchora dico quel esser equiangolo perche la circonferentia.a.e.è equale alla circonferentia.d.b.giongendo a cadauna di quelle la circon ferentia,e,c.b.(per la seconda communa sententia) tutta la circonferentia.a.e.c.b.è equale a tutta la circonferentia.d.b.c.e.adonque li duoi angoli.a.d.b.& d.a.e.(per esser dedutti sopra le dette due circonferentie equale) (per la uigesima settima del tertio) seranno equali fra loro, e per questa medesima ragion cadauno di quelli angoli che sono sotto.a.e.c.& e.c.b.& c.b.d.serãno equali a cadauno di quelli angoli che sono sotto.e.a.d.& a.d.b.adonque il penthagono.a.d.b.c.e.è equiangolo, & disopra hauemo dimostrato come egli è equilatero, adunque in lo dato cerchio.a.b.c.hauemo descritto il penthagono.a.d.b.c.e.equilatero, & equiangolo che è il proposito.

Pro-

Problema. 12. Propositione. 12.

12 **Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono, e-**
12 **quilatero, & equiangolo.**

Sia il preposto cerchio. a. b. c. il centro dilquale è il ponto. f. uoglio cerca di lui descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notarò li cinque ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano. a. d. b. c. e. alliquali (dal centro) tirarò le linee. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & dalli medesimi ponti produrò le perpendicolare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti. g. h. k. l. m. & queste linee se ranno (per lo correlario della decimasesta del tertio) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro. f.) condurò le linee. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. (& perche fu dimostrato sopra la penultima del tertio che se d'alcun ponto signato fuora d'un cerchio fian dutte due linee al detto cerchio toccante quello che quelle seranno equale) serà la linea. g. a. equale alla linea. g. d. & la. h. d. alla. h. b. & cosi de tutte le altre.



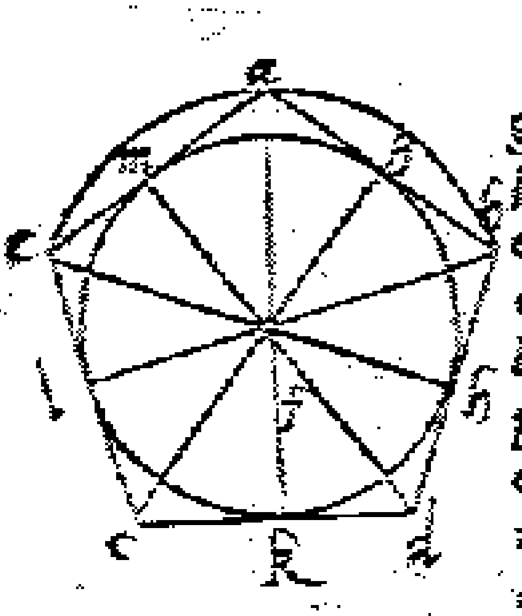
Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti. a. d. b. c. e. diuideno il cerchio sono equali fra loro (per la uigesima settima del tertio) li cinque angoli. a. f. d. d. f. b. b. f. c. c. f. e. e. f. a. (liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro. f. seranno fra loro equali, ma li duoi lati. a. g. & f. a. del triango lo f. a. g. sono equali a duoi lati. d. g. & f. d. del triangolo. f. g. d. & il lato. g. f. è commune, adonque (per la ottaua del primo) li duoi angoli de quelli liquali sono al centro. f. e similmente li duoi angoli che sono al. g. sono equali fra loro, & per la medesima ragione li duoi angoli liquali sono al centro. f. in li triangoli, d. f. h. & b. f. h. e anchora li duoi che sono al ponto. h. sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & cadauno di tre liquali sono, k. l. m. sono diuisi in due parti equali li primi per la linea. f. k. li secondi per la linea f. l. li tertij per la linea. f. m. & perche questi tre angoli liquali sono. b. f. c. c. f. e. & e. f. a. sono equali a se medesimi etiam alli altri duoi (liquali sono. a. f. d. & . d. f. b. sono pur equali. seranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro. f. equali fra loro. perche adonque li duoi angoli. a. & f. del triangolo. g. a. f. sono equali alli duoi angoli. a. & . f. del triangolo. m. a. f. et lo lato. a. f. e commune (per la. 26. del primo) l'angolo. g. dell'uno serà equale all'angolo. m. dell'altro & lo lato. g. a. al lato. a. m. per la medesima ragione serà l'angolo. g. (nel triangolo. g. f. d.) equale al angolo. h. in lo triangolo. d. f. h. & lo lato. g. d. serà equale al lato. d. h. per laqual cosa perche. g. a. è la mità de. g. m. & . g. d. è la mità de. g. h. & . g. a. & . g. d. sono equali seranno (per commune scientia). g. m. & . g. h. (che sono il doppio di quelle) equali fra loro, similmente anchora hauerremo prouato. g. m. essere equale al. m.

l. &

l.& m.l.al l.K.& l.k.al k.b.per laqual cosa il pẽtagono.g.b.K.l.m.è equilatero. ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al.g. siano fra loro equali & li duoi che sono al.m.similmente equali fra loro & g. partiale al.m.partiale, l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali, cioè che l'angolo.f.g.a.è equale all'angolo.f.m.a.dilche (per la medesima commona scientia) tutto l'angolo.g.è equale a tutto l'angolo.m.& per la medesima ragione, tu approuerai la equalità in tutti li altri angoli, per laqual cosa è equiangolo, e cosi il proposito è manifesto.

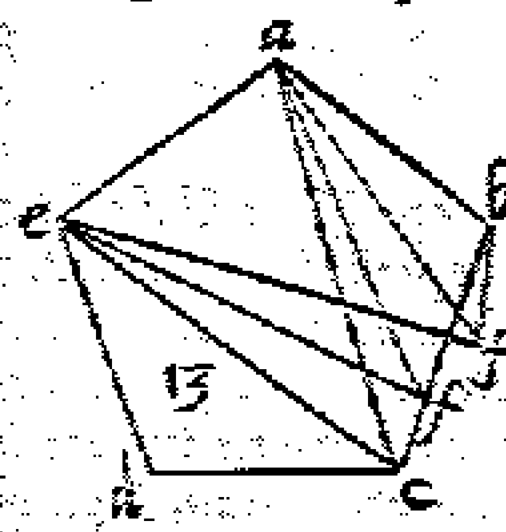
Problema. 13. Propositione. 13.

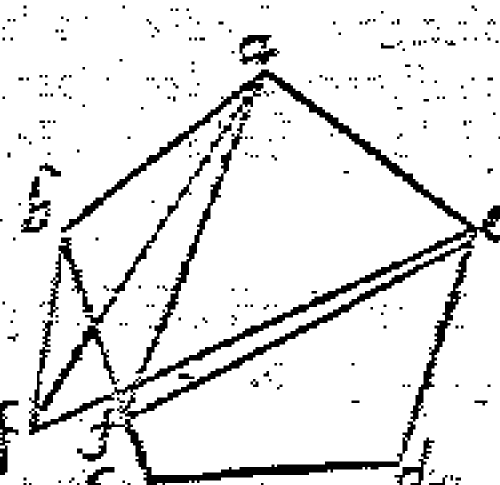
13/13 Dentro a uno assignato penthagono equilatero, & equiangolo puotemo descriuere uno cerchio.



Sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo essere possibile) a.b.c.d.e.voglio dentro di lui descriuere uno cerchio diuido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono.a. & e (per la 9. del primo) in due parti equali dutte le linee.a.f.& .e.f.fin a tanto che quelle concorrano in lo ponto.f.de dentro del penthagono, ilqual dico esser il centro del detto cerchio, e questo de sotto se dimostrerà, ma prima uogliamo chiarire doi dubij, cioè qualmẽte è necessario che le due linee.a.f.et.e.f.concorrano insieme, & di dentro del penthagono, perche adonque li 5. angoli del dato penthagono, come fu demostrato sopra la.32. del primo, sono equali a. 6. angoli retti, adonque ciascun angol del penthagono serà equal a un angolo retto, & a un quinto de angolo retto, similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali pur a uno angolo retto, & a un quinto de retto, & perche la linea.a.e.cade sopra le due linee a.f.& e.f.& li duoi mezzi angoli.f.e.a.& f.a.e. sono minori de duoi angoli retti (per la.5.petitione) protratte in quella parte concorreranno. anchor dico che concorreranno di dentro del penthagono, e se possibile fusse (per l'aduersario) che non concorressero di dentro del penthagono, concorreranno, ouer de fuora del detto penthagono, ouer in lo lato di esso penthagono, ouer in l'angolo di quello, che è l'opposito al l'un e l'altro delli angoli diuisi, hor ponieremo primamente che quelle concorrano di fuora in ponto.f.& sia dutta la linea.b.f.& perche li duoi lati.e.a.& .a.f. del triangolo.e.a.f.sono equali alli duoi lati.a.b.& .a.f.del triãgolo.b.a.f.& l'angolo.a. dell'un all'angolo.a.dell'altro (per la quarta del primo) la basa.e.f.serà equale alla basa.f.b.e pero l'angolo.a.partiale e equal all'ãgolo.e.partiale (perche tutto l'angolo a. (dal presupposito) è equal a tutto l'angolo è serà (per la sesta del primo) f.a. equale al.f.e. per laqual cosa.f.a. (per la prima concettione) seria etiam equale al. f.b.adonque (per la.5.del primo) li duoi angoli.f.b.a.& .f.a.b.serian equali, & perche l'angolo, f, b, a, è maggior dell'angolo, c, b, a, (del penthagono) similmente l'angolo.

golo,f,a,b,(per la commune sententia) serà maggiore del detto angolo,e,b,a,et per che lo angol,e,b,a,è equale all'angolo,b,a,e,l'angolo,f,a,b,verrà a esser maggiore (per commune scientia) del detto angolo,b,a,e,laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque non ponno concorrer de fuora del penthagono: hor ponemo adunque che quelle (se possibile è per l'aduersario) concorrano sopra il lato,b,c,in ponto,f,arguendo per le precedente,et per il precedente modo serà l'angolo,a,partiale equale a tutto l'angolo,b,a,e,laqual cosa è impossibile,ma se per caso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorrano in l'angolo,c,serà (per le medesime,& per il medesimo modo.) c.b.equale al.a,c, & per tanto a questo come prima l'angolo,c,a,b,seria equale all'angolo,b,a,e,ma perche questo non puo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (il qual è.f.) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale sono,f,g,f,h,f,k,f,l,f,m, & alli duoi angoli di quello propinqui (dal lato destro & sinistro) alli duoi angoli diuisi in due parti,equali,liquali sono,b,& d.cõ duco le due linee,f,b,f,d,& perche li duoi angoli,a,& m,del triangolo,a,f,m,sono equali alli duoi angoli,a, & g,dello triangolo,a,f,g,& lo lato,a,f,commune serà (per la 26.del primo) la f.m.equale alla,f,g,ancora per la medesima ragione tu approuerai la,f,l.esser equale alla,f,m.tolti dalli duoi triangoli,e,f,m,& e.f.l perche da principio li duoi lati,a,f,& a,b,del triangolo,a,f,b,sono equali alli duoi lati a.f.& a.e.del triangolo,a,f,e,& l'angolo,a,de l'un all'angolo,a,dell'altro serà (per la quarta del primo) l'angolo,b,partiale equale all'angolo,e,partiale, & perche tutto l'angolo,b,è equale a tutto l'angolo,e, (dal presupposito) & tutto l'angolo.e.è diuiso in due parti equali serà etiã tutto lo angolo,b,diuiso in due parti equali,per lo medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo,d,esser diuiso in due parti equal per la equalità del angolo,d,partiale,& ,a, partiali tolti per li triangoli,e,a,f,& e,d,f,perche adonque li duoi angoli,g,& ,h, del triangolo,g,f,h,sono equali alli duoi angoli,h,& h,del triangolo,b,f,h,& lo lato,f,b,è commune serà (per la.26.del primo) la,f,h,equal alla,f,g.per lo medesimo tu approuerai la,f,k,esser equale alla,f,l,tolte dalli triangoli,l,f,d,& k.f.d. perche adonque le cinque linee,f,g,f,h,f,k,f,l,& f,m,sono equale serà il ponto,f, (per la 9.del tertio) centro del cerchio,il qual descriuemo secondo la quantità de una de quelle,e quello tocca tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee) & non segarà alcuno de quelli (per la 16.del tertio) e cosi il proposito è manifesto.

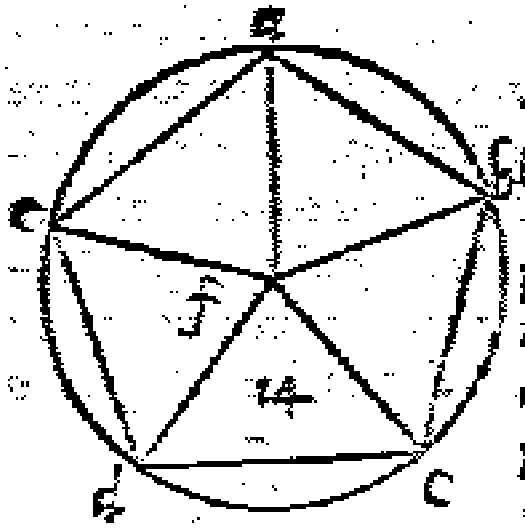




Problema.14. Proposicione.14.

14 Cerca a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo
14 descriuere uno cerchio.

Sia

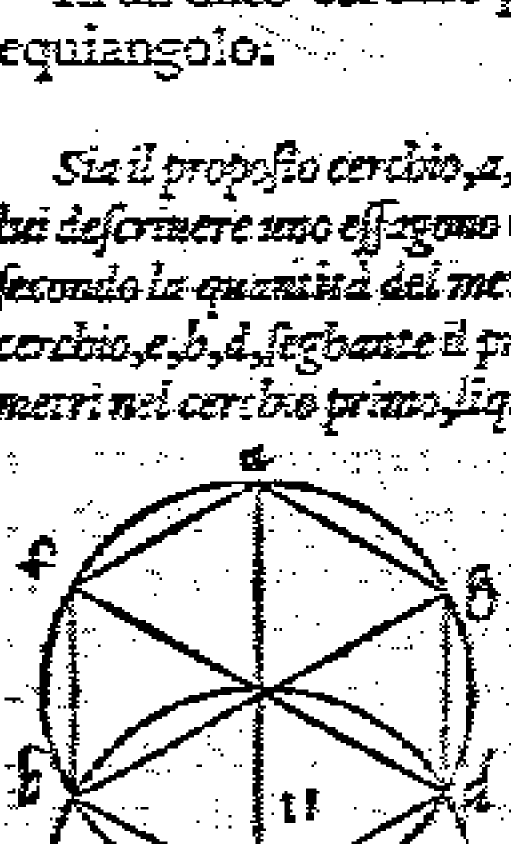


Sia come in prima il penthagono equilatero et equi angolo (perche delli altri questo non è necessario esser possibile) a.b.c.d.e. voglio di lui descriuere uno cerchio (questa è quasi cõuersa della.12.) diuido li duoi propinqui angoli di quello (liquali sono.a.et e.) in due parti equali (per la 9. del primo) dutte le linee.a.f.& e.f. dutte fin a tanto che quelle concorrano di dentro di esso penthagono in ponto.f.& quelle concorreno.& dentro del penthagono (come fu approuato in la precedente) & dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le linee lequal sieno.f.b.f.c.f.d.& perche li duoi lati.a.f.& a.b. del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f.& a.e. del triangolo.a.f.e. & l'angolo.a. dell'un all'angolo.a. dell'altro (per la 4. del primo) la.f.b. serà equale alla.f.e.& l'angolo.b. partiale all'angolo.e partiale, & perche tutto l'angolo.b. è equal a tutto l'angolo.e. et tutto l'angolo.e. è diuiso in due parti equali, serà similmente tutto l'angolo.b. diuiso in due parti equali, & per questo modo anchora tu prouarai l'uno e l'altro delli angoli.c.& d. esser diuiso in due parti equali, & le cinque linee.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e. esser equali, per laqual cosa (per la 9. del terzo) il ponto f. serà il centro del cerchio, & cosi il proposito è manifesto.

Problema.15. Propositione.15.

15/15 In un dato cerchio possiamo descriuere uno essagono equilatero & equiangolo.

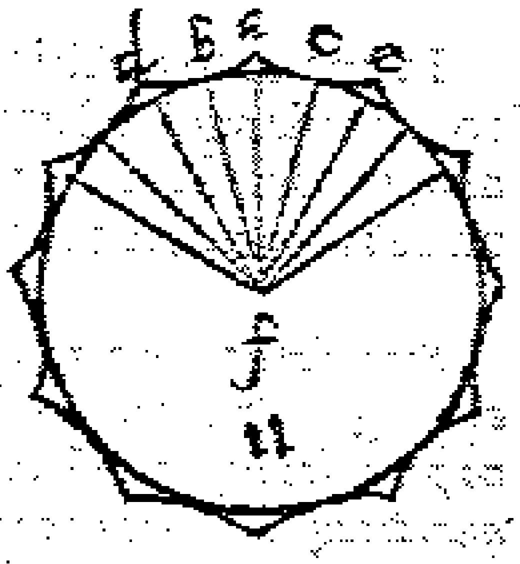
Sia il proposto cerchio,a,b,c,d, il centro delquale sia il ponto,e, voglio dentro di lui descriuere uno essagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c.& secondo la quantità del mezzo diametro,e,c, (fatto centro il ponto,c,) descriuo il cerchio,e,b,d, segante il primo in li duoi ponti,b,d, dalli quali produco li duoi diametri nel cerchio primo, liquali sono b,e,g,& d,e,f, congiungo adonque le estremità di detti tre diametri con sei linee lequale sono,a,f. f,b.b,c.c,d.d,g.& g,a, lequale dico contener lo essagono questo, perche (come dimostra la prima del primo) l'un e l'altro de duoi triangoli,b,e,c, et,c,e,d, serà equilatero, per laqual cosa serà etiam equiãgolo (per la.5. del medesimo) (adonque per la.32. del primo) li duoi angoli b,e,c,& c,e,d, cõ un'altro insieme che sia equale a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per questo che ciascũ de loro è il terzo de duoi angoli retti, ma quelli con l'angolo,d,e,g, (per la terzadecima del primo) son pur equali a duoi angoli retti, adonque l'angolo,d,e,g, (per commune sententia) è equale all'uno et l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro,e, (per la.15. del primo)



mo) sono fra loro equali, adonque (per la 26. del terzo) li archi in liquali cadeno sono equali, per laqual cosa & le corde de quelli (per la 29. del medesimo) lequal sono li lati del esagono, adonque egliè equalatero. ma etiam (per la 27. del terzo) gliè equiangolo per questo che li sei archi in li quali le ponte angulare del esagono diuidendo il cerchio tolti a duoi a duoi sono equali fra loro (come l'arco, a, f, b, all'arco, f, b, c,) & per tanto l'angolo, f il quale sta in lo primo è equale all'angolo. b il quale sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, dilche il proposito è manifesto.

Correllario.

15 Da qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mita del
15 diametro del cerchio al quale inscritto.



Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come e.c. & e.b. & c.b. & nota che'l non se propone qualmente puotemo desegnare cerca a uno dato cerchio uno esagono equilatero et equiangolo, ne che puotemo dentro a tal esagono ne cerca a tal esagono descriuere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & penthagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche queste tre per li medesimi precetti, che son fatti in lo penthagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera et equiangola laqual sapiamo inscriuere in un cerchio quella medesima descriueremo de fuora del cerchio, etiam descriuemo il cerchio dentro & di fuora di quella, con li medesimi mezzi et modi che hauemo fatti in lo penthagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circonscritta, e anchora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la. 27. e. 28. del terzo) per li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a duoi a duoi, in questi archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta, facile lo approuerai per le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, et alli ponti del toccamento si come appare in la figura. a. d. e. descritta a torno al cerchio. b. c. (il cētro delqual e il pōto. f.) laqual essendo equalatera tu approuerai q̄sta esser etiā equiangola in q̄sto modo protrarai dal cētro. f. a cadaū angolo de detta figura una linea retta si com'è la linea. f. a. e la linea. f. d. f. e. e similmente del detto cētro. f. tu condurai una linea retta a cadaū ponto del toccamento si come e la linea. f. b. et f. c. poi argumentarai in q̄sto modo, la linea. b. a. (p quello che fu demostrato sopra la. 36. del terzo) e equale alla linea. a. c. (perche ciascuna uien dal pōto. a. e tocca il cerchio in li duoi ponti. b. et c.) adonque li duoi lati. a. b. & b. f. del triangolo, a. b. f. sono equali alli duoi lati. a. c. & c. f. del triangolo. a. f. c. e la basa. a. f. e commune, adonque (per la. 8. del primo) l'angolo.

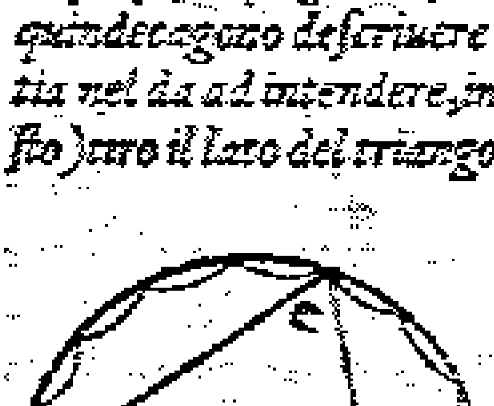
golo.f.a.b.serà equal all'angolo,f,a,e,(per laqual cosa l'angolo,b,a,e,)cioè e tutto l'angolo,a,sera a esser diuiso in due parti equali dalla linea,f,a,& cosi se approueranno tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee che a loro uengon dal centro,perche adonque li duoi lati,a,f,& a,e, del triangolo,a,e,f,sono equali alli duoi lati,a,d,& a,f,d,del triangolo,a,f,d,& l'angolo,a,del l'uno all'angolo.a.dell'altro serà la basa,d,f,dell'uno equale(per la quarta del primo)alla basa,f,e,dell'altro & l'angolo,a,d,f,all'angol,a,e,f,et perche l'angolo,a,d,f,la mità de tutto l'angolo,d,(de detta figura)similmente l'angolo,a,e,f,e la mità de tutto l'angolo,e,(per communa scientia)tutto l'angolo,d,serà equal a tutto l'angolo e,& per le medesime ragione se approueno tutti li altri angoli di essa figura essere fra loro equali,et cosi se procederia in cadauna altra figura equilatera che fusse circonscritta a uno cerchio,che è il proposito.

Problema.16. Propositione.16.

16 In uno dato cerchio puotemo designar un quindecagono equilatero & equiangolo.Oltra di questo puotemo cerca a qualunque cerchio assignato descriuer un quindecagono equilatero,& equiangolo,& in un dato quindecagono descriuer uno cerchio.

16

Sia il dato cerchio,a,b,c,uoglio a lui inscriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il uoglio circonscriuere anchora dentro a tal quindecano proposito uoglio descriuere uno cerchio, ma il non propone di uoler cerca a tal quindecagono descriuere uno cerchio,perche per le altre che quel propone a sufficientia nel da ad intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della seconda di questo)tiro il lato del triangolo equilatero ilqual sia,a,c,& secondo la dottrina della undecima di questo, tiro etiam il lato del penthagono equilatero, & equiangolo ilqual sia,a,b, & perche lo arco,a,c,e la tertia parte de tutta la circonferentia de laquale l'arco,a,b,e la quinta parte,serà il superfluo, ouer differentia che fra questi duoi archi(laqual è l'arco,b,c,)li duoi tertij dell'arco,a,b, ouer li duoi quinti dell'arco,a,c,siue li duoi quintodecimi de tutta la circonferentia,perche in ogni tutto la tertia parte eccede la quinta in duoi tertij di essa quinta parte ouer i duoi quinti di essa tertia parte,ouer i duoi quintodecimi dil



tutto,e questo è manifesto in la quinta e tertia parte del primo numero che ha parte quinta e tertia ilqual è.15 la parte tertia di quello(laquale e.5.)eccede la quinta parte de quello(laqual è.3.)in due unitade lequali sono li duoi tertij del medesimo ternario(ilqual è la quinta parte del detto.15.)ouer li duoi quinti del medesimo quinario(ilqual è la tertia)ouer li duoi quintodecimi del medesimo.15.ilquale è il tutto diuiso adonque l'arco,b,c,in due parte equale(per la.30.del tertio)in ponto d,le manifesto l'uno e l'altro di duoi archi,c,d,& d,b,esser la tertia parte dello arco,a.b.ouer la quinta dell'arco,a,c,ouer lati,15.de tutta la circõferentia tirãdo adonq; le corde.c.d.et d.b.di quelli,et (ꝑ la prima di questo) accõmodando cõtinuatamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale (che in tutto seranno 15.) serà cõpita la figura ꝓposita,le altre due che esso author propone con la tertia che per le altre il ne da ad intẽdere,cioè di circonscriuer uno quindecano a uno cerchio,& descriuere in uno quindecagono uno cerchio,& ancor circonscriuer,facilmente cõcluderai ꝑ il modo della.12.13.&.14.di questo,e nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiã inscriuerne & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati,et quella medesima saperemo inscriuer & circonscriuer il cerchio ꝑ li archi alliquali se sottosteзde li lati di quella figura,diuisi ꝑ la.30.del.3.in due parti equali e ꝑ le linee tirate dalli põti di mezzo,cioè di lor diuisione,dalle estremità di lati della medesima figura serà fatto di dẽtro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima laqual serà eqlatera,ꝑ la.29.del.3.adõq; serà eqãgolo,ꝑche sopra la.15.di qsto,egliè sta dimostrato qsto,che ĩ ogni figura eqlatera inscritta in ũ cerchio e etiã equangolo,e ꝑche qsta la sapemo inscriuer in lo cerchio,sapemo etiã cõcluder le altre.3.ꝑ la.12.13.et.14.di questo,adonq; ꝑche sapemo inscriuer un triãgolo eqlatero,sapemo per qsto descriuer lo esagono,e ꝑche lo esagono lo duodecagono,e ꝑ lo duodecagono una figura di.24.lati,e cosi in infinito dopiando,benche per il triãgolo lo esagono(come hauemo detto) puo esser inscritto,tamẽ quel ha posto la ꝓpria demostratiõn di quella dallaqual ne seguita grandamẽte utile. e finalmente ꝑche sapemo etiã inscriuer il quadrato sapemo ꝑ qsto ĩscriuer ogni figura che'l numero di lati di quella e equalmẽte paro,per lo pẽthagono anchora sapemo inscriuer un decagono,e una figura de 20.lati,e cosi continuatamente dopiando quel medesimo,anchora intende del quindecagono,ꝑche per quello sõ cognite le figure del.30.&.60.& de tutte cõtinuamẽte de lati dopiatiзma delle altre figure dellequal questa nõ insegna,ouer quelle che per queste non hauerãno la sciẽtia è difficile,& di puoca utilità,come son la settagona,nonagona,undecagona,ma se noi saperemo designar un triãgol de dui lati equali che l'uno e l'altro di dui angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio al l'altro saperemo descriuer lo settagona in un cerchio,come di sopra fu fatto il pẽthagono,ma se l'un e l'altro de detti dui angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonangola,e sel fusse,quincuplo la figura undecagona,& quel medesimo in le altre figure de lati dispari,posto l'un e l'altro di angoli alla basa multiplice l'altro per quel numero,ilqual è la mità del mazzor numero paro contenuto sotto al numero disparo di lati della detta figura.

Il Tradottore.

In questo loco,in la prima tradottione egliè stato aggionto un modo da diuidere uno angolo in tre parti equali,& consequentemente a descriuere una figura nonangola equilatera & equiangola in uno dato cerchio,ma perche tal suo procedere nõ è demostratiuo lo hauemo interlassato come cosa inutile.

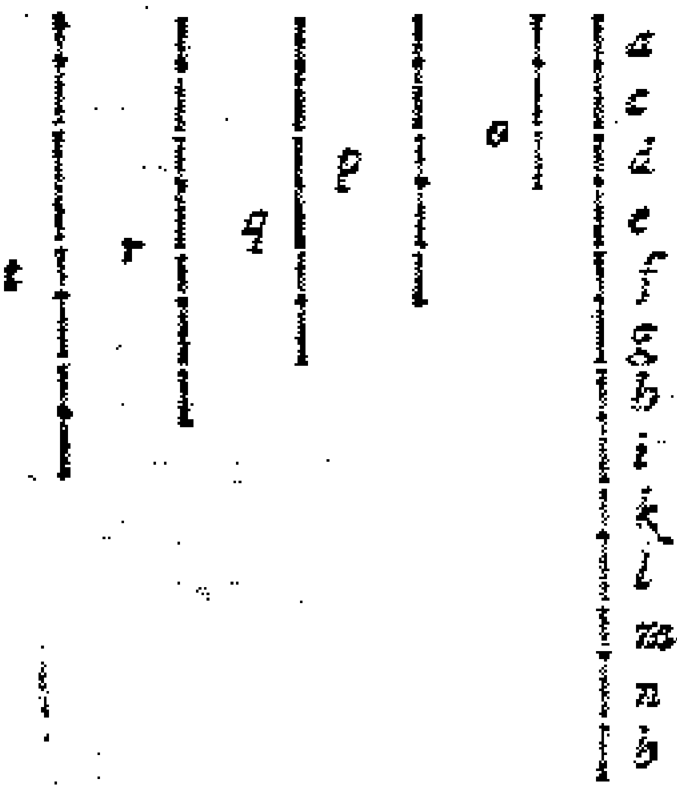
IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

LIBRO QVINTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

I Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che
I la minore numera, ouer misura la maggiore.

La parte alcuna volta se piglia propriamente, & è quella laqual è tolta per un certo numero de volte, quella constituisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumento, et quella è detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo ilquale la vien tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamamo multiplicatiua) l'auttor la diffinisse in questo loco, & alcuna volta la se piglia communamente, & questa è qualunque quātità minore, laqual è tolta quāte volte si voglia quella constituisse men, ouer piu del suo tutto, laqual dicemo parte aggregatiua, imperoche con altra quantità diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante volte si voglia quella non lo produce.



Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea .a.b. diuisa in duodeci parti lequal parti sono .a.c.c.d.d.e.e.f.f.g.g.h.h.i.i.k.k.l.l.m.m.n.n.b. della qual linea toltone la quantità .a.c. (laqual pongo che la sia la quantità .o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea .a.b. diremo che quella serà propriamente parte di tutta la linea .a.b. per la diffinition di l'Autore, perche tal quantità minore, numera ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioè la detta .a.b. duodeci volte, & questa tal parte a differētia della parte communamente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmente tolendo la quantità .p. equale alla quantità .a.d. et quella referta, ouer comparata a tutta la quantità .a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer multiplicatiua de tutta la detta quantità .a.b. perche quella la numera, ouer misura precisamente sei volte. Similmente tolendo la quantità .q. equal alla quantità .a.e. ouer la quantità .r. equal alla quantità .a.f, cadauna di loro seria esser parte de tutta la quantità .a.b. perche la quantità .q. seria numerare ouer misurar quella precisamente quattro volte, & la quantità .r. tre volte, et queste tal parti sono denominate dal numero delle volte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quantità .a.c. ouero .o. dirasse la duodecima parte de tutta la

ta la

ta la quantità.a.b.et la quantità.a.d.ouer.p.serà la sesta, & la quantità.a.e.ouer q.la quarta, & la quantità.a.f.ouer.r.la tertia,lequal parti preciaramente se descriueno in questo modo † . . . . . & li numeri che sono sotto alle verghole sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea.a.b.ne toremo la quantità.a.s.qual poniamo che la sia la quantità.t. dico che questa quantità.t.non seria parte propria ouer multiplicatiua della quantità.a.b. perche quella non misura,ouer numera la quantità.a.b. precisamente, perche in due volte la non puo compire de misurarla, ouer de numerarla, & in tre la soprabunda, & questa è quella che è detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno potria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona commuma sententia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

†
1
1 2
3 1 1
6 4 3

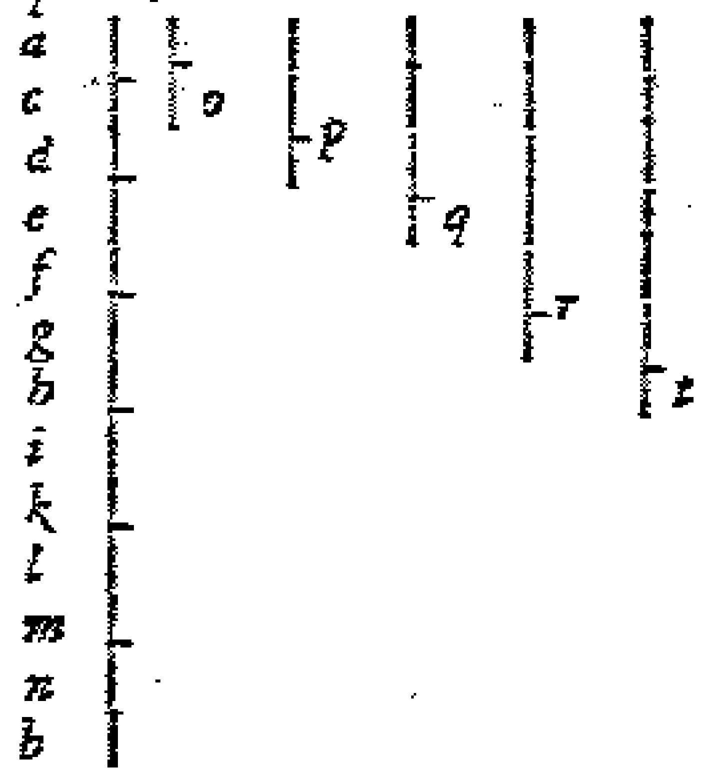
Diffinitione. 2.

2 Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.
2

La parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi duoi estremi consiste la relatione di quelle fra loro, & per tanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto vn certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra lor e multiplice perche ogni parte è submultiplice, come se manifesta per la diffinition di quella.

Il Tradottore.

Per essempio di questa diffinitione toremo pur la quantità, ouer linea. a. b. della diffinition precedente laqual linea.a.b. in comparatione a cadauna de quelle sue parti, cioè delle quattro linee.o.p.q.r. vien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte.essempli gratia in comparatione della linea. o. serà detta dodecupla, et in comparatione della linea. p.serà detta sescupla, & in comparatione della linea q.quadrupla, & della linea.r. tripla, ma della linea ouer quantità.t. non serà multiplice perche la detta quantità.t. non numera ouer misura la detta quantità.a.b.



Diffinitione. 3.

3 La proportione e la conuenientia certa de due quantità de uno medesimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si voglia.
3

La proportione & la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale, per-

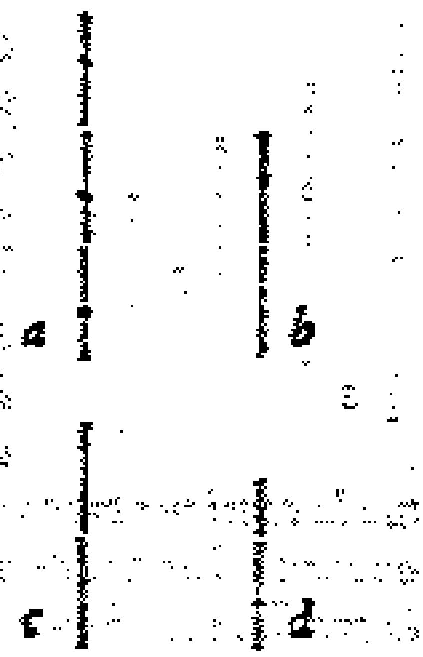
le, perche non solamente in le quantità se ritroua la proportione, ma in li pesi potentie, & soni. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, uole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare dalla musica esser proportione in li soni, perche come uuol Boetio nel quarto, se qual unque neruo serà diuiso in due inequale parti, la proportione delle parti & di soni serà una medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequal uien trouata la proportione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la non uien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale; il proprio della quantità è esser detta secondo quella equal ouer inequale, come uuol Aristotile in li predicamenti, unde è manifesto la proportione primamente essere trouata in la quantità, & per quella in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantità, per laqual cosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantità, conciosia che lui a diffinido quella per conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto dellaquale diffinitione è che la proportione & la conuenientia de due quantità fra loro alla quale il se aduertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqual cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d'un medesimo genere, come duoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il non puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose uniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non intendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale è questo, la proportione & la determinata conuenientia di due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa & non altra perche non è necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita di duoi, ne anchora dalla natura, perche alcuna proportione è di discretti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se demostra nel settimo, per laqual cosa & in tutti quelli la conuenientia è certa & nota, ma in li continui la proportione è più larga, perche in quelli è doue la minor quantità e parte, ouer parti della maggiore, & de tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione è nota laqual uien detta rationale, & tutte queste tal quantità sono dette communicante, perche quelle una medesima quantità necessariamente li misura, onde & tutti li numeri sono communicanti, perche la unità misura tutti quelli, eglié anchora doue che la minore non è parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, & questa proportione uien detta irrationale, & queste quantità incommunicante, onde si fa che ciascaduna proportione, laqual se troua in li numeri quella se troua etiam in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è econuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri nol patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in uno genere

di

di continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per ilche è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione circa laquale uersa la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4.

4/4 La proportionalità è la similitudine delle proportioni.



Come se noi dicessimo che la proportione che è della .a. alla b. quella è anchora della .c. alla .d. la proportione che è fra la .a. & la .b. e simile a quella che è fra la .c. & la .d. & questa similitudine che resulta da queste proportioni uien detta proportionalità.

Diffinitione. 5.

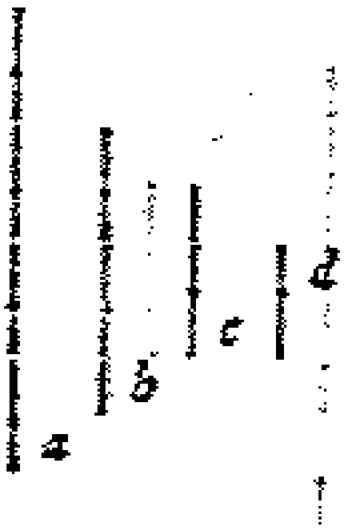
0/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere proportione insieme, lequale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perilche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere, è semper qualche specie de proportione perche semper se po multiplicare una di quelle talmente che la eccederà, ouer auanzarà l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di porportione perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e però dice Aristotile in lo primo de celo & mundo textu quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioè che de una cosa infinita a una finita & terminata non gliè proportione alcuna, perilche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo & similmente cõcesso in due quãtità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria quelle due quantità hauer proportion fra loro, essempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro di cerchio hauer proportione con la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione 6.

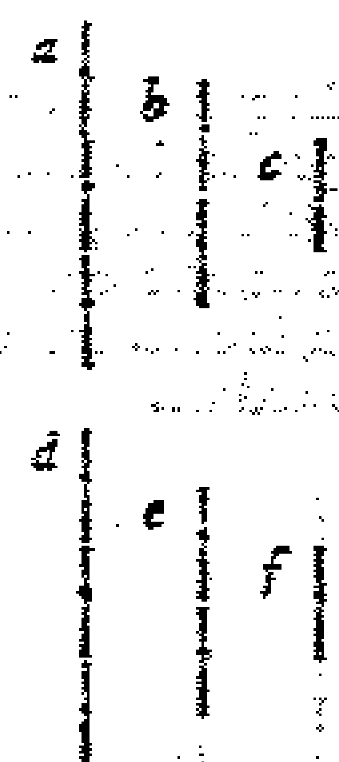
5/6 **Le quantità lequale sono dette haver la proportionalità continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti, overo che sono equali, overo che equalmente senza interruptione se sopravanzano, overo sminuiscono.**



Supposta la divisione delle proportionalità, per continua & discontinua l'Auttor diffinisse li membri che divideno, et primamente la continua, o per dire meglio supposta la divisione delle quantità proportionale, per continue & discontinue proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quantità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue; ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima, la prossima consequente antecede una delle altre, come esempli gratia quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della b. alla c. & della c, alla, d, & ciascuna di quella serà antecedente, & consequente eccetto la prima laquale è solamente antecedente, & la ultima laquale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de uno medesimo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione infra le quantità de diversi genere) et questa serà al manco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quattro quantità (over seranno tutte de uno medesimo genere, over le due prime de uno, & le due ultime un'altro,) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la tertia antecede la quarta come quando dicessimo si come è della .a. alla .b. cosi è della, c, alla .d. et serà qualunque di quelle, over solamente antecedente, over solamente consequēte ne etiam è necessario che siano tutte quattro de uno medesimo genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesimo genere, & è possibile che siano de diversi perche si come accade trovarse una linea doppia a un'altra, overo treppia, cosi accade trovarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & cosi un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Vista che cosa sia la proportionalità cōtinua, et la discōtinua essaminamo la sopra scritta diffinitione delle quantità continue proportionale, la qual dice che la quantità continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti equalmente, over che sono tra loro equali, over che senza interrompimento equalmente si sopravanzano, over manchino, esempli gratia, siano le tre quantità d'un medesimo genere

nere.a.b.c.allequale siano tolte le.d.e.f.equalmente multiplice, cioè che si come la.d.è multiplice alla.a.che così la.e.sia multiplice alla.b. & la.f. alla.c. & seranno tutte del medesimo genere (perche li multiplici, & li submultiplici sono in uno medesimo genere, & sia che le.d.e.f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopra auanzare, ouer mancare, cioè che si come la.d. auanza sopra alla.e. ouer manchi da quella, così la.e. auanza sopra alla.f. ouer manchi da quella, dico che quando questi multiplici seranno a questo modo le tre quantità.a.b.c. seranno continue proportionale. ma nõ intendere li multiplici esser simili nel sopra abondare, ouero nel mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, perche altramente la diffinitione seria falsa, perche di qualunque quantità (di uno medesimo genere che si eccedino) per differẽtie equale tolto li multiplici equalmente, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale unde similmẽte sono simili, nel sopra abondare & nel minore, ouer mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ouer differentie nientedimeno le prime quantità non sono continue proportionale, anzi sempre delle minore quantità, è maggior la proportione, & questo auiene perche li multiplici di quelle non se eccedeno similmente in quanto alla proportione, ma solamente in quanto alla quantità delle differentie perche etiam in li minori multiplici è la proportione maggiore essempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differentie equale immediatamente cioè arithmetice come 2.3.4 tutti multiplici questi.3.numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro, li doppi se eccedeno per il binario & li treppii per il ternario & così li altri nientedimeno li tre numeri.2.3.4.non sono continui proportionali anzi di duoi minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di duoi maggiori è sesquitertia. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione, & però fra quelli non serà proportionalità ne continua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di sopra agiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla quantità delle differentie ma in quãto alla proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo: le quantità continue proportionale son quelle delle quali tutti li multiplici equalmente tolti, sono continui proportionali: ma il non volse ponere essa diffinitione sotto questa forma: perche all'hora se diffineria tal cosa per quella medesima, ma quãto aspetta alla cosa, questo è conuertibile con la sua diffinitione: ma le tre quantità, a, b, c, bisogna esser d'un medesimo genere, p questo che li multiplici di quelle fra loro siano equali, ouer che siano simili in sopra abondare, ouer in mancare



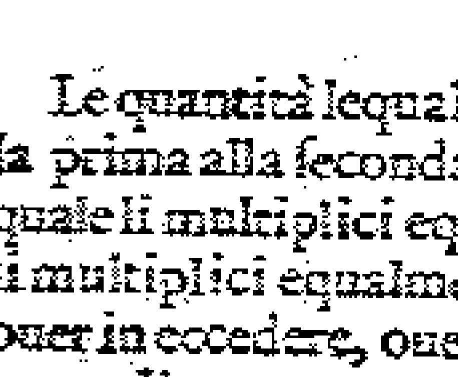
perche se.a.& b.fusseno di diuersi generi seriano etiam.d.et.e. (multiplici di essa.a.et b.) di medesmi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultiplici sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa.d. non seria equale ne maggiore ne minore di.e.perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

Il Tradottore.

Questa soprascritta diffinitione se ritrova solamente in la prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella puotemo conoscere, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio dil commentatore che vol diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioè per li lor multiplici, ma voria saper da lui come potrò io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano continui proportionali in le quantità continue non sapendo qual sieno le quantità continue proportionale, adonque non assignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, non saperemo conoscer che li multiplici che son per quantità siano continui proportionali adonque tal diffinition non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide è che di tal diffinitione non se ne serue in loco alcuno per tutta l'opera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frusta, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non è di mettere cosa alcuna frustatoria, la tertia ragione e che tal diffinitione non si ritroua nella seconda tradottione, per ilche tengo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persumena di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser pur dell'Autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io risponde che quando tal diffinitione gli fusse sta bisognosa in qualche propositione, ben l'haueria sapata rettamente porre, come in fine della sequente se dirà.

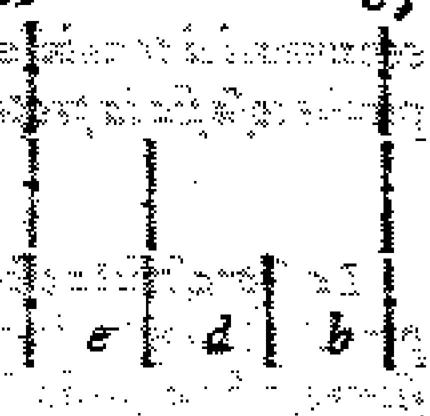
Diffinitione. 7.

6/6 Le quantità lequale sono dette esser secondo una proportione, cioè la prima alla seconda, come la tertia alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & tertia, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equaliarse tolti in quel medesimo ordine.



Posta disopra la diffinitione delle quantità continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & è che di qualunque quattro quantità delle quale serāno tolti li multiplici equalmēte alla prima, & tertia, e similmēte li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quāto al eccedere ouer manchare, ouer alla equalità) si come il multiplice della tertia al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della tertia alla quarta, esempli gratia siano le

no le



no le quattro quantità. a. b. c. d. & siano tolti, alla prima & tertia (lequali sono. a. & c.) li multiplici equalmente (come seria a dire doppij) liquali siano, e, & , f, & similmente alla seconda & quarta (lequali sono, b, & , d,) siano tolti li multiplici equalmente (come seria a dire treppij) liquali siano, g. & h, & sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comparati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quantità, cioè che la, e, sia comparata alla, g, & la, f, alla, h, & non la, e, alla, f, ouer la, g, alla, h, siano simile nel auanzare, diminuire & equaliare, cioè che se la, e, eccede la, g, che similmente la, f, ecceda la, h, ouero che se la, e, manchasse della, g, similmente la, f, mancha della, h, ouer che se la, e, è equale alla, g, che similmente la, f, sia equale alla, h, all'hora la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla d.

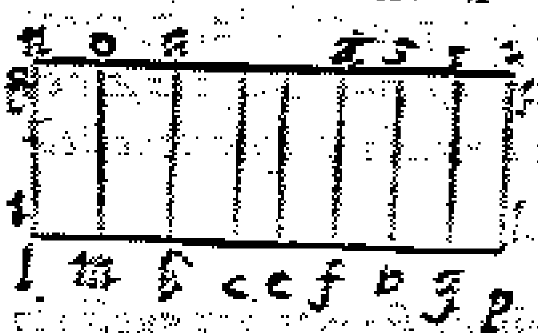
Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia inteso in questo lo cosi come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, cioè non inquanto alla quantità delli eccessi, ma inquanto alla proportione, & quella parte che dice tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato esposto, cioè che li multiplici non siano refferti insieme secondo l'ordine di quella quantità dalle quale seranno stati tolti multiplici equalmente, cioè che'l multiplice della prima non sia refferto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioè il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adonque il senso di questa diffinitione in questa forma. quattro quantità son proportionale discontinue, cioè la proportione della prima alla seconda, & si come della tertia alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplice della quarta: ma non ha voluto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non e necessario che le quattro quantità. a. b. c. d. siano d'un medesimo genere: impero che la. b. non e continuata in proportione con la. c. ma puo esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro. per laqual cosa è manifesto che gli è necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, perche lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario torre li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla secõda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima & seconda, ne anchora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de multiplici non è

continuati

continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non sarà perche cosa sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d.

Il Tradottore.

La soprascritta espositione senza dubbio è uno misto de dui varii Comentatori, perilche la voglio diuidere in due parti, la prima parte serà dal principio di tal espositione, per fin a questo segno † & la seconda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta espositione. hor dico che colui che descrisse la prima parte veramēte intēdeua Euclide, perche in essa espiana benissimo & sufficientemente il vero senso di tal diffinitione, & non accade intendere nelli multiplici niune di quelle cōditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intenderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi doue che Euclide si serue di questa tal diffinitione, cioè nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella .25. dello undecimo. ma la seconda parte (quale credo sia una gionta del Campano) non solamente intrabida il vero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che'l non sa doue il sia con tante sue conditioni & articuli di poca verità, & acciohe questo liquidamente appara, induremo in campo sotto breuità la prima parte della prima propositione del sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioè siano li duoi paralellogrammi .a.b.c. et .d.e.f. de equal altezze, & fra le due linee equidistante .g.h. & .i.k. hor concludo che queste quattro quantità, cioè li duoi parallogrammi .a.b.c. & .d.e.f. & le sue due base .b.c. & .f.e. sono in vna proportione perche li multiplici tolti & comparati secondo l'ordine di questa soprascritta settima diffinitione hanno quella similitudine et conditione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezaremo primamēte la basa .b.c. per prima, quantità, & la basa .f.e. per seconda, & lo paralellogrammo .a.b.c. per tertia & lo .d.e.f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliarò della linea .b.l. vna parte che sia multiplice alla basa .b.c. in che numero me piace, ma per il presente la toremo doppia, & sia la linea .b.l. et quella diuiderò in parti equali alla basa .b.c. in ponto .m. & dalli duoi ponti .l. & .m. condurò le equidistante alla, a, b, le quale siano, l, n, &, m, o, & compirò le superficie de equidistanti lati .n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie .a.c. per laqual cosa si come la linea .b.l. multiplice alla .b.c. così la superficie .n.b. è multiplice alla superficie .a.c. cioè che l'una e l'altra è doppia & così ueniamo hauer tolti li multiplici equalmente alla prima & tertia. Similmente anchora pigliarò una parte della linea .f.K. che sia multiplice alla basa .f.e. secondo che numero me piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea .f.p. laqual diuiderò per in parte equale alla linea .f.e. nelli duoi ponti .q.r. & tirarò dalli tre ponti .p.q.r. tre linee equidistante alla linea .d.f. le quale siano .r.s.q.t. & .p.u. et cadauna delle tre superficie .d.r.s.q. & .t.p. serà equal alla superficie .d.



e. (per

e.(per la detta trigesima sesta del primo) il che tutta la superficie. d. p. serà cosi multiplice alla superficie.d.e.si come la linea.f.p.alla linea.f.e.cioè treppia, & cosi uenimo hauer tolti li multiplici equalmente alla seconda & quarta. Hor comparando il multiplice della prima (cioè la linea,l,b,) al multiplice della seconda (cioè alla linea,f,p,& lo multiplice della terza (cioè la superficie n,b,) al multiplice della.4.(cioè alla superficie.d.p.) hauno q̃lla similitudine che ricerca la sopraiscritta diffinitiõ,cioè che se la linea.b.l è maggior della linea.f.p.etiã la superficie.n.b.(per la trigesima sesta del primo) di necessità serà maggiore della superficie. d. p. & se la è minore,minore.& se la è equale,equale, perche seguita che le due base. b.c. & e.f.& le due superficie.a.b.c.& d.e.f.siano in una proportione (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito. Si uede adonque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia,largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere,ouer diminuire sia ne secondo la quãtità del eccesso,ne secondo la proportione,come uol la seconda parte,ne etiam si debbe,ne si puo dar a tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice cosi) discontinue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della tertia alla quarta quando li multiplici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della secõda si come del multiplice della tertia al multiplice della quarta. Perche il se diffineria tal cosa per quella istessa, per il che la cosa diffinita insieme con la diffinitione ueriano a restar equalmente ignote. esempli gratia, se io non so conoscer in le quattro proposte quãtità se quelle siano proportionale, manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nelli quattro multiplici che son per quattro quantità, uero è che uno tal senso potria admettere per propositione (per esser demostrabile) & seria il conuerso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinitiõ procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, reducendo lo aduersario allo impossibile,ma per diffinitione nõ è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu corretamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione,cioè la prima alla seconda, & la tertia alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia cõparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedano, ouer che insieme siano equali, ouer che insieme manchino, nientedimeno, in sostantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Auttore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente lui li potena diffinire in questo luoco rettamente, cioè, per accidenti proprij in questo modo.

Tre quantità si dicono hauere proportionalità cõtinua, quando che li duoi multiplici equalmente tolti alla prima & alla seconda comparati altri dui multiplici

equalmente

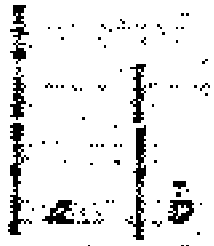
equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto allo auanzare diminuire & equalare.

In questa diffinitione se porria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se porria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e tertia, ma l'Auttor non l'ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

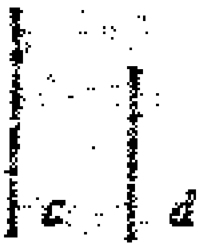
7/7 Le quantità, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Tradottore.



Esempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b, fusse si come della quantità .c. alla quantità .d. le dette quattro quantità seriano dette proportionale.

Diffinitione. 9.



8/8 Quando che seranno tolti li moltiplici equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopraauanzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della tertia non sopravanzarà il multiplice della quarta, all'hora la prima se dirà hauere maggiore proportione alla seconda, che la tertia alla quarta.

Il Tradottore.

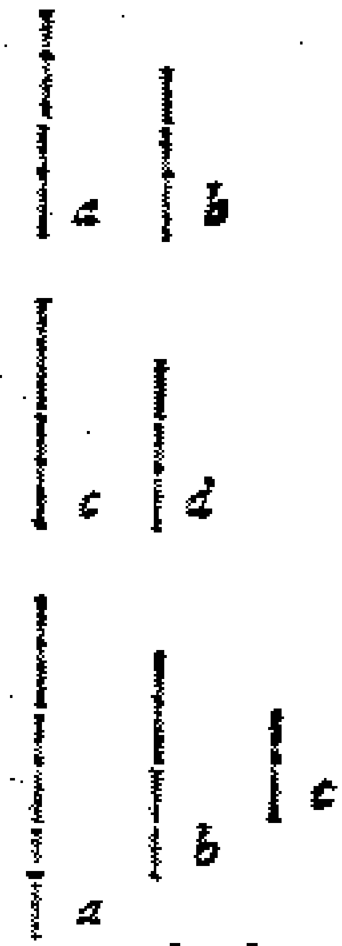
Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua una espositione, laqual è pur uno misto de duoi uarij commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ne ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non sa doue el se sia, per tanto acciochè il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicano.

Diffinite le quantità proportionale il diffinisse le quantità disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale è la dissimilitudine delle proportioni, laqual cosa puo accadere in duoi modi, ouero perche maggiore è la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, ouer perche è minore, e però di quelle ne sono due specie, la prima quando egliè maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa è detta disproportionalità maggiore, & la seconda è quando che egliè minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa è detta disproportionalità minore, el diffinisce adonque quelle quantità, fra lequale è maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta laqual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adonque seranno quattro quātità delle qual siā tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmente alla seconda & .4. & che li multiplici della .1. & .2. comparati insieme non seran simili nel ecceder, diminuir & equaliare alli moltiplici della tertia & della quarta quelle quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della seconda, et che'l non sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la proportione della prima alla secōda che della tertia alla quarta, perche in niun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nō acascha sempre a trouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla tertia liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, se ritrouerà il multiplice della prima sopravanzare il moltiplice della seconda, & lo moltiplice della tertia non sopravanzarà il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno acascha ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantità disproportionale possono essere de diuersi generi, si come anchor le quātità proportionale discontinue, come se'l se dicesse la proportione della .a. alla .b. è maggiore che della .c. alla .d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.



Il Tradottore.

Le soprascritte sono le parti che ben esplicano il senso della soprascritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamente parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobrare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno hauerà accaro di uederle, potrà satisfarse in essa prima tradottione Latina.

Diffinitione. 10.

9 Ma la proportionalità è constituita almanco fra tre termini.

9 Dapoi che l'Auttor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quantità proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali puo star la proportionalità et non mette il massimo, perche quello non si puo assignare, perche

che qualunque proportione puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalità è necessario almãco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, & qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha al manco doi antecedenti & dui consequenti, laqual cosa è impossibile farse in manco di tre termini ne liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & però la proportionalità serà continua, per laqual cosa la proportionalità continua è costituida al manco fra tre termini, ma la discontinua nõ serà in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproportionalità, perche se la serà continua serà almanco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. II.

10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della prima alla tertia se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

10

L'Auttor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini della continua proportionalità constituida in tre termini, & dice che se'l serà la proportione dello primo termine allo secondo, si com'è dello secondo allo tertio, che la proportione del primo al tertio serà si come è dal primo al secondo duplicata, cioè composta di due tali, ouer (che è quel medesimo) la proportione dal primo al tertio serà si come dal primo al secondo dupplicata, cioè in se multiplicata, esempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, et siano cõtinuatamente doppij come. 2. 4. 8. la proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secondo in se moltiplicata, & la proportione del primo al secondo è doppla, & la doppla in se moltiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è quadrupla, cioè il doppio del doppio, ouer (secondo la prima espositione) la proportione delli estremi è si come la proportione del primo al secondo dupplicata, perche la quadrupla (composta de due dupple.)

Il Tradottore.

El campano nella soprascritta espositione (se tal espositione è del Campano) commette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la retira î propositione, perche lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al tertio, che la proportione del primo al tertio serà doppia a quella che è fra il primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a quella, cioè che nelle cose sequente, ouer che per l'aduenire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffenisce in questa diffinitione e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vuol il Campano) la non seria diffinitione

nitione anci feria una propofitione, & bifognaria che lui demoftraffe che la fuffe il doppio di quella, & uolendola dimoftrare, bifognaria prima fapere, ouer diffinire che cofa fia il doppio d'una proportione, perche non feria poffibile a dimoftrare che una proportione fuffe doppia a un'altra che non fapeffe prima come fe intēda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che eglie cofa notiffima, che cofa fia il doppio d'una cofa. io rifpondo che eglie il uero in le quantitade: ma non gia in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni, non feguita ne rifona al audito, fecondo l'ordine del doppiare delle quantità (maffime de numeri) eccetto che nella proportione dupla, cioè che il doppio d'una proportione doppla fa una quadrupla, fi come anchora il doppio di .2. (numero) fa .4. ma el non feguita quefto in alcun'altra fpecie di proportione, perche il doppio di una tripla non fa una fextupla (fi come che il doppio di tre fa fei) anci fa una nonupla, & fimilmente il doppio di una quadrupla non fa una ottupla anci fa una fedecupla, & tutto quefto fe trouerà cofi effer per la fopradetta diffinitione, e per tanto fu neceffario a diffinire come fi debba intendere il doppio d'una proportione nelle cofe che feguita, ouer che fe hanno da dire, perche inuero fe l'Auttor non haueffe diffinito tal cofa, lo ftudente fe potria ingannar grandemente, cioè pigliar tal doppiar fecondo lo indoppiare di numeri, cioè pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fuffe una fextupla laqual cofa non feguita, come di fopra è detto, anchora per un'altra ragione fu neceffario a Euclide diffinire tal cofa perche fenza tal diffinitione il non fe haueria potuto dimoftrare la decima ottaua del fefto, laquale dice che fel ferà duoi triangoli fimili che la proportione di l'uno all'altro e fi come la proportione dupplicata di qual fi uoglia lato di l'uno al fuo relatiuo lato di l'altro. laqual cofa fe dimoftrarà per mezzo di quefta fopraferitta diffinitione.

Anchora bifogna notare equalmente quefta & quafi tutte le altre diffinitioni di quefto quinto libro. Euclide le ha pofte in fpecialità per le quantità continue e nō per li numeri. & fe cofi non fuffe Euclide non haueria replicato quefta & molte altre nel fettimo, nelli numeri, e però quefto non fi deueriano efemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioè con linee, uero è che lo efemplificare con numeri molte uolte gioua, et fa capire la cofa, ma molte uolte è nocivo nelle propofitioni et demoftrationi geometrice, perche fpeffe uolte il ftudente che uede con la efperientia de numeri uerificarfe la propofitione propofta, non fi cura de intendere quella per demoftratione, & non aduertiffe ne confidera che'l non fe intende che l'huomo fappia quelle cofe che non intende per demoftrationi (come fu detto in principio) l'altra, fpeffe uolte l'huomo che in tutte le cofe fe uol fondare fopra la efperientia de numeri, molte uolte, ouero che'l fi confonde, ouero che el fe inganna, maffime in quelle cofe, che fi dicono in fpecialità per le quantità continue, & quefto è interuenuto al Campano fopra la fettima & nona diffinitione di quefto (fe tal ifpofitioni fon del Campano: perche el non trouaua nelle fue efperientie de numeri uerificarfi fempre nelli moltiplici, quello che lui penfaua che uoleffe dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche fe haueffe ifperimentato fecondo, che

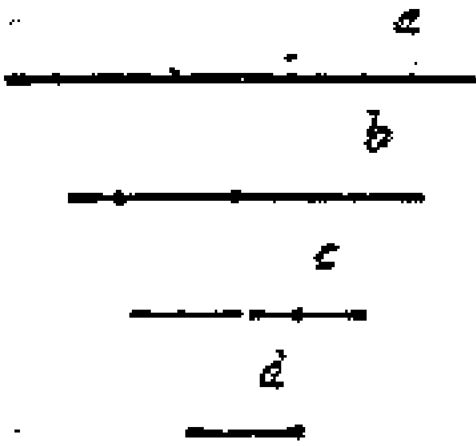
Euclide

Euclide diceua lui haueria trouato quello che il detto Euclide diceua,)per ilche ui sopragiunse tante uarie conditioni,nel soprauanzare e diminuire di multiplici, & massime sopra la nona, similmente per fondarse totalmente sopra la esperientia & accidenti de numeri non puol tolerare, che la proportione della prima alla tertia di tre quantità continue proportionale,se dica dupplicata alla proportione che è dalla prima alla seconda(come di sopra appare)perche la denominatione di tal proportione,nelli numeri non risuona allo audito si come il doppiamento di numeri, & però uuole che la se dica in se moltiplicata, & non considera che nelle quantità continue nō hauemo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, perilche non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se manifesta sopra la detta decimaottaua del sesto & in molti altri lochi,ideo.

Diffinitione. 12.

11 Quando seranno quattro quantità continue proportionale,la pro-
10 portione della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.

Il Tradottore.

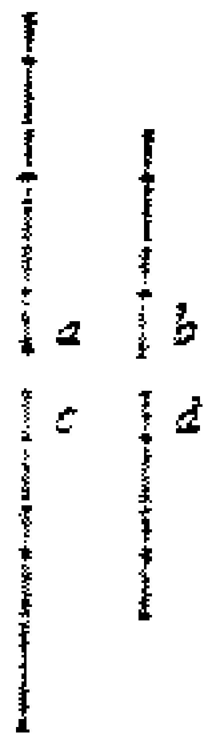


El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesmi errori della passata,cioè de diffinitione la retira in propositione, & similmente per fondarse sopra il treplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione nō ben suoni a chiamarla treplicata,anci pare a lui che responderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla seconda in se dapoi nel produtto multiplicata,ma uorria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione)se potria dittare la trigesima sesta propositione del undecimo,ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue)esponeremo simplicemente la soprascritta diffinitione,dico adonque che hauēdo Euclide nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio,ouer il dopplicare d'una proportione nelle quātità continue, al presente in questa diffinisse,come si debbia intendere il treppio, ouer il treplicare d'una proportione. & dice come di sopra le sue parole sonano,cioè che'l sarà quattro quantità continue proportionale che la proportione,della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda,essempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale a.b.c.d. & sia supposta la.a. prima. b. secondo.a.c tertia.d.quarta dice che la proportione della.a.alla.d.se dirà per l'aduenire il treppio della proportione che è dalla.a.alla.b. cioè treppiata a quella, & cosi si debbe intendere il treplicare,ouer il treppio d'una proportione,perche secondo questo modo,& secondo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesima sesta propositione del undecimo libro.

Diffinitione. 13.

12 Le quantità che ſono in una proportione, lo ãtecedente al conſequẽ
11. 12 te, & lo antecedente al conſequente, ſe dirà è contrario, ſi come lo con-
13. ſequente allo antecedente, coſi lo conſequente allo antecedente: ſimilmente permututamente, ſi come lo antecedente allo antecedente, coſi anchora lo conſequente al conſequente.

Il Tradottore.



Quivi l'Auttor ne incomincia a diffinire le ſpecie della proportionalità, lequale nella prima tradottione ſono ſette (aben che il Cãpano dica ſei) ma nella ſeconda tradottione ſono undeci, la prima dellequale è detta (ſemplicemente) proportionalità: le altre dieci ſe dicono proportionalità, conuerſa, permutata, cõgiũta, diſgiũta, euerſa, equa, ordinata, inordinata, diſteſa, & perturbata, come nelle ſequente diffinitione appare, el diffiniſſe adonque ſotto breuità la prima, ſeconda, & tertia ſpecie, & dice che le quantità che ſono in una proportione (cioè ſemplicemente proportionale) ſe intende lo antecedente al conſequente, ſi come lo antecedente al conſequente, cioè la prima alla ſeconda, ſi come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione ſe chiama antecedente, & lo ſecondo conſequente: ma accio meglio mi intendi, ſiano li quattro quantità. a. b. c. d. & ſia ſuppoſto la. a. prima. b. ſeconda. c. tertia & . d. quarta, hor dico che ſel ſi concludeſſe (ſemplicemente) tali quantità eſſer proportionale, l'Auttor uol che tal concluſione ſe intenda che lo antecedente. a. al ſuo conſequente. b. ſia ſi come lo antecedente. c. al ſuo conſequente. d. (cioè la prima alla ſeconda eſſer ſi come la tertia alla quarta) & queſta tal ſimilitudine di proportione e detta ſemplicemente proportionalità, ma quãdo che il ſe concludeſſe (come ſi fa nel correlario della quarta propoſitione di queſto) che le dette quattro quantità fuſſeno proportionale al contrario, l'Auttor diffiniſſe che tal concluſione ſi debba intendere che lo conſequente. b. allo ſuo antecedente. a. ſia ſi come lo conſequente. d. al ſuo antecedente. c. cioè dalla ſeconda alla prima come dalla quarta alla tertia, et tal ſimilitudine di proportioni, (a differentia dell'altra di ſopra detta) ſe adimãda proportionalità cõuerſa, ouero al contrario, ma quando che il concludeſſe (come ſi fa nella ſeſtadecima di queſto) che le dette quattro quantità fuſſeno permutatamente proportionale, lo Auttor diffiniſſe che tal concluſione ſi debba intendere che lo antecedente. a. allo antecedente. c. ſia ſi come il conſequente. b. al conſequente. d. cioè della prima alla tertia, eſſer ſi come della ſeconda alla quarta, & tal ſimilitudine di proportioni (a differentia delle altre ſpecie) è detta proportionalità permutata.

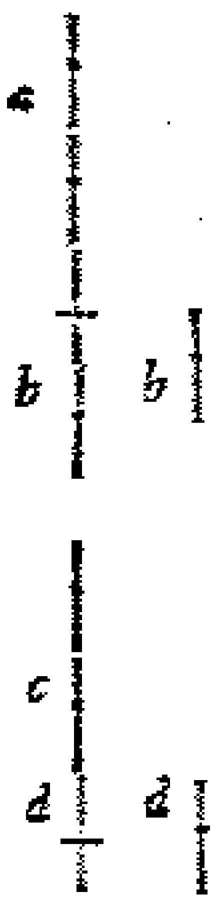
Diffinitione. 14.

13
14 Ma ogni uolta che ſi come lo antecedente con il conſequente al con

sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

Quivi l'Auttor diffinisse che ogni volta che'l congionto del antecedente con il consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto d'un'altro antecedente con el suo consequente, al ditto suo consequente (cioè che il congionto della prima quantità con la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo congionto della terza & quarta alla quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità congionta, e però quando che'l si concludesse (come si fa nella decimaottava di questo) che le sopra date quattro quātità .a.b.c.d. fussero cōgiontamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congionto della .a. & .b. (insieme) alla .b. havere tal proportione, come il congionto della .c. & .d. alla .d.



Diffinitione. 15.

14/15 Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedē ti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportionalità disgionta.

Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, esempli gratia, se per caso fusse quattro quantità .a.b. prima .b. seconda .c.d. tertia &, d, quarta, et che la proportione della .a.b. alla .b. fusse si come della .c.d. alla .d. & che da questo il se concludesse (come si fa nella decimasettima di questo (tai quantità essere disgiontamente proportionale, l'auttor vuole che tal conclusione se intenda che la differentia che è dal antecedente, a,b, al suo consequente .b. (cioè la semplice .a.) a esso cōsequente .b. esser si come la differentia che e dal antecedente .c.d. al suo consequente .d. (cioè la semplice .c.) a esso consequente .d. tal similitudine di proportioni se dice proportionalità disgionta.

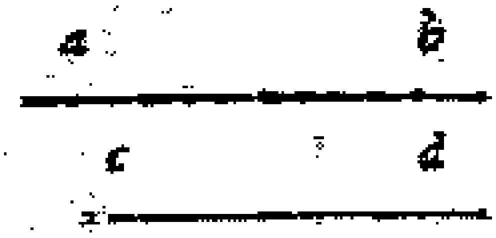
Diffinitione. 16.

15/16 La similitudine delle proportioni di qual si voglia antecedenti alli suoi augmenti sopra li suoi consequēti, se dice proportionalità eversa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se la proportione della .a.b. alla, b, fusse si come della, c, d, alla .d. & che da questo il se concludesse tai quantità esser eversamēte proportionale, l'aut

tor

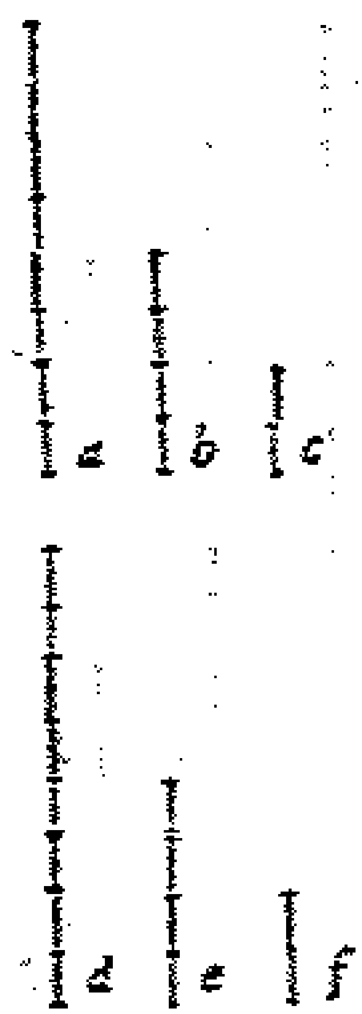


tor uuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello ãtecedente .a.b. alla semplice .a. (cioè alla differẽtia che e dalla .a.b. alla semplice .b.) esser si come la proportione dello antecedente .c.d. alla semplice .c. (cioè alla differẽtia che e dalla .c.d. alla semplice .d.) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità euersa.

Diffinitione.17.

16/17 Proposte piu quantità, & altre secõdo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso qual numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi è duoi estremi, se dice proportionalità equal.

Il Tradottore.



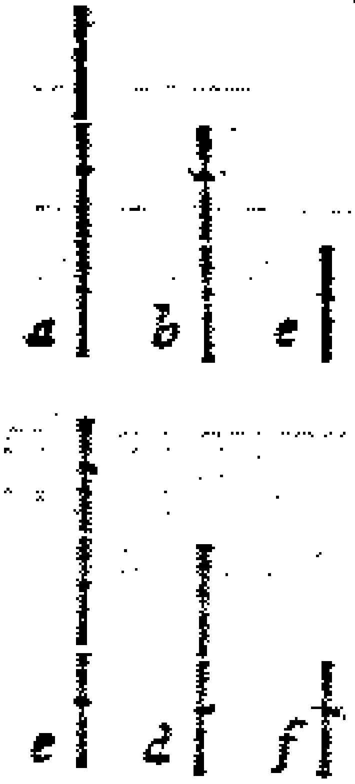
L'Autor dice che quando fussено proposte piu quantità dall'un lato. (come seria a dire per essempio le tre .a.b.c.) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre .d.e.f. o siano del medesimo genere, ouer d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella uigesima seconda di questo) cioè che dalla .d. alla .e. fusse si come dalla .a. alla .b. et dalla .e. alla .f. si come dalla .b. alla .c. ouer per ordine cõtrario (come se propone ĩ la uigesima tertia di questo) cioè che la proportione della .d. alla .e. fusse si come della .b. alla .c. & dalla .e. alla .f. si come dalla .a. alla .b. & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta uigesima seconda & uigesima tertia di questo) che le dette quantità fussено proportionale ĩ la equal proportionalità, l'Auttor uuole tal cõclusione se intenda che li estremi sono proportionali, cioè la proportione dalla .a. alla .c. esser si come dalla .d. alla .f.

Diffinitione. 18.

9/18 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al consequente serà si come lo antecedente al consequẽnte, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

Il Tradottore.

L'Auttore ne aduertisse come si debbia intendere la proportionalità ordinata in duoi ordini di quantità, esempli gratia, se la proportionalità della .a. alla .b. serà

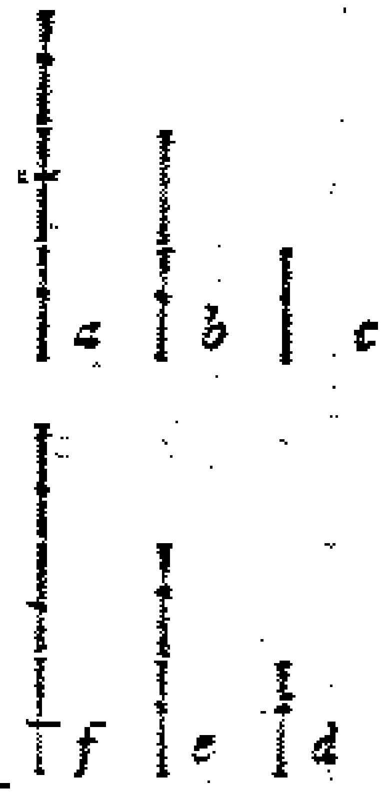


si come della.c.alla.d.(cioè lo antecedente,a,al suo consequē te,b,si come lo antecedente,c,al suo consequente,d,) et che lo cōsequēte,b,habbia tal proportione a unaltra cosa) poniamo alla,e,) si come lo consequente,d, a unaltra (poniamo alla.f.) il uuole che questa specie di proportionalità sia intesa ordinata.

Diffinitione. 19.

o/19 La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al consequente serà come l'antecedente,al consequente,& il consequente a unaltra cosa,come unaltra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

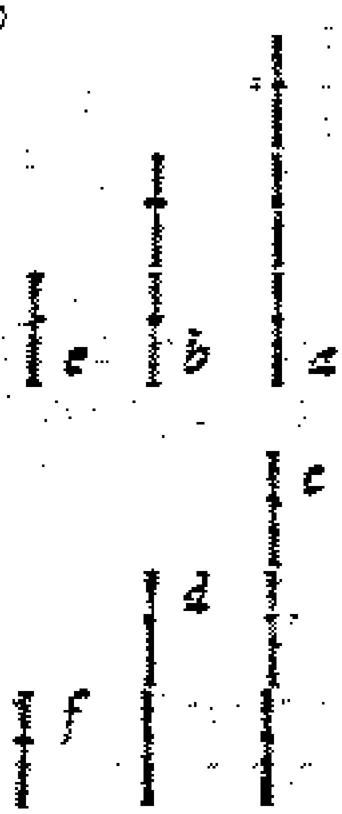


Esempli gratia, essendo le quattro quantità, a,b,c,d, & che la,a,fusse supposta prima,b,seconda,c,terza e d,quarta, et che la proportione della antecedente,a,al suo consequente. b,fusse si come quella del antecedente,c, al suo cōsequente,d, & che da poi il se trouasse, ouer approuasse che lo consequente,b,hauesse tal proportione a unaltra cosa(poniamo alla.e.) si come hauesse unaltra cosa(poniamo,f,)allo antecedente.c. tal proportionalità è detta inordinata.

Diffinitione. 20.

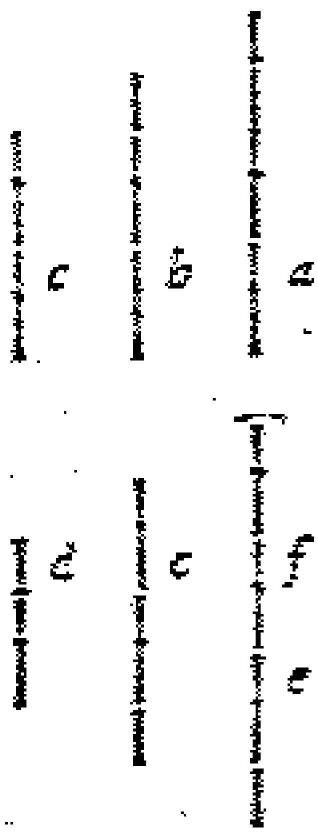
o/20 La proportionalità distesa e quando uno antecedente a un consequente serà si come uno antecedente a uno consequente,ma serà si come lo consequente a un'altra cosa cosi lo consequente a una altra.

Il Tradottore.



Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decimaottaua(cioè alla proportionalità ordinata,) perche l'una, e l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al suo consequente sia si come d'un altro antecedente a uno altro consequente, & che il consequente primo sia a un'altra cosa, si come lo secondo a un'altra cosa, che in uero el non uuol dire altro che se la proportione del antecedente.a. al suo consequente.b.serà si come lo antecedente.c. al suo consequente. d,ma *d. ma seria si come lo consequente.b. a un'altra cosa (poniamo al.e.) si come lo consequente.d. a. un'altra cosa (poniamo al.f.) come fu essemplicato sopra la decima ottaua, non dimeno la decimaottaua parla in genere, & questa, in specie, perche in la proportionalità distesa non solamente se intende che la proportione della a. alla.b. sia si come.c. della.d. ma se intende che la sia anchora si come della.b. alla.e. & similmente della.d. alla.f. cioè che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqual cosa in uero non uuol dire altro salvo che siano continue proportionale si le tre.a.b.e. come le tre.c.d.f. ma in una medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni puonno esser, & non esser simile alle due seconde.*

Diffinitione. 21.



o
21

Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al consequente così nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente, & si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa così nelle seconde e una altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in sostantia simile alla decimanona, cioè alla proportionalità inordinata, perche l'una e l'altra dice, che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità, ouer grandezze) così sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime) a un'altra cosa, così sia un'altra cosa (in le seconde) all'antecedente, laqual cosa in uero non uuol dire altro in l'una e l'altra salvo, che se la proportione della,a,alla,b, sia si come della.c. alla.d. & che dal consequente,b, a un'altra cosa (poniamo alla.e.) sia si come un'altra cosa (poniamo.f.) all'antecedente.c. come fu esemplificado anchora sopra la detta decima nona, nientedimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata, si come è della ordinata, alla distesa, cioè la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, ouer diuerse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime, cioè che la proportione dal,b al.e non basta che sia equale a quella che è dal.f. al.c. ma bisogna sia anchora equal a quella ch'è dal.a.al.b. ouer dal,c,al,d, (che è il medesimo) ma nella inordinata se intēde largamente o siano simile, ouer diuerse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità distesa, & la perturbata non gli è differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispondo che do che inquanto alla similitudine delle proportioni non gliè differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, nientedimeno lo argumentare per il modo della distesa è differente da quello della perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della distesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime supposte quantità, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempij appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna aduertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle soprascritte specie di proportionalità, cioè conuersamente, permutatamente, congiontamente, disgiontamente, euersamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, &c. se applicano & usano anchora alla quantità disproportionale, & questo se manifesta dall'Auttore nella uigesima sesta propositione di questo, & nelle altre sequente, perche nella detta uigesima sesta l'Auttor conclude che le quattro quantità proposte in quella seranno conuersamente disproportionale, & nella uigesima settima conclude il medesimo permutatamente, & nella uigesima ottaua conclude pur il medesimo congiontamente, & nella uigesima nona disgiontamente, & nella trigesima euersamente, & nella trigesima prima equalmente nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l'Auttor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quantità inordinatamente disproportionale, come al suo loco si potrà uedere.

Il Tradottore.

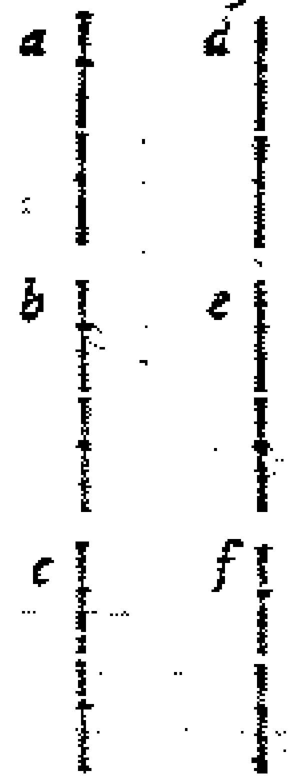
Anchora bisogna notare qualmente tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima tradottione nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che doue nella prima dice quantità, nella seconda dice grandezza, ouer grandezze, la differentia di quali uocaboli, ouer nomi è questa, che questo nome quantità è nome generale per il qual se intende ogni specie, di quantità o sia continua, ouer discreta, & questo nome grandezza, e nome speciale il quale se aspetta solamente alla quantità continua, & aben che credo che tutto quello che l'Auttor propone in questo quinto libro, lui lo propone semplicemente per le quantità continue (benche il medesimo se uerifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano state molte propositioni che ha proposte, ouer replicate nel settimo, nientedimeno per esser questo nome quantità piu usitato tra uulgari che grandezza, quantità e non grandezza, nella nostra tradottione hauemo tradotto, ouer detto, cioè hauemo usato piu li uocaboli, cioè il dir, ouer il proferir della prima tradottione che della seconda.

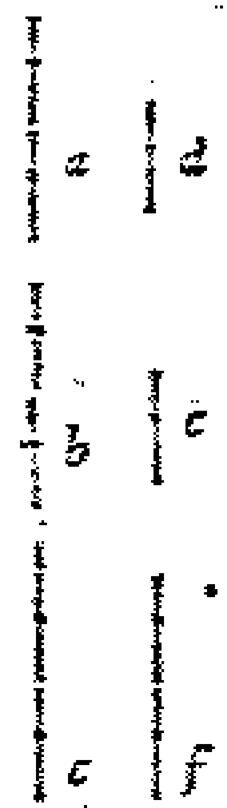
Theorema prima. Propositione prima.

I Se seranno quante quantità si uoglia equalmente multiplice de altre
I tante, ouer de una in una equale, egliè necessario si come è una di quelle alla sua compagna cosi esser anchora tutto lo aggregato da queste, a tutte quelle pur aggregate insieme.

Siano

Siano quante si voglia quantità (poniamo, a, b, c,) dell'altre tante (lequale siano .d.e.f.) equalmente multiplice (ciascuna alla sua compagna) overo che a una per una sian equale, cioè in questo modo, che si come la .a. e multiplice alla .d. cosi sia la .b. multiplice alla .e. similmente la .c. multiplice alla .f. over che se la .a. è equale alla .d. che similmente la .b. sia equale alla .e. & similmente la .c. alla .f. dico che si come che è la .a. alla .d. cosi serà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono .a.b.c.) allo aggregato de tutte le secõde lequal sono .d.e.f. & se a una per una sono equale egliè manifesto il proposito per questa commune scientia, se a cose equale serà aggionto cose equale, le summe seranno anchora equale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice divise quelle secondo la quantità delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della .a. & della prima parte della .b. & della prima parte della .c. serà equale allo aggregato delle, d, e, f, (per la predetta commune scientia agiutando con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità .a.b.c. serà pur equale allo medesimo aggregato delle .d.e.f. & cosi delle altre, & perche questo potrà esser fatto tante volte, quante, che la .d. sia contenuta in la .a. seguirà, che lo aggregato della, d, e, f, tante volte sia contenuto in lo aggregato delle, a, b, c, quante volte la, d, sia contenuta dalla, a, perche adonque quante volte la, d, numera la, a, tante volte lo aggregato delle, d, e, f, numero lo aggregato delle, a, b, c, egliè manifesto che si come la .a. è multiplice alla .d. cosi è lo aggregato delle .a.b.c. allo aggregato delle .d.e.f. che è il proposito.

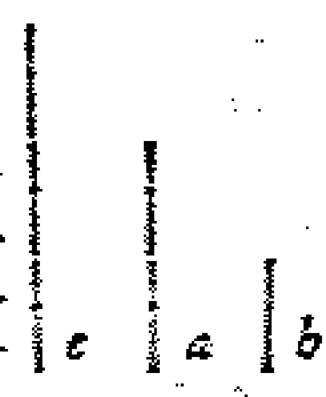


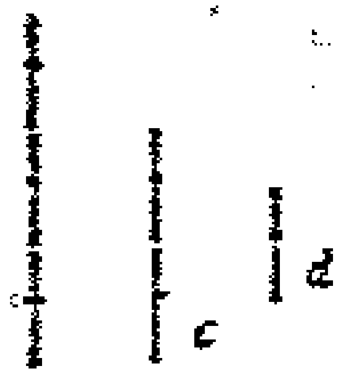


Thorema .2. Propositione .2.

2/2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmente multiplice, e la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composito della prima, & della quinta alla seconda, & il composito della terza, & della sesta alla quarta conuien esser equalmente multiplici.

Siano sei quantità .a. prima .b. seconda .c. terza, .d. quarta .e. quinta .f. sesta, & sian la .a. & la .c. equalmente multiplice alla .b. & alla .d. & anchora la .e. & la .f. sian equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della .a. & .e. è multiplice alla quantità .b. cosi tutto lo aggregato della .c. & .f. è multiplice alla quantità .d. perche il numero secondo il quale la .b. è contenuta dalla .a. è equale al numero secondo il quale la .d. è contenuta dalla .c. similmente anchora, il numero secondo il quale la .b. è con-

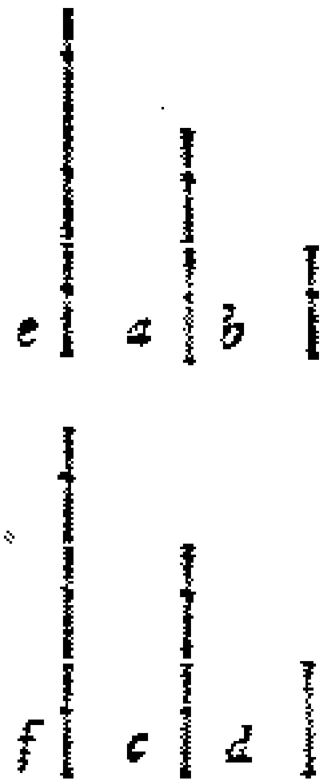




b.e contenuta dalla.e. equale al numero ſecondo il quale la. d. è contenuta dalla.f.(per communa ſcientia, che è ſe a coſe equale ſiano aggionte coſe equale &c.)il numero ſecondo il quale la,d,è contenuta dallo aggregato della,a,& e,ſerà equale al numero ſecondo il quale la.d. è contenuta dallo aggregato della.c.& f.per laqual coſa ſi come che lo aggregato della.a. & e.è multiplice alla,b, coſi e lo aggregato della.c. & f.multiplice alla.d.che è il propoſito.

Thorema. 3. Propoſitione.3.

3/3 Se il primo termine del ſecondo,& il terzo del quarto ſeranno equalmente multiplici, & ſiano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al ſecondo, & il multiplice del terzo al quarto ſeranno equalmente multiplici.

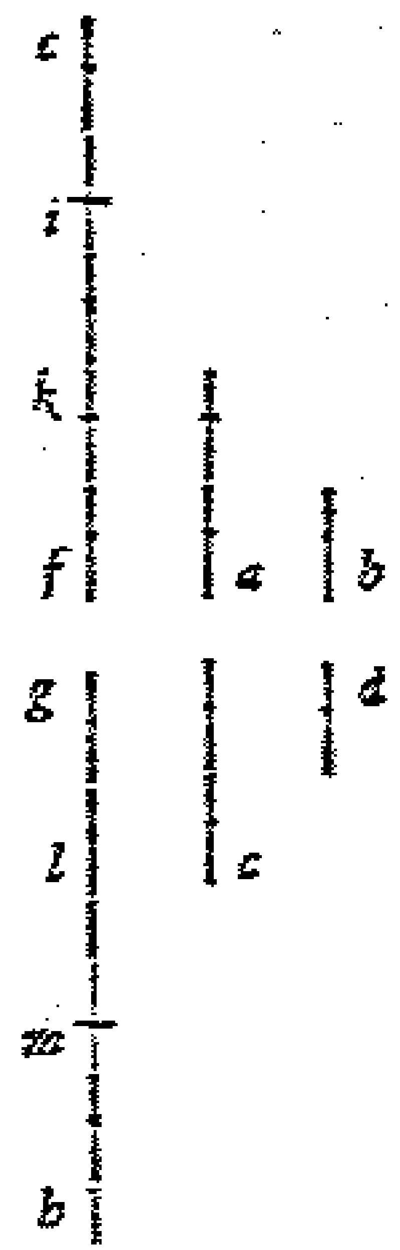


Siano ſei quantità.a.prima.b.ſeconda,c,terza,d,quarta, e, quinta,f.ſeſta,e,ſian la,a,alla,b,& la,c,alla,d,equalmente multiplice , & anchora la,e,alla,a,& la,f,alla,c, equalmente multiplice,dico che ſi come che la, e. è multiplice alla, b,coſi è la,f,alla,d,perche ſe'l ſerà diuiſa la,e,ſecondo la quãtità della,a,ſuo ſubmultiplice et la,f,ſecondo la quantità della.c. & (per la equalità delle parti della, e, alla, a, & delle parti della,f, alla, c,) ſerà che quala ſi uoglia delle parti della,e, ſia coſi multiplice alla,b, ſi come quale ſi uoglia delle parti della,f,alla.d, perche adonque ſi come che la prima parte della,e,e multiplice alla. b. come la prima parte della f, multiplice alla,d,& anchora ſi come che la ſeconda parte della,e,e multiplice alla, b, coſi è la ſeconda della,f, alla,d, adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della,e,ſeran coſi multiplice alla,b,ſi come lo aggregato delle due prime parti della,f,alla,d,& perche anchora la parte terza della,e, (ſegli ſerà alcuna terza parte)e coſi multiplice alla,b,ſi come che la terza della, f,alla,d,(per la medeſima precedente) ſeguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della, e, ſia coſi multiplice alla,b,ſi come tutto lo aggregato delle tre prime parti della, f, alla, d,& coſi ſe fuſſeno più parti della,e,e della, f,componendo ſempre le ſequente con lo aggregato delle prime,concludendo che ſi come che è la,e,multiplice alla, b, coſi è la,f, alla,d,(per la precedente)tolta tante uolte quante parti ſiano ſtate nella,e, ouero nella.f,manco una,& coſi è manifeſto il propoſito.

Il Tradottore.

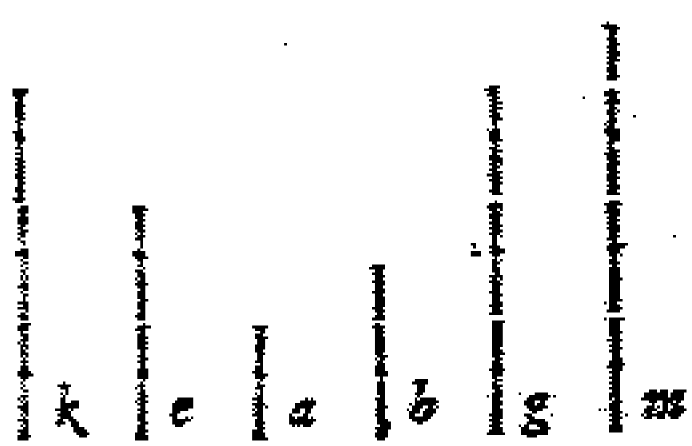
Anchora per un'altro modo ſia il primo termine , a, del ſecondo, b, & ſimilmante il terzo, del quarto, d, equalmente multiplice (hor poniamo doppio) & ſiano

siano tolti li duoi termini, e, f, & g, h, equalmente multiplici del, a, & del, c, (hor poniamo treppii) dico che il termine, e, f, del, b, & lo, g, h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e, f, del, a, & lo, g, h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quantità sono nel, e, f, equale alla quantità, a, tante anchora ne sono nella quantità, g, h, equale alla quantità, c, sia adonque diuiso, f, e, in quantità equale alla, a, cioè in, e, i, i, k, & K, f, (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente, g, h, in quantità equale alla, c, cioè in, g, l, l, m, et m, h, che seranno pur per numero tre si come quelle della, f, e, (per esser presupposte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quantità, c, della, d, sono equalmente multiplice, & perche la, e, i, è equale alla, a, & la, g, l, alla, c, adonque la e, i, della, b, & la, g, l, della, d, sono equalmente multiplice & per questa medesima ragione la, i, K, alla, b, et la, l, m, alla, d, seranno equalmente multiplice, & similmente la, K, f, & la, m, h, adonque queste sei quantità seranno, e, l, prima, b, seconda, g, l, terza, d, quarta, i, K, quinta et, l, m, sesta delle quale la prima, e, l, alla seconda, b, & la terza, g, l, alla quarta, d, sono equalmente multiplice, & la quinta, i, k, alla seconda, b, & la sesta, l, m, alla quarta, d, sono similmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioè tutta la quantità, e, k,) alla seconda, b, & lo congionto della terza & della sesta (cioè tutta la quantità, g, m,) alla quarta, d, seranno equalmente multiplice (per la precedente propositione) anchora haueremo sei quantità, cioè, e, K, prima alla, b, seconda, & la, g, m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la, k, f, quinta alla, b, seconda, & la, m, h, sesta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il congionto della prima & della quinta (cioè tutto, e, f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della sesta (cioè tutta la, g, h,) alla, d, (per la medesima precedente) seranno equalmente multiplice, & cosi se andaria procedendo quando che gli fusse piu parti, cioè che la, e, f, alla, a, & la, g, h, alla, c, fussero stati equalmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il proposito.

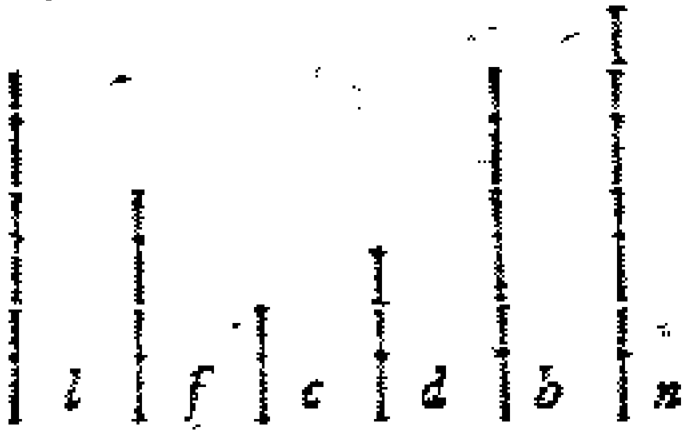


Theorema.4. Propositione.4.

4/4 Se la proportion del primo al secondo serà si come del terzo al quarto, & sian assignati li multiplici tolti equalmente al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo e al quarto, seranno li assignati multiplici nel medesimo ordine proportionali.



Sia



Sia la proportione del.a.primo al.b.secondo si come del.c.terzo al.d.quarto, & siano tolti.e.al.a.& f.al.c.equalmente multiplici, & anchora.g.al.b.& .h.al.d.equalmente multiplici, dico che la proportione dal.e.al.g. e si come dal.f.al.h. siano tolti.K.al.e.& l.al.f.equalmente multiplici, & anchora.m.al.g.& .n.al.h.equalmente multiplici, et perche.e.& f.sono equalmente multiplici.al.a.& al.c.similmente.K.& .l.equalmente multiplici al.e.& .al.f.(per la precedente) k.& l.feranno equalmente multiplici al.a.& .al.c.(per la medesima) anchora.m.& .n.feranno equalmente multiplici al.b.& .d.per laqual cosa el.k.al.m.& l.al.n.(per il conuerso della diffinitione della proportionalità discontinua) quelli feranno simili nel aggiongere, sminuire & equaliare, adonque perche.K.& .l.sono equalmente multiplici al.e.& .al.f.& anchora.m.& .n.sono pur equalmente multiplici al.g.& .h.(per la diffinitione della proportionalità discõtinua) la proportione del.e.al.g. è si come del.f.al.h. che è il proposito.

Lema, ouero assumptione.

0/4 Adonque per essere stato dimostrato che se la.K.eccede la.m. similmente la.l.eccede la.n.& se è equale, è equale:& se è minore è minore, e per questo dalla.g.alla.e.ferà cosi come dalla.h.alla.f.

Correlario.

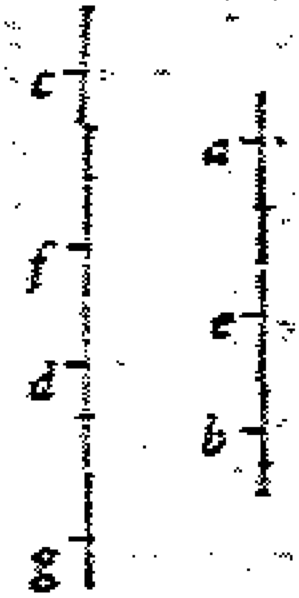
0/4 Da qui è manifesto che se quattro grandezze feranno proportionale anchora al contrario feranno proportionale.

Theorema. 5. Proposițione. 5.

0/4 Se feranno due quantità dellequale una sia parte dell'altro, & sia sminuido dall'una & l'altra medesima parte, il rimanente al rimanẽte, & il tutto al tutto, feranno equalmente multiplici, ouero, in questo altro modo, se la ferà aliquota il restante del restante, ferà tale parte quale è il tutto del tutto.

Sia la quantità.a.b.tal parte della quantità.c.d.qual è la.e.b.della medesima a.b.& sia cauata la quantità.a.b.dalla quantità.c.d.& sia il residuo la.f.c.onde la.f.d.ferà equale alla.a.b.sia anchora similmente cauata la.e.b.dalla quantità a.b.& sia il residuo la.e.a.dico che qual parte è la quantità.a.b.della quantità.c.d.tal.e la quantità.a.e.della quantità.c.f.perche conciosia che la.f.d.sia equale alla.a.b.la detta.f.d.ferà cosi multiplice alla.e.b.si come che è la.c.d.multiplice alla.a.b.ponerò adonque la.d.g.cosi multiplice alla.a.e.si come che la.f.d.è multiplice alla.e.b.(& per la prima di questo) la quantità.f.g.ferà cosi multiplice al-

la.a.b.si come che la.f.d,è multiplice alla.e.b.& perche la.c.d.fu supposta cosi multiplice alla.a.b.si come la.f.d.fu multiplice alla.e b.l'una e l'altra delle due quantità.c.d.& f.g.serà equalmente multiplice della quantità.a.b.per laqual cosa (per communa scientia) le due quantità.c.d.& f.g.sono equale fra loro,adonque leuãdo uia dall'una & dall'altra di quelle la quantità.f.d.restarà la.c.f.equale alla,d,g,e perche la,d,g,fu cosi multiplice alla,a,e,si come che è la,f,d,alla,e,b,e però è si come la,a,b,alla e,b, p laqual cosa, & si come la,c,d,alla,a,b,serà adonque la,c,f,cosi multiplice alla.a,e,si come che è tutta la,c,d,di tutta la.a.b.che è il proposito.



Il Tradottore.

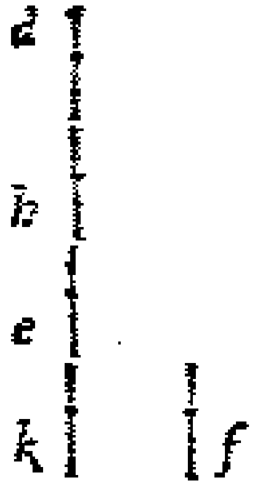
El testo di questa quinta propositione in la seconda tradotttione, dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine serà equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo serà cosi multiplice come è il tutto,al tutto laqual propositione e piu generale della soprascritta, per che quella non astringe che la.e.b.sia la medesima parte de.a.b.quale è la.a.b.della.c.d.pur che la detta.e.b.sia tal parte della parte.f.d.quale è tutta la.a.b.di la tutta.c.d.conclude che'l residuo.e.a.serà medesima parte del residuo.f.c.laqual cosa medesimamente se dimostra tollendo pur la.g.d.come di sopra, & arguire (per la prima di questo) se concluderà la.g.d.essere equale alla.c.f.

Theorema.6. Propositione.6.

6 Se seranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & siano
6 sottratte le due minore dalle due maggior,cioè l'una & l'altra dalla sua multiplice,li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multiplici,ouero a quelle equali.

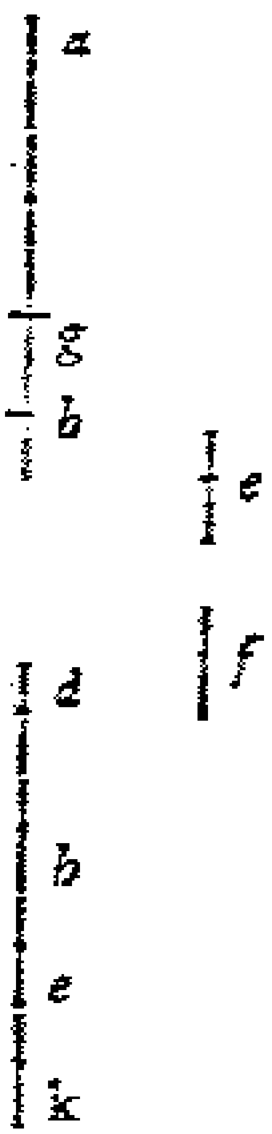
Siano le quantità,cioè la.a.b.alla.c.& la.d.e.alla.f.equalmente multiplice & siano sottratte la.c.dalla.a.b.& la.f.dalla.d.e.& siano li residui della.a.b.la.a.g.& (della.d.e.) la.d.h.per ilche la.g.b.serà equale alla.c.& la.h.e.equale alla.f.dico che li duoi residui.a.g.& .d.h.ouero che seranno equali alle due quantità.c.& f.ouero che seranno a quelle equalmente multiplice, sia adonque primamente la.a,g,equale alla.c.dico che la,d,h,è equale alla,f.& per dimostrare questo io torò la quantità.e.k.equale alla,f, et per li precedenti presupposti seguiria che tante uolte la.f.sia in la,K,h,quante uolte la.c,e,in la.a.b.per laqual cosa si come che la,a,b, e multiplice alla.c.cosi la,h,k,e multiplice alla,f,& cosi anchora la,d,e,era multiplice della medesima,f,adonque (per communa scientia) la,h,k,serà equale alla,d,e,adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantità.h.e.restarà la,d,h,equale alla,e,K,per laqual cosa serà equale alla,f,che è il proposito,ma se la,a,g,serà multiplice alla.c.

ponerà



ponerò la.e.k. che sia similmente equalmente multiplice alla.f. & seguirà come prima che tante uolte la f. sia in la.h.K. quante uolte la c. sia in la.a.b. et tante uolte era anchora in la.d.e. adonque come prima serà la.d.e. equale alla.h.k. & la.d.h. alla e.k. per laqualcosa si come che la.a.g. è multiplice alla.c. cosi e la.d.h. multiplice alla.f. che è lo proposito, a demostrare il medesimo altramente, conciosia che la quantità.a.b. contenga la quantità.c. per quel medesimo numero secondo ilquale la quantità.d.e. contiene la quantità.f. leuando adonque uia da quel tal numero la unità, remanerà ouer la unità, ouer il numero secondo che la.a.g. contiene la.c. & che la.d.h. contiene la.f. adonque egliè manifesto le quantità, a, g, & d, h, ouero essere equale, ouer equalmente multiplice alle quantità, c, & f.

Il Tradottore.



Se le due quantità.a.b. & d.e. seranno equalmente doppie alle due quantità.c. & f. (come nel primo essempio appare) sotratto le due minore dalle due maggiore (cioè la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e.) li duoi rimanenti, cioè.a.g. & d.h. seran equali alle dette parti, cioè lo rimanente.a.g. serà equali alla quantità.c. & lo.d.h. alla.f. ma se le dette due quantità.a.b. & d.e. seranno pur equalmente multiplice alle dette.c. & f. ma in altra maggiore multiplicità che doppia, sotratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità.a.b. & d.e. fussero state equalmente triple alle dette due.c. & f. (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui seranno equalmente doppij, alle dette due parti, cioè lo residuo, a, g, serà doppio alla c. & lo.d.h. alla.f. (come nella detta secõda figuratione appare) & conseguiria in ogni altra maggiore multiplica, essempli gratia, se le dette quantità.a.b. & d.e. fossero state equalmente quadruple alle dette due.c. & f. li duoi rimanenti.a.g. & d.h. seriano stati equalmente tripli alle dette.c. & f. et se fussero stati quincupli li detti rimanenti seriano stati quadrupli.

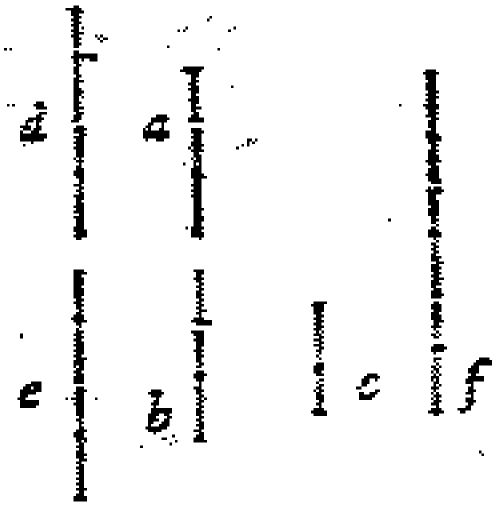
Theorema.7. Propositione.7.

7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si uoglia quantità, di quelle a quella serà una medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

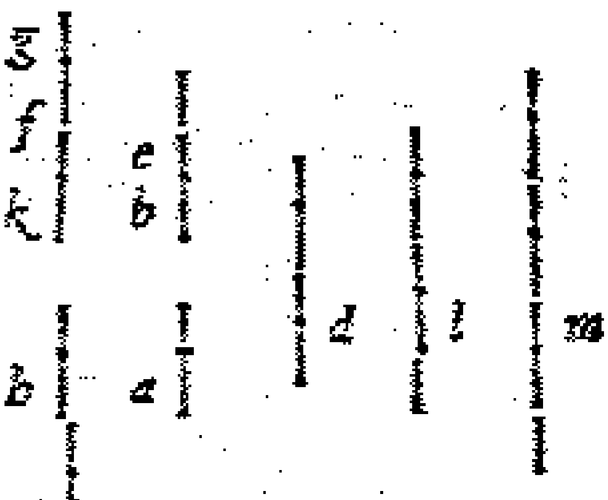
Siano le due quantità.a. & b. equale lequal siano comparate a qual si uoglia terza (come seria alla.c.) dico che la proportion ch'è dalla.a. alla.c. e la medesima che è dalla, b, alla.c. & similmente la proportione che è dalla.c. alla.a. è simile a

quella

quella che è dalla.c.alla.b. la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la.c. sia consequente alla a.(prima) & alla.b.(terza) quella serà in ragione de seconda e quarta pigliarò adonque la.d.alla.a.prima e la.e.alla.b. terza equalmente multiplice, e pigliarò la. f. per quale multiplice mi pare di multiplici della.c. laquale è seconda & quarta, & perche la.a. & la.b.(della quale li suoi multiplici tolti equalmente sono. d.& e.) sono posti equale, seguiria questo che se la.d.se rà diuisa secondo la quantità della.a. & similmente la e.secondo la quantità della.b.che le parti dell'una e dell'altra siano di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplication dell'una e l'altra, ma di quãtità (per questa communa sententia repetita tãte uolte quãte bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equale, perche adonque la prima delle parti della.d.è equal alla prima delle parti, della.e.& la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la.d. quante son in la.e.(per la prima di questo) la.d.serà equale alla.e. per laqual cosa se due quantità equale seranno comparate a un'altra terza quantità (per communa scientia) ouer che ambedue le quantità.d.& e.son maggiore della.f. ouer minore, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della.a. prima alla.c.seconda serà come quella che è dalla.b.terza alla.c.quarta, che è il proposito, la seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la.c.come prima & terza & la.a.seconda & la.b.quarta, e conciosia che la quãtità.f.laqual è equalmẽte multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equaliare delle quantità.d.& e.lequale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la proportione della.c.prima alla.a.seconda sia si come della.c.terza alla.b.quarta, che è il secondo proposito.



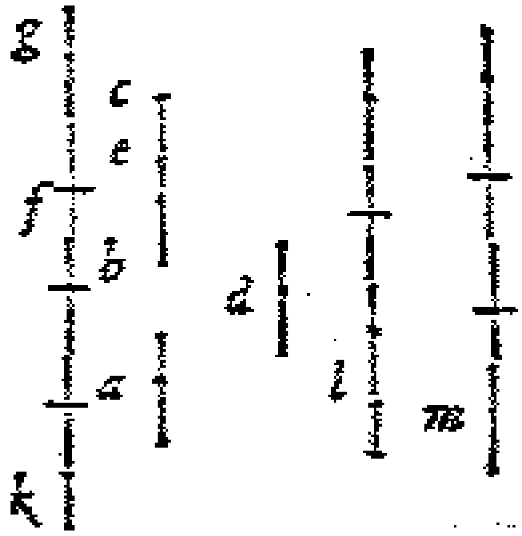
Theorema.8. Propositione.8.

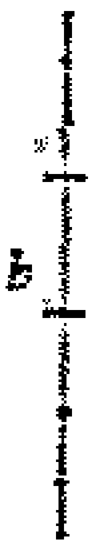


8 Se due quantità inequale seranno pro-
8 portionale a una quantità, certamente la maggior otteguarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore serà maggior, e alla maggior serà minor.

Siano due quãtità inequale.a.& b.c.& sia maggior la.b.c.e siano proportionate a una medema quantità laqual sia.d.dico che la proportione della.b.c. alla.d.è maggior di quella che è dalla.a.alla.d.et per il cõtrario maggior è quella della.d. alla.a.che della.d.alla.b.c.& p approuar la prima parte io ponerò la.e.b.equale alla.a.e multiplicarò tante uolte la.e.c.che ne peruenga una quãtità maggior della.d.

la.d.& quella sia la.f.g. & torò la.K.f. cosi multiplice alla.b.e. similmente la.b. cosi multiplice alla.a.si come la.f.g.è multiplice alla.e.c. & (per la prima di questo)la.b. serà cosi multiplice alla.a.si come che la.k.g. e multiplice alla,b,c, serà anchora la.b.equale alla.k.f.per questa causa che le submultiplice di quello(le quale sono,a,&,b,e,)sono state poste equale,anchora ponerò che la.b. non sia minore della.d.ma equale,ouer maggiore, perche multiplicarò tante volte cadauna delle tre quantità.e.c.b.e.& .a.equalmente che la,f,g,(multiplice della.e.c.)peruenga maggior della.d.questo bisogna osseruar nelli primi multiplici cioè che el multiplice,f,g,hauesse queste due conditione cioè che fusse talmente multiplice alla.e.c.prima che la fusse maggior della.d.et oltra di questo che la.b.tolta in tal multiplicità alla.a.tal.b.non sia menor della.d.ma o equale ouer maggiore,& che la.b.(multiplice della a.)non peruenga minore della medesima, & dapoi questo multiplicarò tante volte la,d,che ne peruenga quantità maggior della.b. & sia la.m. la prima quantità di multiplici della.d.che è maggior della,b,sotto dellaquale torò l'altra maggiore multiplice della.d.(ouero la equale a quella se per caso la.m. fusse la prima in l'ordine di multiplici della.d.)la quale sia la,l, & seguirà che la.l. non sia maggiore della.b. & la,m, serà composita della.d. & .l.per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice, & del sempio(com'è il treppio,elqual è composto del doppio et dal sempio)eccetto il primo multiplice (cioè il doppio)ilquale è solamente cōposto da duoi sempii, perche,adonque la,b,e equale alla.k.f.la detta.k.f.nō serà minore della,l, adonque la,k,f, insieme con la d.non fanno meno che la,l,& d,per laqual cosa nō fanno meno che.m & perche la,f,g,è maggiore del la,d,la k.g.serà maggiore della.m. adonque intenderò la quantità,b,c,prima,la,d,seconda.la,a,terza, & la,d,quarta,et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmente,cioè la.k.g. & la.b.similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici equalmente,zoè è uno medesimo in ragione de duoi ilquale è la.m. & la.k.g.(multiplice della prima)sopra auanza,ouero eccede la.m. multiplice della seconda, & la.b.(multiplice della terza)non sopra auanza, ouer eccede la.m.multiplice della quarta,(per la diffinitione della maggiore disproportionalità)la proportione della.b.c.prima alla.d. seconda serà maggiore che della.a.terza alla.d.quarta, che è il primo proposito il secondo tu lo approuerai per la medesima diffinitione,per contrario ordine intendendo che la.d.sia prima & terza,& la.a.seconda,& la.b,c,quarta, & perche la.m.(multiplice della prima)eccede, ouer sopra auanza la.b.(multiplice della seconda)& la.m.(multiplice della terza)non sopra auanza la.k.g.(multiplice della quarta)per laqual cosa maggior proportione è dalla.d.alla.a.che dalla.d. alla,b,c,che è il secondo proposito,et dal modo di questa dimostratione si manifesta





la suffi-

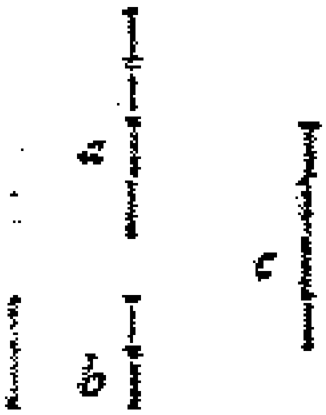
la sufficientia della diffinitione della maggiore disproportionalità posta dall'Auttore in principio di questo quinto libro, perche in niun luoco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla secõda che della terza alla quarta che'l non accaschi sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et alla terza, liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouerà lo multiplice della prima sopra auanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non sopra auanzare lo multiplice della quarta, e questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quãtita.d. fusse tre, & che la quantità.b. fusse.14. el primo multiplice della.d. che eccedesse la.b. (cioè la.m.) seria il quintuplo (cioè quindeci) & la.l. seria il quadruplo (cioè dudeci) ma se la.b. fusse solamente cinque la.m. seria il doppio della,d, (cioè sei) & la.l. seria equale alla.d. anchora bisogna notare che'l primo di multiplici d'una quantità se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, et essa prima quantità se chiama il sempio.

Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se la proportione di alcune quantità a una quantità
9 serà una medesima, egliè necessario quelle quantità esser equal, & se la proportione dell'una a quelle serà una medesima similmente egliè necessario quelle esser equale.



Sia la proportione delle due quantità.a. & b. alla quantità.c. una medesima, dico che quelle esser equale, & al contrario se la proportione della.c. all'una e l'altra di quelle serà una medesima, dico similmente quelle esser equale, questa è al contrario della settima il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) ponimo se possibile è che una di quelle sia maggiore ponimo la.a. (per la prima parte della precedente) la proportione della.a. alla.c. serà maggiore che quella della.b. alla.c, che è contra il presupposito, il secondo anchora è manifesto, perche se la,a, è maggiore della.b. (per la seconda parte della precedente) la proportione della.c. alla.b. serà maggiore che alla.a. laqual cosa è anchora contra il presupposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

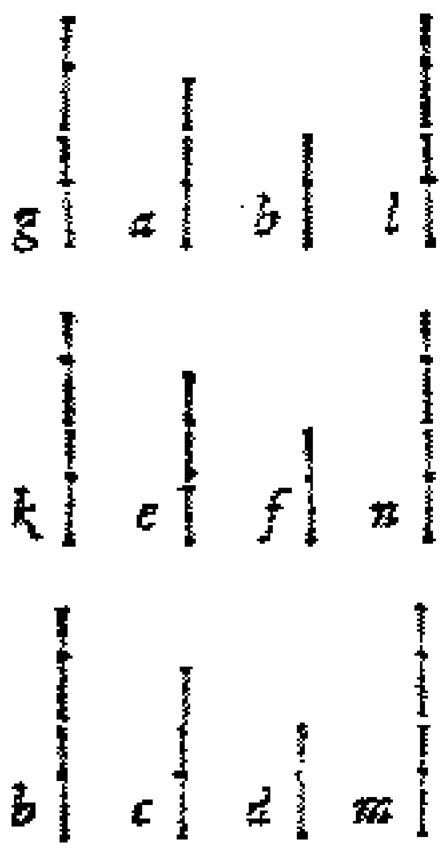
10 Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità serà
10 maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima serà maggiore egliè necessario quella esser minore.

Se la

Se la proportione della .a. alla .c. serà maggiore di quella che è dalla .b. alla .c. dico la .a. esser maggiore della .b. & se la proportione della .c. alla .b. serà maggiore di quella che è della detta ,c, alla ,a, al l'hora dico la ,e, esser maggior della .b. (questa è al contrario della ottaua) il primo proposito è manifesto (per la prima parte della settima, e per la prima parte della ottaua) perche (per la prima parte della settima) la .a. non serà equale alla .b. ne anchora minore (per la prima parte della ottaua) il secondo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema .11. Propositione .11.

11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equa-
11 le egliè necessario che fra loro siano equale.



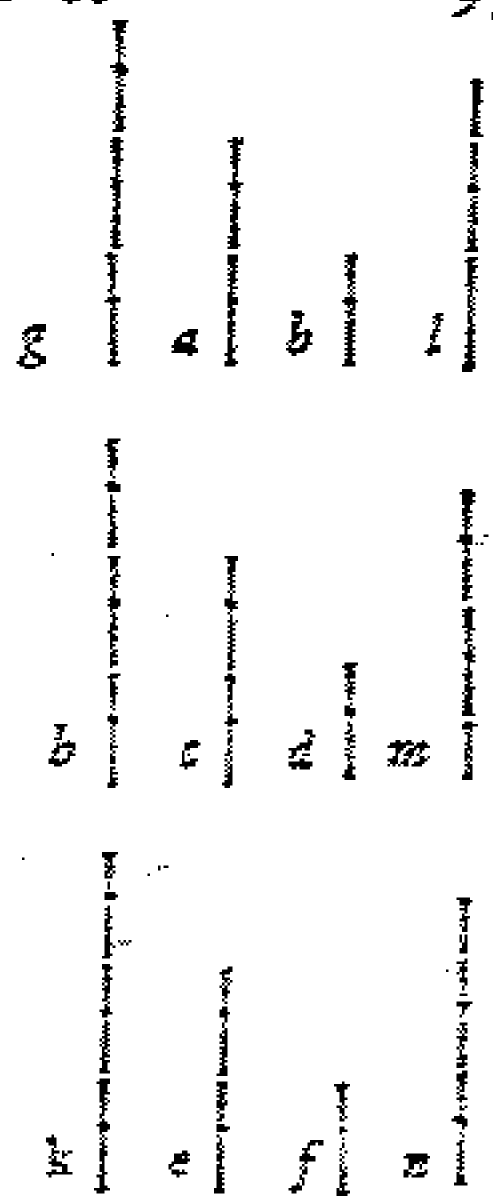
Questa proposition (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le commune sententie) quelle cose che a una medesima cosa son equale ambo ra fra loro sono equal (come intende nella quantità,) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni. sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni, che sono dalla ,a, alla ,b, & dalla ,c, alla ,d, equal alla proportione che è dalla .e. alla .f. dico le proportioni che son dalla ,a, alla ,b, & dalla ,c, alla ,d, esser fra loro equale, & per dimostrar questo io torò la .g. al la ,a, & la ,h, alla ,c, & la ,K, alla ,e, equalmente multiplice, e anchora la .l. alla .b. & la .m. alla .d. & la .n. alla .f. equalmente multiplice, & perche (per il presupposto) la proportione dalla .e. alla .f. è si come dalla ,a, alla ,b, et similmente si come dalla .c, alla ,d, seguiria (per le conuersione della settima diffinitione tolta due volte) che se la .k. eccede la .n. che la ,g, ecceda la ,l, & la ,h, la ,m, & se la .k. manca della ,n, che la ,g, mancarà dalla ,l, & la ,h, dalla ,m, & se la ,K, è equale alla ,n, che la ,g, serà equale alla ,l, & la ,h, alla ,m, perche adonque la ,g, alla ,l, & la ,h, al la ,m, sono simile nel aggionger, diminuire & equalare per mezzo della ,k, & ,n, (per la settima diffinitione) la proportione della ,a, alla ,b, serà si come della ,c, alla ,d, che è il proposito.

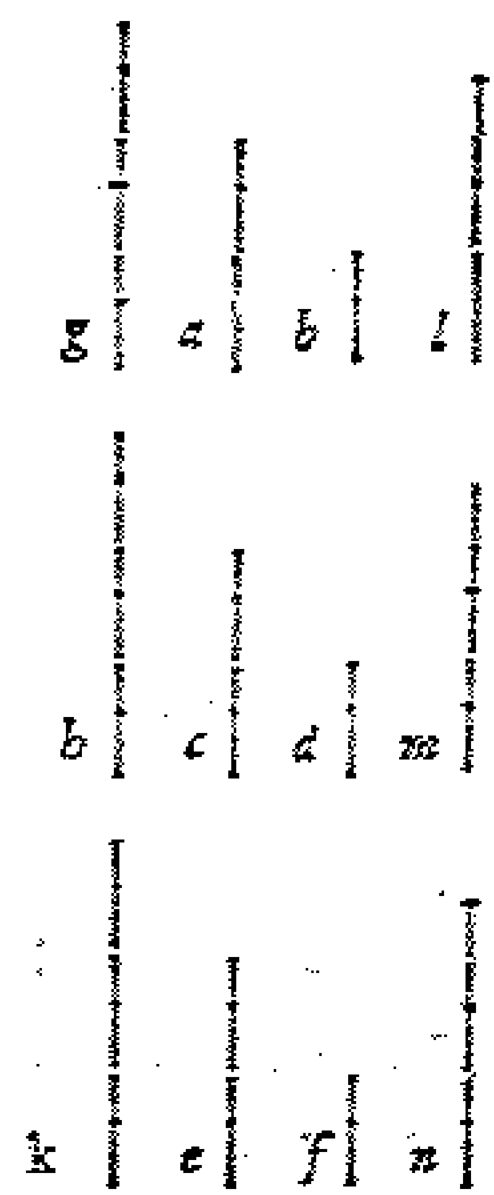
Theorema .12. Propositione .12.

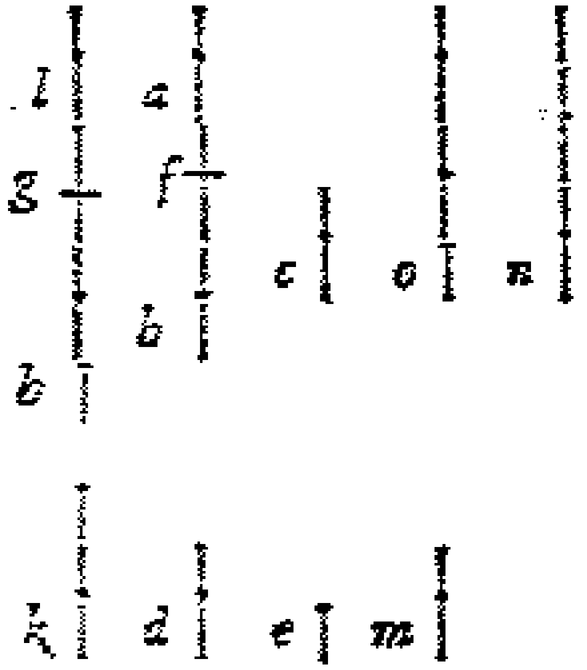
12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter-
12 zo al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.

Similmente

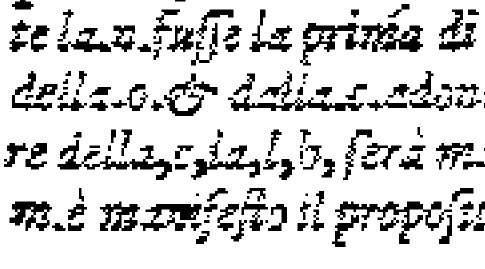
Similmente (come in la precedente) quel che quivi dimostra in le proportioni in le quantità e concessibile, cioè che se due quantità seranno fra loro equal, di qualunq; quantità che l'una di quelle serà maggior anchora l'altra serà maggior di quella medesima, nientedimeno questo se dimostra in le proportioni, come, essempli gratia, se la proportion della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & che la proportion della. c. alla. d. sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la proportione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è della, e, alla, f, & per dimostrar questo io torò la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, k, alla, e, equalmente multiplice & anchora la, l, alla, b, & la, m, alla, d. e la, n, alla, f, equalmente multiplice, e perche per il presupposito la proportion della, c, alla, d, e si come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (per il converso della settima diffinition) seguiria che se la, h, sopravanza la, m, che anchora la, g, sopravanzarà la, l, & per il cōverso della diffinitione della maggiore disproportionalità non è necessario che la, k, sopravanci la, n, adonque perche (per il mezzo della, h, & , m,) se la, g, sopravanza la, l, non è necessario che la, k, sopravanzi la, n, per la diffinitione della maggiore disproportionalità) serà maggior proportion della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che è il proposito, anchora per simel modo tu approverai che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & della, c, alla, d, minore che della e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che della, e, alla, f, conciosia che della, c, alla, d, sia minor proportione che della. e. alla. f. serà adonque la proportione della. e. alla. f. maggiore che della. c. alla. d. adonque (per la conversione della diffinitione della maggiore disproportionalità) se la. k. eccede la. n. non è necessario che la. h. eccede la. m. & se la. h. non eccede. la m. la. g. non eccede la. l. adonque se la. k. eccede la. n. non è necessario che la. g. ecceda la. l. adōque (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della. e. alla. f. serà maggiore che della. a. alla. b. (per il contrario) adonque la proportione della. a. alla. b. serà minore che della. e. alla. f. che è il proposito (et per il modo della demostration della ottava di questo,) & da questa serà manifesto che se la proportione







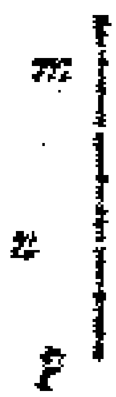
della prima (di quattro quantità) alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, gli casca sempre ritrouarse alcuni multiplici equalmēte tolti alla prima, & alla terza, liquali quando serāno cōparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trouerà il multiplice della prima sopra auāzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della tertia non sopra nāzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta ī questo modo, sia la proportione della .a.b. alla .c. maggiore che della .d. alla .e. io ponerò adonque che la proportione della .a.f. alla .c. sia si come della .d. alla .e. (per questa duodecima & per la decima) la .a.f. serà minore della .a.b. hor poniamo che la sia minore in la quantità .f.b. la qual multiplicarò tāte volte che ne peruenga una quantità maggiore della .c. la qual sia la .g.h. con questa conditione che la .d. multiplicata tante volte produca una quantità non minore della .e. (laqual sia la .k.) hor ponerò che la .l.g. sia cosi multiplice alla .a.f. si come che la .g.h. e multiplice alla .f.b. ouero la .k. alla .d. (per la prima di questo) la .l.h. serà cosi multiplice della .a.b. si come che è la .k. alla .d. dapoi ponerò che la .m. sia la prima quantità multiplice alla .e. che sia maggior della .k. & ponerò la .n. cosi multiplice alla .c. si come che la .m. è multiplice alla .e. (per li precedenti presuppositi, & per la cōuersione della disconiunta proportionalità) la quantità .n. serà la prima di multiplici della .c. che serà maggiore della .l.g. ne la .l.g. serà minore della .d. adonque torò sotto alla .n. la massima della multiplice della .c. ouer a se equale (se per sorte la .n. fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la .o. & la .n. serà composta della .o. & della .c. adonque perche la .l.g. non e minore della .o. & la .g.h. e maggiore della .c. la .l.h. serà maggiore della .n. per laqual cosa essendo la .k. minore della .m. è manifesto il proposito.



Puotemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioè che se'l casca trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla tertia (di quattro quantità) liquali essendo cōparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima ecceda lo multiplice della seconda, & che il multiplice della tertia non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si approua in questo modo, siano le quattro quantità .a. prima .b. seconda .c.d. terza e quarta & sia la .f. alla .a. & la .g. alla .c.d. equalmente multiplice, similmente siano la .h. alla .b. & la .k. alla .e. equalmente multiplice, & poniamo che la .f. ecceda ouer sopra auanci la .h. & che la .g. non sopra auanci la .k. dico che la proportione della .a. alla .b.

è maggior

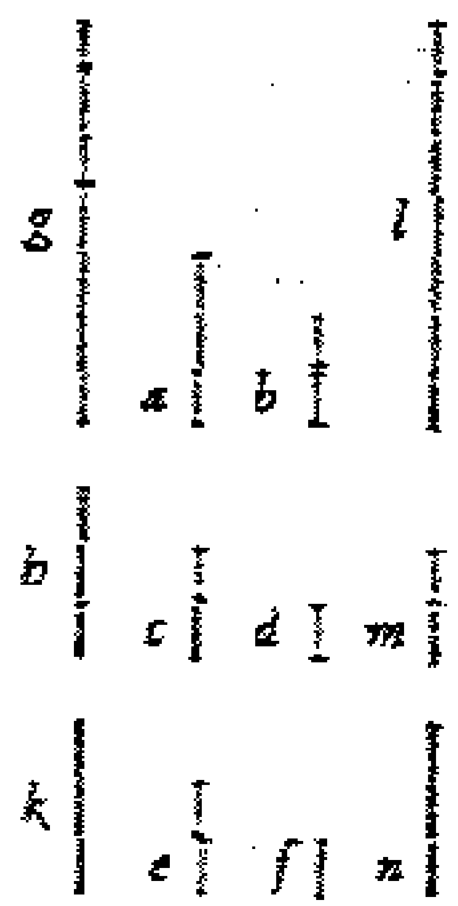
e maggior che della.c.d.alla.e.& se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, cioe che la seria equal, ouer minore: equal nõ pol essere, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la.g.eccederia la.k.laqual cosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della.c.l.alla.e.si come della.a.alla b.& (per la decima di questo) la.c.l.serà minore della.c.d.hor sia minor in la quantità.l.d.adonque ponerò la.m.n.che sia così multiplice alla.c.l.et la.n.p.cosi multiplice alla.l.d.si come che la.f.è multiplice della.a.(& per la prima di questo) la.m.p.serà cosi multiplice alla.c.d.si come che la.f.e multiplice della.a.adonque l'una e l'altra delle due quantità.m.p.& g.e equalmente multiplice alla quantità.c.d.adonque quelle sono equale (perche questa se quella fu dimostrata in la settima di questo) & perche la.g.non e maggiore della.k.la.m.p.non serà maggiore della medesima.K.& (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) la.n.p.e maggiore della.K.imperò che la.f.e maggiore della.k.adonque la.n.p.e maggiore della.m.p.che è impossibile, per laqual cosa rimane il proposito.



Theorema.13. Propositione.13.

13 Se de quante si uoglia quantità ad altre tante a una per una serà una
13 medesima proportione, tal proportione qual serà dell'una all'una quel la medesima anchora serà de tutte quãte le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

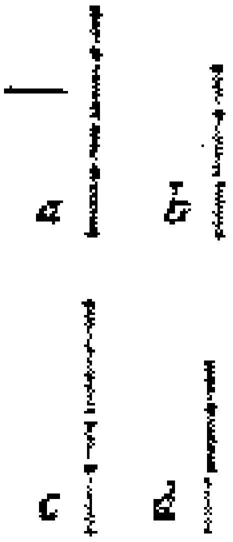
Quello che nella prima propose di multiplici, in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu communa di quella, perche ogni multiplicità e proportione ma non e conuerso, cioè che ogni proportione non è multiplicità. sia adonque della.a.alla.b.et della.c.alla.d.& della.e.alla.f.una proportione, dico che qual proportione e della, a.alla.b.la medesima e del cõposto delle.a.c.e.al composto delle.b.d.f.& per dimostrar questo io torò la.g.alla.a.& la.h.alla.c.& la.k, alla.e.equalmente multiplice e similmẽte la.l.alla.b.& la.m.alla.d.& la.n.alla.f.equalmente multiplice & serà (per la prima di questo) il composito delle.g.h.k.e cosi multiplice al composito delle.a.c.e.si come la, g, è multiplice alla, a, similmente (per la medesima) al composito delle, l, m, n, serà cosi el multiplice al cõposito delle, b, d, f, si come la, l, e multiplice alla, b, & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità (tolta due uolte) se la, g, aggionge sopra la.l.la.h.aggiongerà sopra la, m, & la, k, sopra la, n, e se la manchasse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per commuuna scientia) se la, g, ag-



gionge sopra la.l.il composito delle,g,h,k,aggionger à sopra il composito delle.l.m.n.& sel minuisse minuisse, & sel si equalia se equalia, adonque (per la diffinitiõ della incontinua proportionalità) la proportione della.a.alla.b.e si come del composito delle,a,c,e,al composito delle,b,d,f,che è il proposito.

Theorema.14. Propositione.14.

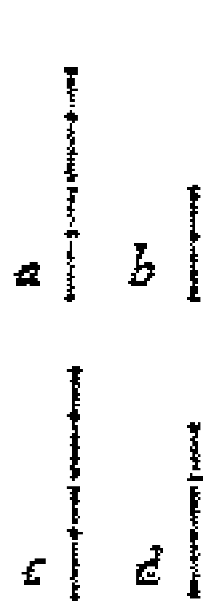
14 Se quattro quantità saranno proportionale,& che la prima sia mag
14 giore della terza, e necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore e necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della,a,alla.b,si come della.c. alla.d. dico che se la,a,è maggiore della c,la,b,serà maggior della.d. & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale, perche se la,a,sia maggiore della.c.serà (per la prima parte della ottaua di questo) maggior la proportione della,a,alla,d, che della.c.alla.d. per laqual cosa maggiore serà della,a,alla b,adonque (per la seconda parte della decima di questo) la,b, serà maggior della,d, che è il proposito, ma se la,a,sia minor della,c,serà (per la prima parte della ottaua) minore proportione della,a, alla,d, che della,c, alla,d, per laqual cosa maggiore serà della.a. alla,b, che alla,d, adonque (per la seconda parte della decima) la.b.serà minor della.d.ma si la,a,sia equale alla,c. serà (per la prima parte della settima) della,a,alla,d,si come della,c,alla,d,per laqual cosa della, a, alla,d, è si come alla,b, adonque (per la seconda parte della nona) la,b.serà equale alla,d, & cosi è manifesto il proposito.

Theorema.15. Propositione.15.

15 Se ad alcune quantità saranno tolti li multiplici equalmente, la pro
15 portione di multiplici,& quella di submultiplice serà una medesima.



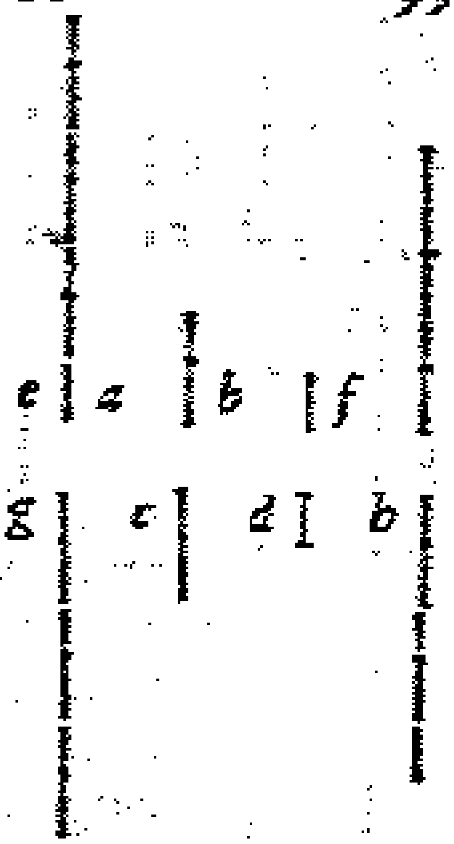
Siano la.c. alla,a,& la,d, alla,b, equalmente multiplici, dico che la proportione laquale è della,a,alla,b,quella medesima e della,c,alla,d,sia divisa la,c,secondo la quantità della,a,& la,d,secondo la quantità della,b,& son tante le parte della,c, quante quelle della,d,e tante parte son in.c. quante in,d, et perche qual parte tu uoi della,c, a qual parte tu uoi della,d, è si come della,a, alla,b, serà (per la tertia decima di questo) della, c, alla, d, si come della a,alla,b,che è il proposito.

Theorema.16. Propositione.16.

16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutata-
16 mente seranno proportionale.

Sia la

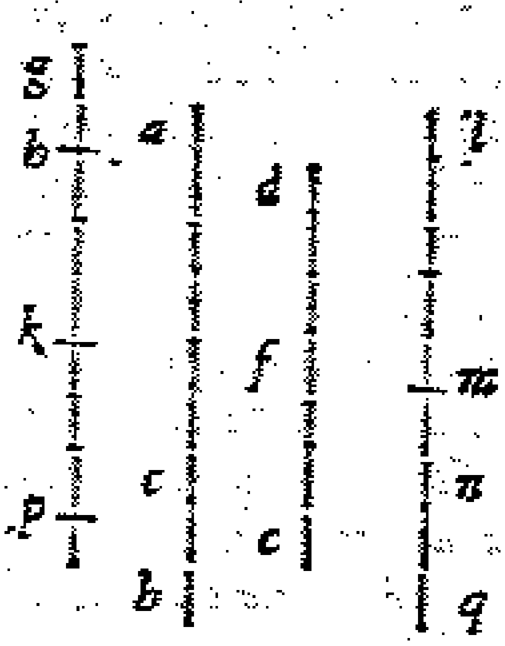
Sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che della .a. alla .c. serà si come della .b. alla .d. & questo è il modo de arguir, ilqual è detto proportione permutata, la demostratione della quale cosi è manifesta: io torò la .e. alla .a. & la .f. alla .b. equalmente multiplice & serà (per la precedente) della, e, alla, f, si come della, g, alla, h, per laqual cosa (per la quartadecima) se la .e. aggionge sopra .g. & la .f. aggionge sopra la .h. & se la minuisse, la minuisse, & se la se equalia, la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) serà della, a, alla, c, si, come della, b, alla, d, che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.



Theorema. 17. Propositione. 17.

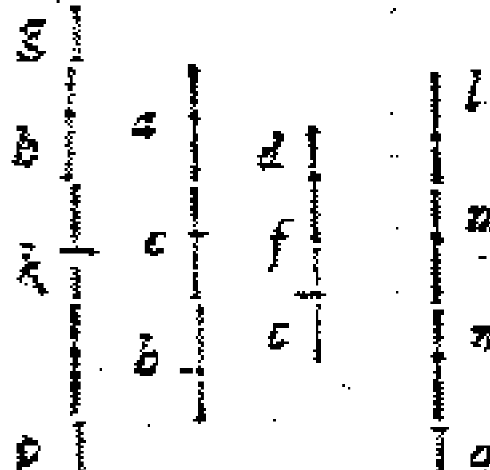
17/17 Se la quantità congiontamente seranno proportionale quelle medesime anchora è necessario disgiontamente esser proportionale.

Demostrato el modo di arguire elqual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgionta, sia anchora la proportione della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f, dico che della, a, c, alla, c, b, serà si come della, d, f, alla, f, e, & per dimostrare quello io torò la, g, h, alla, a, c, & la, h, k, alla, c, b, & similmente la, l, m, alla, d, f, & la m, n, alla, f, e, equalmente multiplice, adonque (per la prima di questo) la .g. k. e cosi multiplice alla, a, b, si come la, g, h, è multiplice alla, a, c, & la, n, l, cosi è multiplice alla, d, e, si come la, l, m, è multiplice alla, d, f, & per tanto (per li precedenti presuppositi) la .g. k. è cosi multiplice alla a. b. si come è la. l. n. alla, d, e, ponerò anchora la .k. p. alla .c. b. & la .n. q. alla .f. e. equalmente multiplice, & seranno (per la seconda) la .h. p. alla .c. b. & la .m. q. alla .f. e. equalmente multiplice, adonque (per la conversione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la .g. k. aggionge sopra la .h. p. la. l. n. aggiongerà sopra la .m. q. & se la minuisse quella minuisse, & se la se equalia quella se equalia, e per tanto levate communamente la .h. k. & m. n. (per commune sententia) serà che se la .g. h. eccede la .k. p. (cioè che la sia maggiore di quella) che ancora la. l. m. eccederà la .n. q. & se la manca (cioè che la sia minore di quella) la serà minore, & se quella se equalia quella se equalia, adonque (per la settima diffinition) la proportione della .a. c. alla .c. b. serà si come della .d. f. alla .f. e. che è il proposito.

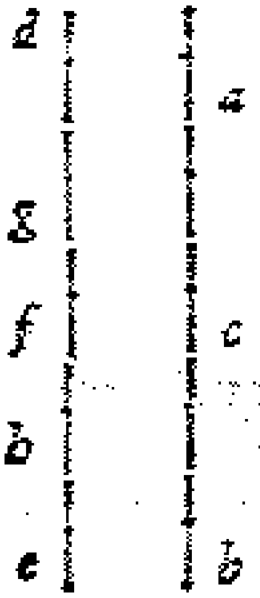


Theorema. 18. Propositione. 18.

18/18 Se la quantità seranno disgiuntamente proportionale anchora congiontamente seranno proportionale.



El se dimostra il modo di arguire, ilquale se dice proportionalità congionta, & è el modo converso della precedente, e però alla demostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioè rimangano tutti li presuppositi di questa eccetto che'l se suppone la proportion della .a.c. alla .c.b. essere si come della .d.f. alla .f.e. dico la proportiõe della .a.b. alla .b.c. essere si come della .d.e. alla .f.e. perche da questo presupposito & dalli presuppositi della precedente (di multiplica equalmente tolti) il seguita (per la conversione della diffinitione della discontinua proportionalità) che se la .g.h. sopravanza la .k.p. che la .l.m. sopravanzarà la .n.q. & se la minuisse (overo manca di quella) quella minuirà, & se la se equalia quella se equaliarà, adonque giontosi communamente la .h.k. & la .m.n. seguita (per commune scientia) che se la .g.K. sopravanza la .h.p. che la .l.n. sopravanzi la .m.q. & se quella minuisse quella minuisse. & se la se equalia quella se equalia, per laqual cosa (per la settima diffinitione) la proportione della, a, b, alla, b, c, serà si come della .d.e. alla .e.f. che è il proposito.



Anchora se poi dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, conciosia cosa che la proportione della, a, c, alla, c, b, sia si come della, d, f, alla, f, e, hor se possibile (per l'adversario) non sia della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f. sia adonque la proportione della, d, e, ad alcuna altra quantità si come della, a, b, alla, b, c, laquale, over che la serà maggiore della .e.f. overo minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, e, g, & serà (per la precedente) della, a, c, alla, c, b, si come della .d.g. alla .g.e. per laqual cosa (per la undecima) della .d.g. alla .g.e. è si come della, d, f, alla, f, e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la, d, g, prima sia minore della, d, f, terza, la, g, e, seconda serà minore della, e, f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della .d.e. à quantità minore della .e.f. (laqual sia .e.h.) si come della .a.b. alla .b.c. & (per la precedente) serà della .a.c. alla .c.b. si come della .d.h. alla .h.e. per laqual cosa (per la undecima) della, d, h, alla, h, e, serà si come della, d, f, alla, f, e, & perche la, d, h, prima è maggiore della, d, f, terza serà (per la quartadecima) la, e, h, seconda maggiore della, e, f, quarta, & perche questo è impossibile, seguita il proposito.

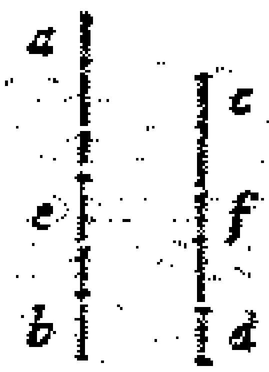
Theorema .19. Propositione .19.

19 / 19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente serà si come il tutto al tutto.

Quello che propone la quinta di multiplici questa propone universalmente de

ogni

ogni proportione, donde questa è tanto piu communa de quella, quanto è la proportione della multiplicità, siano adonque le due quantità, a, b, & c, d, dallequale siano tagliate due parti lequali siano, b, e, & d, f, & sia la proportion de tutta la. a. b. a tutta la c. d. si come la tagliata b. e. alla tagliata, d, f, dico che la medesima proportione serà del residuo. a. e. al residuo. c. f. che è de tutta la. a. b. a tutta la. c. d. perche essendo la. a. b. alla. c. d. si come la, b, e, alla. d. f. serà permutatamente la. a. b. alla. b. e. si come c. d. alla. d. f. & disgiontamente la. a. e. alla. e. b si come la. c. f. alla, f, d, & anchora permutatamente la, a, e, alla, c, f, si come la, e, b, alla, f, d, & perche cosi era la, a, b, alla, c, d, è manifesto il proposito.

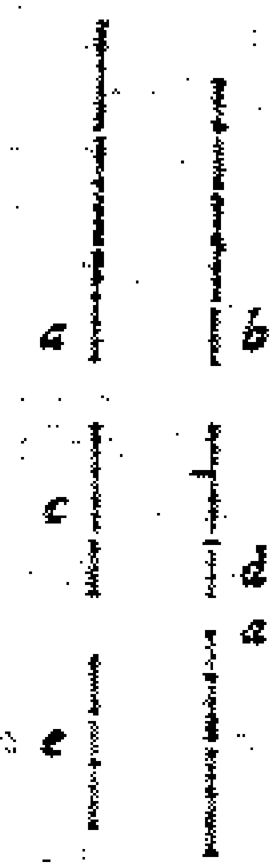


Correlario.

o Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno pro-
19 portionale euersamente etiam seranno proportionale.

Il Tradutore.

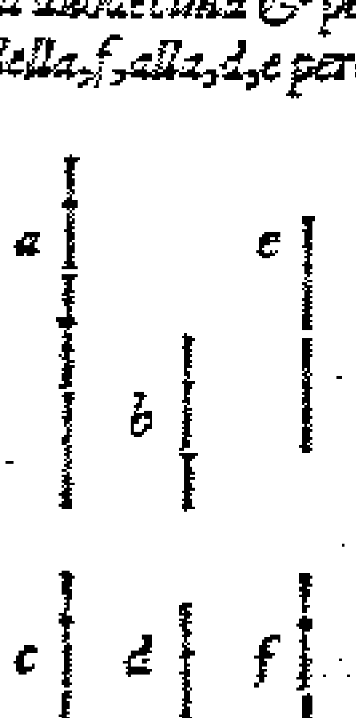
Questo soprascritto Correlario in fine della espositione della soprascritta propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua, dicendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità vien dimostrato il modo de arguire el qual se dice proportionalità euersa, essempli gratia, sia la, a, b, alla, b, e, si come la, c, d, alla, d, f, dico che la, b, a, alla, a, e, serà si come la, c, d, alla, c, f, perche essendo la, a, b, alla, b, e, si come che è la, c, d, alla, d, f, serà permutatamente la, a, b, alla, c, d, si come la. b. e. alla, d, f, per laqual cosa (per questa decima nona) la. b. a. alla. d, c. e si come la. a. e. alla. c. f. adonque permutatamente la. b. a. alla. a. e. è si come la. c. d. alla, c, f, che è il proposito. Anchora la conuersa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalità,) hauemo dimostrato in esponere li principij di questo quinto, la puo anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & dalla nona di questo, come sel sia la proportione della. a. alla. b. si come della. c. alla. d. dico che della. b. alla. a. serà si come della d. alla. c. essendo altramente sia della. d. alla. e. si come della, b, alla, a, & perche della, a, alla, b, è si come della, c, alla. d, serà permutatamente della. a. alla. c, si come della, b, alla, d, & perche anchora della. b. alla. a. si come della. d. alla, e, serà anchora permutatamente della. b. alla. d. si come della. a. alla. e. per laqual cosa serà della. a. alla. e. si come della. a. alla. c. se adonque la. e. non è equale alla. c. accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la è equale serà della. b. alla. a. si come della. d. alla. c. che è il proposito.



Theorema.20. Propositione.20.

20 Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano pre-
20 se dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportione delle ultime egliè necessario in la proportione della equalità che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se la serà equale equale.

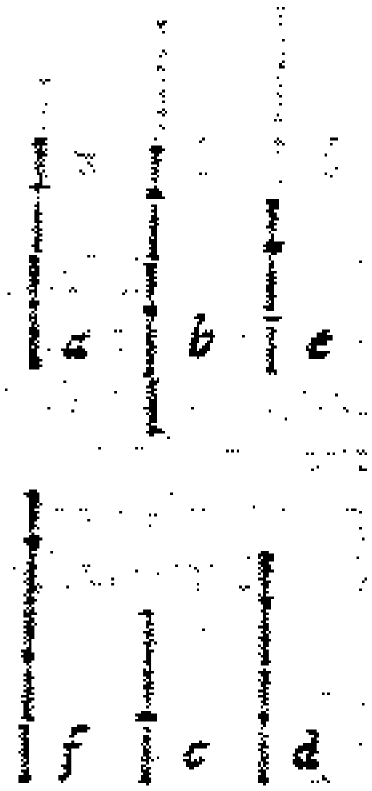
Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, ilquale se dice equal proportionalità, ouero le quantità de duoi ordini rettamente, ouer peruersamente proportionate, el propone duoi antecedenti necessarij a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equal proportionalità, con le quantità de duoi ordeni direttamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate peruersamente, siano adonque le tre quantità, a, b, e, & siano tolte le tre altre lequale siano, c, d, f. & si la proportione della, a, alla, b, si come della. c. alla. d. & della. b. alla, e, si come della. d. alla. f. dico che se la. a. è maggior della. e. che etiam la, c, serà maggiore della, f, & se la è minore, minore, & se la è equale, equale, perche se lo è maggiore serà (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportione della. a. alla. b. che della. e. alla. b. per laqual cosa (per la duodecima) serà etiam maggiore della. c. alla. d. che della. e. alla. b. & perche, (per la conuersa proportionalità) della, e, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, c, alla, d, maggior che della, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, c, è maggiore della, f, che è il proposito. ma se la. a. sia minore della, e, per le medesime & al medesimo modo se approua la, c, esser minore della, f, perche serà minore proportione della, a, alla, b, che della. e. alla. b. (per la prima parte della ottaua) e però (per la duodecima & per la conuersa proportionalità) serà minore della, c, alla, d, che della, f, alla, d, e però (per la prima parte della decima) la, c, serà minore della, f, che è il proposito. ma se la. a. sia equale alla. e. serà (per la prima parte della settima) la proportione della. a. alla. b. si come della. e. alla. b. e però (per la undecima, & conuersa proportionalità) serà della. c. alla. d. si come della. f. alla. d. per laqual cosa (per la prima parte della nona) la. c. è equale alla, f. che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportione della. a. alla. b, e si come della. c. alla. d. adonque permutatamente. della. a. alla. c. e si come della. b. alla. d. un'altra uolta, & perche della. b. alla. e. e si come della. d. alla, f, serà permutatamente della. b. alla. d. si come della. e. alla. f. ma quella della, b, alla. d. era si come della. a. alla. c. adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, c, si come della. e. alla. f. adonque (per la quartadecima) se la. a. prima è



ma è maggiore della.e.terza serà la.c.seconda maggior della.f.quarta, & se la è menor serà menore, & se la è equal serà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostratione, perche se la intentione de Euclide fusse de mostrarla in questo modo il non bisognarebbe preponere questa conclusione per antecedente alla equal proportionalità, perche se un'altra volta sia fatta una permutatione della proportionalità allaquale siamo peruenuto, laqual è esser della.e. si come della.c.alla.f.el sequita che'l sia della.a.alla.e.si come della.c.alla.f.e questo è la equal proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambiduoi ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se le.a.b.e.fussero linee & c.d.f. superficie, ouer corpi, ouer tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto uniuersale particularmente.

Theorema.21. Propositione.21.

21 Se saranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dell'altro
21 dellequale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione delle ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora eglie necessario nella equal, proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.

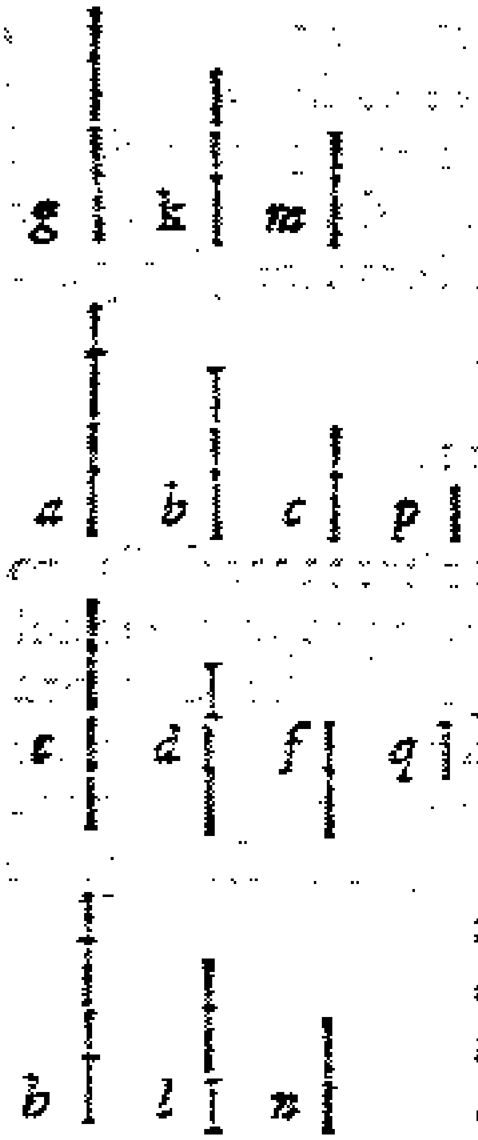


Lo secondo antecedente siano le tre quantità.a.b.e. & ne siano tolte altre tre lequale siano.f.c.d. & sia la proportione della.a.alla.b.si come della.c.alla.d. & della.b.alla.e.si come della.f.alla.c. dico che se la.a.è maggiore della.e.la.f.serà maggiore della.d. & se la è minore serà minore, & se la.e.è equale serà equal, & queste se approua per le medesime uie, & per il medesimo modo con equale fu prouata la precedente, perche se la.a.è maggior della.e.serà maggiore proportione della.a.alla.b. che della.e.alla.b.per laqual cosa serà etiam maggior della.c.alla.d.che della.e.alla.b.e per tanto serà etiam maggior che della.c.alla.f.adonque serà maggior la.f.che la.d.(per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la.a.sia minore della.e.serà finalmente minor della.c.alla.d.che alla.f.per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la.f.serà minor della.d.ma se la.a.sia equale alla.e.seguita che'l sia la proportione della.c.alla.d.si come della.c.alla.f.adonque (per la seconda parte della nona) serà la.f.equale alla.d.che è il proposito.

Theo-

Theorema.22. Propositione.22.

22/22 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dall'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equal proportionalità seranno proportionali.



Demostrati li antecedenti alla equal proportionalità, in questo luoco dimostra essa equal proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono direttamente proportionale, & non è necessario che la sia demostrata, se non quando in l'uno e l'altro di dui ordeni sono solamente tre quantità, perche per questo seguita euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordine seranno quattro, ouero piu quantità, e però non e stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti salvo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, e, & ne sian tolte tre altre lequale siano, c, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, e, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, e, sarà si come della, c, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, h, alla, c, equalmente multiplici, & similmente la, k, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & unaltra volta la, m, alla, e, & la, n, alla, f, equalmente multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, k, si come la, h, alla, l, & la, k, alla, m, si come la l, alla, n, per laqual cosa (per la vigesima) se la, g, è maggior della, m, serà la, h, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) della, a, alla, e, è si come della, c, alla, f, che è il proposito. anchora questo puo esser dimostrato (per la quintadecima di questo) tolte le, g, k, m, alla, a, b, e, & le, h, l, n, alle, c, d, f, equalmente multiplice, perche serà (per la quintadecima) la, g, alla, k, si come la, h, alla, l, & la, k, alla, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattãdo come prima, ma se le quãtità seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, giontoli, la, p, & la, q, cosi che la, e, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà unaltra volta della, a, alla, p, si come della, c, alla, q, perche serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, perche questo è stato dimostrato di sopra, adonque leuado via la, b, & , d, seranno le tre quantità, a, e, p, & le altre tre, c, f, q, come se prepone, per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, c, alla, q, & cosi vien dimostrato de quattro quantità per le tre (leuando uno mezzo) & per il medesimo modo tu demostrerai de cinque per le quattro leuando via li duoi mezzi & de sei per le cinque leuando via le tre, & cosi de altre.

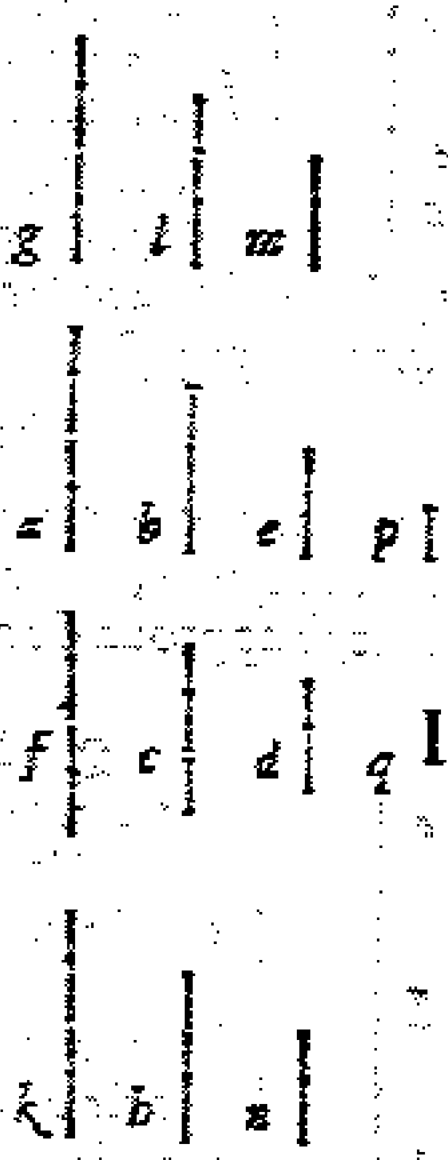
Theorema.23. Propositione.23.

23/23 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato, & altre tante del-

l'altro,

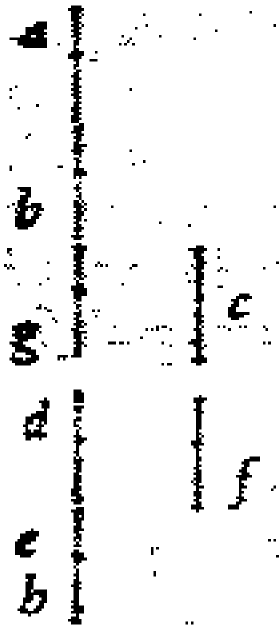
l'altro, dellequale le seconde siano tolte a due a due, secondo la proportione delle prime, ma indirettamēte proportionate, in la equal proportionalità seranno proportionale.

Quivi l'Auttor dimostra la equal proportionalità in le quantità de dui ordini indirettamēte, over perversamente proportionate, ne è necessario che sia demostrato se non quando in l'uno e l'altro di dui ordeni sono solamente tre quantità, perche questo euidentemente seguita di quante quantità ui siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente è stato demostrato delle quantità direttamē te proportionate, sia adōque tre quantità, a, b, e, e siano pigliate altre tre lequali siano, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico che della, a, alla, e, serà si come della, f, alla, d, perche pigliarò la, g, alla, a, e la, h, alla, c, e la, k, alla f, equalmente multiplice & similmente la, l, alla, b, & la, m, alla, e, & la, n, alla, d, equalmente, multiplice & serà (per la quarta) la, g, alla, l, si come la, h, alla, n, & (per la quintadecima) la, l, alla, m, si come la, k, alla, h, per laqual cosa (per la vigesima prima) se la, g, aggionge sopra la, m, & la, k, aggionge sopra la, n, & se la menuisse la menuisse, & se la sequalia la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità, la proportione della, a, alla, e, è si come della, f, alla, d, che è il proposito, questo anchora puo esser demostrato per la quintadecima di questo, tolte le, g, l, m, alle, a, b, e, & le, k, h, n, alle, f, c, d, equalmēte multiplice, perche serà (per la quintadecima) della, g, l, si come della, h, alla, n. & della, l, alla, m, si come della, k, alla, h, tutte le altre cose trattale come prima, tamen piu conuenientemente (questa & la precedente) vengono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre quantità, poniamo quattro, giontoli la, p, & la, q, in questo modo che sia della, a, alla, b, si come della, d, alla q, & della, b, alla, c, si come della, c, alla, d, & della, e, alla, p, si come della, f, alla, c, serà un'altra volta della, a, alla, p, si come della, f, alla, q, (perche per le cose auāti demostrate) serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, q, levade adonque via la, b, e la, d, seranno le tre quantità, a, e, p, e altre tre, f, c, q, come se propose per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, f, alla, q, & cosi vien demostrato delle quattro quantità per le tre levado via un mezzo, per il medesimo modo tu demostrarai delle cinque per le quattro levado via dui, mezzi, & de sei per le cinque levado via tre, & cosi de altre.



24/24 Theorema 24. Propositione 24.

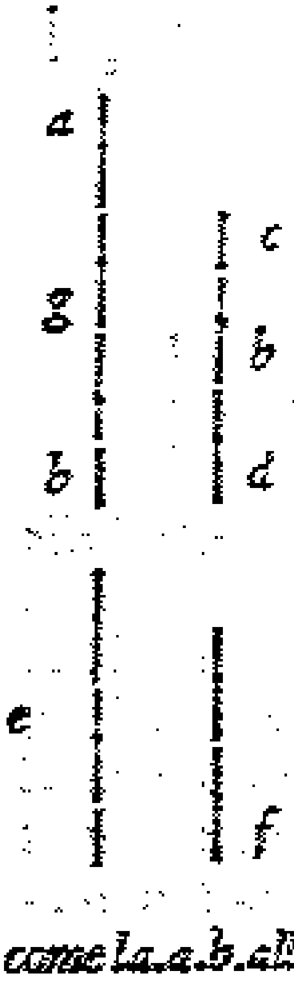
Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del terzo al zo al quarto e la proportione del quinto al secondo serà si come del sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo serà si come del sesto terzo tolti insieme al quarto.



Quello che propesse la seconda di multiplici, questa propone universalmente de ogni proportione, onde è tanto piu cõmuna de quella quanto che è la proportione della multiplicità, & è a quella si come la tertia decima alla prima. sia adonque la proportione della .a.b. alla .c. si come della .d.e. alla .f. & della .b.g. alla .c. si come della .e.h. alla .f. dico che la proportione della .a.g. alla .c. e si come della .d.h. alla .f. perche il serà (per la conuersa proportionalità) della .c. alla .b.g. si come della .f. alla .e.h. per laqual cosa (per la uigesima seconda) serà in la equal proportionalità della .a.b. alla .b.g. si come della .e.d. alla .e.h. adonque congiuntamente (per la decimaottaua) della .a.g. alla .g.b. serà si come della .d.h. alle .h.e. adonque (per la uigesima seconda) serà in la equal proportionalità della .a.g. alla .c. si come della .d.h. alla .f. che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la maggiore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessità esser maggiori delle altre due.



Quello che se propone in questo luoco non ha loco se non quando tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione della .a.b. alla .c.d. si come della .e. alla .f. & sia la .a.b. la piu granda (& non bisogna poner che la .f. sia la minima) perche quello seguita da questo che la .a.b. è posta la piu granda, onde l'Auttor nõ ha posto questo in conclusione si come positione, ma piu tosto si come cõclusione della precedente positione, dico che essendo cosi serà maggiore lo aggregato della .a.b. & .f. che quello della .c.d. & .e. perche essendo maggior la .a.b. della .e. taglierò dalla .b.a. la .b.g. equale alla .e. similmente anchora perche la .c.d. è maggiore della .f. taglierò della .c.d. la .h.d. equale alla .f. & (per il presupposito) serà della .a.b. alla .c.d. si come della .g.b. alla .h.d. per laqual cosa (per la decimanona) lo residuo .a.g. al residuo .c.h. serà si cõe tutta la .a.b. a tutta la .c.d. cioè la .a.b. alla .c.d. concosia adonque che la .a.g. e alla .c.h. si come la .a.b. alla .c.d. ma la .a.b. è maggiore della .c.d. per laqual cosa la .a.g. è maggiore della .c.h. aggiontoli adonque all'una e all'altra le due quantità .g.b. & .h.d. serà (per commune scientia) lo aggregato della .a.b. & .h.d. maggiore dello aggregato della .c.d. & .g.b. & perche la .d.h. è posta equale alla .f. & la .g.b. alla .e. serà

maggiore

maggiore lo aggregato della. a. b. & f. che lo aggregato della. c. d. & e. che è il proposito.

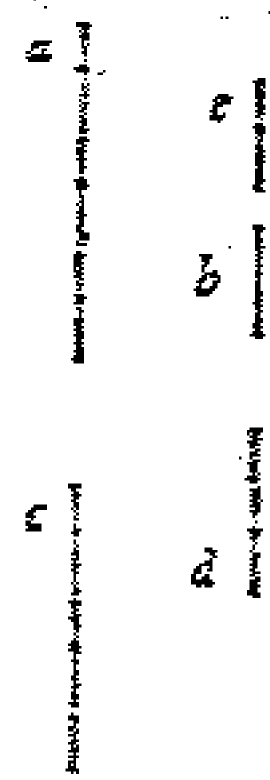
Il Tradottore.

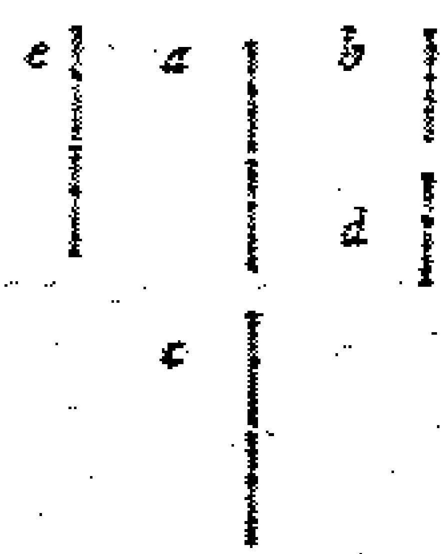
Tutte le sequente noue propositioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema. 26. Propositione. 26.

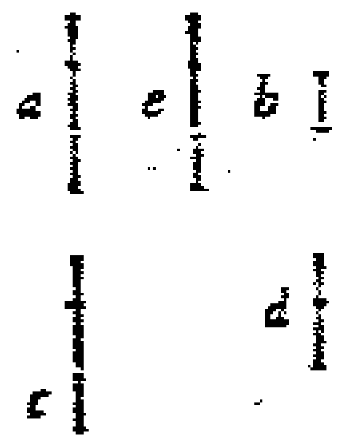
26 o Se la proportione della prima, de quattro quantità alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, conuersamente serà al contrario, cioè la proportione della seconda alla prima serà minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della. a. alla. b. maggiore che della. c. alla. d. dico che per il modo conuerso, ouero contrario, la proportione della. b. alla. a. serà minore che della. d. alla. c. essendo altramente per l'aduersario o che la serà quella medesima ò che la serà maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della. b. alla. a. fosse si come della. d. alla. c. seguita al contrario che la proportione della. a. alla. b. sia si come della. c. alla. d. laqual cosa non è, anzi è maggiore dal presupposito, anchora se possibile è per l'aduersario che la proportione della. b. alla. a. sia maggiore che della. d. alla. c. sia della. e. alla. a. si come della. d. alla. c. & (per la duodecima) la proportione della. e. alla. a. serà minor che della. b. alla. a. per laqualcosa (per la prima parte della decima) la. e. serà minore della. b. e però (per la seconda parte della ottaua) la proportione della. a. alla. e. serà maggiore che della. a. alla. b. & perche (per la conuersa proportionalità) della. a. alla. e. è si come della. c. alla. d. serà (per la duodecima) la proportione della. c. alla. d. maggiore che della. a. alla. b. & era minore, rimane adonque il proposito, poteamo anchora se'l ne piace arguire il proposito demonstratiuamente, perche è manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantità qual alla. b. è quella medesima proportione che è della. c. alla. d. è minore della. a. (imperoche el se pone maggiore la proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d.) adonque quella quantità sia. e. essendo adonque la proportione della. e. alla. b. come della. c. alla. d. serà al contrario della. b. alla. e. come della. d. alla. c. & è manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportione della. b. alla. a. è minore che la proportione della. b. alla. e. adonque (per la duodecima) la proportione della. b. alla. a. è minore che della. d. alla. c. che è quello che voleuamo.



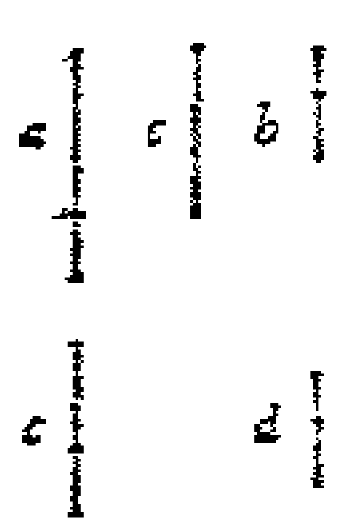


Theorema.27. Propositione.27.



27/0 Se'l serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà permutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Sia anchora in questo luoco la proportione della.a. alla. b.maggior che della.c. alla.d. dico che serà permutatamente maggior proportione della.a.alla.c.che della.b.alla.d. per che non serà la medesima (perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della.a.alla.b.si come della.c.alla.d.) & non serà minore, perche se questo sia posto, sia adonque della,e,alla,c,come della,b, alla,d, & serà (per la duodecima)maggior proportione della,e, alla, c, che della,a, alla,c, per laqual cosa (per la prima parte della decima)la,e,serà maggiore della,a,adonque (per la prima parte della ottaua)la proportione della,e, alla,b, serà maggiore che della,a, alla,b, & per che è stato posto che'l sia della,e,alla,c, si come della b,alla, d,serà permutatamente della,e,alla,b, si come della,c,alla, d, (per la duodecima)adonque maggior serà la proportione della,c,alla,d,che della.a.alla.b. ma era posto lo contrario, adonque è uero il proposito, ostensiuamente anchora quello instesso secondo che in la precedente, perche è tolta la.e. alla, b,come,la,c,alla,d,serà (per la prima parte della decima)la. e.minore della.a. per laqual cosa (per la prima parte, della ottaua)maggiore serà della,a,alla,c, che della,e, alla.c. ma per la premutata proportionalità è della,e,alla,c,come della,b,alla,d,adonque (per la duodecima)della,a,alla,c,è maggiore che della,b,alla,d,che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.28.

28/0 Se seranno quattro quantità della quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla seconda che della terza, & quarta alla quarta.

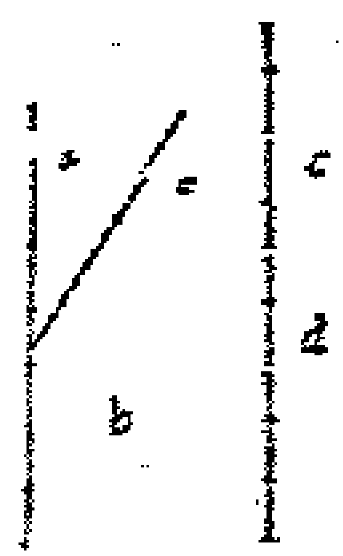
Si maggiore la proportion della,a,alla,b,che della,c,alla,d, dico che serà maggiore, propositione de tutta la,a,b,alla,b,che de tutta la,c,d, alla,d, perche quella (per l'aduersario) non serà equale & non serà minore, perche s'ella è equal, all'hora serà disgiuntamente della,a,alla,b, come della,c, alla,d, contra al presupposito ma se la è minore sia della,e,b,alla,b,come della,c,d,alla,d, & serà (per la duodecima)maggiore proportione della,e,b,alla,b,che della,a,b,alla,b,adonque (per la prima parte della decima)la,e, b, è maggiore che la,a, b, & (per la concettione) la.

la,e, è maggiore che la, a, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore è la proportione della, e, alla, b, che della, a, alla, b, ma della, e, alla, b, è come della c, alla d, (per la disgiunta proportionalità) impero che era della, e, b, alla, b, come della, c, d, alla, d, adonque (per la duodecima) della, c, alla, d, è maggiore che della, a, alla, b, ma questo è contra al presupposito, quel medesimo anchora demostratiuamente, perche quando il preposito sia che maggior sia la proportion della, a, alla, b, che è della, c, alla, d, sia la proportione della, e, alla, b, come della, c, alla, d, & serà (per la prima parte della decima) la, e, minore della, a, adonque (per communa scientia) la, e, b, serà minore che la, a, b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore serà la proportione della, a, b, alla, b, che della, e, b, alla, b, ma la proportione della, e, b, alla, b, è (per la congiunta proportionalità) si come della c, d, alla d, perche è posto che'l sia della, e, alla, b, come della, c, alla, d, adonque (per la duodecima maggiore è della, a, b, alla, b, che della c, d, alla d, che è il proposito.

Thorema. 29. Propositione. 29.

29 Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda al-
0 la seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quarta, serà anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

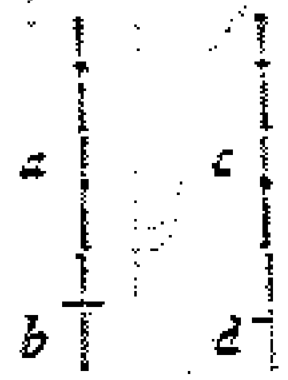
Sia la proportione della a, b, alla b, maggiore che della c, d, alla d, dico che serà disgiuntamente la proportione della, a, alla, b, maggiore che della c, alla d, altramente serà equale ouero minore, ma se è equale serà (per la congionta proportionalità) della a, b, alla b, come della c, d, alla d, laqual cosa è contra il prosupposito, ma se è minore serà maggiore della, c, alla, d, che della a, alla b, adonque (per la precedente) serà maggiore della, c, d, alla, d, che della, a, b, alla, b, che è inconueniente per che è stata posta minore, adonque, è uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in questo modo, perche ponemo che la proportione, della, e, b, alla, b, sia come la proportione della, c, d, alla, d, & serà (per la prima parte della decima) la, e, b, minor che la, a, b, per laqual cosa (per communa scientia) la, e, è minore che la, a, minore è adonque (per la prima della ottaua) la proportione della e, alla b, che è della a, alla b, ma la proportione della, e, alla, b, è si come della, c, alla, d, (per la disgiunta proportionalità) adonque (per la duodecima) la proportione della, a, alla, b, è maggiore che della, c, alla, d, che è il proposito.



30
Thorema. 30. Propositione. 30.

0 Se seranno quattro quantità, dellequale della prima e seconda alla seconda

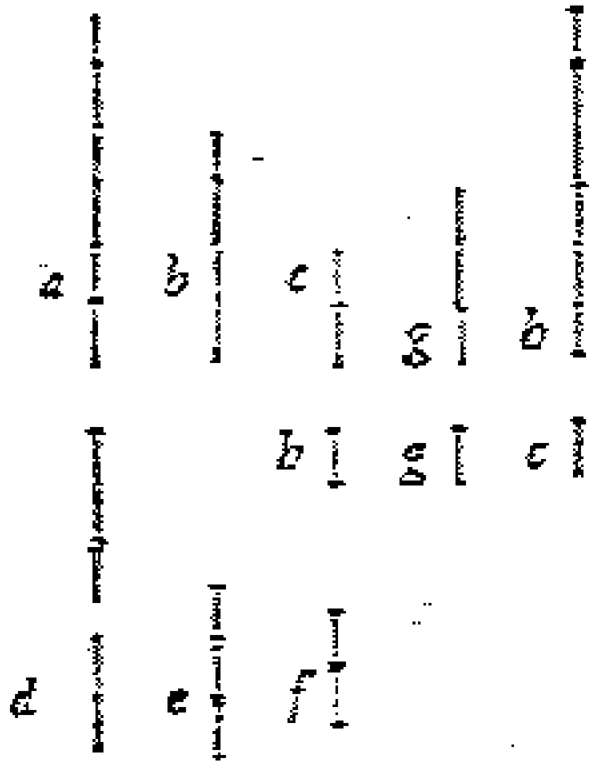
seconda sia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportiōne che della prima e secōda alla prima che della terza e quarta alla terza.



Sia la maggiore la proportion della.a.b.alla.b.che della.c,d, alla.d.dico che euersamente minor serà la proportione della.a.b. alla.a che della.c.d. alla.c. perche serà disgiuntamente (per la precedente) maggior proportione della.a.alla.b.che della.c.alla d.adonque (per la uigesima sesta) serà econuerso minor della.b. alla.a.che della.d.alla.c.per laqual cosa (per la auante alla precedente) congiuntamente serà minore della.b.a.alla.a.che della, d,c,alla,c,che è il proposito.

Theorema.31. Propositione.31.

31 o Se seran tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Siano le tre quantità,a,b,c,& similmente al tre tre,d,e,f,& sia maggiore proportione della, a,alla,b,che della,d,alla,e, & similmente maggiore della.b.alla.c, che della,e, alla,f, dico,che maggiore serà la proportione della, a,alla,c,che della,d,alla,f,perche sia la.g, alla,c, come la,e, alla.f.& serà (per la prima parte della decima) la.g.minore della.b.per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della,a,alla.g,è maggiore che della.a,alla,b,molto maggiore adōque è la proportione della.a.alla.g. che della,d,alla,e,sia adonque della.h.alla,g, come della,d,alla,e,& serà (per la prima parte della decima) la.a.maggiore della,h,per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della,a,alla,c,è maggiore che la proportion della,h,alla,c,ma la proportione della,h,alla,c,e (per la equal proportionalità) si come della,d,alla,f,perche è della,h,alla,g,come della,d,alla,e,& della, g, alla, c, come della, e, alla, f, adonque (per la duodecima) la proportion della, a, alla, c, è maggior che della, d, alla,f,per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema.32. Propositione.32.

32 o Se seranno tre quantità in uno ordine, & similmente tre in uno altro & serà

& serà la proportione della seconda delle priore alla terza maggiore, che della prima delle posteriore alla seconda: finalmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle posteriore alla terza serà maggiore la proportion della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine. a. b. c. & similmente tre in uno altro. d. e. f. secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della b. alla c. che della d. alla e. & maggior della a. alla b. che della e. alla f. dico che maggior serà la proportion della a. alla c. che della d. alla f. perche sia la g. alla c. come la d. alla e. & serà la g. minor della b. (per la prima parte della decima) per la qual cosa maggior serà la proportion della a. alla g. che alla b. (per la seconda parte della ottaua) adonque molto maggior è della a. alla g. che della e. alla f. sia adonque della b. alla g. come della e. alla f. & serà la a. maggiore della b. (per la prima parte della decima) per laqual cosa la proportion della. a. alla. c. è maggiore che della b. alla c. (per la prima parte della ottaua) ma (per la uigesima terza) la proportion della b, alla, c, è come della d alla f imperoche è della, g, alla, c, come della, d, alla, e, & della, b, alla, g, come della, e, alla, f, adonque (per la, 12) maggior è la proportione della, a, alla, c, che della, d, alla, f, che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

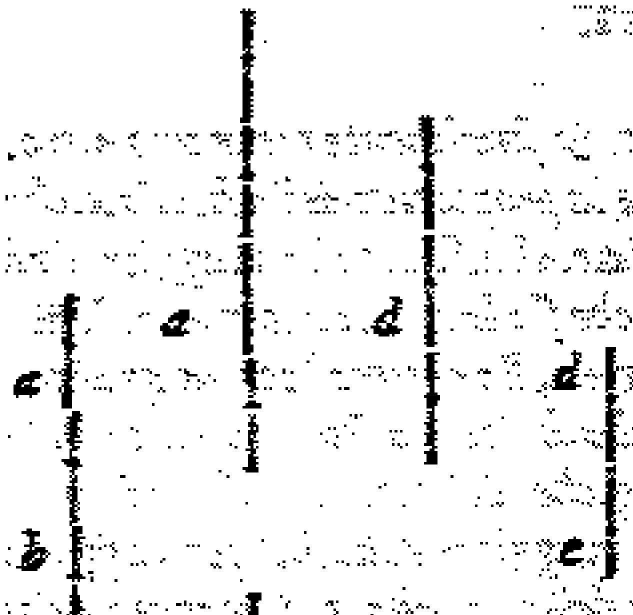
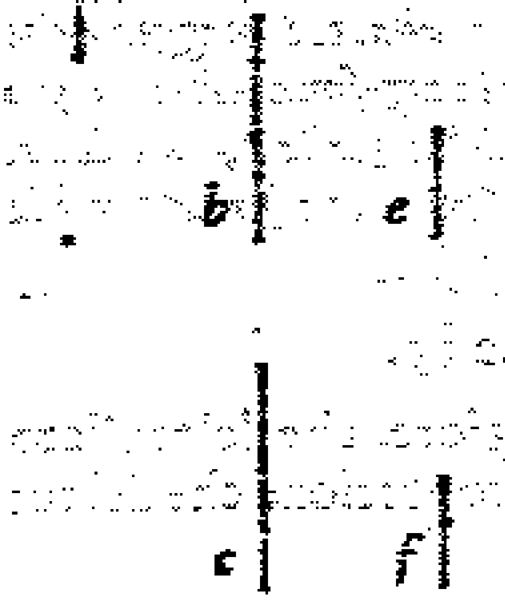
33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato
o al tagliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.

Siano le due quātità, a, et, b, dalle quale siano tagliate le. c. & , d, & li residui siano, e, & , f, et sia maggior proportione della, a, alla, b, che della, c, alla, d, dico che maggior serà la proportione della, e, alla, f, che della, a, alla, b, pche serà (p la uigesima settima) permutatamēte maggior proportiōe della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per laqual cosa (p la trigesima) serà euersamēte minor proportione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adōque un' altra uolta (per la uigesima settima) permutatamente della. b. alla, a, serà maggior che dalla, f, alla, e, per la qual cosa (per la. 26.) minor serà della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che è il proposito.

Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altretante altre,
o & serà de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna subsequente alla sua, serà de tutte queste tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de al-

cuna, non di cadauna di quelle non di alcuna di loro delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.

Siano le tre quantità, a, b, c, referte a altretante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, & della, b, alla, e, sia maggiore che della, c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, overo maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che delle, b, & c, tolte insieme alle, e, & f, tolte insieme, et che quella è minore che della a, alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, serà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che della, d, alla, e, & congiuntamente delle, a, b, alla, b, maggiore che delle, d, e, alla, e, & una altra volta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa (per la precedente) della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e. & per il medesimo modo se approua esser maggiore della, b, alla, e, che delle b, c, alle, e, f, adonque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & congiuntamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un'altra volta, permutatamente maggiore delle, a, b, c, alle, d, e, f, che delle, c, b, alle, e, f, per laqual cosa (per la precedente) maggiore è della, a, alla, d, che delle, a, b, c, alla, d, e, f, che è il proposito.

IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

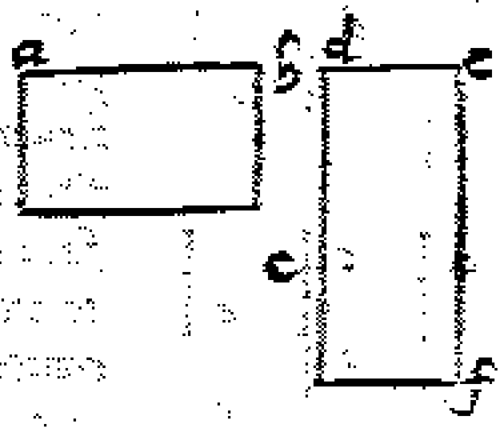
LIBRO SEXTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 Le figure rettilinee simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per
1 uno equali, & li lati che sono cerca alli angoli equali, proportionali.

COME se'l triangolo.a.b.c. serà equiangolo al triangolo.d.e.f. cioè che l'ágolo.a. sia equale al l'angolo.d. & l'angolo.b. equale all'angolo.e. & l'angolo.c. al l'angolo.f. & che la proportione del lato.a.b. al lato.d.e. sia si come del lato.a.c. al lato.d.f. & del lato.b.c. al lato e.f. essi seranno simili, il medesmo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si parallelogramma come non parallelogramma.

Diffinitione. 2.



2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce,
2 sono quelle in tra li lati delle quale se hauerà la proportionalità retransitiuamente.

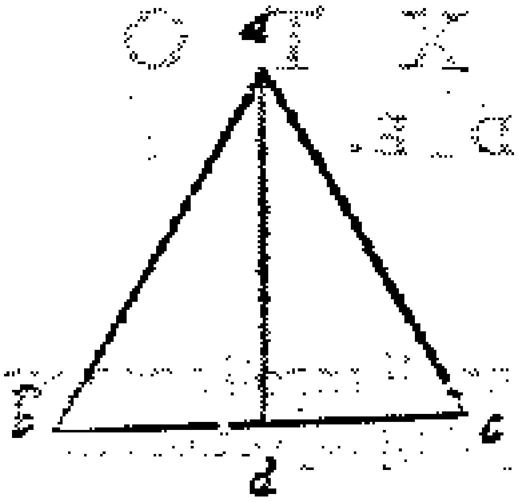
Come se delli duoi quadrilateri.a.b.c. & d.e.f. la proportione della.a.b. (lato del primo) al.d.e. (lato del secondo) serà si come la proportione del.e.f. (lato del secondo) al.b.c. (lato del primo) essi duoi quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute. che sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

Diffinitione. 3.

3 Vna linea se dice esser diuisa seconda la pro-
3 portione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che egliè quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore settione che è della maggior settione alla minore.

Il Tradottore.

Essempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea.a.b. alla sua maggiore parte.a.c. fusse si come della detta parte.a.c. all'altra parte.c.b. tal linea se diria esser diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi in ponto.c.



Diffinitione. 4.

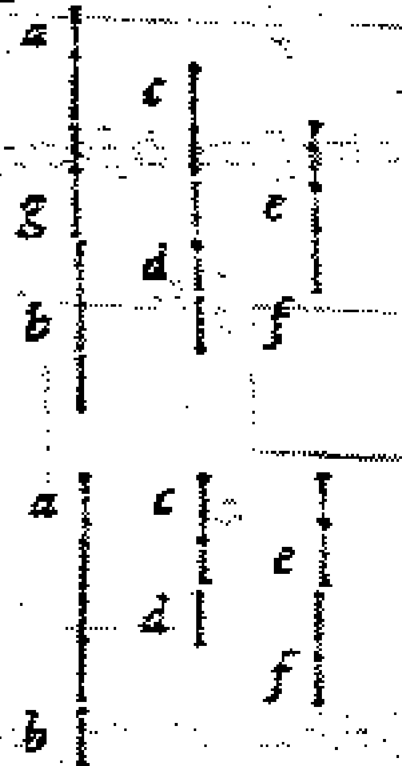
o/4 L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dutta dalla uertice ouer cima di quella alla basa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c, non se intende esser la linea, a, b, ne anchora la linea, a, c, ma solamente la perpendicolare dutta dalla uertice, ouer cima di quella, cioè dal ponto, a, alla basa, b, c, cioè la linea, a, d.

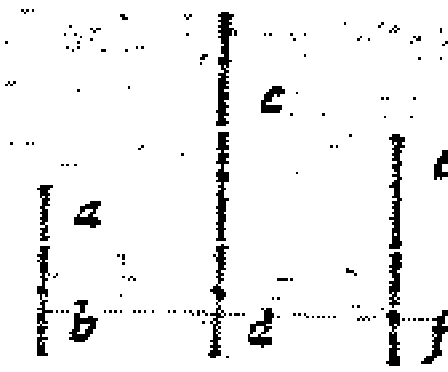
Diffinitione. 5.

o/5 Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.



Sia che la quantità, a, b, habbia una data proportione alla quantità, c, d, (come seria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la, c, d, alla, e, f, habbia medesimamente una data proportione, dico che la proportione della, a, b, alla, e, f, è composta della proportione della, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, ouero se la quãtità della proportione della, a, b, alla, c, d, multiplicata in la quantità della proportione della, c, d, alla, e, f, fa la quantità della proportione della, a, b, alla, e, f, similmente dico che la proportion della detta, a, b, alla, e, f, se dice esser composta della proportione della detta, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, & sia primamente la, a, b, maggiore della, c, d, & la, c, d, della, e, f, & sia la, a, b, doppia della, c, d, & la, c, d, tripla della, e, f, perche adonque la, c, d, è tripla della, e, f, & la, a, b, è doppia della, c, d, adonque la, a, b, è sextupla della, e, f, & se dupplicamo alcuno triplo se fa sesuplo, & questo dico essere propriamente la cõpositione, ouer in questo altro modo pche la, a, b, è doppia alla, c, d, sia diuisa la, a, b, in parti equali alla, c, d, e q̃ste siano a, g, & g, b, & pche la, c, d, è tripla alla, e, f, & la, a, g, è equal alla, c, d, adũque e la, a, g, e tripla alla, e, f, p laqual cosa ancor la, g, b, è similmẽte tripla alla, e, f, adũq; tutta la, a, b, è sesupla alla medesima, e, f, adõque la proportione della, a, b, alla, e, f, (cõposta della proportione della, a, b, alla, c, d, et della, c, d, alla, e, f,) uiẽ colligata dal termine di mezzo, cioè dalla, c, d, e similmẽte se la, c, d, serà minor di l'una e di l'altra delle medesime, a, b, & e, f, q̃l medemo se trouarà, e p dilucidare q̃sto (de nouo) sia la, a, b, tripla alla, c, d, et che la, c, d, sia la mità della, e, f, e pche la, c, d, è la mità della e, f, et la, a, b, e tripla alla, c, d, adõque la, a, b, è sesquialtera della, e, f, (cioè uno tãto e mezzo) e se treplicamo alcũ mezzo farà pur uno e mezzo, e pche la, a, b, è tripla alla, c, d, & la, c, d, è la mità della, e, f, di quella quãtità (equal alla, c, d,) della quale la.

le la .a.b. è di tre tale de due tale è la .e.f. per laqual cosa la .a.b. è sesquialtera della .e.f. adonque la proportione della .a.b. alla .e.f. (composta della proportione) della .a.b. alla .c.d. et della .c.d. alla .e.f. uien colligata per la .c.d. (termine di mezzo) ma poniamo anchora che la .c.d. sia maggiore di l'una & di l'altra delle due .a.b. et .e.f. & sia che la .a.b. sia la mitade di essa .c.d. & la .c.d. sia sesquitertia alla .e.f. adonque perche di quella tal quantità che la .a.b. è due tale, di quattro tale è la .c.d. & quella tal quantità che la detta .c.d. è quattro tale la .e.f. è di tre tale, adonque di qual quantità la .a.b. è di due tale la .e.f. è di tre tale, adonque un'altra uolta la proportione della .a.b. alla .e.f. (laqual è come di duoi a tre) uien colligata dal termine di mezzo, il medesimo anchora seguirà in piu proportioni & in altri casi, & è manifesto che se da una composta proportione sia cauata ciascuna delle componẽte, gettato uia uno delli estremi restarà l'altro estremo delle componente.



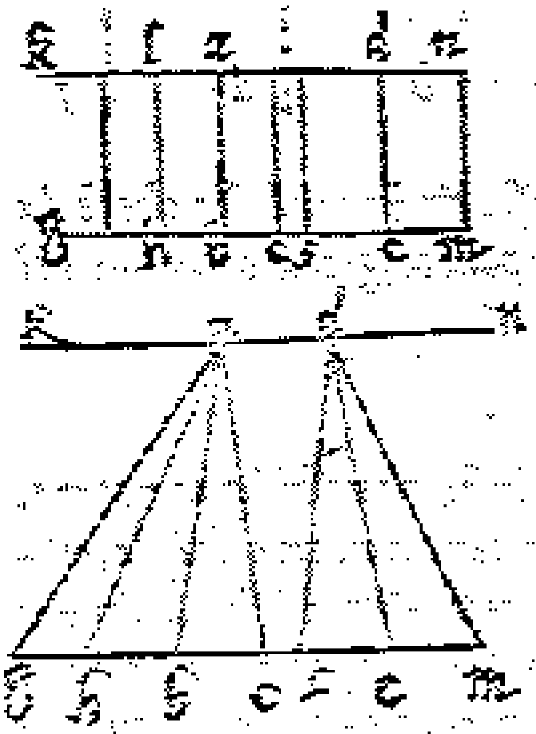
Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette nella soprascritta diffinitione bisogna notare, che la quantità di una proportione si debbe intendere la denomination di q̃lla, esempli gratia, la quantità, ouer denominatione de ogni proportiõ dupla è dui, e di ogni tripla e tre, & di ogni quadrupla è quattro, e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantità, ouer denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquitertia è uno e uno terzo, & di una sesquiquarta è uno e una quarto, & cosi discorrendo in ogni altra superparticulare, & similmente la quantità, ouer denominatione di ogni superbipartiens tertias è uno e duoi terzi, e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è duoi e mezzo, e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo, et d'una quadrupla superbipartiens tertias e quattro e duoi terzi, & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti, & cosi discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticulare & di ogni multiplice superpatiente, & queste tal quantità, ouero denominationi si trouano per regola generale, partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità, ouer della minore, esempli gratia, la denominatione di duoi a uno (che è dupla) e duoi, & la denominatione di uno a duoi (che è una subdupla) e mezzo, lequal denominatione si trouano partendo l'antecedente per il consequente, & cosi seguita nelle altre specie, adonque una proportione sesupla (la denominatione della quale e .6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi, ouer quantità (che è duoi & tre) fanno sei, cioè la quantità di detta sesupla, & similmente una proportione uintiquadrupla (la denominatione della quale è uintiquattro) se dirà esser composta da una dupla, & da una dodecupla ouero da una quadrupla & da una sesupla, perche le dette denominationi multiplicate fanno uintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre propor-

tioni, cioè da una dupla & da una tripla & da una quadrupla, perche le lor quantità, overo denominationi multiplicate l'una fia l'altra, & quel prodotto fia l'altra fa pur vintiquattro, & questo è quello che in la diffinitione se vol inferire.

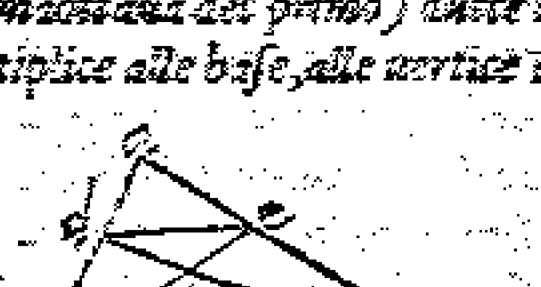
Theorema prima. Propositione prima.

1 Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, overo de
1 duoi triangoli serà una medesima, la proportione dall'una all'altra di quelle serà si come la basa di l'una alla basa di l'altra.



Siano li duoi paralellogrammi, a, b, c, d, e, f, de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b. c. alla e. f. ponerò quelli duoi paralellogrammi sopra una linea, laqual sia la, g, m, & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la k. n. dapoi dalla linea, g, m, torò la g. c. multiplice alla, b, c, (secondo che numero vorò) e dividerò quella in parti equali alla b. c. in li ponti h. e. b. dalli quali & dal ponto, g, condurò le linee equidistante alla linea, a, b, lequale sono g. k. & h. l. & compirò le superficie de equidistanti lati k. h. & l. b. et serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla, a, c, per laqual cosa si come che la linea g. c. è multiplice alla linea, b, c, cosi è la superficie. c. k. alla superficie. a. c. similmente alla linea, e. f, torò dalla linea g. m, la linea. f, m, multiplice (secondo che numero vorò) alla e. f. & compirò la superficie de equidistanti lati dupra la linea m. n. equidistante alla linea. d. e. & serà la superficie. n. f. cosi multiplice alla superficie, d. f, si come la linea m. f. alla linea e. f. & perche (per la 36. del primo) se la linea g. c. è maggiore della f. m. la superficie. k. c. è maggiore de la superficie. n. f. & se minore minore, & se equale equale, serà (per la diffinitione della inversa proportionalità) la medesima proportione della basa b. c. alla basa e. f. che è della superficie a. c. alla superficie. d. f. che è il proposito. delli triangoli de equal altezza il medesimo tu approverai, & per il medesimo modo (per la trigesimaottava del primo) dutte le linee dalle estremità de quelle linee che tu torai multiplice alle base, alle vertice de triangoli.

Theorema 2. Propositione 2.

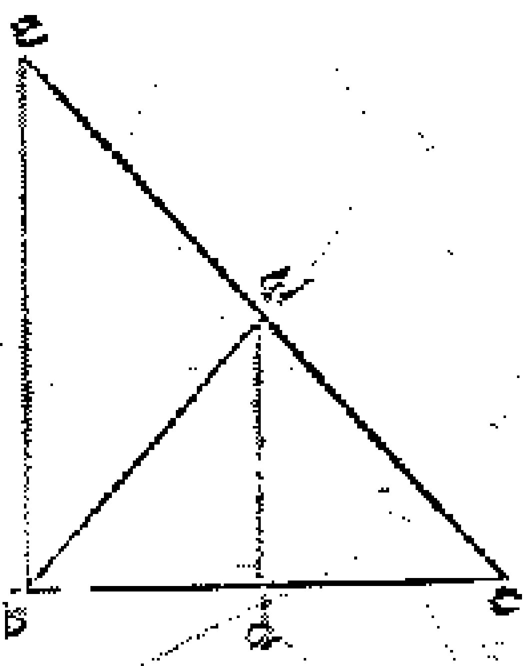


2 Se una linea retta segante li doi lati d'un trian-
2 golo serà equidistante all'altro lato, & necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, & per il contrario, se quella linea segha quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante all'altro lato.

Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.d.e.seghi li duoi lati.a.b.& .a.c.equidistantemente al terzo lato,ilquale è.b.c.dico che la proportione del.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.& per auerso,s'el serà la proportione del.a.d.al.d.b.si come del.a.e.al.e.c.la linea.d.e.serà equidistante alla linea.b.c.perche protrarò le due linee.e.b.& .d.c.et serà(per la trigesima settima del primo)il triangolo.e.b.d.equale al triangolo.e.d.c.per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea.d.e.& fra le linee equidistante,e per tanto(per la seconda parte della settima del quinto)la proportione del triangolo.a.d.e.all'uno e l'altro de quelli serà una medesima,ma la proportione di quello(per la precedente)al triangolo.e.d.b.è si come della linea a.d.alla linea.d.b.& al triangolo.d.e.c.si come la linea.a.e.alla linea.e.c.perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza,per laqual cosa la proportione delle.a.d.al.d.b.serà si come del.a.e.al.e.c.che è il proposito primo,e se questo serà(per la precedente)serà del triangolo.a.d.e.all'uno e l'altro de quelli una proportion,per laqual cosa(per la seconda parte della nona del quinto)quelli sono fra lor equali.& perche quelli sono sopra una medesima basa,cioè sopra la linea.d.e.& da una medesima parte serà(per la trigesima nona del primo)la linea.d.e.equidistante alla linea.b.c.che è il secondo proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3/3 Se una linea dutta d'alcun delli angoli d'un triangolo alla basa seghi quello angolo in due parti equali,le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triãgolo,e se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dall'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quel angolo in due equale.



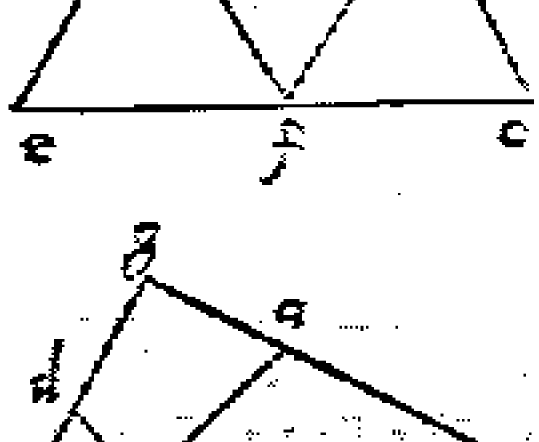
Sia il triangolo.a.b.c.del quale la linea.a.d.diuida l'angolo.a.in due parti equale,dico che la proportione della.b.d.alla.d.c.è si come del lato.b.a.al lato.a.c.& e conuerso,et per dimostrare questo trarò la.b.e.equidistante alla.a.d.et produrò la.c.a.fina a tanto che la cõcorra con la.b.e.nel ponto.e.e serà(per la prima parte della uigesima nona del primo)l'angolo.e.b.a.equale all'angolo.b.a.d.(& per la seconda parte della medesima)l'angolo.e.all'angolo.d.a.c.per la qual cosa lo angolo.e.è equal all'angolo.e.b.a.adonque(per la sesta del primo)la.e.a.è equal alla.a.b.e però(per la prima parte della settima del quinto)la proportiõ della.e.a.alla.a.c.è si come della.b.a.alla.a.c.ma per la premessa della.e.a.alla.a.c.è si come della.b.d.alla.d.c.adonque della.b.a.alla.a.c.è si come della.b.d.alla.d.c.che è il primo proposito.la seconda parte,laquale conuersa della prima se aprouerà per lo conuerso modo,perche stante la medema dispositione s'el serà la proportion della.b.a.alla.a.c.si come della.b.d.alla.d.c.perche (per la precedente) della.e.a.al la.a.c.si come della.b.d.alla.d.c.serà la medesima proportione della.e.a.alla.a.c. che è della.b.a.alla.a.c.adonque (per la prima parte della nona del quinto) la.e.a. et.a.b.son equale, per laqual cosa (per la quinta del primo) li duoi angoli.e.& e.b. a.son equali, adonque (per la prima e seconda parte della vigesima nona del primo) lo angolo,b,a,d,è equale all'angolo,d,a,c,che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

El contorso della protratta linea.a.c.con la linea.b.e.ilqual dall'aduersario potria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea.c.b.cade sopra le due paralelle.d.a.et.b.e.l'angolo.e.b.d.intrinsico (per la seconda parte della vigesima nona del primo) è equale all'angolo,a,d,c,estrinsico, giongendo adonque al l'uno e l'altro l'angolo,a,c,d,(per la seconda commune sententia) li duoi angoli.e, b.c.& a.c.b.seranno equali alli duoi angoli.a.c.d.& a.d.c.del triangolo.a.d.c.& perche li duoi angoli.a.d.c.& a.c.d.del triangolo,a,d.c,(per la decima settima del primo) sono minori de duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli.e.b. c.& a.c.b.sono etiam minori de duoi angoli retti, adonque protrahendo da quella parte le due linee.c.a.& b.e.(per la quarta petitione) è necessario che quelle concorrano insieme, che è il proposito.

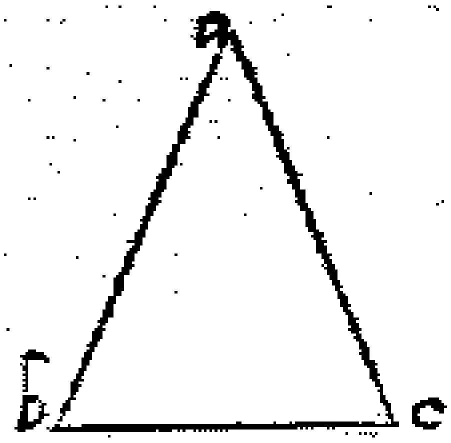
Theorema.4. Propositione. 4.

4/4 D'ogni triangoli di quali li angoli dell'un a li angoli di l'altro son equali li lati che risguadano li angoli equali sono proporzionali.



Siano li duoi triangoli,a,b,c,d,e,f,equiangoli & sia l'angolo,a,equale all'angolo,d,& l'angolo,b,al l'angolo,e,& l'angolo,c,all'angolo,f,dico che la proportione del lato,a,c,al,a,b,& del,d,f,al,d,e,è si come del,e,f,al,b,c,e per dimostrare questo ponerò ambi dui li triangoli sopra una linea (laqual sia,e,c,) in tal modo che li duoi angoli de uno, liquali seranno sopra questa linea stan equali alli duoi angoli dell'altro liqua li seranno sopra la medesima linea, non il medio al medio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno allo estremo dell'altro, & ponerò li duoi medij angoli de quelli congiongersi in uno medesimo ponto, & sia.a.f.c.quel medesimo triangolo ilqual era.a.b.c.& per che l'angolo,a,f,c,è equale all'angolo.e.& l'angolo.d. f.e.all'angolo,c,(per il presupposito) serà (per la prima parte della vigesima ottaua del primo) la linea,a, f,equidistante alla,d,e,& la d,f,equidistāte alla.a.c. compirò adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia,g,f,serà (per la trigesima

sima quarta del primo) la, g, a, equale alla, d, f, & la, g, d, equale alla, a, f, perche adonque (per la seconda di questo) la, g, a, è alla. a. c. si come la, e, f, alla, f, c, & (per la medesima) la, e, f, alla, f, c, è si come la, e, d, alla, d, g, serà (per la settima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medesima) la. e. d. alla. f. a. si come la. e. f. alla. f. e. che è il proposito.



Theoreme. 5. Propositione. 5.

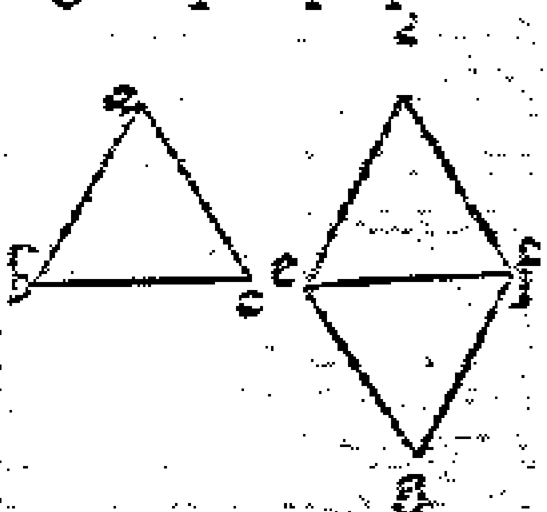
5/5 Se duoi triangoli hauerãno li lati proportionali, li detti triangoli seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se prouano esser fra loro equali.

Questa il conuerso della precedente, e non ha fatto di questa et della precedẽte una conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli, a, b, c, & , d, e, f, & sia la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, & del lato. a. c. al lato. d. f. si come del lato, b, c, al lato. e. f. dico che l'angolo. a. e. è equale all'angolo. d. & l'angolo. b. & l'angolo. e. & l'angolo, c, all'angolo, f, & per dimostrare questo costituerò sopra la linea. e. f. in la parte opposita del triangolo. d. e. f. l'angolo. f. e. g. equale all'angolo, b, & l'angolo, e, f, g, equale all'angolo, c, onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, g, serà equale all'angolo, a, adonque (per la precedente) la proportione della. a. b. al. e. g, & del, a, c, al, f, g, serà si come del lato, b, c, al, e, f, per laqual cosa del lato, a, b, al, d, e, si come al, e, g, & del, a, c, al, d, f, si come al. f, g, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato. d. e. è equal allo, e, g, & (per la medesima) lo. d. f. è equale allo. f. g. (per laqual cosa per la ottaua del primo) li duoi triangoli, d, e, f, & . g. e. f. son equiangoli (per laqual cosa adõque lo triangolo, d, e, f, è anchora equiangolo al triangolo, a, b, c, il proposito è manifesto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un angolo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.

Rimãga la superior dispositione, e sia solamente l'angolo, b, equale all'angolo, d, e, f, e, le proportion del, a, b, al, d, e, si come del, b, c, al, e, f, dico anchora li duoi triangoli. a. b. c. d. e. f. esser equiangoli, perche essendo (p la. 4. del primo, e p il presupposito della premessa cõclusion) del, a, b, al, e, g, si come del, b, c, al, e, f, serà del, a, b, al, d, e, si come del, a, b, al, e, g, p laqual cosa (per la

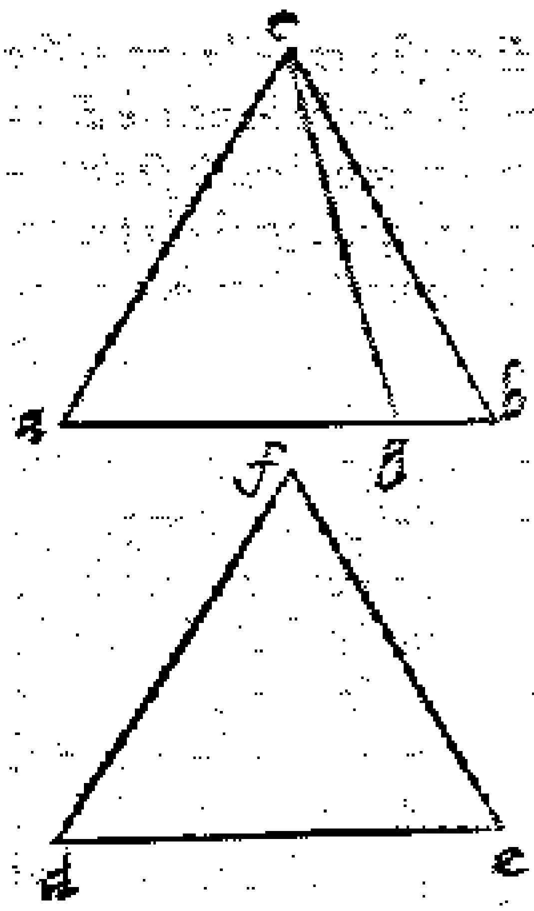


seconda

seconda parte della nona del quinto) lo lato.d.e. è equale al.e.g. perche adonque li duoi lati.d.e.& .e.f.del triangolo.d.e.f.sono equali alli duoi lati.e.g.& .e.f.dello triangolo.g.e.f.& l'angolo.e.dell'uno all'angolo.e.dell'altro, perche l'uno e l'altro è equale all'angolo,b.questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo.e.g.f.e etiam equiangolo al.a.b.c.è manifesto il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia equale a
7 uno angolo dell'altro, & l'uno di duoi suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un ne l'altro sia minor, è necessario quelli duoi triangoli cō tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f.& l'angolo.a.sia equale all'angolo.d.& la proportion del.a.c.al.d.f.si come del.c.b.al.f.e.& l'uno e l'altro di duoi angoli.b.& .e.sia minor del retto, ouer ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo.c.dell'uno è equale all'angolo.f.dell'altro, è manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo.c.maggiore & sia fatto l'angolo.a.c.g.equale al medesimo, serà (per la trigesima seconda del primo) il triangolo.a.g.c.equiangolo al triangolo.d.e.f.per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportione del.a.c.al.d.f.serà si come del.g.c.al.e.f.ma cosi fu lo.b.c.al.e.f.adōque (per la nona del quinto) lo.g.c.& .b.c.sono equali, adonque (per la 5.del 1.) l'angolo.b.è equal all'angolo,b,g,c, adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli,b,& ,e,serà minor del retto, accade li duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti, laqual cosa nō puo essere (per la 32.& 17.del primo) ma se l'uno, & l'altro serà minor del retto serà l'angolo,a,g,c,maggior del retto (per la tertiadecima del primo) per laqual cosa & l'angolo,c.(a se equale) serà anchora maggiore del retto, che è contra il presupposito, per laqual cosa destrutto lo opposito remane il proposito; ma il bisogna che l'un e l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto, ouero ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche eglie è possibile nel medesimo triangolo.a.b.c.la linea.g.c.esser equale alla.b.c.è però serà della.a.c.all'una e l'altra de quelle una proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g,c.& .a.b.c.equiangoli, abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro (immo è quel medesimo come l'angolo,a,) & la proportione della linea,a,c,(come lato del grande) alla.a.c.(come lato del piccolo) e si come della,b,c,(lato del grande) alla.g.c.(lato del piccolo) perche l'una e l'altra è equale, e questo è per questo, che

l'angolo

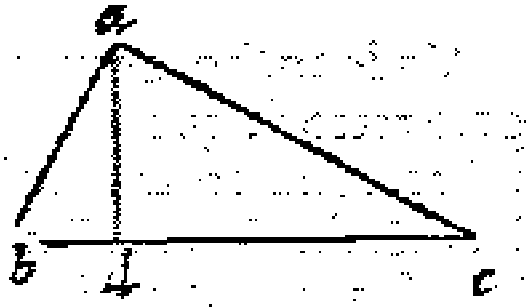
l'angolo,g,del minore è maggior del retto, & l'angolo,h,del maggiore è minore, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'un e l'altro di duoi angoli che sono alla basa è minor del retto.

Theorema.8. Propositione.8.

8 Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del trian-
8 golo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.

Sia il triangolo.a.b.c.orthogonio & l'angolo.a.di quello sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare.a.d.alla basa, dico che l'uno e l'altro di duoi triangoli par tiali quali sono.a.b.d.& a.d.c.è simile al total triangolo.a.b.c.& l'uno de quegli all'altro, perche l'uno e l'altro de quegli è equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro è orthogonio & communicano in un angolo con il totale, per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo.b.è equale all'angolo,d,a,c,& l'angolo,b,a,d,all'angolo,c,& li duoi angoli che sono al.d.sono equali fra loro etiam all'angolo,a,totale,per laqual cosa (per la quarta de questo) li lati riguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che è il proposito.

Il Tradottore.



Bisogna aduertire nella demostratione fatta di sopra che ogni uolta che li duoi angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessità che il terzo angolo del detto triangolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia, se l'angolo.b.a.c.del total triangolo.b.a.c.(per la terza petitione) è equale all'angolo.a.d.c.del triangolo.a.d.c.partiale (per esser ciascun retto) & l'angolo c.è commun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo.a.b.c.è equale all'altro terzo angolo del triangolo.a.d.c.cioè che l'angolo,a,b,c,è equale all'angolo,d,a,c,laqual cosa se uerifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de cadauno triangolo sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo,a,b,c,insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo,a,d,c,(per essere quelli equalmente equali a duoi angoli retti) tolendo adunque dall'una e l'altra parte angoli equali (per la terza commune sententia) li duoi rimanenti seranno equali, cioè l'angolo,a,b,c,all'angolo,d,a,c,et per li medesimi modi e uie se approuarà del triangolo,a,b,d,esser equiangolo al total triangolo,a,b,c,etiam al triangolo,a,d,c,partiale,onde per la quarta de questo li lati che riguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come è lo lato.b.d.del triangolo,a,b,d,(riguardante lo angolo che sotto,b,a,d,) al,d,a,del triangolo,a,d,c,(riguardante lo angolo che al.c.) cosi è la medesima,a,d,del triangolo,a,b,d,(riguardante lo angolo che al,b,) alla

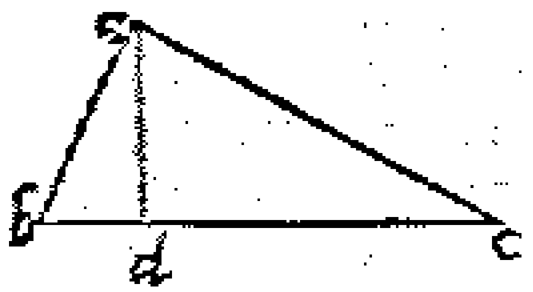
d,c,

d.c. risguardante lo angolo che sotto.d.a.c. del triangolo.a.d.c. (equale a quello che ai.b.) et oltra di questo lo lato.b.a. al.a.c. è si come lo.a.c. al.b.c. perche tutti tre sottotēdono over risguardano li angoli retti, adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d. & .a.d.c. partiali sono simili al total triangolo.a.b.c. etiam fra loro che è il proposito. Alcun se potria admirar di quel che è detto di sopra in fine della espositione di questa ottaua propositione etiam da noi replicato di sopra doue uien cōcluso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli risguardanti li equali angoli esser proportionali e da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se conclude quelli triangoli esser simili laqual cōclusion par fatta indirettamente atento che la diffinition non dice che li lati risguardanti equali angoli sia proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proportionali perilche bisogna aduertire che nelli triangoli egliè una cosa istessa a dire li lati risguardanti equali angoli essere proportionali, et li lati continenti equali angoli esser proportionali laqual cosa è manifesta in li duoi triangoli.a.b.d. & .a.d.c. di quali li duoi lati.b.d. & .a.d. del triangolo.a.b.d. sono proportionali alli duoi lati.a.d. & .d.c. del triangolo.a.d.c. come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche risguardando angoli equal hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioè l'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d. & .b.d. del triangolo.a.b.d. è equale all'angolo contenuto dalli duoi lati,a,d, & ,d,c, del triangolo,a,d,c, perche ciascun e retto & cosi se puo arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correllario.

8/8 Vnde anchora è manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'angolo retto de quello alla basa serà dutta una perpendicolare, serà quella tal perpendicolar media proportional fra le due sectione della detta basa, & similmente l'un e l'altro lato fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore.



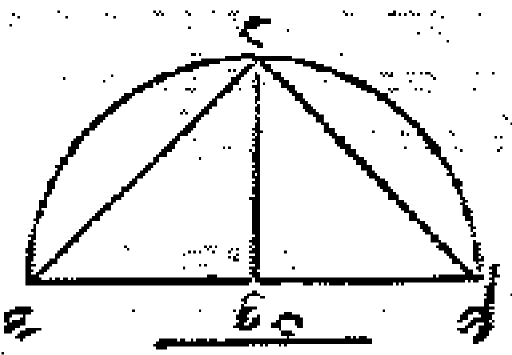
El senso del soprascritto correlario è questo che per le cose dette et dimostrate di sopra egliè manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se da l'angolo retto alla basa di questo serà dutta una perpendicolare, che quella tal perpendicolare serà media proportionale fra le due sectioni della basa, essempli gratia che la perpendicolare.a.d. (del soprascritto triangolo,a,b,c,) e media proportionale fra le due sectioni.b.d. & .d.c. cioè che tal proportione e dalla portione.b.d. alla perpendicolare.a.d. qual è della perpendicolare,a,d, all'altra sectione.d.c. come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo e medio proportionale fra tutta la basa e la section a se conterminale, cioè che lo lato.a.c. (del medesimo triangolo,a,b,) e medio proportionale fra tutta la basa,b,c, & la sectione,d,c, a se conterminale in ponto.c. cioè tal proportione è detta la basa.b.c. al lato.a.c.

to,a,c,qual è dal lato,a,c.alla settione.d.c,e similmēte lo lato.a.b.è medio proportionale fra la detta basa,b,c,& l'altra settione.b.d.a se cōterminale laqual cosa è manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo,a,b,c,simile al triangolo,a,d,c, li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li duoi lati.b.c.& .a.c. del triangolo,a,b,c, sono proportionali alli duoi lati.a.c. & .d.c.del triangolo,a,d,c, (cioè cadauno al suo relatiuo) perche contengono equali angoli, imo uno medesimo angolo che è l'angolo.c. adonque tal proportione è dal lato maggior,b,c, (del triangolo,a,b,c,) al lato maggior.a.c. del triangolo,a,d,c. qual è del lato mezzan.a.c.del triangolo,a,b,c,al lato mezzan, d,c, del triangolo,a,d,c,si che si uede apertamente lo lato,c,esser medio proportionale fra la basa, b.c.e la settion.d.c.a se conterminale in ponto .c. elqual lato.a.c. si come lato maggior del triangolo.a.d.c.uien a esser consequente della prima proportione,& come lato mezzano del triangolo.a.b.c.uien a esser antecedente della seconda proportione,e per li medesimi modi e uie se manifesta l'altro lato.a.b.esser similmente medio proportionale fra la basa.b.c.& la settione.b.d.a se conterminale in ponto.b. perche li duoi lati.b.c.& .a.b. del triangolo.a.b.c.sono proportionali alli duoi lati,a,b, & ,b,d,del triangolo,a,b,d,(cioè ciascun al suo relatiuo (perche contengon un medesimo angolo,che è l'angolo,b, adonque tal proportione è del lato maggiore, b, c, del triangolo,a,b,c,al lato maggior.a.b.(del triangolo,a,b,d,)qual è dal lato menor.a.b.(del triangolo,a.b,c,)al lato minor,b,d,del triangolo,a,b,d, onde si uede che il lato,a,b,si come lato maggior del triangolo, a,b, d, uien a esser consequente della prima proportione,& come lo lato minor del triangolo,a,b,c,uien a esser antecedente della seconda proportione,che è il proposito.

Problema primo. Propositione 9.

9/13 A due proposte rette linee pnoteemo trouar una media proportionale.

nel Cardano.39.& è falsa.



Siano le due linee proposite,a,b,et,c,fra lequal uoglio, trouar una media porportionale aggiōgerò l'una di quelle con l'altra & sia tutta la composita da queste la, a, d, cioè che la,b,d, sia equale alla.c.& sopra tutta descriuo il semicercolo.a.d.e.e produto la.e.b.sina alla circonferentia perpendicolare alla linea.a.d. dico la linea.b.e. esser quella che adimandamo, e per dimostrare questo produco le linee.e.a.& .e.d.& serà (per la trigesima prima del terzo) lo angolo.e. totale retto, per laqual cosa (per la prima parte del correlario della premessa) la proportione della.a.b.alla.b.e.è si come della.b.e.alla.b.d. che è il proposito.

Il Tradottore.

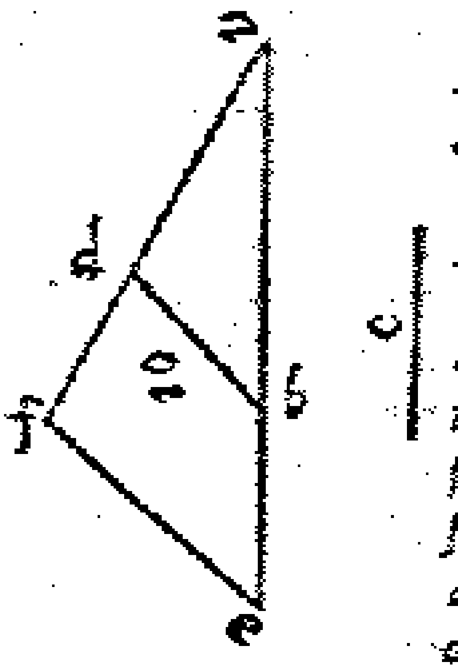
Questa soprascritta nona propositione in la secōda tradottion è la terza decima

niente

nientedimeno a me par questo esser piu suo condecente loco, pche le se demostra immediatamēte dalla prima parte del correlario della precedente, vero è che ho tradutto el testo della detta seconda tradutione è parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradotione del Campano.

Problema. 2. Propositione. 10.

10 A due date rette linee puotemo trouare una terza a quelle in conti-
11 nua proportionalità.



Siano le due linee proposte. a.b. & .c. alle quale voglio soggiongere una terza in cōtinua proportionalità congiongo la linea, c, angularmente (come si voglia) con la linea. a.b. & sia la. a. d. (a se equale) & produco la linea, a, b, fina al, e, fina tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratta la linea, b, d, dal ponto, e, duco una linea equidistante a essa linea. b. d. & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adonque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche (per la seconda di questo) la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della. a. d. alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, b, alla, a, d. (per la secōda parte della settima del quinto) per laqual cosa della, a, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, ma se a tre rette linee volemo trouar una quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto una linea della prima & seconda e a tutta la linea composta sia aggiunta la terza angularmente, & dal commun termine della prima, & della seconda sia dutta una linea alla estremità della terza, & dall'altro termine della seconda, sia dutto a questa linea una equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & retto, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che vien cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta. d. f.

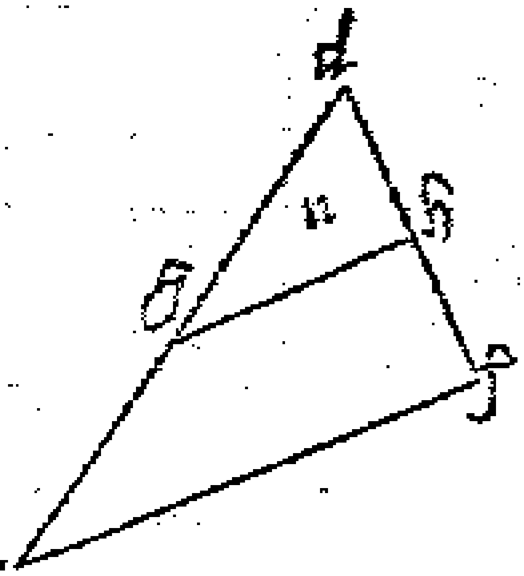
Il Tradottore.

Bisogna auertire in la soprascritta propositione che a voler trouar una terza linea proportionale alle due date linee. a. b. & . c. se puo intendere in duoi modi cioè trouar una consequente alla, c, ouer consequente alla, a, b, volendola consequente alla, c, se die procedere come disopra è stato fatto, ma volendola consequente alla, a, b, se debbeno congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto. d. al ponto. b. protrahere la linea. b. d. & produr la linea. a. d. fin al ponto. f. talmente che la, d. f. sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere una linea equidistante alla. b. d. & produr la. a. b. fina a tanto che la concorra con quella in ponto, e, hor dico la linea. b. esser quella che cercamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di l'altro.

Proble-

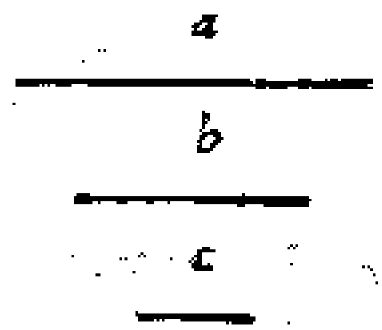
Problema.3. Propositione 11.

10 A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.
12



Siano le tre date rette linee. a. b. c. uoglio a esse, a, b, c, trouar una quarta proportionale congiongo due linee rette, d, e, & , e, f, angularmente & taglio della linea. d. e. (per la terza del primo) la linea. d. g. equale alla linea. a. & la. g. e. equale alla, a, & oltra di questo la. d. h. equale alla. c. & dal ponto. g. al ponto. h. io tiro la linea, g. h. & dal ponto, e. duco la linea, e, f, equidistante alla. g. h. & concorrente con la. d. f. in ponto, f, perche adonque del triangolo, d, e, f, a uno lato di quello (che è, e, f,) e protratta la equidistante, g, h, adonque per (la seconda di questo) è si come della, d, g, alla, g, e, cosi della, d, h, alla, h, f, ma la, d, g, è equale alla a, et la, g, e, alla, b, et la, d, h, alla, c, adonque è si come della, a, alla, b, cosi della, c, alla, h, f, adonque alle tre date rette linee, a, b, c, è trouata la quarta proportionale, h, f, qual cosa bisogna fare.

Il Tradottore.



Bisogna aduertir che a voler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee. a. b. c. se puo intendere in dui modi come etiam sopra la passata fu detto, cioè trouar una consequente alla, c, ouer una consequente alla, a, uolendola trouar consequente alla, c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la, d, g, equal alla, a, & la, g, e, al, a, b, & la, d, h, alla, c, & procedere come è stato detto ma uolendola trouar consequente alla, a, se haueria tolto la, d, g, equale alla, c, & la, g, e, equale alla, b, & la, d, h, equale alla, a, & procedere ut supra, & nota che le tre date linee pono esser & non esser continue proportionale anchora nota qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente in la seconda tradottione, uero è che in fin della espositione della passata è stato aggionto (sotto breuità) il medesimo, tamen non ho uoluto restar di porui la propositione di l'Auttor hauendola trouata.

Problema.4. Propositione. 12.

11 Da una asignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.
9

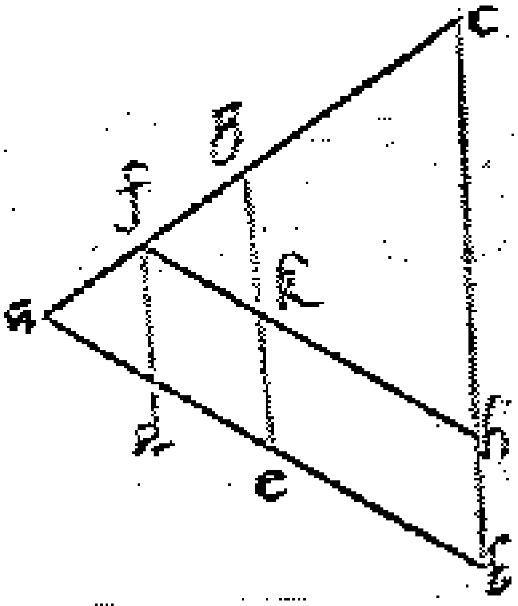
Sia la assignata linea. a. b. io uoglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente (come uiene) una linea de indefinita quantità, laqual sia, a, c, dalla quale reseco tre equal portioni. lequale siano. a. d. d. e. & e. c, & produco le linee. c. b. & d. f. fra loro equidistante dico la. a. f. esser la terza parte della. a. b. perche le proportione della, c, d, alla, d, a. (per

a.(per la seconda di questo) (si come della.b.f.alla.f.a.per laqual cosa congiuntamente della.c.a.alla.d.a.è si come della.b.a.alla.f.a.conciosia adonque che la.c.a.sia tripla alla.d.a.egliè manifesto la,a,f,esser la terza parte della,a,b,che è il proposito.

Problema.5. Propositione.13.

12/10 De due linee proposite l'una in diuisa l'altra diuisa in parti,puotemo diuidere la indiuisa al modo della diuisa.

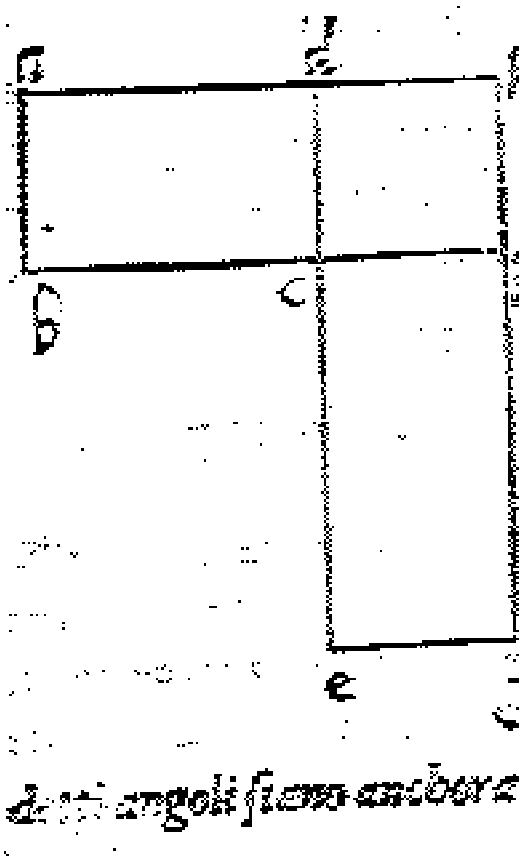
Siano le due linee(lequale congiungerò angularmente come uengono).a.b.& .a.c.e sia.a.b.diuisa in tre, ouero qual si uoglia portioni,signati in quella li ponti.d.&,e.uoglio secondo le medesime portioni diuidere la linea.a.c.quando adonque hauerò congiunte quelle angularmente,come è detto,tirarò la linea.b.c.& equidistante a quella la.d.f.& .e.g.dico queste equidistante diuidere la linea.a.c.in parti proportionale alle parti della.a.b.perche menando la.f.h.equidistante alla.a.b.laquale segha la,e,g,in ponto.k.& serà(per la seconda di questo)la proportione della.g.f.alla.f.a.si come della,e,d,alla,d,a,& dalla,c,g,alla,g,f,si come della,h,k,alla,k,f,per laqual cosa è si come della,b,e,alla,e,d,(per la trigesima quarta del primo,& per la seconda parte della settima del quinto)che è il proposito.ma il bisogna tante uolte repetere la seconda de questo quante, parti seranno in la linea.a.b.manco una, e la trigesima quarta del primo & la settima del quinto manco due.



Theorema.9. Propositione.14.

Se seranno due superficie equali de lati equidistāti dellequale un'angolo dell'una sia equal a un'angolo dell'altra li lati continēti li duoi angoli equali,e necessario esser mutekesia, e se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia,le due superficie è necessario esser equale.

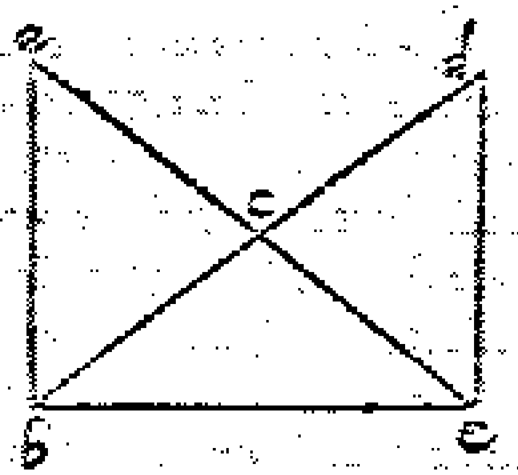
14/14



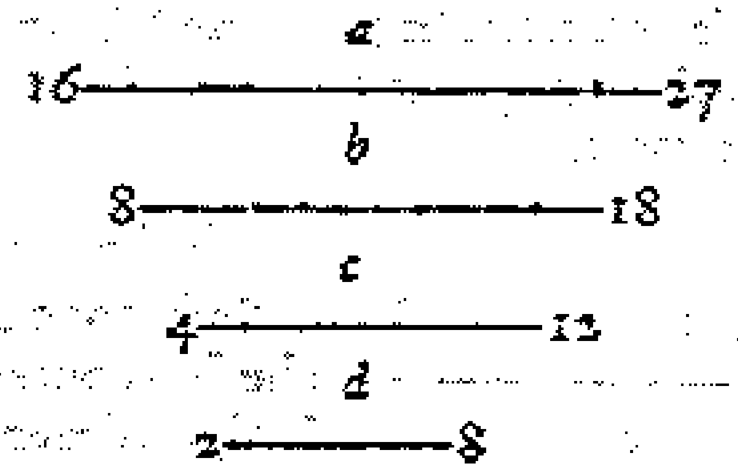
Siano le due superficie.a.b.c.d.& .c.e.f.g.de equidistanti lati & equal,e sia l'angolo.c dell'una equale all'angolo,c,dell'altra,dico la proportione del lato,b,c.al,c,g,esser si come del.e.c.al.c.d.e se la proportione del lato,b,c,al,c,g,serà si come del.e.c.al.c.d.et li predetti angoli sieno anchora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti esser equale ser equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioè l'angolo, c, del l'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li dui lati di quelle liquali sono, b, c, &, c, g, facciano una linea, & seranno similmente li altri dui lati, d, c, &, c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presupposito) elquale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adonque compirò la superficie de equidistanti lati produtte le linee, a, d, &, f, g, per fin a tanto che concorrano in, b, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, &, c, f, alla superficie, c, b, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, b, è si come della linea, b, c, alla linea, c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, b, si come della, e, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione, la seconda parte anchora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, b, & della, e, c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, b, & perche egliè sta supposto che la proportione della b, c, alla c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie, a, c, & e, g, alla superficie, c, b, una proportion adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema. 10. Propositione. 15.

14/15 Se seranno duoi triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno, sia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekefia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekefia, li duoi triangoli se approuano essere equali.



Siano dui triangoli, a, b, c, e, d, e, equali & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro dico la proportione del lato, a, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, o, & sel serà la proportion del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli dui triangoli esser equali, perche congiungendo io quelli angularmente cosi che li lati, a, c, &, c, e, sian fatti una linea seranno similmente, b, c, &, c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quinta decima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de ditti triangoli al triangolo,



golo. c. b. e. una proportione, & perche (per la prima di questo) del primo de quelli a quello è si come del. a. c. al. c. e. & del secondo de quelli al medesimo è si come del. d. c. al. c. b. è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte se proua al contrario perche della, a, c, alla, c, e, è si come del primo triangolo al triangolo. b. c. e. & del, d, c, al, c, b, si come del secondo al medesimo (per la prima di questo) & perche le stato posto che'l sia del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, serà dell'uno & dell'altro de detti triangoli al triangolo, b, c, e, una proportione, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

Theorema. 11. Propositione. 16.

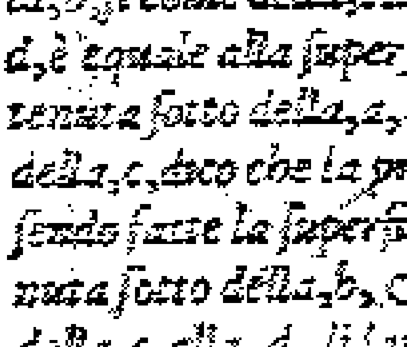
15
16

Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee, a, b, c, d, proportionale, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, & se la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche essendo fatte la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, & la superficie contenuta sotto della, b, & della, c, se la proportione adonque della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per laqual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) esse sono equale, che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quelle seranno mutekesia perche la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 12. Propositione. 17.

16
17



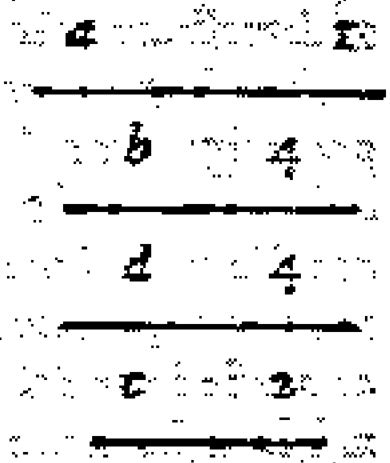
Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza, serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia

Sia la proportion della linea.a.alla linea.b.si come della linea.b.alla linea.c. dico che la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.è equale al quadrato della.b.& se la superficie contenuta sotto della.a.& della.c.è equale al quadrato della.b.dico che la proportione della,a,alla,b,è si come della.b.alla.c.ma questo è euidente per la precedente posta una linea, laquale sia equale alla.b.talmente che la.b.sia in ragione de seconda & de terza.

Il Tradottore.

Verbi gratia, ponendo la.d.equale alla.b.(come in la seconda figuratione appare) haueremo poi quattro linee proportionale, cioè,a,b,d,c,cioè che la proportione della,a,alla,b,è si come della,d,alla,c,onde (per la precedente) lo rettangolo che serà contenuto sotto della.a.et della.c.serà equale a quello che serà contenuto sotto della.b.& della.d.& perche il rettangolo contenuto sotto della.b.& della.d.è equale e simile al quadrato della,b,(per esser la,d,equale alla.b.) seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della,a,& della,c,

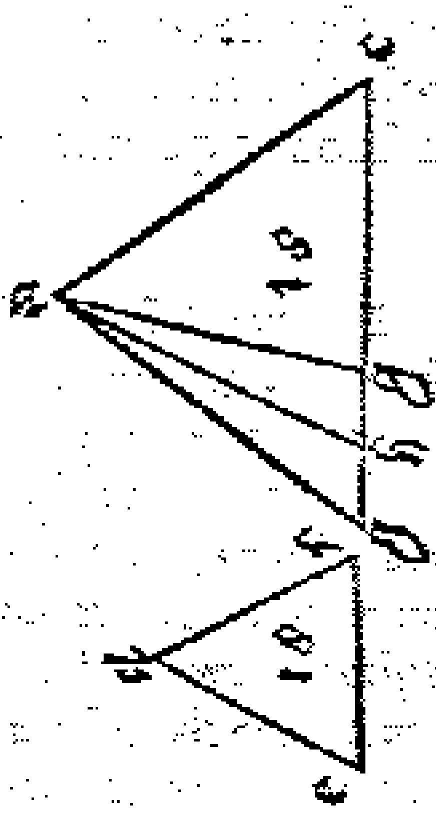


essere equale al quadrato della,b,che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

Theorema.13. Propositione.18.

17/19 Se seranno duoi triangoli simili, la proportione dell'uno all'altro è come la proportione de qual suo lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.

Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,simili & (per la diffinitione) seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo,a,equale all'angolo,d,& l'angolo,b,all'angolo,e,& l'angolo,c,all'angolo,f,& serà la proportione del lato,a,b,al,d,e,et del,a,c,al,d,f,si come del,b,c,al,e,f,dico che la proportion del triangolo,a,b,c,al triangolo,d,e,f,è si come la proportione del,b,c,al,e,f,duplicata, perche essendo sottogiunta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee,b,c,& e,f,una terza in continua proportionalità laqual sia,c,g,protratta, ouer resecata la,c,b,(se la,c,g,serà maggior ouer minor di quella) & essendo produtta la linea,g,a,& serà (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo,a,g,c,equale al triangolo,d,e,f,per questo che la proportione



della,a,c,alla,d,f,è si come della,e,f,alla,c,g,et l'angolo,c,equale all'ãgolo,f,per laqual cosa (per la seconda parte della settima del 5.) lo triangolo,a,b,c,all'uno et l'altro de quegli hauerà una proportione, & (per la prima di questo) la propor-

tione del triangolo, a, b, c. del triangolo, a, g, c, è si come della, b, c, alla, g, c, & la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, b, c. alla, e, f, duplicata (per la undecima diffinition del quinto) adonque la proportion del triangolo, a, b, c, al triangolo d. e. f, è si come la proportione della. b. c. alla. e. f. duplicata che è il proposito, ma se per caso la. c. g. sia equale alla. b. c. serà (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo. a. b. c. equale al triangolo. d. e. f. & la equal proportion è composta dalla equal duplicata, over treplicata, over quante uolte si uoglia. Questa medesima positione possemo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quarta decima del presente in loco della quintadecima, ma il non demostra quella, perche per la sequente el se dimostra uniuersalmēte de tutte le superficie simile, per laqual cosa (per il correlario che uniuersalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli, ma demostra la sequente serà manifestante de tutte, ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa è non della sequente, perche dal modo della demostratione de questa è manifesta la sua uerità e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

o/17 Et da questo anchora è manifesto che di ogni tre linee continue proportionale quanta è la prima alla terza, tanta serà una superficie constituida sopra la prima a una superficie constituida sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

19/o Anchora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue proportionale, quanta è la prima alla terza, tanta serà la superficie rettangola costituta sopra la prima alla superficie rettangola costituta sopra la seconda quando serà a quella simile la lineatione & creatione.

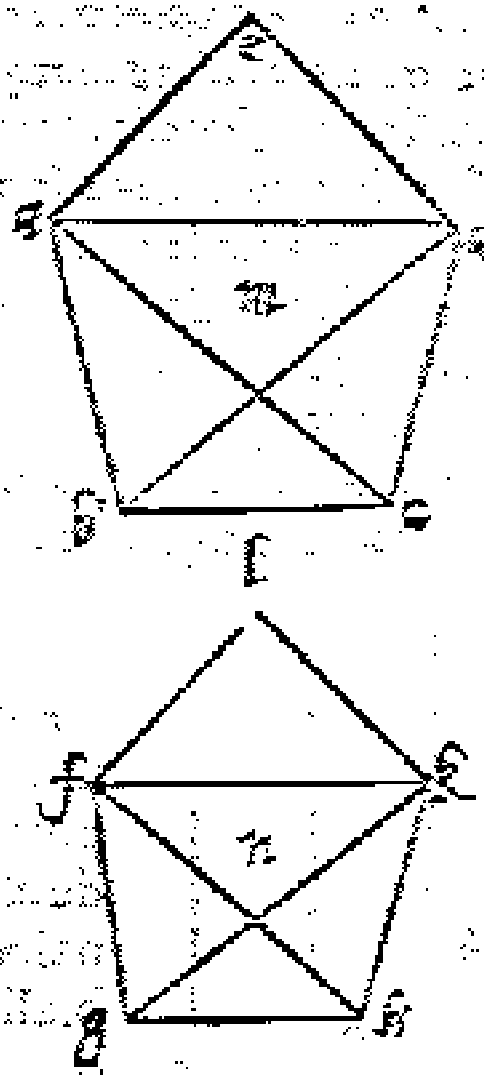
Il Tradottore.

El primo delli soprascritti duoi correlarij conclude generalmente che per le cose dette, & dimostrate di sopra egliè manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza, quale serà de una superficie constituida sopra alla prima linea, a una superficie constituta sopra alla seconda linea, domente che le dette due superficie sieno simile in lineatione & creatione: Il secondo, cioè quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile, & circa cio io dico che egliè ben il uero che disopra egliè stato demostrato delle tre linee. c. b. f. e. c. g. continue proportionale, che tale proportione e dalla prima. c. b. alla terza. c. g. qual è dallo triangolo. a. b. c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo. d. e. f. (constituido sopra alla seconda) ma per questo non se uerifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, ilquale conclude generalmente de tutte le super-

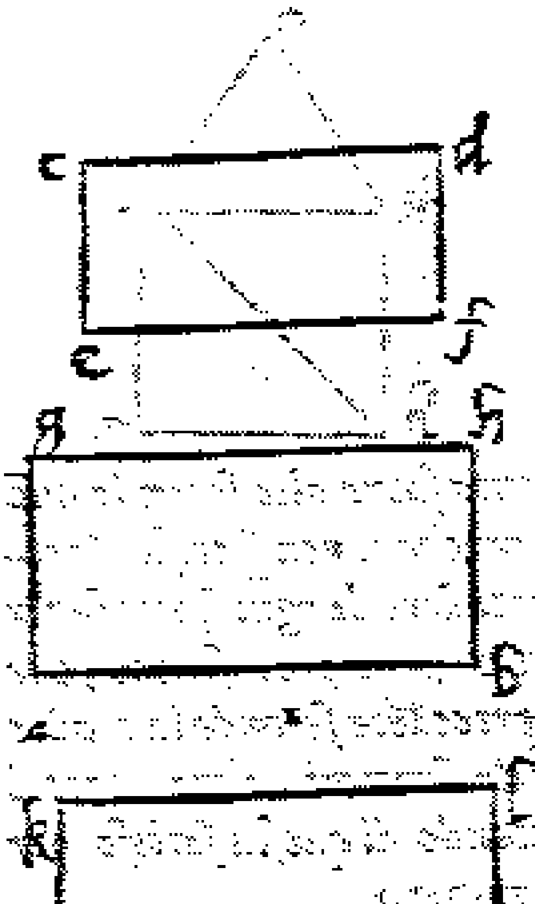
le superficie simili, & manco si uerifica quello della secōda traduttione: ma eglie ben il uero che quello della seconda tradottione si potria dimostrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) cioè usando nella argumentatione la decimaquarta propositione di questo in luoco della decimaquinta. Benche (secondo il mio giudicio,) el suo proprio & condecente luoco dell'uno & dell'altro credo, che sia dopoi la demostratione della sequente propositione, perche in tale luoco (mediante le cose demostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) ueria ad essere uerificato totalmente quello che conclude l'uno & l'altro delli predetti duoi correlarii, ma perche in l'una e l'altra tradottione sono poste drietto a questa propositione, & in tal luoco li havemo lassati, & perche il secondo Correlario posto in fine della sequente propositione è simile in conclusione al soprascritto della prima tradottione mi fa credere questo essere uno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prima tradottione seria stato superfluamente posto dallo Authore, ilche non è da credere.

Theorema. 14. Propositione. 19.

18 Ogni due superficie simili multiangule sono diuisibile in triangoli
20 simili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra e si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.



Siano esempli gratia li duoi penthagoni .a.e.d.c.b. & .f.l.k.h.g. simili. Dico che essi sono diuisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'uno di quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del .a.b. al .f.g. perche essendo dutte le due linee .a.c. & a.d. è similmente la .f.h. & f.k. & serà (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo .a.b.c. equiangolo al triangolo .f.g.h. & lo triangolo .a.e.d. al triangolo .f.l.k. similmente anchora (per questa commune scientia se da cose equale se toghe cose equale li rimanenti sono equali) serà lo triangolo .a.c.d. equiangolo al triangolo .f.h.k. perche li detti penthagoni sono sta posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli in liquali sono diuisi, sono fra loro equiangoli (come è sta prouato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa conciosia che essi sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la .b.d. laqual segharà la .a.c. in ponto .m. & la .g.k. laqual segharà la .f.h. in ponto .n. & serà lo triangolo (dutta la linea, b, k,) equal all'angolo, g, d, f, & l'angolo, k, b, l, (dutta la linea, b, l,) equale all'angolo, f, d, e, & l'angolo, b, h, k, (dutta la linea, k, h,) equale all'angolo, d, g, f, & l'angolo, h, k, l, (dutta la linea, k, l,) equale all'angolo, d, f, e, & serà perfetto il penthagono che era da esser costituido sopra la linea, a, b, perche quello è equiangolo al dato penthagono per la equalità di angoli di triangoli in liquali l'uno & l'altro è diviso, & etiam è de lati proportionali per la proportionalità di lati de essi triangoli, laqual cosa dalla quarta di questo evidentemente apparera, perilche (per la diffinitione delle superficie simile) lo penthagono constituido sopra la linea, a, b, è simile al penthagono dato, che è il proposito.



Il Tradottore.

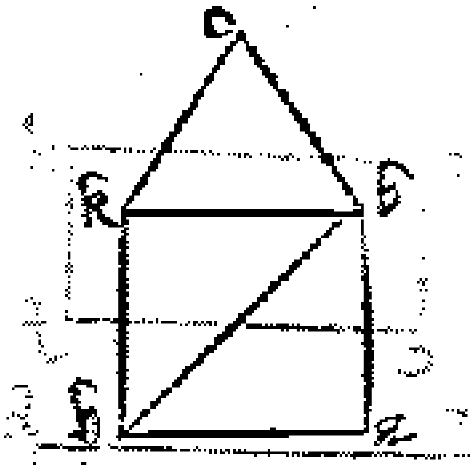
El testo di questa soprascritta propositione lo havemo tradotto la maggiore parte secondo la seconda traductione, perche quello della tradottiō del Campano è diminuto assai, perche il prepone di voler construere sopra una data linea una superficie simile a una data superficie, & doveria dire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie rettilinea altramente la superficie proposta potria esser cosi conditionata che sopra alla data linea se poria descrivere due è piu superficie simile alla data superficie & fra loro seranno differente in quantità, come serebbe verbi gratia, sia la data superficie, c, d, e, f, & per piu facile intelligenza, sia rettangola, & la longhezza, c, d, di quella sia doppia alla larghezza, c, e, & sian date due linee equale, cioè, a, b, prima & a, b, seconda hor dico che sopra alla linea, a, b, se può descrivere due superficie simile alla data, c, d, e, f, & differente in quantità, perche se io ponerò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie, a, b, g, h, & a, b, k, l, che cadauna è fatta simile alla, c, e, d, f, cioè la longhezza de cadauna è doppia alla sua larghezza, e sono rettangole & nientedimeno la, a, b, k, l, (per lo primo correlario della decimanona di questo) è quadrupla alla, a, b, g, h, & questo procede che la prima linea, a, b, è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per caso la data superficie fusse de tre lati diversi sopra alla data linea se poteria descrivere tre superficie simile alla data e diverse fra loro in quantità, cioè una tolendo la data linea per il lato minor de detta figura, l'altra tolendola per il lato mezzano, e l'altra tolendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quat-

Correlario secondo.

Per tanto anchora uniuersalmente è manifesto che se tre rette linee
20 seranno proportionale si come la prima alla terza, cosi serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.

Il Tradottore.

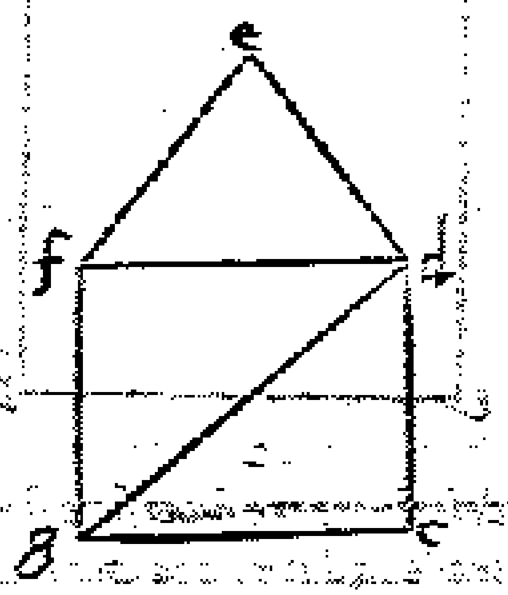
Questi soprascritti duoi Correlarij se trouano solamente in la seconda tradottione, il primo di quali conclude il conuerso dello correlario della precedente etiā de questo secondo, perche questo secōdo correlario in sostantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedēte, secondo la tradottione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale tal proportion ha la prima alla terza qual ha una superficie costituita sopra la prima a una superficie costituita sopra alla seconda quādo la serà a quella simile in lineatione & creatione, & perche el non specifica (rettangola) come fa quello di la noua tradottione, se die intendere de ogni specie superficie simili, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, per ilche a me par che questo secondo sia quel instesso della precedēte secondo la tradottione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa satisfa per quella, o sia di la noua tradottione, o sia di quella del Campano.

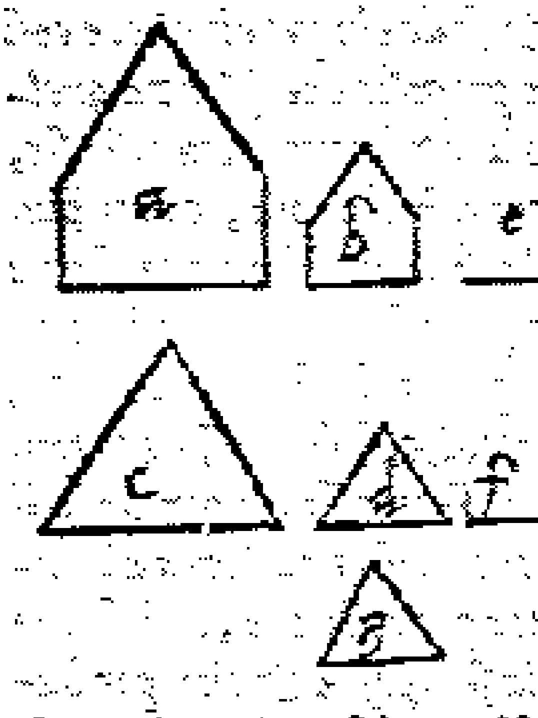


Problema 6. Propositione. 20.

18 Sopra una data retta linea possemo descriuer uno rettilineo simile e
19 similmente posto a uno dato rettilineo.

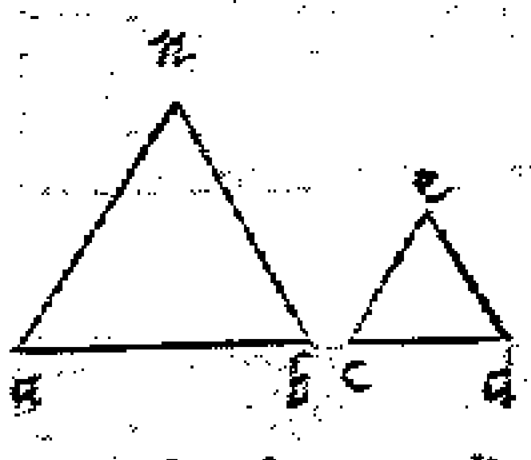
Sia la data linea .a.b. sopra laquale uoglio costituire una superficie, rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia .c.d.e.f.g. diuido questo penthagono in triangoli, dutte le linee .d.f. & .d.g. & sopra il ponto .a. costituisco uno angolo equale all'angolo .c. (dutta la linea .a.h.) & sopra il ponto .b. costituisco un altro angolo (ilquale sia .a.b.h.) equale all'angolo .c.d.g. protratta la linea .b.h. fina a tanto che quella concorra con la .a.h. in ponto .h. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo .a.h.b. equale all'angolo .c.g.d. e però (per la quarta di questo) li lati di duoi triangoli .g.c.d. & .h.a.b. seranno proportionali: faccio anchora lo angolo .b.h.K.





proportione del penthagono al penthagono, si come del triangolo, al triangolo dico che la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, perche essendo sotto quanto alle linee, a, & b, la, e, & alle linee, c, & d, la, f, in continua proportionalità, si come amaestra la decima in questo, & serà (per la vigesima seconda del quinto et per la equal proportionalità) della, a, alla, e, si come della, c, alla, f, perche adonque (per lo correlario secondo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della, a, alla, e, et di triangoli si come della, c, alla, f, serà adonque la proportion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo proposito, il secondo cosi è manifesto, siano li duoi penthagoni simili & li dui triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche sia fatto della, c, alla, g, si come della, a, alla, b. (& come questo si debbia fare è detto di sopra la undecima di questo) & sopra la, g, sia fatto (si come insegna la vigesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea c. & serà (per la precedente simile a quella) che è constitua sopra la linea d. & serà anchora (per la prima parte de questa vigesima seconda) qual proportione del penthagono, a, al penthagono, b, quella medesima del triangolo, c, al triangolo, g, ma la medesima era etiam del triangolo, c, al triangolo, d, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo, d, è equale al triangolo, g, & perche sono simili, serà la linea, g, equale alla linea, d. (per la prima parte della decima ottaua di questo) quando che sopra le linee, c, d, & g, siano triangoli, ouer (per la seconda parte della decima nona) quando fussено stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalità non è produtta da alcuna proportione dupplicata, ouer triplicata, ouer pigliata quante uolte si uoglia se non dalla equale, adonque della, c, alla, d, serà si come della, a, alla, b, che è il proposito.

Il tradottore.



Quella particula, cioè in el soprascritto testo dice, & similmente descritte se troua solum in la seconda tradottione, senza lequale il testo di la tradottione del Campano pateria opositione si come nella passata, perche essendo quattro rettelinee proportionale, se porrà descriuere, sopra due, & due superficie rettelinee simili lequali serau cosi conditionate che (non essendo similmente descritte) non seranno proportionale, esempli gratia, siano le quattro linee. a.b. c.d. e.f. g.h. proportionale & per maggior intelligentia sia la. a.b. dupla alla. c.d. è similmente la, e, f, alla, g, h, & sopra le due. a, b. & c.d. siano descritti duoi triangoli equalateri, & sopra le due, e, f, & g, h, siano

descritti

de quattro lati inequali se ne potrà descriuere quattro & se de cinque cinque, e cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se vede adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere saluo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se hauerà a designar bisogna che la sia non solamente simile alla data, ma che la sia similmente posta cioè che la se ripossa sul medesimo lato doue se ripossa la data, onde la superficie, a, b, k, l, quantunque la sia simile alla data, c, d, e, f, tamen la non è similmente posta, perche la data c, d, e, f, se ripossa & tien per basa il maggior lato di quella, cioè, e, f, & la, a, b, k, l, se ripossa & per basa il lato minore, cioè, a, b, ma la superficie, a, b, g, h, è veramente descritta sopra alla linea, a, b, con la conditione, che se recerca in la soprascritta propositione, cioè simile & similmente posta alla data superficie, c, d, e, f, perche la se ripossa & tien per basa il maggior lato, e questo è quello che volemo inferire.

Theorema. 15. Propositione. 21.

20/21 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è necessario fra loro esser simili.

Sia l'un e l'altro di penthagoni, a, b, c, d, e, f, simili al penthagono g, h, k, dico quelli esser fra loro simili, perche l'un e l'altro de quegli è equiangolo al penthagono g, h, k, (per la conuersione della diffinitione della superficie simile) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del, a, b, al, g, h, è si come del, a, c, al, g, K, et del, g, h, al, d, e, si come del, g, k, al, d, f, adonque per la equal proportionalità del, a, b, al, d, e, è si come del, a, c, al, d, f, per lo medesimo modo se approuerai li altri lati di penthagoni, a, b, c, & d, e, f, (continenti li equali angoli) esser proportionali adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 22.

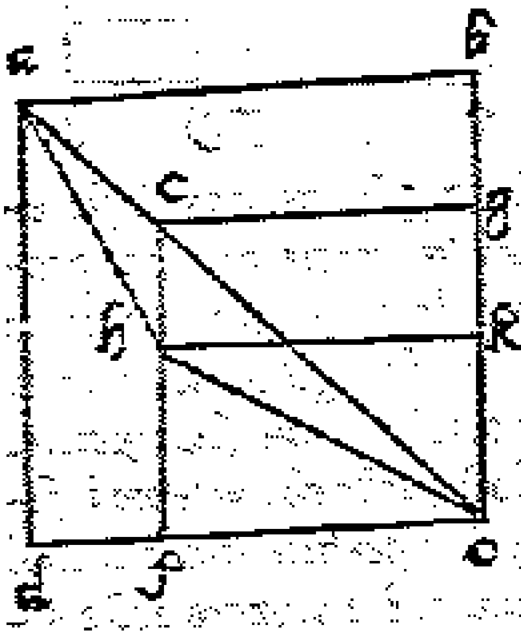
21/22 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie constitute sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee necessario esser proportionale.

Siano quattro linee proportionale, a, b, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che essendo constituide superficie simile sopra la, a, & b, (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituide sopra la, c, & d, (come duoi triangoli simili) serà la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la

proportione

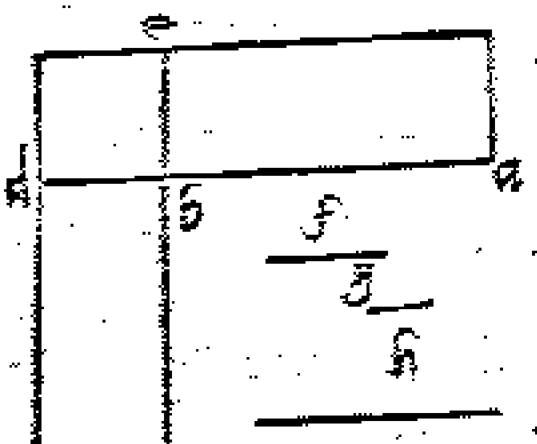
Theorema.18. Propositione.24.

Se da uno paralellogrammo in el suo spatio sia sta distinto uno para
23/26 lellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente uno angolo commune con quello, quel se riposa intorno al diametro del medesimo.



Come se in lo paralellogrammo, b, d, sia distinto lo paralellogrammo, f, g, che sia simile a quello, & similmente posto & participãte con quello nel angolo, c, dico chel paralellogrammo, f, g, sta intorno al diametro del paralellogrammo, b, d, & questa è al contrario della precedente. & per dimostrare questo produrò la, a, e, c, laquale se la serà cõcessa esser lo diametro del paralellogrammo b, d, e manifesto il proposito, ma se possibile è per l'aduersario sia, a, b, c, lo diametro de quello & sia dutta la, b, k equidistante alla, f, c, & (per la precedente) lo paralellogrammo, f, k, serà simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la cõuersione della diffinitione delle superficie simili) la proportione della, b, c, alla, k, c, e si come della, d, c, alla, f, c, ma (per la medesima cõuersione della detta diffinitione) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, d, c, alla, f, c, per questo che lo paralellogrammo, f, g, e stato posto simile al paralellogrammo, b, d, adonque (per la undecima del quinto) la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come, della, b, c, alla, k, c, (perche l'una e l'altra e si come della, d, c, alla, f, c,) per laqualcosa (per la seconda parte della nona del quinto) la, g, c, è equale alla, k, c, cioè la parte al tutto. che è impossibile, adonque la, a, e, c, serà lo diametro del parallelogrammo, b, d, che è il proposito.

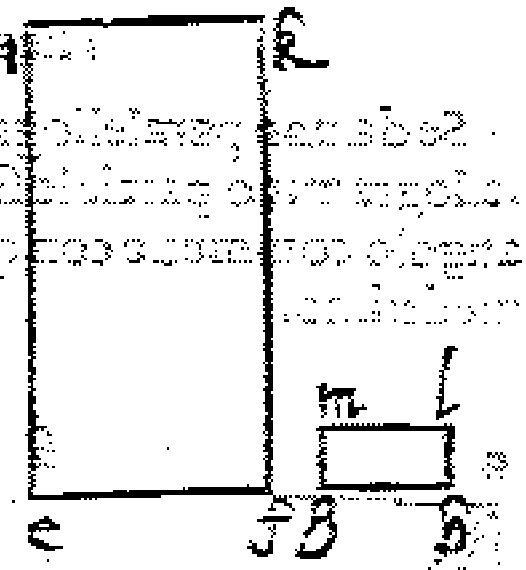
Il Tradottore.



Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo paralellogrammo partiale douendo essere intorno allo diametro del totale (lequal sono queste,) che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia un di suoi angoli che sia commun all'uno e l'altro, due sole se ne troua nella tradottion del Campano & una di quelle è alquanto ambigua, cioè quella che dice, & secondo l'esser suo di quello, perche lo commentatore la espone cosi idest participante con quello in un angolo. & io tengo, che uoglia dire che sia similmente posto, tamen pigliasi come si uoglia mancandoui una di quelle tre conditioni la propositione pateria oppositione perche mancando una di quelle in lo paralellogrammo partiale non seria necessario che stesse intorno al diametro del totale.

Theore-

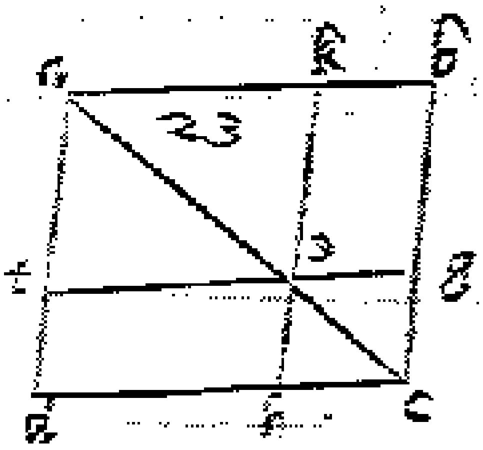
descritti due superficie retangole che la longhezza de cadaūa sia doppia alla larghezza e sian cosi condicionatamente descritte che la linea.e.f. uenga a esser larghezza de l'una (cioè di quella descritta sopra da se) et la linea.g.h. uenga a esser longhezza dell'altra (come appare in le ditte due superficie.e.f.i.k. & g.h.l.m.) Hor si uede che le quattro linee.a.b.c.d.e.f.g.h. sono proportionale, & sopra le due.a.b. & c.d. sono descritti li dui triangoli.a.b.n. & c.d.o. liquali per esser equilateri sono simili (per la quarta di questo) & sopra le altre.e.f. & g.h. son descritte le due superficie.e.f.i.K. & g.h.l.m. lequale son etiam simili (per la diffinitione) & tamen queste quattro superficie non sono proportionale, immo el triangolo,a,b,n,è quadruplo al triangolo,c,d,o.(per la decima ottaua di questo) & la superficie.f.i.k.è sedecupla alla superficie.g.h.l.m.(per la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perche le due superficie.e.f.i.k. & g.h.l.m. non sono similmente descritte, & questo è quello che uolemo inferire, e di questo modo bisogna auertir in la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perche in tanti modi si puonno uariar quanto è il numero della diuersità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.



Theorema.17. Propositione.23.

22 / 24 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni paralellogrammo sono simile a tutto el paralellogrammo anchora fra loro.

Come sia in lo paralellogrammo.b.d. delquale lo diametro è.a.c. stando le superficie,g,h, & f,k, de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle essere simile a tutto il paralellogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della.b.g. alla.g.c. & della.d.h. alla.h.c.è si come della,a,e, alla,e,c, adonque congiuntamēte della,b,c, alla,c,g, e della,d,c, alla,c,h, serà si come della,a,c, alla,c,e, per laqual cosa (per la undecima del 5.) della.b.c. alla.c.g. serà si come della.d.c. alla.c.h. e similmēte serà si come della a.b. alla.e.g. conciosia che la.a.b.è equal alla.d.c. e la.e.g. alla,h,c, per lo medesimo modo serà della.a.d. alla.e.h. si come della.a.b. alla.e.g. e della.d.c. alla h,c, perche adonque questi paralellogrammi sono equiangoli eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo.g.h. esser simile al.b.d. anchora per simil modo se approua lo.f.k. esser simile al medesimo per questo che della.b.a. alla.a.k. & della.d.a. alla.a.f.è si come della.c.a. alla.a.e. (per la seconda de questo) e per la congiunta proportionalità per laqual cosa (per la uigesima prima di questo) lo,f,k,è anchora simile al,g,h, & cosi è manifesto il tutto.



Theo-

basa.h.k.)sia equale al penthagono.A. & per lo medesimo modo sopra la linea. k.n.(laquale è il secondo lato de questa superficie)constituisco un altra superficie rettangola equale allo esagono.b.cioè fatto la superficie.k.o.equale al triagolo.e. & la.o.p.equale al.b.& la.p.q.equale al.f.& la.q.r.equale al.g. accioche tutta la superficie rettangola.n.r.sia equale allo esagono.B. & toglio(per la nona di questo)la linea.s.t.proportionale fra la linea.h.k.& la linea.K.r.& sopra quella(secondo la dottrina della uigesima di questo)constituisco la superficie.u.simile alla superficie.a.laqual dico esser quella che cercamo & equale alla superficie.b.perche essendo le tre linee.h.K.s.t.& k.r.continue proportionale,& essendo sopra la prima & la seconda costituide le superficie simile, cioè la.a.& u.serà(per lo correllario della decima nona di questo)della.a.alla.u.si come della.h.k.alla.K.r.per laqual cosa(per la prima di questo)serà si come della.h.n.alla.n.r.e però(per la prima parte della settima del quinto)si come della.a.alla.n.r.e per questo(per la seconda parte della medesima)serà si come della.a.alla.b.adonque(per la seconda parte della nona del quinto)la.u.è equale alla.b.che è il proposito, laqual cosa anchora possemo facilmente prouar per la permutata proportionalità,perche essendo della.a.alla.u.si come della.h.n.alla.n.r.serà permutatamente della.a.alla.h.n.si come della.u.alla.n.r.& perche la.a.è equale alla.h.n.serà la.u.equale alla.n.r. per laqual cosa la.u.è etiam equale alla.b.(per questa communa sententia)quelle cose che a una medesima cosa sono equale sono fra loro equale, ma non è necessario che le superficie.h.l:l.m.& m.n.de lati equidistanti(equali alli tre angoli.c.a.d.) ouer le superficie.k.o:o.p:p.q.et.q.r.)equal alli triangoli.e.b.f.g.)siano rettangole, ma che l'angolo estrinsico della superficie.l.m.sia equal all'angolo intrinsico della superficie.l.h.& lo estrinsico della.m.n.all'intrinsico della.m.l.similmente anchora che lo estrisico della superficie.k.o.sia equal all'intrinsico della superficie.h.n.et l'estrinsico della.o.p.allo intrinsico della.K.o.e cosi delle altre . perche essendo cosi serà cadauna delle linee.k.n.& h.m.a se opposite & similmente.h.r.& n.q.a se opposita una linea(per l'ultima parte della uigesimanona del primo)e per la quartadecima del medesimo equalmente repetita quante uolte serà de bisogno.per questa causa che tutte le superficie.h.l:l.m.n.& similmente le.K.o:o.p:p.q.& q.r.sono de equidistanti lati & l'angolo estrinsico de cadauna seguente è equal all'intrinsico de quella precedente,per laqual cosa le due superficie.h.n.& n.r.seranno de equidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza , in le altre adonque arguisse come auanti.

Theorema.20. Propositione.27.

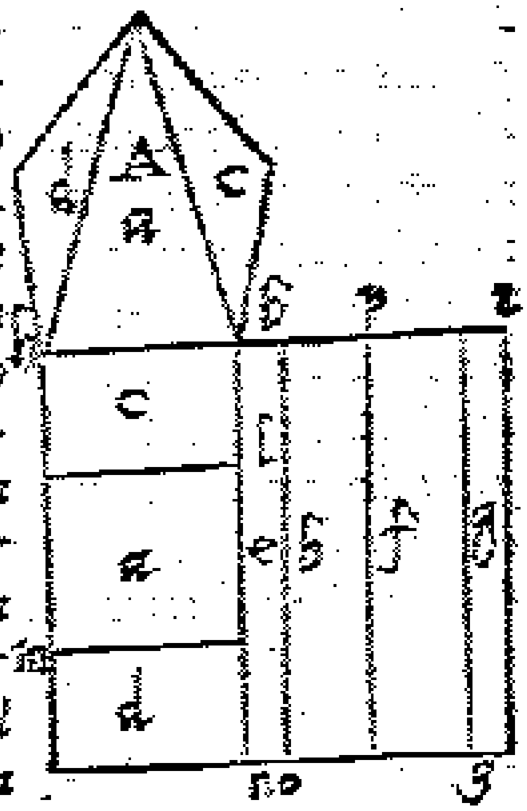
26 Lo paralellogrammo designato sopra la mità de una data linea , è
27 maggior di qualunque paralellogrammo applicato alla data linea al qual manchi al compimento della linea uno simile, & che stia sopra il diametro del collocato sopra la mità.

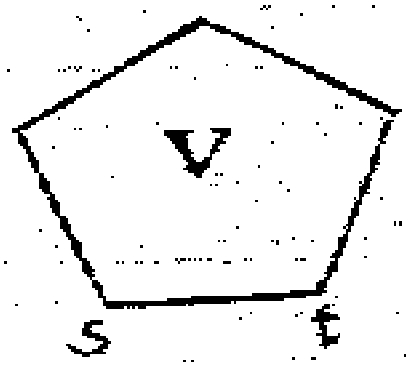
Sia data la linea.a.b.sopra la mità dellaquale, cioè sopra la.c.b.sia constituido lo pa-

Theorema.19. Propositione.25.

24/23 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. la proportione dell'una all'altra è quella ch'è produtta dalle due proportioni di suoi lati continenti li duoi angoli equali.

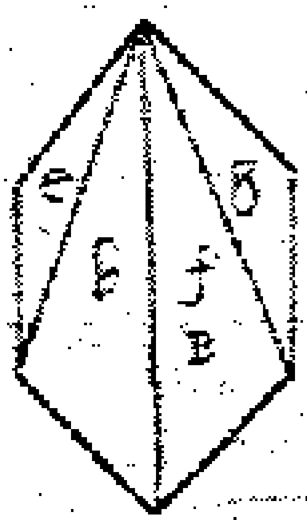
Siano due superficie de equidistanti lati.a.c. & .e.d. & sia l'angolo.b.dell'una equale all'angolo.b.dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra e produtta, over composta dalla proportione della.a.b.alla.b.d. & dalla.c.b.alla.b.e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo parallelogramma.c.d. & ponendo io che la proportione della linea.f.alla linea.g.sia si come della.a.b.alla b.d. & della.g.alla.h.si come della.c.b.alla.b.e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della.a.c.alla.c.d.si come della.f.alla.g. & della.c.d.alla.d.e.si come della.g.alla h.per laqual cosa (per la uigesimaseconda del quinto) serà in la equal proportionalità della.a.c.alla.d.e.si come della.f.alla h. & perche la proportione della.f.alla.h.è produtta, over composta della proportione dalla.f.alla.g. & dalla.g.alla.h. (per la quinta diffinitione di questo) seguirà che la proportione della.a.c.alla d.e.sia composta dalle medesime, per laqualcosa è manifesto il proposito.



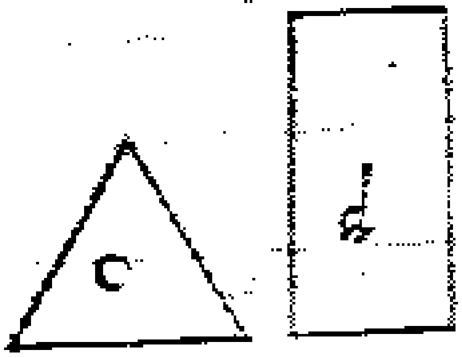


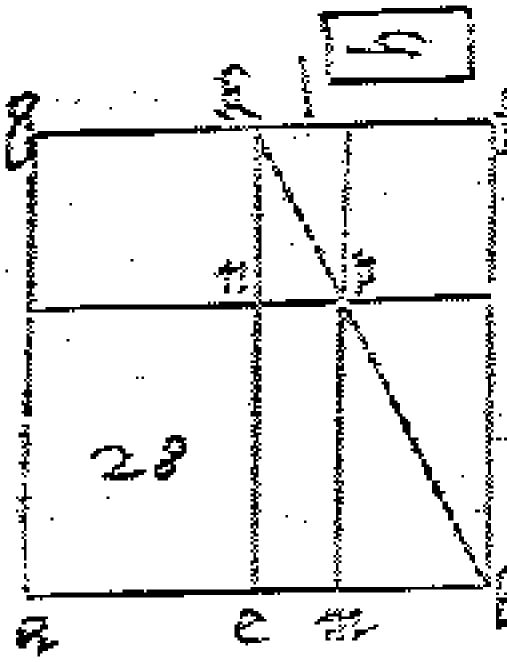
Theorema.7. Propositione.26.

25/25 Puotemo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta equale.



Siano proposte due superficie rettilinee.A.penthagona.B.exagona uoglio fare una superficie simile alla.a. & equale alla.b.l'una & l'altra delle proposte superficie risoluo in triangoli.A.in li triangoli.c.a.d. & la.B.in li triangoli.e.b.f.g. & sopra la basa della superficie.a.laqual sia.h.K.costituisco (secondo la dottrina della.44.del.1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo.c.(laqual sia.h.l) & la.l.m.equale al.a. & la m.n.equal al.d.acciochè tutta la superficie de equidistanti lati h.n.(costituta sopra la basa.



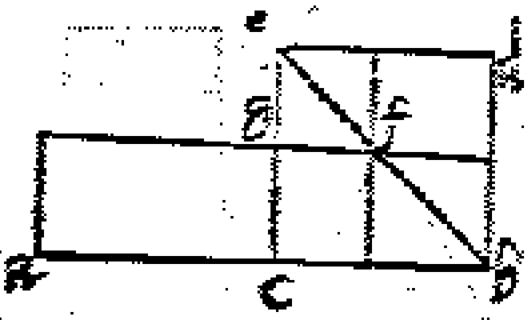


ria al impossibile (per la precedente) adonque diuido la linea, a, b, in due parti equali in ponto, e, & (secondo la dottrina della uigesima di questo) sopra, e, b, (mita di quella) constituisco lo paralellogrammo. e. f. simile al. d. & compirò sopra tutta la linea. a. b. lo paralellogrammo. b. g. adonque perche lo triangolo. c. non è maggiore del paralellogrammo. e. f. ma equale a quello, ouero minore si come è stato posto, s'el serà a quello equale serà lo paralellogrammo. e, g, quello che se intende (per la trigesima sesta del primo agiutando con la prima parte della nona del quinto, & per la diffinitione delle simile superficie della uigesima prima di questo) ma se è minore, sia minore in alcune superficie alla quale ne sia fatta una equale, et simile alla. d. (secondo la dottrina della 26. di questo) laquale sia. h. & sarà. h. simile al. e. f. (per la uigesima prima di questo) per laqual cosa (per la conuersione della diffinitione) serà equiangola a quello & de lati proportionali tirarò adonque in lo paralellogrammo. e. f. lo diametro. b. k. & resegarò li lati. k. f. & e. k. della superficie. e. f. alla misura di lati della superficie. h. tirate le linee. l. m. & n. o. equidistanti alli lati della superficie. e. f. segandose in ponto. p. tal che la superficie. K. p. sia equale e simile alla superficie. h. & serà (per la uigesima quarta de questo) il ponto. p. in lo diametro. k. b. tirata adonque la. o. n. fina alla. a. g. Dico lo paralellogrammo. a. p. esser quello che è sta proposito, perche a quel manca al compimento della linea. a. b. lo paralellogrammo. p. b. ilquale (per la uigesima terza & uigesima prima di questo) è simile al paralellogrammo. d. & anchora esso paralellogrammo. a. p. è equale, al triangolo. c. perche (per la prima di questo) lo. a. n. è equal allo. n. b. adonque (per la quadragesima terza del primo & questa commune sententia, se a cose equale tu agiungi cose equale &c.) lo paralellogrammo. a. p. è equale al gnomone, n, b, l, & perche questo gnomone è equale al triangolo. c, (per questa causa che lo paralellogrammo, e. f, fu posto essere maggiore del triangolo. c. in lo paralellogrammo. h. ilquale è equale al paralellogrammo. k. p.) è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

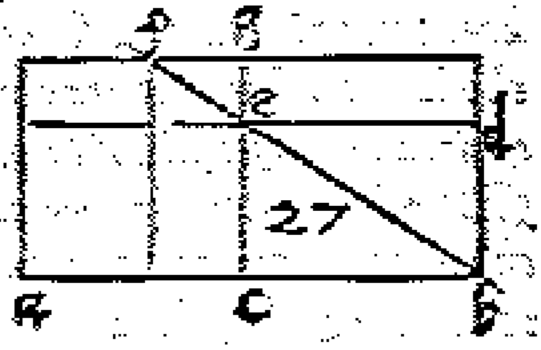
Quella particula che in fine del soprascritto testo, dice simile al proposito & secondo l'esser suo, uol inferire che'l sia simile al proposito & similmente descritto, della qual cosa nella resolutione di tal problemi bisogna molto aduertire altramente se potria tal uolta concludere indirettamente, perche tal hor uno tal problema se potrà concludere in duoi diuersi modi, & tal hor per uno modo serà soluibile, & per l'altro impossibile, come uerbi gratia, s'el dato triangolo. c. fusse de superficie piedi uinti duoi superficiali & la datta linea. a. b. fusse piedi duodeci lineali & lo propo-

sito



lo paralellogrammo, e, d, el diametro del quale è b. e. & sia applicato alla linea. a. b. lo paralellogrammo, a, f, del quale uno lato segha lo, e, c, in ponto, g, cosi che al compimento de tutta la linea. a. b. manchi la superficie, f, b, laqual sia simile alla superficie, e, d, & che sia intorno al diametro di quello, hor dico che il paralellogrammo. e. d. è maggior del paralellogrammo, a, f, perche (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, & (per la quadragesima terza del primo) lo, c, f, è equale allo, f, d, adonque (per questa communa scientia) se a cose equale tu aggiongi cose equale &c. serà lo gnomone composto dalli tre paralellogrāmi liquali sono, c, f. f. b. & f. d. equale al paralellogrammo, a, f, per laqual cosa lo paralellogrammo, e, d, è maggiore del paralellogrammo. a. f. in lo paralellogrammo, e, f, che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a, f, fusse fatto piu alta della superficie, e, d, come tu puoi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, levade via adonque l'uno & l'altro di duoi supplementi della superficie. f. b. lo paralellogrammo, e, d, ecciederà lo paralellogrammo, a, f, in lo paralellogrammo, f, e.

Il tradottore.

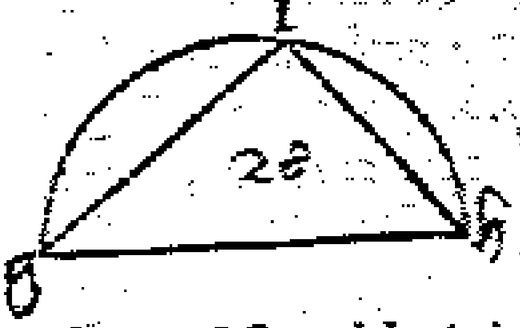


Quella particula che nel soprascritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non vol dire altro che un simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiā in la seconda tradottione & è piu corretto dir perche in la seconda figura fatta di sopra lo paralellogrammo, f, b, non sta sopra lo diametro del paralellogrammo, d, c, collocato sopra la mità della linea, anci al contrario che il paralellogrammo, d, c, sta sopra il diametro del paralellogrammo, f, b.

Problema. 8. Propositione. 28.

Proposta una superficie trilatera puotemo designare sopra qualunque
27/28 assignata retta linea uno paralellogrammo equale a quella alqual manchi a compir la linea uno paralellogrammo simile a un'altro paralellogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del paralellogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

Sia assignata la linea, a, b, & proposto lo triangolo, c, & proposto lo paralellogrammo, d, voglio sopra la linea, a, b, designare un paralellogrammo equale al triangolo, c, cosi fatto che manchi a compir la linea, a, b, un paralellogrammo simile al, d, & sia cosi conditionato che lo triangolo, c, non sia maggiore del paralellogrammo simile al. d. collocato sopra la mità della linea altramente se lavora-

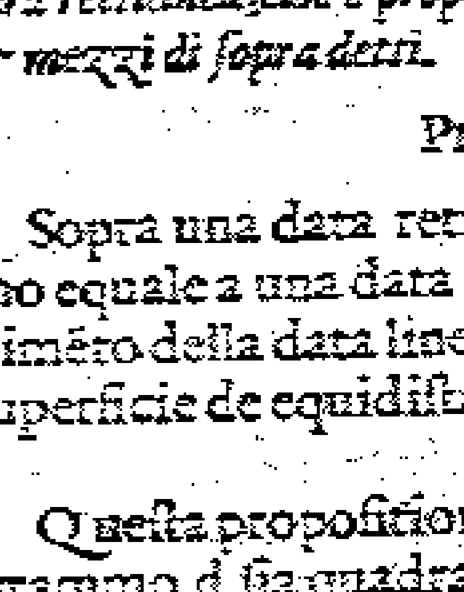


drato,a,b,c,d,e consequentemente lo paralellogram-
mo,e,f,serà maggior del triangolo,c,& sel detto lato.
g.h.serà minore ouero equale a quello lo detto paralel-
logrammo,e,f,serà minore ouero equale al detto trian
golo,c,hora essendo maggiore per trouare la loro diffe-
rentia sopra il detto lato,g,h,descriuerò uno mezzo
cerchio qual sia,g,l,h,& in quello (per la prima del quarto) coaptarò la linea,h,
l,equal e al lato,a,b,& tirarò la linea,l,g,hor dico che'l quadrato descritto dalla,
l,g,(per la penultima del primo) serà equale alla differentia che serà fra il para-
lellogrammo,e,f,& lo triangolo,c,onde descriuendo la superficie,h,(per la uigesi-
ma sesta de questo) simile alla superficie,d,& equale al quadrato della,g,l,se haue
rà lo intento suo,anchor bisogna notare che doue che il testo della soprascritta propo
sitione dice proposta una superficie trilatera,nella seconda tradottione dice,una fi-
gura rettilinea,cioè è propositione piu generale & se conclude per li medesimi modi
& mezzi di sopra detti.

Problema.9. Propositione.29.

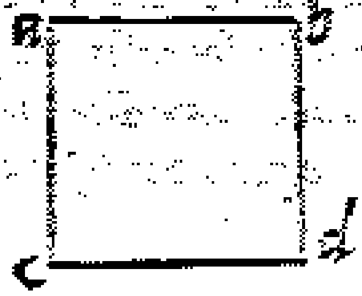
28/29 Sopra una data retta linea puotemo constituir un paralellogrammo equale a una data superficie trilatera elqual aggiunga sopra al compimèto della data linea una superficie de equidistanti lati simili a una superficie de equidistanti lati.

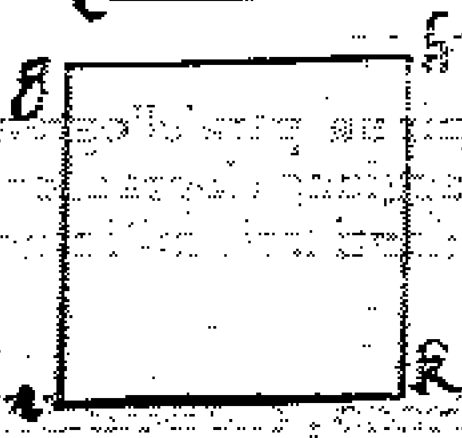
Questa propositione in pratica de numeri(uolendo, che'l paralellogrammo.d.sia quadrato)non uuol dir altro, che di saper aggiongere una linea tale,che il □ di quella insieme con il detto di quella nella a.b.faccia la quantità del trìgolo.c.che con algebra facilmète si farà.

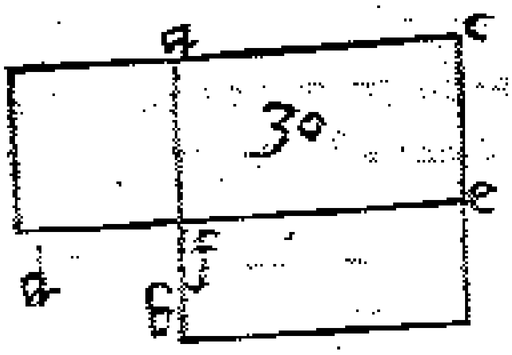


Sia come prima la data linea,a,b,& dato lo trian-
golo,c,& dato lo paralellogrammo,d,uoglio sopra la li
nea,a,b,constituire uno paralellogrammo equale allo
triangolo,c,elquale aggiunga uner che sopr'abonda a
tutta la linea,a,b,uno paralellogrammo simile al.d.di
uido la linea,a,b,in due parti equali in ponto,e,& sopra,e,b,mirà di quella,facio
lo paralellogrammo,e,f,simile al.d,secondo che insegna la uigesima di questo,e se-
condo la dottrina della uigesima sesta di questo facto lo paralellogramma,k,l,(del
quale lo diametro,e,g,h,)simile al.d,& equale alle due superficie,e,f,& c,& se
rà(per la uigesima prima di questo).k,l,simile,al,e,f,soprapostta adonque la super
ficie.k.l.alla superficie.e.f.talmente che ambedue communicano in lo angolo,g,se-
rà(per la uigesima quarta di questo)la superficie.e.f.starse intorno al diametro
della superficie.k.l.onde il pōto.h.è in lo diametro,g,h,compirò adōque lo paralel
logrammo,a,h,elqual dico esser qllo che è sta proposto laqual cosa è manifesta pro-
tratta la linea,f,h,fina al,m,& la linea,e,h,fin al,n,perche(per la prima de que-

sto paralellogrammo .d. fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza. & volendo concludere il soprascritto problema dico che descriuendo sopra la mità della data linea .a.b. (cioè sopra .b.e.) uno paralellogrammo simile al .d. & ponendo la detta linea .b.e. per longhezza di quello, seria impossibile a concludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea .b.e. laquale è piedi sei (dal presupposito) la sua larghezza bisognaria essere piedi tre douendo essere simile al .d. onde l'area sua ueria a essere decciotto laquale seria minore di quella del triangolo .c. laquale è uintiduoi (dal presupposito) ma ponendo la detta linea .b.e. per larghezza del detto paralellogrammo ben si potrà concludere tal problema, perche essendo la sua larghezza piedi sei la sua longhezza bisognaria esser piedi duodeci (douendo esser simile al .d.) onde l'area sua ueria essere piedi settanta duoi superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo .c. come si conuiene, & concludendo tal problema per li modi dati di sopra la superficie .b. ueria a esser cinquanta cioè longa piedi dieci & larga cinque perche .k.l. ueria etiam lui a esser per piedi cinque, & .k.n. piedi dieci & perche .e.m. è equale al .k.l. per la trigesima quarta del primo) seguiria che .a.m. seria piedi undeci & .m.p. ueria a restar piedi duoi & l'area del paralellogrammo .a.p. ueria esser uintiduoi che seria equale all'area del triangolo .c. si come fu proposito di fare, e però in la resolutione di tal problemi (uolendo concludere rettamente) bisogna che il paralellogrammo che se descriue sopra la mittà della linea data, non solamente sia simile al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto, altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato paralellogrammo fusse de duoi lati inequali, anchora bisogna aduertire se ben ho essemplificato il soprascritto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere, sotto breuità la uariatione, che è da una descrittione all'altra) nientedimeno uolendo procedere rettamente bisogna ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo commento, alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema, et altri simili) che la superficie .e.f. descritta sopra la mità della linea .a.b. (cioè sopra la .b.e.) sia maggiore, ouero minore, ouero equale triangolo .c. & se serà maggiore (come se presuppone) come saprò io tor realmente la lor differenza per formare la superficie .b. simile alla superficie paralellogramma .d. atteso che l'Auttor fin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato una tal propositione, io rispondo che tal cosa si saprà descriuendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo .c. (qual poniamo che sia il quadrato .a.b.c.d.) & similmente un'altro che sia equale al paralellogrammo .e.f. (qual poniamo che'l sia il quadrato .g.h.i.k. hor dico se'l lato .g.h. serà maggiore del lato .a.b. (per comuna scientia) il quadrato .g.h.i.k. serà maggiore del qua-







sima sesta di questo) farò la superficie k.l. simile al.d.
& equale al detto quadrato & seguir come di sopra,
ancora bisogna notare che doue che il testo della sopra
scritta propositione, dice equale a una superficie trila-
tera, nella seconda tradottione dice equale a uno dato
rettilineo, laqual propositione è piu generale della so-
prascritta, e se conclude per il modo che dice lo espositore della soprascritta.

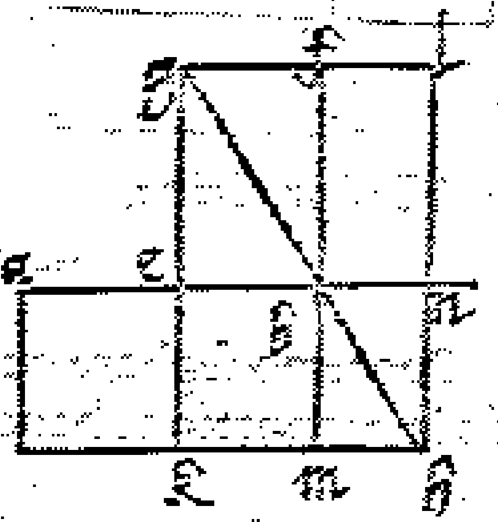
Problema. 10. Propositione. 30.

Puotemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secon-
29/30 do la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Sia proposta la linea.a.b laqual voglio diuidere secondo la proportione hauen-
te il mezzo, & duoi estremi sopra quella descriuerò il quadrato, b, c, & al lato, a,
c, de quello aggiongo (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo.c.d.equa
le al quadrato, b, c, elquale aggionga, ouero soprauanci al compimento della linea,
a.c.lo parallelogrammo.a.d.elqual sia simile al.b.c.e sia lo lato del parallelogram-
mo.c.d.che equidista al lato.a.c.lo, d.e. & seghi la linea.a.b. in ponto.f.dico la li-
nea.a.b.essere diuisa in ponto, f, come era proposto perche, a, d, è quadrato per que-
sta causa che quello è simile al, b, c, onde lo lato, a, f, è equale al, f, d, & lo lato, f, e, è
equale al a, b, per questo che egli è equale al, a, c, (per la trigesima quarta del pri-
mo) & perche, c, d, è equale al, b, c, leuado uia a l'uno e l'altro lo, c, f, serà lo, a, d, e-
quale, al, e, b, & l'angolo, f, del'uno all'angolo, f, dell'altro adonque (per la quarta-
decima di questo) li lati sono mutui adonque del, e, f, al, f, d, serà si come del, a, f, al,
f, b, & perche lo, e, f, è equale al, a, b, & lo, f, d, al, a, f, serà del, a, b, al, a, f, si come
del, a, f, al, f, b, adonque per la diffinitione è diuisa come se propone, el medesimo an
chora puo esser demostrato (per la undecima del secondo) perche essendo diuisa la,
a, b, in ponto, f, secondo che insegna la undecima del secondo) & sia la superficie,
e, b, quella che è contenuta sotto a tutta la, a, b, & alla parte, f, b, de quella cioè
che la, e, f, sia equale al, a, b, & , a, d, sia il quadrato de, a.f. adonque (per la predet-
ta undecima del secondo) la, e, b, è equale al, a, d. Quello che resta arguisse come
prima (per la quartadecima di questo) ouer in questo modo conciosia cosa che la, a,
b, sia diuisa in ponto, f, secondo che insegna la undecima del secondo, quello che uiē
fatto della, a, b, prima in la, f, b, terza è equale al quadrato della, a, f, seconda adon
que (per la seconda parte della decima settima di questo) la proportione della, a, b,
prima alla, a, f, seconda è si come della, a, f, seconda alla, f, b, terza è per tanto la, a,
b, (per la diffinitione) è diuisa come se propone.

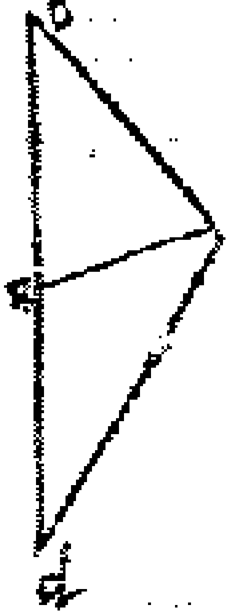
Theorema. 21. Propositione. 31.

30/32 Se seranno duoi triangoli costituti sopra uno angolo di quali li duoi lati sto & per trigesima sesta del primo) a,k, è equal al,k,b, & però (per la 43. del primo) e anchora equale al,n,f, giunto adonque all'uno, e l'altro,e,b, serà (per commune scientia) a.b. equale al gnomone.e.b.f. ma questo gnomone è equale al triangolo,c, perche lo parallelogrammo,k,l, è sta posto equale alle due superficie,c, & e.f. adonque lo parallelogrammo, a, b, è equale al, c, & aggionge al compimento della linea.a.b. lo parallelogrammo,m,n, ilquale (per la uigesima terza & uigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d. per laqual cosa è manifesto essere perfetto quello che uolemo, puotemo anchora a una data linea aggiongere uno parallelogrammo equale non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si uoglia) ilquale manchi a compire la data linea una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, osseruata la conditione di quella, acciò non sia lauorato all'impossibile (per la auanti alla precedente) ouero che la aggiunge al compimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie (allaqual debbe esser agiunto a una data retta linea un parallelogrammo equale elqual aggiunga ouer diminuisca al cōpimēto della linea un parallelogrāmo simile a un dato parallelogrammo) resoluemo in triangoli & per mezo di quelli descriuemo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta, & se uorai saper il modo da far questo ricorri alla uigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della basa de quella costruemo uno triangolo de equal altezza ilqual se diligentemente risguardarai la quadragesima prima del primo tul trouarai essere equal al parallelogrammo auanti designato per laqual cosa & alla superficie proposta adonque se tu aggiungerai alla data linea uno parallelogrammo equal a questo triangolo ilqual aggiunga al compimento della linea ouer minuisca un parallelogrammo simile al dato parallelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, tu non dubitarai hauere perfettamēte compito quello che era il proposito.

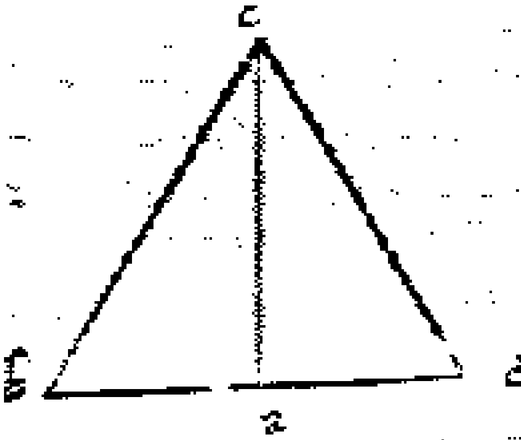


Il Tradottore.

Per far lo parallelogrammo. k. l. che sia equale al triangolo. c. & al parallelogrammo.e.f. prima descriuerò (per la ultima del secondo) uno quadrato equale al triangolo, c, & un'altro equale al parallelogrammo, e, f, dapoi formarò uno triangolo orthogonio che li duoi lati che contiene l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti duoi quadrati: & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, descriuerò uno quadrato ilquale per la penultima del primo serà equale a quelli duoi quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo,c, & alla superficie, e, f, dapoi (per la uigesima & uige-

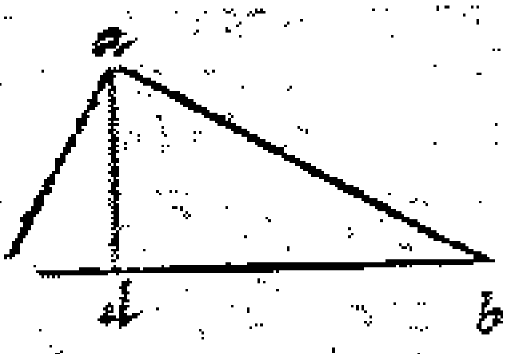


terza (per lo medesimo correlario) onde per la conuersa proportionalità della superficie, a, c, alla superficie, c, b, serà si come della, c, d, alla, c, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie. a. c. prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, a, b, quinta & la linea, d, b, sesta & sia arguito (per la uigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra la, b, c, alle due superficie constitutae sopra della, a, c, & , a, b, insieme e cosi come della linea. b. c. alle due linee, c, d, & , d, b, insieme perche adonque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, & , d, b, tolte insieme serà la superficie constituta sopra la, b, c, equale alle due superficie constitute sopra la, e, & , a, b, tolte insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente, dimostrar la conuersa di questa, per il modo della dimostration della ultima del primo, e sia esempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituta sopra, b, c, equale alle due superficie costituta sopra le due linee, a, b, & , a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto, & per dimostrare questo ponerò lo angolo, c, a, d, retto & la linea. a. d. equal alla linea. a. b. e c. laudo la superficie triangolare, (dutta la linea, d, c,) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituta sopra alla linea, c, d, equal alle due constitute sopra le due linee. a. c. & . a. d. simile a se onde etiam alla constituta sopra la. b. c. simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constitute sopra, a, b. et, a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottaua del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposito.



A demostrar altramente la soprascritta. Propositione. 32.

Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simile figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra. b. c. a quella che è descritta sopra. b. a. ha doppia proportione che la linea. b. c. alla linea. b. a. & lo quadrato fatto sopra alla linea. c. b. al quadrato fatto sopra alla linea. b. a. ha similmente doppia porportion che la. c. b. alla. b. a. adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la. c. b. a quella che fatta sopra la. b. a. cosi è il quadrato fatto sopra la. c. b. al quadrato fatto sopra la. b. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. a. quella che è fatta sopra la. c. a. cosi è il quadrato descritto sopra la. b. c. al quadrato descritto sopra la c. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. alle due descritte sopra. b. a. &. a. c. poste insieme cosi serà il quadrato descitto sopra la. b. c. alli



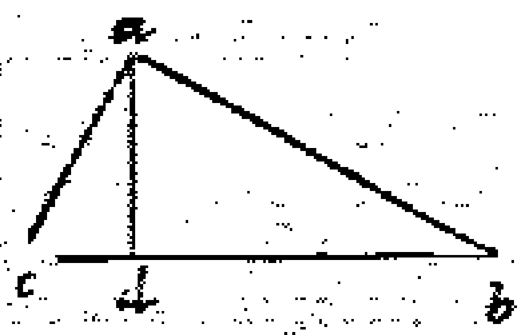
duoi

lati che cõtengono quell'angolo alli altri duoi lati de quelli fieno equidistanti, & fieno quelli quattro lati, referti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constitute sopra una retta linea.

Siano li duoi triangoli.a.b.c.& d.c.e.constituidi sopra l'angolo,a,c,d,& sia a,c,equidistanti al.d.e. & d.c.al.a.b. & sia la proportione del.a.c. al.d.e. si come del.a.b. al.d.c. dico che le due base de quelli (cioè.b.c. & c.e.) sono una sol linea, perche lo angolo.a.è equale all'angolo.d.(perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo,a,c,d,) (per la prima parte della uigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito, & per la sesta di questo) essi triangoli sono equiangoli, & l'angolo.b.è equale all'angolo,d,c,e, & l'angolo.a.c.b.all'angolo.e.onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al.c.sono equali a duoi retti perche essi se equaliano alli tre angoli de qual si uoglia di duoi triangoli, adunque (per la quartadecima del primo) la.b.e.è una sola linea, che è il proposito.

Theorema.22. Propositione.32.

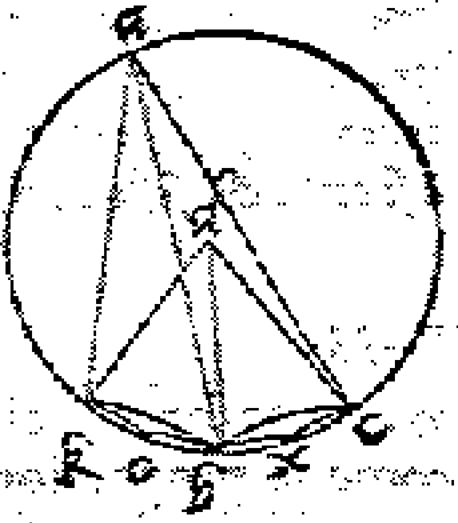
31/31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra il lato che sottotende all'angolo retto, equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quãdo seranno simili a quella, in lineatione & creatione.



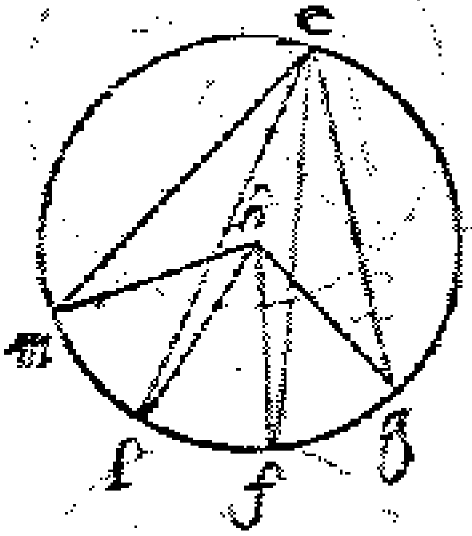
Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto piu uniuersale de quella, quanto che è la superficie laterata del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo.a.b.c.delquale all'angolo.a.sia retto, dico che la superficie constituta sopra lo lato.b.c.è equale alle due superficie constitute sopra.a.b. & a.c. quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarò la perpendicular.a.d.alla linea.b.c. & serà (per la seconda parte del correlario della ottaua di questo) la proportione del lato.b.c.al.c.a. si come del.c.a.al.d.c. & del.c.b.al.b.a.si come del.b.a.al.d.b.adonque se sopra cadauna delle tre linee.b.c.c.a.& a.b.sian fatte superficie simile in lineatione & sito serà (per lo secondo Correlario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituta sopra la.b.c. prima alla constituta sopra la.c.a. seconda, si come della.b.c. prima alla.d.c.terza, & similmente della medesima superficie constituta sopra la.b.c. prima alla constituta sopra la.a.b. seconda si come della.b.c. prima alla.d.b.

a,c, similmente si come l'arco,m,g, è multiplice dell'arco,f,g, cosi è l'angolo,m,h,g, dell'angolo,f,h,g, & l'angolo,m,e,g, dell'angolo,f,e,g, & se l'arco,k,c, è equale al l'arco,m,g, l'angolo,k,d,c, è equale all'angolo,m,h,g, & l'angolo,k,a,c, all'angolo,m,e,g, & se è maggior maggiore, & se è minor minore (per la vigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalità) la proportione dell'arco,b,c, all'arco,f,g, è si come dell'angolo,b,d,c, all'angolo,f,h,g, & si come l'angolo,b,a,c, all'angolo,f,e, che è il proposito. quel medesimo intende in uno medesimo cerchio.

Dico anchora che si come l'arco,b,c, all'arco,f,g, cosi è lo settore,d,b,c, al settore,h,f,g, siano ligadi insieme,b,x, & b,k, & pigliati sopra li archi,b,c, & b,k, li ponti,x,o, & sian ligadi.b.x. x.c. b.o. & o.k. & perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee.b.d. & d.c. son equali alle due.b.d. & d.k. & comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa,b,c, alla basa,b,k, è equale, & lo triangolo.d.b.c. al triangolo.d.b.k. è equale & perche l'arco,b,c, è equale all'arco,b,k, adonque & la restante circonferentia (laqual è in tutto il cerchio.a.b.c.) è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio.a.b.c. per laqual



cosa & l'angolo.b.x.c. (per la vigesima settima del terzo) è equale all'angolo,b,o,k. adonque (per la duodecima diffinitione del terzo) la portione,b,x,c, è simile alla proportione.b.o.k. & sono sopra le linee.b.c. & b.k. equale. & le portioni di cerchij simile, descritte sopra equale linee (per la vigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione.b.x.c. è equale alla portione.b.o.k. & lo triangolo.d.b.c. è equale al triangolo.d.b.k. adonque tutto lo settore.d.b.c. è equale a tutto lo settore.d.b.k. & per la medesima causa & li settori.h.g.f.h.f.l. & h.l.m. sono fra loro equali, adonque si come che l'arco.c.k. è multiplice dell'arco.b.c. cosi è lo settore.d.k.c. del settore.d.b.c. & per questa causa si come che l'arco.m.g. è multiplice dell'arco.f.g. cosi è lo settore.h.g.m. del settore.h.g.f. ma se l'arco.k.c. è equale al-



l'arco.m.g. & lo settore.d.c.k. è equale allo settore.h.m.g. & se è maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro stante magnitudine, dico alli duoi archi.b.c. & f.g. & alli duoi settori.d.b.c. & h.f.g. sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco.b.c. & de esso settore.d.b.c. & questo è l'arco.k.c. & lo settore.d.k.c. & del arco.f.g. & del settore.h.g.f. l'arco.m.g. & lo settore.h.m.g. & è stato demostrato che se l'arco.k.c. eccede esso arco.m.g. anchora & lo settore.d.k.c. eccede esso settore.h.g.m. & se è equa-

le,

duoi quadrati descritti sopra la.b.a.&.a.c.ma il quadrato descritto sopra la.b.c.è equale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee.b.a &.a.c.adonque la superficie laterata descritta sopra la.b.c.è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee.b.a.&.a.c.che è il proposito.

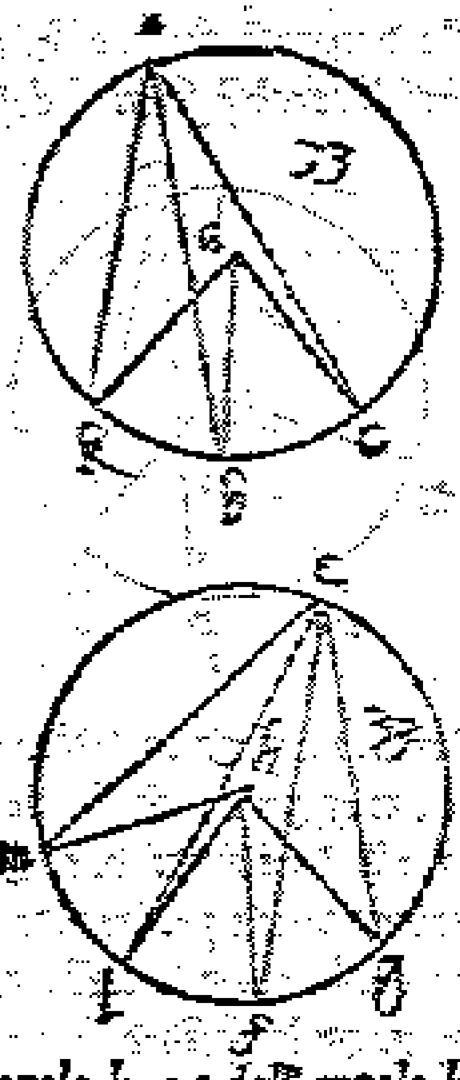
Il Tradottore.

La soprascritta demostratione se uerifica mediante la conuersa proportionalità & la uigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la, b, a, per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra, b, c, per il secondo & lo quadrato descritto sopra la detta, a, b, per il terzo, & quello che è descritto sopra la, b, c, per il quarto, & la superficie laterata descritta sopra la, a, c, per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a, c, per il sesto, & poi se conclude (per la detta uigesima quarta del quinto) che la proportione del primo & quinto (tolti insieme) al secondo serà si come del sesto è terzo (tolti insieme) al quarto.

Theorema.22. Propositione.33.

32/33 Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, ouero sopra la circonferentia, la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceueno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.

Siano li cerchii.a.b.c. (il centro delquale sia.d.) &.e.f.g. (il centro del quale sia.h.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli.b.d.c.& f.h.g.& sopra le circonferentie de quelli altri duoi, liquali sieno, b.a.c.& f.e.g.dico che la proportione delli angoli si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie è si come l'arco.b.c.all'arco.f.g.et oltra di questo si come lo settor.d.b.c.al settor.h.f.g.& per dimostrar questo continuarò in quelli duoi altri archi equali, ouero secondo un medesimo numero, ouero secondo diuerso.& sia l'archo.k.b.equale al.b.c.& l'uno & l'altro di duoi archi.l.m.& f.l.equale al.f.g.& produrò le linee.k.d:k.a:m.h.l.h:m.e.& l.e.& (per la uigesima settima del terzo) li angoli che sono al.d.seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al.h.seranno fra loro equali. Quel medesimo anchora de quelli che sono al.a.& de quelli che sono.al.e. Adonque si come l'arco.k.c.è multiplice dell'arco.b.c.cosi è l'angolo.k.d.c.dell'angolo.b.d.c.& l'angolo.k.a.c.dell'angolo.b.a.c.simil-



ma inquanto al numero sono equale perche niun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un boue e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche cadauno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza senza dubio il boue e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.

Diffinitione. 2.

2/2 El numero è una multitudine composta de unitade.

Il Tradottore.

Qvivi l'Auttore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una cohadunatione, ouer multitudine di unitade insieme aggregate, lequale unitade se le seranno disgregate fanno moltitudine, se anche le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantità continua subsistenti in materia non gliè differentia alcuna, peroche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non è se non in el discreto, perche l'intelletto della continuità non è in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non auenga in sostantia se non per le unitade, certamente quando hauerai signato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde appertamente ne da intendere, che la quātità cosi discreta come continua hanno una sola radice, però che sono composite d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3/0 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computatione de quelli fatta secondo che è lo aggiungimento della unità.

Il Tradottore.

Come questo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche etiam nel numerare le cose naturalmente procedemo, secondo tal ordine, cioè dicendo, uno, e duoi, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4/0 La differentia di numeri, se dice quel numero inelquale el maggiore abunda sopra il minore.

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se è manifesta perche communamente cadauno sa quello che lei dice, perche cadauno saperia dire, che la differentia di 5. a. 3. è duoi, & cosi de. 12. a 7. che la è. 5. & da. 20. a 13. che la è. 7. & cosi nelli altri.

Diffi-

le, equale, & se manca, manca, adonque (per la conuersione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco. b. c. all'arco. f. g. cosi è lo settore. d. b. c. al settore. h. g. f.

Correlario.

0 33 Et è manifesto, che si come lo settore, al settore, cosi è l'angolo al l'angolo.

IL FINE DEL SEXTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 1 La unità è ciascuna cosa dalla qual uien detto una.

Il Tradottore.

QVIVI l'Auttor ne diffinisse la fontana, ouero madre & origine de numeri, et principio & fine de tutte le cose, che è la unitade, & dice che la unitade è cadauna cosa che se dica, una, ouero uno (perche è mascolo è femina) dalla qual unità de ogni cosa se crea, lei sola è seminaria de tutti li numeri (come detto di sopra) lei sola è causa della misura, lei sola è causa delli incrementi e delli detrimenti, liquali in ogni loco è tutto, & in ogni loco è parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamente una semplice et sola cosa uuol esser detta una, ma etia quelle cose che sono molte uogliono esser dette una, ouero uno, esempli gratia diece cose uogliono esser dette una decena, & cosi. 100. uno centenaro. 1000. uno mearo, & cosi discorrendo in tutte le cose numerabile se trouerà che giunto a un certo termine le molte cose piccole se ristringono in una unità grande, esempli gratia parlando naturalmente dodeci denari fanno un soldo, uenti soldi fanno una libra il medesimo seguita nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose uogliono essere dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una cosa uogliono essere dette una, ouero uno, ouer piu di uno, esempli gratia la mità di una cosa uol essere detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente un terzo d'una cosa uol essere detto uno terzo, & li duoi terzi uuol essere dette duoi terzi & cosi uno quarto, duoi quarti, tre quarti, un quinto, duoi quinti & cetera. per laqual cosa seguita che ogni cosa che è in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & in niuna cosa puol essere meno di uno perche il meno di uno è niente, uero è che uno integro in quanto alla grandezza è maggiore della mità, ouero d'un terzo di quello, perche ogni tutto è maggiore della sua parte,

ma

misuri ouer numeri il detto.24.perche il detto.5.non si puo multiplicar per alcun
numero che faccia.24.ne similmente.7.ne.9.ne.10.ma si il.12.perche multiplica
to per.2.fa pur.24 & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri. & bi
sogna notare che tanto è a dire un numero numera uno altro quanto che un nume
ro misura un'altro . uero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire nume
rare perche piu uocabulo de arithmetico ma parlando de quantità continue è piu cõ
ueniente a dire misurare per esser uocabolo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12 Il numero minore è parte dil maggiore, quando che il minore nu-
mera il maggiore, & quello che uien numerato se chiama multiplice
34 al numerante ma quando che il minore non numera il maggiore, il mi
nore è parti del maggiore.

Il tradottore.

Q uesta diffinition è quasi simile alla prima del quinto , ma quella del quinto è
per la quantità continua & questa è per la discretta, lo essempio di questa è questo
che.8.è parte de.24.perche il detto.8.numera il detto.24. & questo.24.è chia-
mato multiplice del detto.8.(sua parte) è cosi il.3. & similmente il.4.è il.6.è par
te de.24.per la medesima ragione, & il detto.24.se chiama multiplice di ciascun
di loro, ma ne.5.ne.7.ne.9.e parte del detto.24.ne etiã il.24.se chiama multipli
ce de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto mino
re non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parti come uerbi gratia.4.
non è parte de.6.(per la prima parte di questa diffinitione) ma ben è parti del det-
to.6.cioè è li duoi terzi di quello & nota che questa ultima particula è solamente
in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13 Denominante e quel numero secondo ilquale la parte uien tolta in
0 lo suo tutto.

Il Tradottore.

V erbi gratia.8.e parte de.24. & lo denominator di questa parte.e.3. ilquale.
3.nasse dal numero delle uolte che la detta parte (cioè.8.) intra nel suo tutto (cioè
in.24.) lequale sono tre onde diremo che.8.e il terzo ouer la terza parte del.24.
& cosi.4.serà lo dominante la parte che è.6.de.24.perche la detta parte (cioè.
6.intra.4.uolte in el suo tutto (cioè in.24.) e però diremo che il.6. è un quarto,
ouer la quarta parte de.24. & cosi si debbe intendere in ogni altro numero.anco
ra bisogna notare che quelli uocaboli che usiamo in proferir le parti se toglieno dal
li numeri denominati, uerbi gratia la mità, ouer mezzo uien detto da.2. un terzo
da.3.un quarto da quattro un quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffi-

Diffinitione. 5.

9/6 Quel numero se dice esser multiplicato per un'altro, ilquale si è assunato tante uolte, quante unità è in lo multiplicante.

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente l multiplicare non è altro in sostantia che il sommare abenche in atto parano diuersi & molti real esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorentie, uerbi gratia occorrendogli a 26
multiplicare (poniamo) 5. fia 26 lor mettaranno quel uintisei cinque uolte, cioè 26
l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li assumarono insieme secondo 26
l'atto del sommare & cosi hauerauno multiplicato il detto uintisei per cinque per 26
hauerlo assumato, ouero tolto tante uolte quante sono le unità del multiplicante è 26
questo e quello che se uol inferire, alcũ potria imputare de audacia per hauer io pre Sõma
teritto in queste diffinitioni l'ordine della tradottione del Campano ilqual mette in 130.
questo loco la diffinitione de numeri primi in li. 3. sequenti quella di composti & ouer 5
quella di contra se primi & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corrotto & non credo che Euclide cosi le assettasse: la ragione è questa, come intenderà uno niune di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se intenda un numero misurare un'altro laqual cosa se diffinisse in la sequente settima diffinition, ne etiã la detta settima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per un'altro laqual cosa se diffinisse in questa quinta, adõque quelle debbeno esser posposte a queste che cosi è il costume di Euclide. uinto.

Diffinitione. 6.

10/0 Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.

Il Tradottore.

Aben che questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere continuatiua alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accressimento che resulta della multiplicatione de quelli dui numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione. 7.

51/0 Vn numero se dice numerare un'altro, ilquale multiplicato secondo alcun numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbigratia diraffe che 8. numera. 24. perche multiplicato il detto. 8. per. 3. produce quel. 24. & similmente se dirà che. 6. misura ouero numera il medesimo. 24. perche multiplicato il detto. 6. per. 4. produce esso. 24. ma il non se dirà che. 5.

misuri

Il Tradottore.

Quindi l'Auttore ne diffinisse doue, se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li duoi modi, che si puol far la comparatione, cioè comparando il numero minore al numero maggior, ouer comparando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minor a un numero maggior se dice in quella parte, ouer parti che il detto numero minore è del maggiore, essempli gratia, la proportione di 6. a 12. se dice esser il mezzo ouero la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Bouetio Seuerino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la uirgula duplo a quel di sopra, & cosi la proportione di 4. a 12. secondo Euclide dirassi esser il terzo, & secondo Bouetio, subtripla, & cosi da 3. a. 12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Bouetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioè quella, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto ouer un sesto, ouer un settimo, ouer un ottauo, &c. secondo Bouetio se dirà sub quintupla, sub sexupla, sub settupla, sub ottupla, &c. similmente la proportione di 8. a 12. secondo Euclide se dirà esser duoi terzi, ma secondo Bouetio tal specie di proportione se dirà subsexquialtera, perche il numero sotto alla uirgula contien una uolta & mezza quel di sopra & cosi la proportione di. 9. a 12. secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Bouetio se dirà sub sesquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ &c. secondo Bouetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesta et cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa d'uno numero maggiore a un minore dice l'Auttor che tal proportioni se dice in quello numero secondo ilqual, il numero maggiore contien il minore, & parte ouero parti di quello, essempli gratia la proportione di. 24. a. 12. secondo Euclide se dirà essere. 2. cioè duoi tali come. 12. cioè che il 24. contiene due uolte il 12. & secondo Bouetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Bouetio & altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqualcosa non uuol dire altro che duoi integri comparati a uno & cosi la proportion di. 24. a 8. secondo Euclide se dirà esser 3. cioè che. 24. è tre tali come. 8. ouero che. 24. contien. 3. uolte. 8. ma secondo Bouetio se dirà tripla, & dipingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarono da. 4. 5. 6. &c. secondo Bouetio se diran quadrupla, quintupla, sexupla & cosi discorrendo similmente la proportione di. 24. 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una uolta & mezza: ma tal proportione secondo Bouetio se dirà sexquialtera, & cosi la proportione de. 24. a. 18. secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Bouetio se dirà sexquitertia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Bouetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesta, & cosi discorrendo. & similmente la proportione da. 10. a. 6. secondo Euclide se dirà esser un e duoi terzi & quella da. 14. a. 8. se dirà esser un e tre quarti ma secondo Bouetio la prima se dirà superbipartiés la seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre simile anchora la propor

tione

Diffinitione. 10.

$\frac{14}{0}$ Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno medesimo numero.

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, ouero simil parte se dirà esser .3. di 12. qual è .8. di .32. perche l'una e l'altra è denominata da uno medemo numero che 4. cioè che cadauna è il quarto del suo tutto similmête tal parte se dirà essere .5. de 15. qual è .9. de 27. ouero .8. de 24. perche tutte son denominate da uno medesimo numero che è 3. cioè che cadauna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

$\frac{15}{0}$ La prima semplice parte d'un numero è la unità.

Il Tradottore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hanno piu parti come essempli gratia il 12. ilquale è misurato da questi quattro numeri .2. 3. 4. 6. & similmente è misurato dalla unità, adonque cadauno de loro insieme con la unità ueria a esser parte del detto .12. perilche el detto .12. haueria .5. specie di parti delle quali la prima simplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità ueria a esser la duodecima parte di esso .12. e questo è quello che in questa diffinitione se uol inferire.

Diffinitione. 12.

$\frac{16}{0}$ Quando duoi numeri haueranno una parte commune, tante parti se dice esser il minore del maggiore, quante uolte la medesima parte serà in lo minore, de tante quante la medesima parte serà in lo maggiore.

Il Tradottore.

Essempli gratia .18. & 24. hanno piu parti commune, ma la piu granda (che cosi si debbe intendere) si è il 6. hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser .18. de 24. quante uolte è il 6. nel detto .18. cioè quante uolte il detto 6. intra, ouer numera il detto 18. (lequale sono 3.) de tante quante il detto 6. serà ouero intrarà nel .24. (lequale sono quattro) perilche se dirà .18. essere li .3. quarti de .24. & da pratici se dipinge in questo modo $\frac{3}{4}$.

Diffinitione. 13.

$\frac{17}{0}$ La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se dice in quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tra-

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) dellaqual diffinitione (come sopra di quella diffi) se apprende solamente il modo di saper dupplicare, ouero treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere sommare insieme solamente due ouero tre proportioni equale, hor in questa sostantia ne diffinisse non solamente come si debba intendere, la multiplicatà, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne pare, & finalmente come si debba intendere il componere, ouer sumare insieme piu proportioni equale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero, inequale perche dice che quando seranno continuate simili, ouer diuerse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, essempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composto, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quatro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa uerà a essere quattro tante quale è dal primo termine al secondo, il medesimo si debba intẽdere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equali ma diuersi purche siano continuate l'una consequente drieto all'altra & acciò meglio me intenda. siano cinque termini de numeri cioè. 24. 16. 8. 2. 3. fra liquali sono continuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secondo è sesquialtera (cioè fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo (cioè la. 16. a. 8.) è dupla & quella che è dal terzo al quarto (cioè da. 8. a. 2.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioè da. 2. a. 3.) è una subsesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo cioè da. 24. a. 3. (che è una ottupla) se dirà esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioè che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però chi volesse saper che cosa resulti ouer faccia una dupla gionta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si voglia) dapoi tor la proportione del primo al terzo (qual se si trouerà esser una sesupla) & tanto dirassi che faccia una dupla gionta con una tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantità di proportioni accadenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 La dominatione d'una proportione d'un numero minore a uno nu-
0 mero maggiore se dirà la parte, ouero parti di esso minore, che sono in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

In questa l'Auttor ne diffinisce quasi il conuerso della terzadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore, & quiui dice il

conuerso,

tione di.5.a.2.secondo Euclide se dirà esser duoi e un mezzo & quella di.10.a.3. esser tre e un terzo & quella di.14.a.3.esser quattro e duoi terzi & quella che è da.23.a.5.essere quattro è tre quinti la prima dellequal proportioni secondo Boetio se dirà dupla sesquialtera, la seconda tripla sequiterza la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si ua procedendo in le altre parti che longo seria a voler dar essempio a cadauna anci dubito di nõ esser ripreso per essermi alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto accioche siano intesi tutti li modi & varietade delli vocabuli usitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considera se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide ideo, &c.

Diffinitione.14.

18
o Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, la proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alle.11.& 12.del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e però lo essempio di quelle se pol accommodar a questa, ma con numeri essempli gratia, siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportionalità tripla come cinquantaquattro.deciotto.sei.& duoi. dice l'author che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà dupplicata a quella che è de.54.a.18.et quella che è dal detto.54.al quarto (cioè al.2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da 54.a.18.perilche ne manifesta il duplicare & treplicare delle portioni, non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se uede che il doppio de una tripla non se intende essere sesupla ma una nonupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una nonupla anci se intende una ventisettupla come di sopra appare, cioè che la proportione di.54.a.2.uintisettupla & è detta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a diciotto d'una tripla, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità continua, & bisogna notare che da questa diffinitione non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si caua il modo di sapere sommare insieme due, ouero tre proportioni equale, perche in uero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non è altro che uno summare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19
o Quando seranno continuate medesime, ouero diuerse proportioni, la proportion del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Hauendone l'Author nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio,

Il Tradottore.

Esempli gratia, questi duoi numeri.3.e.2.se diranno termini, ouero radici della proportione sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare duoi altri minor de quelli in la medesma proportione sesquialtera, uero è che de maggiori se ne puol trouar infiniti in tal proportione come.6.e.4.9.e.6.& cosi discorrendo in infinito, & se dicono termine, ouer radici di detta proportione sesquialtera per esser in quelli duoi il principio di tal proportione & da quelli dui tutti li altri (di tal proportione) deriuano, il medesimo si debbe intendere in altre specie di proportioni.

Diffinitione. 20.

5/12 Numero primo, se dice quello, che della sola unità è misurato.

Il Tradottore.

Si come.2.3.5.7.11.13.17.19.23.29.& infiniti altri simili liquali sono misurati ouer numerati solamente dalla unitade è per questo cadauno di loro è detto numero primo.

Diffinitione. 21.

6/14 Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.

Il Tradottore.

Si come.15.ilquale per esser misurato dal.5.ouer dal.3.se dice numero composito perche il uien a esser composto da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, & cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si uoglia altro da lui diuerso, dico diuerso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioè il sette è misurato dal sette una uolta & similmente il.13.da.13. & nientedimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione. 22.

7/13 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccetto dalla sola unità, sono numerati.

Il Tradottore.

Esempli gratia considerato. 25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente.9. ma comparati questi duoi numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unitade, cioè che'l non si troua alcuno numero che li misuri ambidui, ben il uero che il ternario numera il.9.ma quello non numera poi il.25.& similmente il quinario misura il 25.ma non misura poi il.9. onde questi duoi numeri cioè.25.e.9.et

altri

conuerso, cioè che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggior se dirà la parte ouer parti che esso minore del maggiore, esempli gratia la denominatione della proportione che è da duodeci a uinti quattro è un mezzo e da sei a deciotto e un terzo e da deciotto a uinti sette è doi terzi e da duodeci a sedeci e tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del uinti quattro a duodeci (cioè del maggiore al minore) è dui & da deciotto a sei tre & da uinti sette a deciotto è uno mezzo & da sedeci a .12. è un e un terzo e da uinti a quattro e cinque è tre quarti & cosi discorrendo lequale denominatione si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioè che l'aueniméto di tai partiri sempre serà la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione. 17.

21
0 Le proportioni che hanno una medesima denomination, se dicono simile. ouer una, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggior si dicono maggiore, & minore quelle l'hanno minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia la proportione che è da deciotto uintiquattro se dirà esser simile ouer quella instessa che è da sei a otto perche hanno una medesima denominatione che è tre quarti similmente quella che è da quarantaquattro, a duodeci se dirà esser, una ouero simile, ouero quella istessa che è da uinti dui a sei perche, hanno medesima denominatione laquale è tre & dui terzi, ma la proportione che è da noue a duodeci se dirà maggiore di quella che è da sedeci a uintiquattro per esser la denomination da noue a duodeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che è da .16.a.24. (laqual è dui terzi) & similmente la proportione de .27.a.4. se dirà esser maggior di quella che è da .22.a.5. perche la denominatione di quella che è da .27.a.4. (laquale è sei tre quarti) è maggiore di quella che è da .22.a.5. (laquale è quattro e dui quinti) & è conuerso.

Diffinitione. 18.

22
21 Ma li numeri che la proportione de quelli e una sono detti proportionali.

Il Tradottore.

Esempli gratia per essere la proportione di .9.a.3. simile a quella che è da .12.a 4 (per le ragioni dette ne la precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo si deue intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione. 19.

23
0 Quelli numeri se dicono termini, ouero radice de una proportione alli quali è impossibile essere tolte minori in quella medesima proportione.

che, che negasse tal atto il non seria possibile a demostrarlo con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non puol dubitare in cosa alcuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si puo negare.

Petitione. 2.

2/0 Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un numero maggiore quanto ne pare, di qual si uoglia numero.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse uno numero dato (ouer proposito) poniamo. 24. & che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne tore uno altro maggiore di lui in una ouero due, ouer piu unità l'Auttor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

3/0 Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Auttore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioè quello che li termini si uanno eccedendo per la unità (come. 1. 2. 3. 4. &c. delli altri alcuni se uanno eccedendo per. 2. come. 1. 3. 5. 7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per. 3. come. 1. 4. 7. 10. alcuni per. 4. come. 1. 5. 9. 13. alcuni per. 5. alcuni per. 6. alcuni per. 7. & cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si uanno argumentando in qualche specie di multiplicità come in dupla, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'Auttor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioè cresscere, ouer alongare l'ordine di numeri in infinito, & abenche tal cosa se uerifichi in tutti li ordeni detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche della concessione di quello tutti gli altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqual cosa per esser euidentemente all'intelletto non si po negare.

Petitione. 4.

4/0 Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Tradottore.

Quiui l'Auttor dimanda che gli sia concesso chi niuno numero (per grando che'l sia) poterse diminuire in infinito, perche in uero chi andasse continuamente cauandone solamente una unità finalmente se peruenerà alla unità, la-

altri simili che non hanno alcun numero che gli sia communa misura, eccetto che la unitade se dicono contra se primi.

Diffinitione.23.

8/15 Numeri fra loro composti, ouero communicanti, se dicono quegli liquali altro numero, che la unità li misura, cioè che niun de quegli e l'altro primo.

Il Tradottore.

Esempli gratia.27.e.15.perche il numero ternario (cioè il.3.) numera, ouero misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor composti, ouer communicanti, cioè che niun di loro è primo all'altro (per la precedente diffinitione,) il medesimo si deue intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di cadauna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a prouare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intelletto ouer per i sensi perilche sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sustenta tutta la scientia, dico adunque che li primi principij di questa scientia, ouer disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi proprij cioè che si conuengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioè che si conuengono a diuerse altre scientie, & perche la intentione di l'Auttore è di uolere disputare questa scientia arithmetica, & quella sostentare con demonstrationi, onde per procedere rettamente, e schiffare oppositione & litigij primamente lui adimanda, che gli sia concessi li detti suoi proprij principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si uedrà. & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scientie, se chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1/0 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quanti numeri mi pare equali ouer multiplici a qual numero si uoglia.

Il Tradottore.

Esempli gratia se fusse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse tore, ouer assignare uno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso. 16. ouer in qual si uoglia, altra multiplicità, l'Auttore adimanda che gli sia concesso di potersi fare tal cosa per-

mini fussero equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) le cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

4 La unità è parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Esempli gratia la unità è parte de 2. & è denominata da esso. 2. (per la nona diffinitione) & tal parte se dice media, ouer la mità, alcuni la chiamano una seconda, ouer secondo & discriuessi in questa forma $\frac{1}{2}$ *& il numero che è sotto alla virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (com'è detto) che denomina la parte cioè quella unità posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, similmente la detta unità è parte di 3. & denominata da esso. 3. & chiamasse parte terza, ouer un terzo, & descriuesi in questo modo* $\frac{1}{3}$ *& per simil modo la viene a esser parte di ogni altro numero, & denominata da essi medesimi, & tutte se descriuono secondo l'ordine detto, cioè ponendo la detta unità sopra la virgula, & quel tal numero sotto in questo modo.* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ *& cosi discorrendo.*

Quinta.

5 Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, & maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quattro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è. 3.) & per le medesime ragioni un quinto è minor de uno quarto e un sesto de uno quinto & è conuerso.

Sesta.

6 Qual si voglia numero tal è dalla unità, qual parte è la unità di quel medesimo.

Il Tradottore.

Cioè che ogni numero in tal numero lui è multiplice della unità, in qual la unità è denominata parte di quel medesimo, esempli gratia il 2. in comparatione della unità se dirà doppio laqual multiplicità è denominata da. 2. in el qual. 2. medesimamente è denominata la parte che la detta unità è del detto. 2. & da qui se manifesta che ogni numero è detto dalla unità cioè dal numero che denomina la multiplicità in che lui è in comparatione della unità, ilquale è esso medesimo numero, perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la unità di lui come è detto in la nona diffinitione.

ta, laqual cauandola anchora lei serà distrutto, ouer anichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per unità molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal petitione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono. 10.

Prima.

1/0 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla ultima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioè in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioè che tolta una parte di qual si uoglia numero, o sia granda ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioè del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2/0 Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è euidente & è quasi simile alla sesta concettione del primo, cioè che tutti quelli numeri, che serano equalmente doppij, ouer treppij ouer quadrupli a un medemo numero (poniamo al quinario) (cioè al 5) ouero a numeri equali poniamo a piu quinarij, cioè cadauno al suo relatiuo) eglié manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3/0 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero serà equalmente multiplice, ouer che li multiplici tolti equalmente a cadaun de quelli, seranno equali: essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

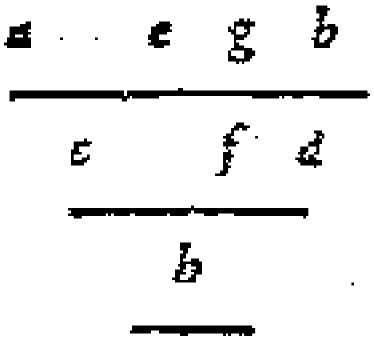
Esempli gratia se'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che se il demostrasse, che un medemo numero (poniamo. 24.) fusse doppio a cadauno de detti dui ouer piu termini, eglié manifesto che li detti termini seranno fra loro equali perche cadauno de loro ueria a esser. 12. il medesimo si deue intendere quando, che il detto. 24. fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si uoglia altra multiplicità, a cadauno de loro, similmente quando che'l fusse dui, ouero piu termini de numeri, & che li multiplici tolti equalmente a cadauno di essi ter-

(cioè da.35.) uol che per commune sententia il detto numero (cioè.7.) numeri ancora il rimanente, ilqual rimanente, ueria a essere.28. laqual cosa (per la settima diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theorema prima. Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & dapoi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non si troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri è necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali.a.b.& .c.d.& sia il.c.d, minore & sia detratto il c.d.dal.a.b.quante uolte tu poi, & sia lo residuo.e.b.ilquale residuo serà minore del,c,d,(altramente el se potria anchora detrahere) & sia detratto esso.e.b.dal.c.d.quante uolte tu poi, & sia il residuo,f,d, & sia detratto lo,f,d,dal,e,b, quante uolte tu poi, & sia lo residuo.g.b.ilqual sia la unità, hor dico li detti duoi numeri.a.b.& .c.d.esser contra se primi, perche se possibil è (per l'aduersario) che fian compositi, alcun numero oltra la unità numerarà communamente quegli, (per la uigesima prima diffinitione) ilqual poniamo che sia,h, hor perche,h, numera il,c,d,(per la penultima concettione) numerarà anchora lo,a,e, & perche el medesimo,h, numera tutto lo a.b.(per la ultima concettione) numerarà anchora lo.e.b. adonque (per la penultima) numerarà lo,e,f, per laqual cosa (per la ultima numerarà lo,f,d, adonque (per la penultima) numerarà anchora lo,g,e, & (per la ultima (numerarà lo,g,b, & perche lo,g,b, e la unità seguitaria il numero esser parte della unità, ouer a quella equale, laqual cosa è impossibile, adonque li duoi numeri.a.b.& .c.d. seranno contra se primi che è il proposito.



Ma se li duoi numeri.a.b.& .c.d.fiano contra se primi, il non si trouarà stato, ouer riposso, in questa mutata detrattione auanti che si peruenga alla unità & questa è il conuerso di quello che l'Auttor propone, & se in questa mutua detrattione, (per l'aduersario) serà stato, ouer riposso, auanti che si peruenga alla unità, fia che, g,b, sia numero ilqual sia detratto dal,f,d, & niente sia il residuo adonque, il g,b, numera,f,d, adonque (per la penultima concettione) numera anchora,e,g, & perche anchora numera se medesimo, per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo,e,b, adonque per la penultima, numera lo,c,f, ma per auanti è stà dimostrato che numera lo,f,d, adonque (per la auanti la penultima) numera tutto lo c,d, per laqual cosa (per la penultima) numera lo,a,e, & perche fu demostrato prima che anchora numera lo,e,b, seguita (per la auanti alla penultima) che anchora numeri,a,b, adonque perche il numero,h,g, numera l'uno & l'altro di duoi

numeri.

Settima.

7 Qualunque numero che sia duto in la unità produce se medemo an
o chora la unità duta in qual si uoglia numero produce quel medemo.

Il Tradottore.

Esempli gratia multiplicando. 2. fia la unità (per commune sententia) farà esso. 2. & così. 3. fia. 1. produrà esso 3. & così. 4. fia. 1. farà esso. 4. & così discorrendo in ogni altro numero, anchor la unità moltiplicata fia. 2. farà pur il medemo. 2. & così, 1. fia. 3. farà quel medesimo. 3. & così fia. 4 farà. 4. & così discorrendo in ogni altro numero.

Ottaua.

8 Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el
o composito de quegli.

Il tradottore.

In questa ottaua cõcettione el se suppone che cadauno numero che numeri duoi numeri, che quel numeri anchora il composito, ouer la summa de amboduoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il 3 numera il. 9. & anchora il 12. sensibilmente uedemo, che il medesimo. 3. numera il composito, ouero la summa di 9. & 12. qual è 21. il medesimo si trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Tradottore.

Esempli gratia se uno numero (poniamo. 3.) numera alcun numero (poniamo. 9.) & che quel numero numerato (cioè. 9.) numeri un'altro numero (poniamo. 36.) per commune openione dice che il detto. 3 numera anchora il detto trenta sei laqual cosa per la settima diffinitione euidentemente appare, il medesimo se trouerà seguare in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

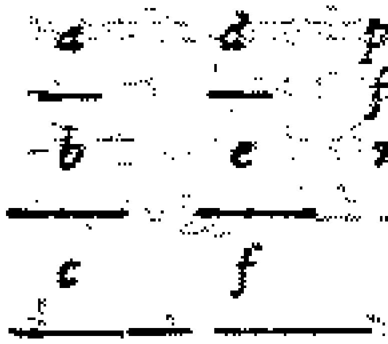
Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numera il residuo.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se uno numero (poniamo 7.) numera qualche numero (poniamo. 35.) sotratto il detto numero (cioè. 7.) dal detto numero numerato,

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si troua molte uolte alcuni numeri fra loro compositi che sono numerati da piu numeri (uno maggior dell' altro) come esempli gratia se l.a.b.fusse.150. & lo.c.d.90. questi doi tali sono numerati (cioè partiti senza alcun sopra auanzo) communamente.da.2.da.3.da.5.da.6.e da molti altri, tamē inuestigando p lo modo dato di sopra si trouarà che il primo residuo, cioè.e.b.serà.60.& lo secondo cioè.e.f.d.serà.30. ilqual.30. subtratto dal.e.b.fia che si poi il residuo serà nulla, onde il detto.30. uerrà a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti duoi numeri.a.b.& c.d. Ma supponendo che il.g.numeri anchora lui communamente li detti duoi numeri.a.b.et.c.d. (cioè che lui sia l'uno delli lati detti di sopra, poniamo.5. per le argumentatione fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto.g.a fortiore numera lo.f.d.cioè il massimo & questo è quello che nel correlario si uol inferire.



Problema.2. Propositione.3.

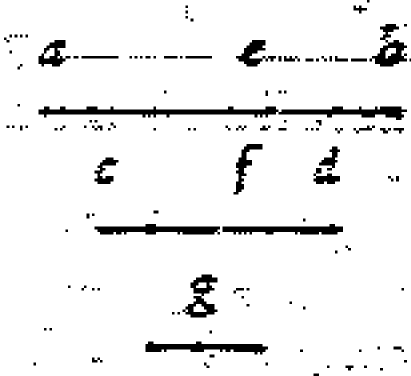
3/3 Proposti tre numeri fra lor compositi puotemo ritrouare il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

Auanti che dimostriamo questa terza conclusione hauemo pensado di dimostrare uno antecedente di essa conclusione cioè qualmente, proposti tre numeri potemo certificarse se essi siano fra lor compositi, E per tanto siano li tre numeri.a.b.c. di quali uoglio uedere se essi sono fra lor compositi, ouer non (per la prima adonque inuestigo se li duoi primi) liquali sono.a.& b.sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno.a.b.c.fra loro compositi (per la diffinitione) ma se.a.& b.sono fra loro compositi, siano (per la precedente).d.il massimo numero numerante quelli, ilqual se'l numera.c.seranno.a.b.c. (per la diffinitione) fra loro compositi, ma se quello non lo numera, ma essi.c.& d.siano contra se primi non seranno.a.b.c.fra loro compositi, perche qualunque numero ilquale numerarà quelli numerarà ancora il.d. (per il correlario della precedente) & cosi, d, & c. seriano compositi, laqual cosa seria contra al presupposito, ma se, c, & d, sono compositi seranno etiam a, b, c, fra lor compositi, perche essendo per la precedente, e, il massimo numerante, c, & d, ilquale etiam (per la penultima concettione) numerara, a, & b, per laqual cosa (per la diffinitione.a.b.c.sono fra loro compositi anchora per simil modo il se farà de quanti si uoglia piu di tre) se tutti siano fra lor compositi. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro compositi) liquali etiam siano, a, b, c, uoglio trouare il massimo numero ilqual li numeri tutti, piglio per la dottrina della precedēte.d.massimo numerante, a, & b, ilqual se'l numera.c.esso è quello che cercamo altramente per il correllario della precedente, seguiria il maggiore numerare il minore, Ma se'l non numera.c.tamen seranno, c, & d, fra lor compositi per il presupposito, & correllario della precedente, et per la diffinitione, sia adonque il massimo numerante quelli, e, dico, e, esser il massimo numerāte.a.b.c.la causa perche il numera numeri.a.b.& c.d. li duoi numeri.a.b.& c.d.sono composti, adonque non sono contra se primi, laqual cosa è contra il presupposto, adonque per questa via proposti qualunque dui numeri investigamo se quelli sono contra se primi over no, perche fatta la mutua detrattione de tali se'l si perviene alla unità quelli sono contra se primi ma essendo stato, overo riposo avanti che se pervenga alla unità quelli sono composti.

Problema.1. Propositione.2.

2 Proposti dui numeri fra loro composti, puotemo trovare il maggio
2 re numero che numera communamente quelli.

Siano li duoi numeri fra loro composti,a,b,& ,c,d, sia,c,d, minore, adonque alcun numero (per la diffinitione) numera communamente, quelli voglio trovare il massimo numero che numera communamente quelli. secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, overo detrago il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioè il.c.d.dal.a.b.& sia il residuo.e.b.& similmente lo,e,b,del,c,d,per fina a tanto che posso & sia il residuo lo,f,d,& perche la diminutione di questo non pol esser fatta in infinito (per la ultima petitione) anchora in il proposito il non si pol pervenire alla unità (per la precedente) perche all'hora li duoi proposti numeri seriano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposto, sia adonque che quando haverò detratto lo,f,d,dal,e,b, per fina che potrò che il residuo sia niente, hor dico il numero,f,d,esser il maggiore che numeri communamente li duoi proposti numeri,a,b,& ,c,d, la causa che lui li numeri è manifesta (per la penultima et antepenultima cõcettione repetita) hor l'una, hor l'altra quante volte bisogna, si come in la demostratione del converso della precedente (perche lo,f,d,numera lo,e,b,) perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tãto che se posse non vi fu fatto niente di residuo (adonque) (per la penultima cõcettione) numera & c.f. adonque (per la ante penultima) & c.d. per laqual cosa (per la penultima) numera & a.e. adonque (per l'antepenultima) & ,a,b, ma che niun maggiore de,f,d,numeri.a.b.& c.d.cosi è manifesto, perche se questo potesse esser fatto (per l'adversario) sia il numero,g, maggiore del,f,d, ilqual numeri l'un e l'altro di duoi numeri.a.b.& c.d.perche adonque,g,numera,c,d,numerarà (per la penultima concettione) a.e.& perche numera,a,b,numerarà (per la ultima).e.b.adonque (per la penultima) numera,c,f,& perche etiam numera,c,d,numerarà (per la ultima) f.d.cioè il maggiore numeraria il minore, laqual cosa è impossibile.



Correllario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri duoi numeri numera anchora, il massimo numero, numerante ambiduoi quelli.

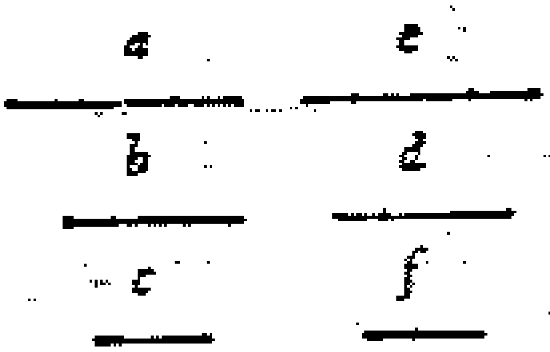
Il Tra-

le è il b. del. a. perche tutti, a, & c, secondo la quantità de, b, &, d, & argumentare si come in la prima del quinto, perche serà che tanto son le parte del. a. quante quelle del. c. per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de. a. & dalla prima del. c. sia equale allo agregato del. b. & d. similmente anchora & lo aggregato della seconda parte del. a. & della seconda del. c. & perche questa aggregatione tante uolte se puol fare quante uolte uien contenuto il b. in. a. seguita, che il numero equale allo agregato del b. & d. tante uolte sia contenuto in lo aggregato de. a. & c. quãte uolte b. uiene contenuto in. a. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6/6 Se seranno quattro numeri di quali, il primo sia tal parti del secondo quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del secondo.

Quello che proposse la precedente de una parte, questa propone di piu parti. E per tanto siano come prima li quattro numeri, a, b, c, d, & sia che, b, sia tal parti de a. quante & quale è il, d, del, c, dico che b. & d. tolti insieme seranno tante, & tale parti de, a, & c, tolti insieme quante & quale è il, b, del, a, & dico tante & tale perche la pluralità delle parti uien diffinita da duoi numeri di quali l'uno uien detto numeratore, & l'altro denominatore come quando dicemo tre quinti, il ternario numera, e il quinario denomina, perche adonque, b, è parti del, a, sia, che sian le parti de quello numerate dal. b. & denominate dal. K. & similmente (per la positione) serà il. d. parti del. c. numerate dal. b. & denominate dal k. e. per tanto una delle parti del. b. sia. e. & una delle parti del. d. sia. f. (& per il presupposito,) e, serà parte del. b. denominata dal, b, & parte del, a, denominata dal. k. similmente anchora & . f. serà parte del. d. secondo, b, &, parte del, c, secondo, K, adõque il composito de, e, &, f, sia, g, &, per la premessa) g. serà parte del. b. & . d. tolti insieme secondo. b. & anchora (per la medesima) serà parte de, a, &, c, tolti insieme secondo, k, per laqual cosa (per la duodecima diffinitione) b, &, d, tolti insieme seranno parti de, a, &, c, tolti insieme numerate dal, b, & denominate dal. k. imperoche il, g, è parte communa de quelli, del minore secondo. b. & del maggiore secondo, k, e perche cosi è il, b, del, a, è manifesto il proposito.



Theorema. 5. Propositione. 7.

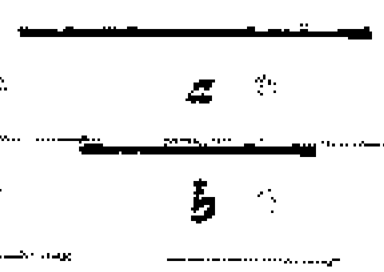
7/7 Se seranno duoi numeri de quali un sia parte de l'altro & sia detratta da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente, al remanente, quale è il tutto del tutto.

Quel

merà quelli è manifesta, per questo ultimo presupposito, ilquale è esso, esser il massimo numerante, c, & d, & per la penultima concettione ma la causa che niun maggiore di quello numeri quelli così è manifesta perche se questo fusse possibile, per l'adversario, sia f, maggiore de, e, ilqual numeri, a, b, c, ilqual conciosia che'l numeri a, & b, numerara, per il correllario della precedente, d, & perche ancora il numerara, c, numerara, per il medesimo correlario, e, cioè il maggiore numeraria il menore laqual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che è il proposito, anchora per simil modo si puol investigare el massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra loro composti) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in piu di tre, & dal ultimo processo di questa demostratione, puotemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro composti, numera il massimo numeranti tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li dui, & dui di quelli.

Theorema. 2. Propositione. 4.

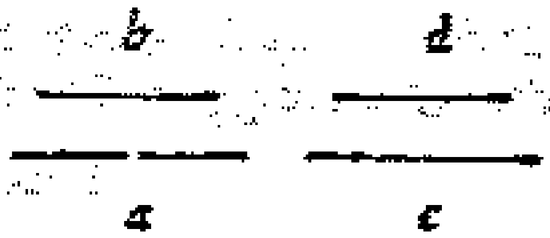
4 El minore de ogni dui numeri inequali, over che egliè parte, ouero parti del maggiore.
4



Siano dui numeri. a. & . b. minor. b. dico che. b. e parte, over parti del. a. perche overo che. b. numera. a. over non, se'l lo numera egliè parte di quello (per la diffinitione) se'l nõ numera quello adonque, over che sono fra lor primi overo non, se non fra lor primi haueremo (per la diffinitione) una parte commune laquale quante volte la serà in. b. tante parti serà detto esser il. b. del. a. (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi nientedimeno perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) è manifesto il medesimo per le unità.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5 Se seranno quatro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
5 do, quale è il terzo dal quarto, seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secõdo.



Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non hauere de bisogno de alcuni delli precedẽti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri, Siano adonque li quatro numeri, a, b, c, d, & sia, b, tal parte de, a, quale e, d, del, c, dico che b, & d, tolti insieme sono tal parte de, a, & , c, tolti insieme quale è ta.b.del.g.& rimanga.K.et k.(per la precedente)serà tale parte del.e.quale è.g. del.a.& tale del,f,(per la medesima)quala,è.g,del,b,adonque perche,e,et,f,hanno una parte commune laquale è, k,(per la duodecima diffinitione),e,serà tante parte del,f,qual parte è.k.del,e,& tale qual è,k,del,f,& perche tante & tale era,a,del,b,è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa soprascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta dall'uno di una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente serà le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la soprascritta argumentatione.

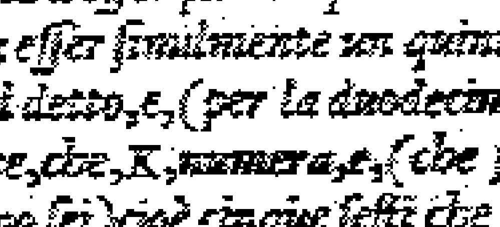
Il tradottore.

Anchora bisogna notare(per intelligentia della soprascritta argumentatione) che se lo numero,e,fusse li cinque sesti del,b,& similmente la parte,c,della parte, d,il numero,g,ueria a esser un quinto del,a,& un sesto del,b,& similmente,h,ueria a esser pur un quinto del,c,& un sesto del,d,onde(per la precedente,)K, ueria a esser similmente un quinto del,e,& un sesto del,f,si come,g,del,a,& del,b,onde il detto,e,(per la duodecima diffinitione)ueria a esser tante parti del,f,quante uolte,che,K,numera,e,(che sono cinque)de tale quante il detto,K,numera,f,(che sono sei)cioè cinque sesti che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.9.

Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
9 do, quale è il terzo del quarto, permutatamente serà tal parte, ouero
9 parti il primo del terzo qual parte, ouer parti e il secondo del quarto.

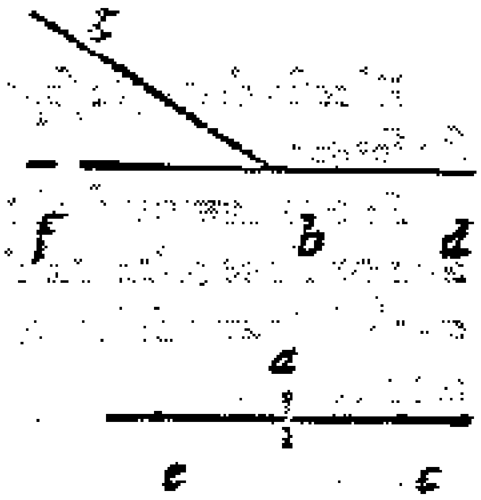
Sia.a.primo tal parte del,b,secondo quala è il.c.terzo del,d,quarto,e sia,a,& b,minori del,c,et,d,perche essendo altramente seria il contrario di quello che se propone,dico che qual parte,ouer parti e.a.del.c.tal ouer tale è il b.del.d.perche essendo diuiso.b.secondo la quantità de.a: & d.secondo.c.(& per lo presente presupposito)tanti parti seranno quelle del.b. quante quelle del. d. & perche ciascaduna delle parti del. b. è equale al.a.& ciascaduna del. d.al.c.& .a.e parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito, & per la quarta)serà ciascaduna



delle parti del b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda, & cosi de tutte le altre)tal parte,ouer parti,quale ouero quale è a. del.c.adonque (per la quinta,ouer sesta sotto la diffinitione repetita quãte uolte bisognarà)serà tal parte ouer parti.b.del.d.quale ouer quale è.a.del.c.che è il proposito.

Theo-

Quel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quinta del quinto delle quantità in genere, & però sia che qual parte è tutto il numero.a. de tutto il numero.b. tal sia la parte.c. (detratta dal.a.) alla parte.d. (detratta dal.b.) dico che tal parte serà.e. (residuo de a.) del.f. (residuo del.b.) qual è tutto il numero.a. di tutto il numero.b. (& questa è quasi il conuerso della quarta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione).e. tal parte de.g. qual è il.c. del.d. & (per la quinta tal parte serà.a. del composito de.g. & .d. qual è il c. del.d. per laqualcosa & quale è.a. del.b. adonque (per la seconda concettione) il composito de.g. & .d. è equale al.b. leuando uia da l'uno, & dall'altro il.d. serà.g. equal al.f. per laqual cosa tal parte serà.e. del.f. qual è.a. del.b. perche tal era.e. del.g. che è il proposito.



Il Tradottore.

Questa settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, qual serà una parte tolta dall'uno a una parte tolta dall'altro, il residuo di l'uno serà tal parte del residuo di l'altro, qual è il tutto del tutto, laqual differentia è come quella della quarta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda con il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda con il testo della seconda quasi di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione, che qual parte è tutto il numero.a. de tutto il numero.b. tal sia la parte.c. (detratta dal.a.) alla parte.d. (detratta dal.b.) & conclude che il residuo.e. al residuo.f. serà tal parte, qual è tutto il numero.a. de tutto il numero.b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte.c. in respetto del numero.a. & la parte.d. in respetto del numero.b. si intende largo modo cioè aliquota o non aliquota.

Theorema. 6. Propositione. 8.

8/8 Se da duoi numeri, di quali l'uno sia parti dell'altro, siano sottratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.

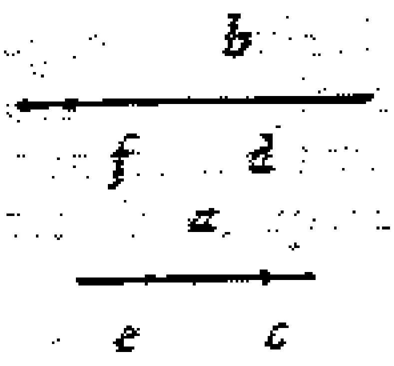
Questa è quasi il conuerso della sesta, come exempli gratia se fusse che quante, & quale parti è tutto.a. di tutto il.b. tante & tale sia il.c. (detratto dal.a.) del.d. (detratto dal.b.) dico che lo.e. (residuo del.a.) serà tante, & tale parti del.f. (residuo del.b.) quante & qual è lo.a. del.b. e per dimostrar questo sia.g. una delle parti del.a. & .h. una delle parti del.c. et (per il presupposito) g. serà tal parte del.a. qual è.h. del.c. è tale del.b. quale è.h. del.a. adonque sia detratta.b.

ta.b.

e. è in. b. tante volte quante è lo, f, in. d. & similmente. e. in. a. tante volte quante. f. in. c. serà (per la duodecima diffinitione) il. b. tante & tale parti del. a. quante & quale serà il. d. del. c. ma si el. b. sia contenuto (quante volte si voglia) in. a. con superfluità de quante si voglia parti, anchora tante volte se contenerà il. d. in el. c. con superfluità de tante & simile parti divisa. a. secondo. b. acciochè sopravanci. e. similmente. c. secondo. d. acciochè sopravanci. f. serà. e. tante & tale parti del. b. quante & quale serà, f, del, d, & così tolta una de quelle argumentando come prima, & così è manifesto il primo proposito il secondo se dimostra in questo modo, sia. b. tal parte, over parti del. a. quala, over quale è il, d, del. c, dico che la proportione del, a. al, b, serà si come del, c, al. d, perche se è tal parte è manifesto il proposito, ma se egli è tale parti divisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante volte essere il, b in a, quante volte è il, d, in, c, & tal parte, over parte del. b, sopravanzare in, a, quala over quale del, d, sopravanzano in el. c. & così (per la diffinitione) la proportione del, a, al, b, e si come del, c, al, d, & così è manifesto il tutto.

Theorema. 10. Propositione. 12.

Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la pro-
12/11 portione de quelli la proportione del rimanente allo rimanente serà si
come dal tutto al tutto.



Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri, essempli gratia sia la proportione de tutto, a, a tutto, b, si come del, c, (detratto dal, a,) al, d, (detratto dal, b,) dico che dal, e, residuo del, a, al, f, (residuo del, d, serà si come dal, a, al, b, perche se, a, sia minor de, b, serà (per lo precedente presupposito) & per la conversione della diffinitione) tal parte, over parti, c, del, d, quale, over quale e, a, del, b, (per la settima adunque, overo ottava) serà, e, tal parte, over parti del, f, quala over quale è, a, del, b, adonque (per la diffinitione) serà una medesima proportione che è il proposito, ma se, a, sia maggiore del, b, serà (per la prima parte della precedente) qual parte, overo parti, b, del, a, tala, overo tale serà il, d, del, c, per laqual cosa (per la settima, over ottava) tala, over tale serà, f, del, e, e così (per la seconda parte della precedente) del. e. al, f, serà si come dal, a, al, b, per laqual cosa è manifesto il proposito. ma la settima et ottava danno luoco a questa duodecima perche questa duodecima sola contiene quanto ambedue quella, ma alcuni voleno provare la seconda parte de questa per la duodecimanona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui propone questa particularmente & quella universalmente demostrata quella in nel quinto, vanamente haveria proposta questa quivi in el settimo, e però nõ debeno dimostrare questa una altra volta per la decimanona del quinto, ne anchora possono adatare il modo della demostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se dimostra in le quantità cõtinue in genere (per la proportionalità permutata la

quale de

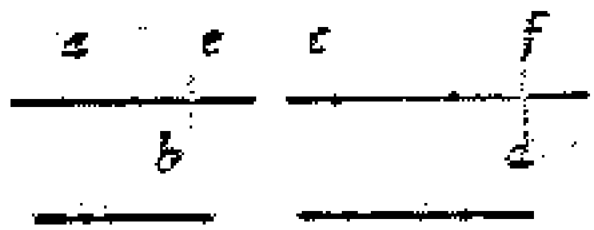
Theorema. 8. Propositione. 10.

10/10 Se feranno quattro numeri, il primo di quali fia tal parti del fecondo, quale è il terzo del quarto, ferà permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale è il fecondo del quarto.

Siano li quattro numeri come prima, di quali fimilmente fian minori .a. & .b. et fia .a. tal parti del .b. quale e .c. del .d. dico che qual parte, ouer parti è, a, del .c. tala, ouer tale è il b. del .d. perche fiando diuife le minore i quelle parte che fono .a. & .c. & (per lo prefente prefuppofito) feranno tanto le parti del .a. quante quelle del .c. & perche ciafcaduna delle parti del .a. è tal parte del .b. qual ciafcaduna del le parti del .c. è del .d. perche questo lo hauemo dal nostro prefuppofito. Serà permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è .b. del, d, tal, ouer tale fia ciafcaduna delle parti del .a. della fua comparata delle parti del .c. adonque (per la quinta, ouer fefta fotto la diffinitione repetita quante uolte bifognarà) ferà .b. tal parte, ouer parti del d. quala, ouer quale è, a, del, c, che è il propofito.

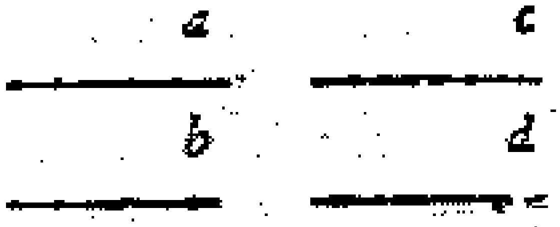
Theorema. 9. Propositione. 11.

11/0 Se feranno quattro numeri proportionali di quali il primo fia maggior del fecondo, & il terzo del quarto, il fecondo ferà tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale è il quarto del terzo, ma fe il fecondo ferà tal parte, ouer parti del primo quala, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien effer proportionali.

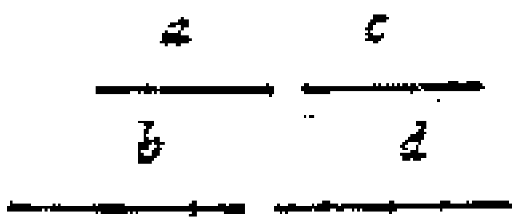


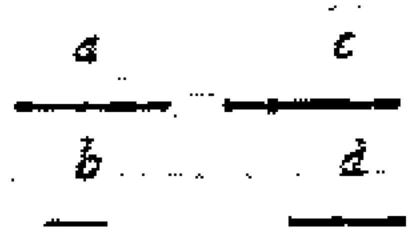
Sia la proportione dal .a. al .b. fi come dal .c. al .d. et fia maggiori .a. et .c. dico che qual parte, ouer parti è .b. del .a. tala ouer tale è il d. del .c. & econuerfo perche (per la conuerfione della diffinitione delle proportione fimili) ferà che quante uolte il .b. è in, a, tante uolte fia il .d. in el .c. & fe alcuna parte, ouer parti del .b. fopr abondano in .a. tal parte, ouer parti del, d, fopr abondano in el, c, è per tanto fe'l, b, ferà contenuto in .a. fenza fuperfluità de parte, tante uolte fenza fuperfluità ferà contenuto il .d. in .c. (per la diffinitione delle parte fimili) qual parte ferà il .b. del .a. tal ferà il, d, del, c, ma fel, b, fia contenuto in, a, (quante uolte fi uoglia) con la fuperfluità de parte & tante uolte fe conterà, il, d, in el, c, con la fuperfluità de fimel parte, diuifo, a, fecondo, b, acciochè fopr auanci, e, & , c, fecondo, d, acciò che fopr auanza, f, ferà tal parte, e, del, b, qual è, f, del, d, ma perche tante uolte fe conterà il, b, in la differentia del, a, al, e, quante uolte il, d, in la differentia del, c, al, f, ferà (per commune fcientia) tante uolte, e, in, a, quante uolte è, f, in, c, conciofia cofa adonque che, a, & , b, habbiano, e, parte commune & fimilmente, c, & , d, habbiano, f, e per tanto,

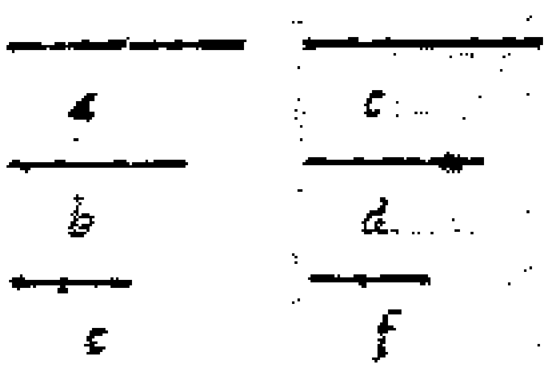
e, è in,



propone da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del,a,al,b,si come del,c,al,d, permutatamēte serà del,a,al,c,si come del,b,al,d,per che lo.a.serà maggiore,ouer minore del.b.similmente anchora & maggiore,ouer minore del.c.sia adōque primamente minore dell'uno et l'altro serà adōque(per lo presente presupposito & per la conuersione della diffinitione, lo,a,tal, parte, ouer parti del, b,quale,ouero quale serà lo,c, del, d, adonque per la nona ouer decima lo,a,permutatamente serà tal parte ouer parti del, c, quale, ouer quale serà il b, del,d,per laqual cosa(per la diffinitione) la proportion serà una medesima, sia adonque, a, maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della undecima)serà che tal parte, ouer parti che è il. b, del,a,tale, ouer tale serà il d, del, c, (per la nona ouer decima) tal parte ouer parti serà il, d, del, b, quale,ouer quale serà il c,del, a, adonque per la seconda parte della undecima) serà del,a,al,c, si come del,b,al,d,terzo sia,a,maggiore del, b, minore del,c, & serà (per la prima parte della undecima) tal parte,ouer parti il,b,del,a,quale ouer quale,serà il d,del,c,per laqual cosa (per la nona ouer decima)quale ouer quale è lo,a,del,c, tale ouer tale serà la.b.del.d. (per la diffinitione) adonque la proportione è una, ultimamente e anchora sia.a.minor del.b.& maggior del.c.& serà che tal parte ouero parti sia il.c.del.d.quale,ouero quale è.a.del.b.(per la nona)adonque (ouero decima) serà tal parte, ouer parti el.d.del.b.quale ouero quale il c.del.a. per laqual cosa, per la seconda parte del undecima. del.b.al.d. serà si come del. a.al.c. cosi è manifesto il proposito & a questa cedeno la nona & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.

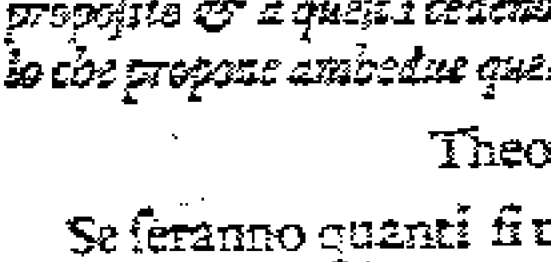






Theorema.13. Propositione.15.

Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de
15 quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportione
14 de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalità seranno pro
portionali.



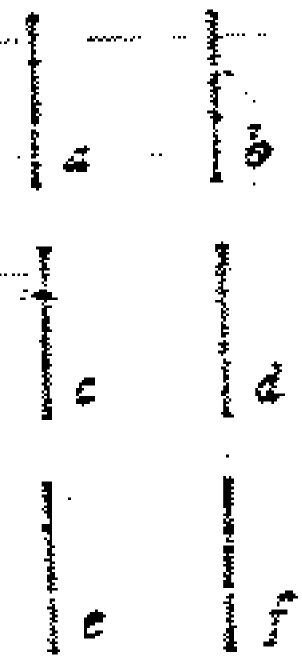
Q uel modo di arguir el qual se dice equal proportionalità che dimostrette Euclide per la vigesima seconda del quinto delle quantità in genere, se propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalità direttamēte:ma la equal proportiona-

lità

quale de sotto se dimostra in numeri, ma io penso, & ragioneuolmente si vede esser stretto Euclide de usare le argumentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro ilquale, è manifesto non poterse transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantità in genere, lui le ha voleste repetere un'altra volta da esser dimostrate, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare quelli per altri principij proprij cioè de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu processo nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantità incommunicante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli perche quelli hanno debisogno de intelletto piu disposto.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13 Se seranno quanti numeri si voglia proportionali si come serà uno
12 antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.



Quello che propone Euclide per la tertia decima del quinto delle quantità in genere per questa propone de numeri, come esempli gratia sian, a, b, & c, d, & e, f, proportionali dico che la proportione che è dal. a. al. b. è quella medesima che è dalli. a. c. e. tolti insieme alli. b. d. f. tolti insieme perche se, a, c, e, siano minori delli. b. d. f. (per la conuersione della diffinitione) qual parte, ouer parti serà. a. del. b. tale. ouer tale serà. c. del. d. & e. del. f. adonque (per la quinta ouer per la sesta repetita quante volte bisognarà) qual parte, ouer parti serà, a, del, b, tale, ouer tale seranno li, a, c, e, tolti insieme delli, b, d, f, tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinition) la proportion serà una medesima ma se li. a, c, e, siano maggiori delli, b, d, f, (per la prima parte della undecima) qual parte, ouer parti serà il. b. del. a. tale ouer tal serà, il, d, del, c, et, f, del, e, adonque (per la quinta, ouer sesta repetite quante volte bisogna) qual parte ouer parti serà il. b. del. a. tale ouer tale saran li. b. d. f. tolti insieme delli, a, c, e, tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima, la proportion del, a, al, b, serà si come delli. a. c. e. tolti insieme alli, b, d, f, tolti insieme che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14 Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatiua-
13 mente seranno proportionali.

El modo di arguir ilqual se dice proportionalità permutata, laqual ha dimostrato Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in questo luoco

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalità.

Come se sia dal.a.al.b.si come dal.c.al.d.dico che dal.a.b.al.b.serà si come dal c.d.al.d.perche permutatamente serà dal.a.al.c.si come dal.b.al.d.per laqualcosa (per la tertiadecima) dal.a.b.al.c.d. serà si come dal.b.al.d. permutatamente adonque serà dal.a.b.al b.si come dal.c.d.al.d.

Resta a stabilire la euersa proportionalità in numeri.

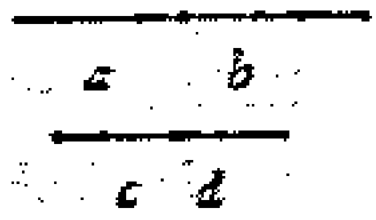
Come se sia del.a.b.al.b.si come dal.c.d.al.d.dico che dal.a.b.al.a.serà si come dal c.d.al.c.perche permutatamente serà dal.a.b.al.c.d.si come dal.b.al.d.per laqual cosa (per la duodecima) serà si come dal.a.al.c.permutatamente,adonque serà dal a.b.al.a.si come del.c.d.al.c.e per tanto è manifesto il tutto.

Anchora da queste egliè liene cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantità in genere cioè, che se la proportion del primo termine al secondo serà si come del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo serà si come dal sesto al quarto, serà la proportione del primo & quinto tolto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

Esempli gratia essendo dal.a.al.b.si come dal.c.al.d.similmente dal.e.al.b.si come dal.f.al.d.dico che dal.a.& e.tolti insieme al.b.serà si come dal.c.& f.tolti insieme al.d.perche per la conuersa proportionalità serà dal.b.al.e.si come dal.d.al. f.per laqual cosa per la equal proportionalità dal.a.al.e.serà si come dal.c.al.f.adonque congiuntamente dal.a. & e.al.e.serà si come dal.c.& f.al.f. adonque per la equal proportionalità dal.a. & e.al.b.serà si come dal.c.& f.al.d.che è il proposito,et per lo medesimo modo tu approuerai il conuerso.Se sia del,b,al,c,si come del d,al.c.& similmente dal,b,al,e,si come dal,d,al,f,dico che dal,b,al,a,et al.e.serà si come dal,d,al,c,& al,f,perche serà (per la conuersa proportionalità) dal.a.al.b. si come dal,c,al,d,per laqualcosa (per la equal proportionalità) dal,a,al,e,serà si come dal,c,al.f,et congiuntamente dal,a,& e,al,e,si come dal,c,& f,al.f,adonque al contrario dal,e,al,a,et,e,serà si come dal,f,al,c,et,f,adonque (per la equal proportionalità) serà dal,b,al,a,et,e,si cõe dal,d,al,c,et,f,ch'era il proposito.Da questo anchora è manifesto che se'l serà la proportione de quanti si voglia numeri al primo si come de altri tanti al secondo.Serà del aggregato de tutti li ãtecedenti al primo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secõdo.Similmente al contrario se'l serà la proportione del primo a quanti si voglia,numeri si come del secondo a altretanti altri serà del primo aggregato de tutti li consequenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato da tutti li consequenti a esso medemo.

Theorema.14. Propositione.16.

16/15 Se la unità numerarà alcun numero tantevolte quante qualunque ità laqual demostrette per la uigesimaterza del quinto della proportionalità delle quantità indirettamente proportionale el non propone de dimostrarla in numeri, ma quella demostraremo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ne è necessario che dimostremo in numeri quello che fu demostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioè se quante si uoglia proportione (in numeri) seranno equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del, a, al, c, & dal, e, al, f, sia si come del, b, al, d, serà lo numero, a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, ouer parti, quala, ouero quale è il, b, del, d, ouer tante uolte lo, a, contegnarà il, c, & , e, lo, f, quante uolte il b. contegnarà il, d, & tal parte, ouer parti del, c, sopravanzaranno in, a, & dello f, in, e, quala ouer quale del. d. in el. b. perche adonque qual parte ouer parti è lo, a, del, c, tala ouer tale è lo, e, del, f, ouero quante uolte lo. a. contien el. c. tante uolte lo, e, contien lo, f, & qual parte ouer parti del, c, sopravanzano in, a, tala ouer tale, del, f, sopravanzano in, e, serà (per la diffinitione) del, a, al, c, si come del e, al, f.

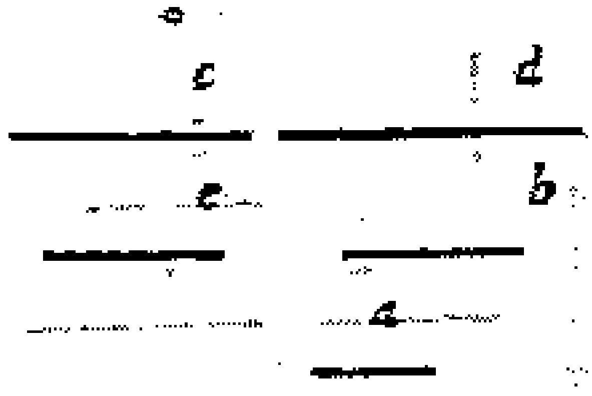


Siano adonque (come se propone) li numeri, a, b, e, & li altri, tanti altri, c, d, f, & sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, & del, b, al, e, si come del, d, al, f, dico che in la equal proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, perche (per la precedente) serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, ma & del, b, al, d, si come del, e, al, f, per laqualcosa del. a. al. c. serà si come del. e. al. f. adonque (per la medesima) del. a. al. e. serà si come del. c. al. f. el medesimo serà toglendone de piu & cosi è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da dimostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalità lequale sono la conuersa, la congiunta, la disgiunta, & la euersa, pensame esser conueniente demostrare quelle cose che l'Auttore ha lassate come cose facile da demostrare. adonque primamente demostraremo la conuersa, esempli gratia essendo dal, a, al. b. si come dal. c. al. d. dico che al contrario dal. b. al. a. serà si come dal. d. al. c. perche se. a. serà minor del. b. anchora. c. serà minor del. d. & tal parte. ouer parti serà. a. del. b. quala ouer quale serà. c. del. d. per laqualcosa (per la seconda parte della undecima) serà del. b. al. a. si come del. d. al. c. ma se. a. serà maggiore del. b. anchora il. c. serà maggiore del. d. & (per la prima parte della undecima) tal parte, ouer parti serà il. b. del. a. quala, ouero quale serà. d. del. c. adonque (per la diffinitione) serà del. b. al. a. si come del. d. al. c.

Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Esempli gratia sia del, a, b, al, b, si come del, c, d, al, d, dico che dal, a, al, b, serà si come del, c, al, d, perche permutatamente del, a, b, al, c, d, serà si come dal, b, al, d, & (per la duodecima) si come dal, a, al, c, perche adonque del, a, al, c, è si come del, b, al, d, serà permutatamente del, a, al, b, si come dal, c, al, d.

portione delli duoi produtti, cioè dall'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.



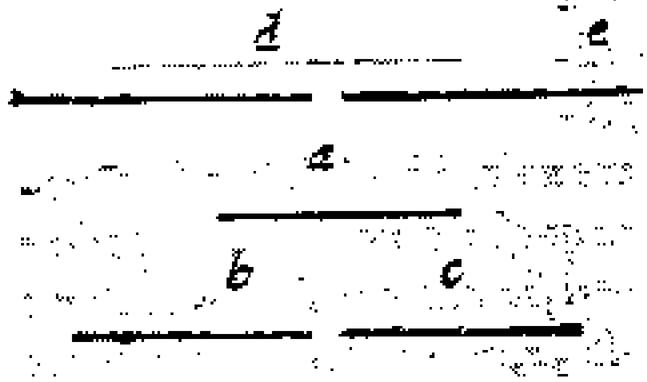
Esempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et di tal multiplicatione pervengi, d, & e, dico che la proportion del d. al e. serà si come quella che è dal, b, al, c, perche il seguita (per la conversione della diffinitione del multiplicare) che'l, b, sia tante volte in el, d, & similmente il, c, in el, e, quante e la unità nel, a. per laqual cosa la proportione del, d, al, b, è si come del, e, al, c, (perche convengono quelli equalmente, che è quante volte che'l, a, contien la unità) adonque permutatamente dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la propor-

19/18 tione de quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.

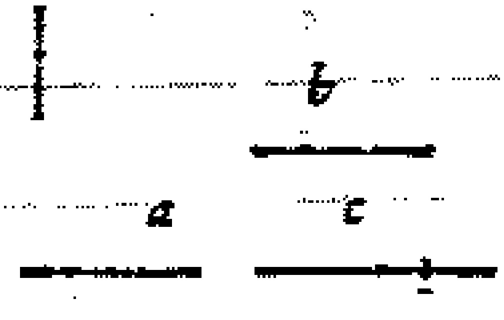
Questa (per la conversion della antecedente della precedente) conclude la medema passione che è in la promessa come se l'uno & l'altro di duoi numeri. b. & c. multiplicano lo numero. a. & pervenghi, d, & e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche (per la antecedente della precedente) serà che dal, a, in, b, & c, vien fatti, d, & e, per laqual cosa (per la precedente) del d. al e. serà si come dal, b, al, c, che è il proposito. Et nota che quello che se propone per questa e per la precedente de duoi numeri tu'l puoi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si voglian numeri serà la proportione di produtti & di multiplicati una medesima, similmente anchora se quanti si voglian numeri multiplicato uno numero la proportion di produtti, e multiplicanti serà una. laqual cosa per questa & per la precedente repetire quante volte bisognarà facilmente tu approvarai ma in questo luoco (come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione) volemo dimostrare la equal proportionalità in quanti si voglia numeri de duoi ordeni della proportionalità indirettamente laqual demostra Euclide, per la vigesima terza del quinto in le quantità in genere, dicemo adonque perche.



Se quanti si voglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proporzionali, li estremi anchora in medesima proportione seranno proporzionali.

Esempli

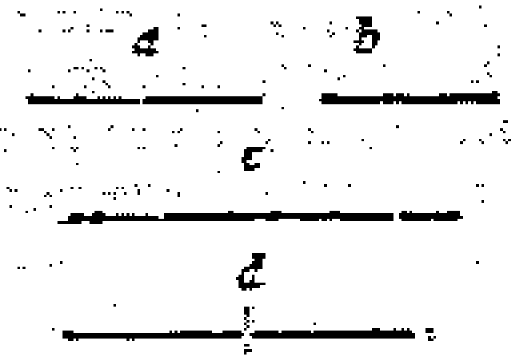
terzo numerarà alcun quarto, ferà anchora permutatamente che quante uolte la unità numerarà il terzo tante uolte il fecondo numerarà il quarto.



Come fe fia la unità al.a.fi come il.b.al.c. ferà permutatamente la unità al.b.fi come la.a.al.c. et quefta non è fuperflua dalla demoftrata proportione permutata, perche non puo effer cõclufo da quella quello che qui fe propone. Perche quella fu demoftrata in quattro numeri proportionali. Ma la unità non e numero per la diffinitione adonque per quefto modo manifefta il propofito. fia diuifo.a.per le unità & ,c, fecondo la quantità de,b, feranno(per lo prefente prefuppofito)tante parti in,a,quante in,c,& perche ciafcuna delle parti de,a,è la unità & ciafcuna delle parti de,c,è equale al,b.ferà che quante uolte la unità fia in.b.tante uolte ciafcuna delle parti de,a, fia in la fua comparata delle parti del,c,adonque(per il modo della demoftratione quarta feguita tante uolte effere,a,in,c,quante uolte è la unità in el,b,che è il propofito.

Theorema.25. Propofitione.27.

17
16 Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia dutto i l'altro quelli che da quelli uien produtti feranno equali.



Si come fe dal,a,in,b.peruenga.c. et dal,b,in,a,peruenga,d,dico che,c,& ,d,feran equali. Perche conciofia che,b,multiplicato per,a,produca,c,(per la conuerfione delle diffinitione)ferà il,b,tante uolte in,c, quante che la unità e in,a,adonque(per la precedente)ferà lo,a,in,c,quante uolte e la unità in el,b,& perche tante uolte e la,a,etiam in el, d, (perche del,b,in,a,e fatto il,d,)feguita che tante uolte fia lo,a,in el,c,quante uolte è in el,d,(per la cõcettione)adonque,c,& ,d,fono equali, poffemo anchora quefta concluſione proponere per quefto altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia dutto in l'altro dall'uno e l'altro dutto peruien un medefimo numero come fe dal,a,in.b,peruenga,c, il medefimo peruenirà del,b,in,a,perche in uero del,a,in,b,uien fatto,c, ferà come prima (per la concluſione della diffinitione)il,b,in,c,quante uolte la unità e in,a, & permutatamente(per la precedente)ferà,a,in,c,quante uolte la unità e in,b, perche adonque,a,tante uolte uien contenuto in, c, quante unità e in,b.feguita per la diffinitione che dal,b,in,a,uien fatto.c.

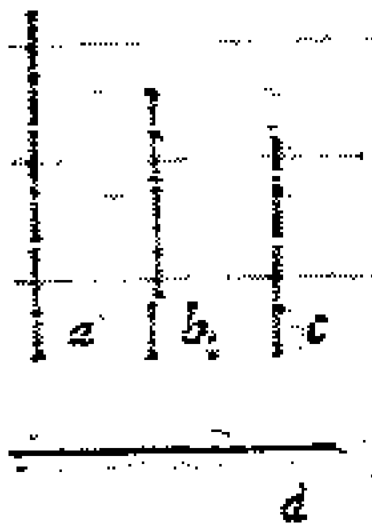
Theorema.16. Propofitione.18.

18
17 Se uno numero ferà dutto, ouero multiplicato in duoi altri la pro-

quala, ouero quale in el medesimo superfluano del, f, & per tanto anchora (per la cõcettione) è manifesto quelli esser equali. Ma se essi serãno equali è manifesto (per la constrittione) che ouer, g, serà tal parte, ouer parti del, e, quala, ouero quale serà del, f, & al presente (per la diffinitione) serà de esso, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, ouero equalmente contenerà l'uno e l'altro con superfluità de simile e tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diffinitione serà de quello al l'un e l'altro una proportione, el secondo proposito cosi è manifesto, sia, e, (produtto dal, a, in, d,) equale al, f, (produtto dal, b, in, c,) Dico che la proportione del, a, al, b, è si come del, c, al, d, & questa è al contrario della prima parte, perche sia come prima, g, il quale è fatto dal, a, in b, & perche, e, &, f, sono equali serà dal, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottaua propositione) del, g, al, f, è si come del, a, al, c, et al, e, si come del, b, al, d, serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, per la qual cosa permutatamente del, a, al, b, serà si come del, c, al, d, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

0 Se tre numeri seranno proportionali il produtto delli estremi serà
20 equale al produtto del medio in se medesimo, e se'l produtto delli estremi serà equale al produtto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.



Sian li tre numeri proportionali, a, b, c, si come dal, a, al, b, cosi sia dal, b, al, c, Dico che il produtto del, a, in, c, è equale al produtto del, b, in se medesimo & per dimostrare questo sia posto, d, equale al, b, adonque si come dal a, al, b, cosi è dal, d, al, c, adonque quello che uien fatto dal, a, in, c, è equale a quello che uien fatto dal, b, in, d, (per la precedente) ma quel che uien fatto del, b, in, d, è equale al dutto del, b, in se (per esser il b, equale a esso, d,) adonque quello che uien fatto del, a, in, c, è equale a quello che uien fatto del. b. in se. Ma supponendo che'l dutto del. a. in. c. sia equal al dutto del. b. in se medesimo. Dico si come è dal. a. al. b. cosi è del. b. al. c. perche quel che uiẽ fatto del. a. in. c. è equale a quello che uien fatto del. b in se & quello che uien fatto del. b. in se è equale al dutto del. b. in. d. adonque (per la undecima del. 5. si come è dal. a. al. b. cosi è dal. d. al. c. et il. b. è equale al. d. adonque si) come dal. a. al. b. cosi è dal. b. al. c. laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 20. Propositione. 22.

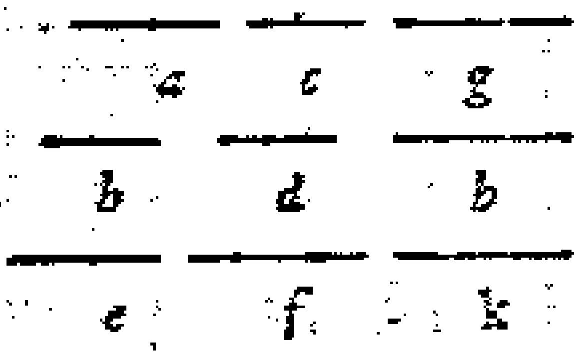
21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi, numerano
21 quai si uoglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano.

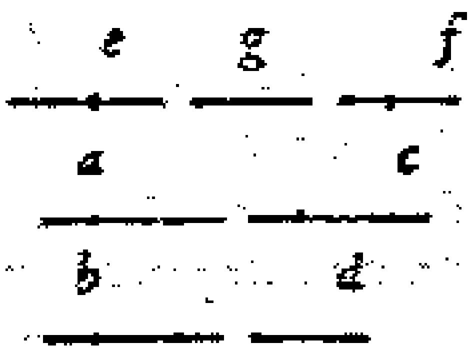
Essempli gratia essendo dal, a, al, b, si come dal, d, al, f, & dal, b, al, e, si come dal, c, al, d, dico che dal, a, al, e, serà si come dal, c, al, f, & per dimostrare questo sia dutto, c, in, d, & f, & pervenga, g, & h, & serà (per la precedente) dal. g. al. h. si come dal. d. al. f. (per laqual cosa) & si come dal. a. al. b. anchora sia dutto. f. in. d. & pervenga. k. & (per questa decima nona propositione) serà dal. g. al. K. si come dal. c. al. f. & perche dal. f. in. d. e fatto. k. farà il medesimo al contrario (per la decima settima propositione) dal. d. in. f. perche adonque dal. c. & d. in. f. sono fatti. h. & k. serà (per questa decima nona propositione) dal. h. al. k. si come dal. c. al. d. per laqual cosa è si come dal. b. al. e. Et perche egliè stato dimostrato che dal, g, al, h, è si come dal, a, al, b, (per la quintadecima propositione) serà dal. a. al. e. si come dal. g. al. k. Et cosi era anchora dal. c. al. f. adonque dal. a. al. e. è si come dal. c. al. f. che è il proposito. Il medesimo tu approverai se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre numeri, procedendo come in la vigesima terza del quinto fu provado di piu di tre quantità.

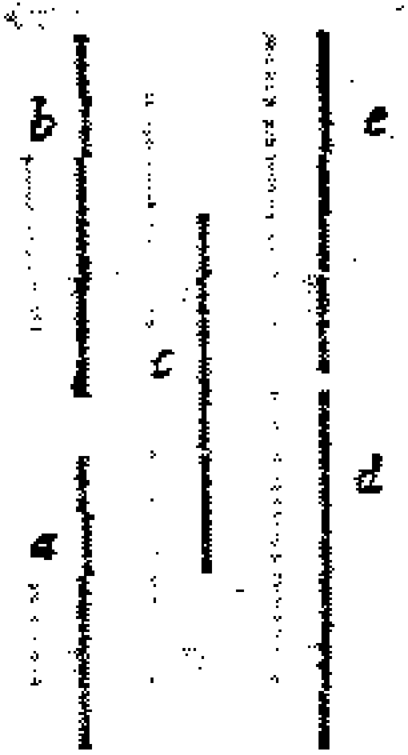
Theorema. 18.ª Propositione. 20.

Se seranno quattro numeri proportionali quello che vien produt-
20 to dal primo in l'ultimo, serà equale a quello che vien produtto dal
19 dutto del secondo in el terzo, Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo è equale a quello, che è produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.



Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quattro linee proportionale, in questo luoco propone de quattro numeri proportionali verbi gratia, sia la proportione dal, a, al, b, si come dal. c. al. d. & sia il produtto del. a. in el. d. e. & del, b, in el, c, f, dico che, e, &, f, sono equali, & è converso, & per dimostrar questo sia dutto. a. in. b. & sia fatto. g. & serà (per la decima ottava propositione) dal, g, al, e, si come dal, b. al. d. & perche (per la decima settima propositione) dal. b. in. a. è fatto. g. & dal medesimo. b. in. c. e fatto. f. serà (per la decimaottava propositione) dal. g. al. f. si come dal. a. al. c. ma per la quartadecima e dal. a. al. c. si come dal. b. al. d. adonque dal. g. al. f. serà si come dal. g. al. e. Adonque. f. & e. sono equali che è il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a dui sia una proportione che essi sono equali, over se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione perche se da. g. al. e. & al. f. e una proportion esso serà tal parte, over parti del e. quala, over quale il medesimo e del. f. & per tanto (per la concettione) è manifesto, e, &, f, esser equali, over che tante volte, g, contenerà, e, quante volte contenerà, f, & superfluano in quello tal parte, over parti del. e.

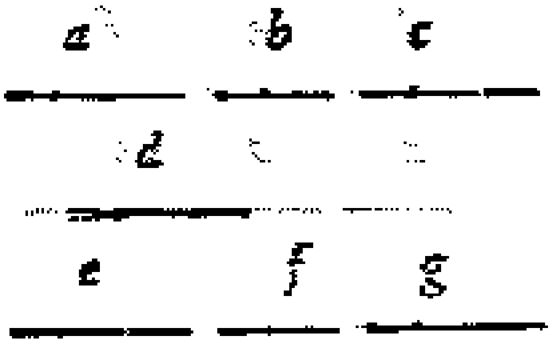


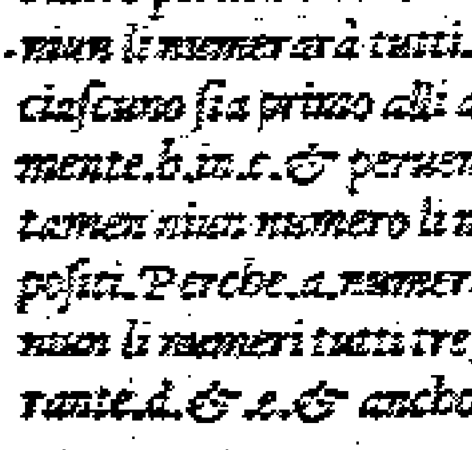


Siali duoi numeri .a. & .b. secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'adversario) poniamo che .c. numeri quelli secondo .d. & .e. & serà (per la decima ottava propositione) del .d. al .e. si come del .a. al .b. & perche .d. & .e. sono minori de .a. & .b. seguita .a. & .b. non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si voglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, over sian diverse seranno li minimi niun numero li numerarà tutti.

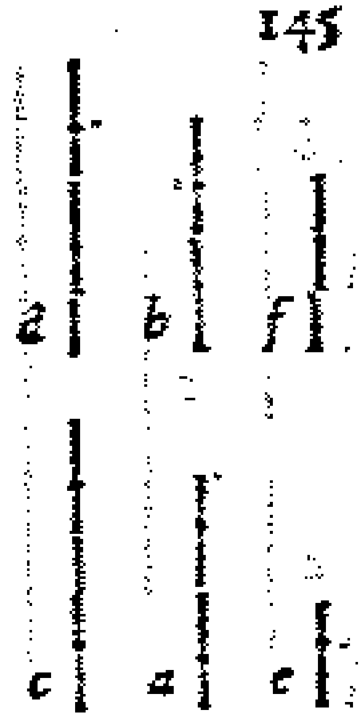
Come se sian .a. b. c. li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che niun numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'adversario) poniamo che .d. numeri tutti quelli & numeri .a. secondo .e. & .b. secondo .f. & .c. secondo .g. & (per la decima ottava) serà del .e. al .f. si come del .a. al .b. & del .f. al .g. si come del .b. al .c. Perche adonque .e. f. g. sono minori de .a. b. c. & secondo la proportione de quelli non erano .a. b. c. come sono stati posti che è inconveniente. Ma abenche niun numero numeri .a. b. c. (essendo li minimi) come di sopra se è demostrato tamen il puo esser che un numero numeri duoi de quelli qual si voglia. Perche qualunque numero dutto in alcun a se primo & l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo all'un e l'altro perveniranno tre numeri di quali ciascuni duoi seranno composti, tamen niun li numerarà tutti. Et per dimostrare questo siano .a. b. c. li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia dutto .a. in .b. & .c. & pervenga .d. & .e. & similmente .b. in .c. & pervenga .f. Dico che ciascuni duoi de .d. e. f. esser fra loro composti tamen niun numero li numerarà tutti, perche le manifesto ciascuni duoi essere composti. Perche .a. numera .d. & .e. & .b. numera .d. & .f. & .c. numera .e. et .f. ma che niun li numeri tutti tre, se manifestarà demostrato prima che .a. è il massimo numerante .d. & .e. & anchora .b. il massimo numerante .d. & .f. & .c. il massimo numerante .e. & .f. Et questo cosi se manifesta, perche se .a. non è il massimo numerante .d. & .e. Sia adonque .g. & numeri .d. secondo .h. & .e. secondo .k. & (per la seconda parte della vigesima) serà del .a. al .g. si come del .h. al .b. et similmente (per la medesima) del .a. al .g. si come del .k. al .c. (Perche adonque .a. è minore del .g. serà .h. minore del .b. & .k. minor del .c. & perche del .h. al .k. è si come del .b. al .c. perche l'uno e l'altro è si come del .d. al .e. (per la decima ottava) tolta due volte. Et .h. & .k. sono minori del .b. & .c. se-



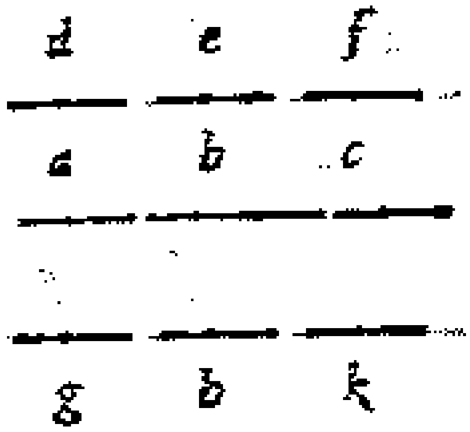


guirà

Siano.a.& b.li minimi numeri in la sua proportione, & dal.c.al.d.si come dal.a.al b.dico che'l.a.numera il.c.& il b.equalmente. Perche essendo dal.a.al.b.come dal.c.al.d.se rà permutatamente dal.a.al.c.si come dal,b.al.d. Adonque tal parte ouer parti serà,a,de,c,quala ouer quale è il b.del.d. Adõque se serà parte è manifesto il proposito. Ma se serà par ti sia,e,una delle parti de,a,et,f,una delle parti de.b.et pche tal parte è.e.de.c.per il presupposito, quala è.f.del.d.serà (per la diffinitione) la proportione del e.al.c.si come del.f.al. d. Per laqual cosa permutatamente del.e.al.f.serà si come del,c,al,d,per laqual cosa etiam serà si come del,a,al,b,adon que.a.& b.non sono li minimi della sua proportion laqual co sa è il contrario de quello che stato posto,similmente anchora.



Quanti si voglia numeri,ouer in una medesima proportione ouero in diuerse minimi numerano tutti in la medesima proportione ciascaduno il suo correlatiuo equalmente.



Come se siano,a,b,c,minimi in una medesima proportione, ouer in diuerse,e siano in la medesima, ouer medesime,d,e,f,cosi che sia dal.d.al.e.come dal,a,al b,& dal,e,al,f,come del,b,al,c, Dico che,a,numera.d.& b.numera.e.& c.numera.f.equalmente, perche dal,a,al,b,è come del,d,al,e,permutatamente serà del,a,al,d,come del,b,al,e,& perche del,b,al c,è come del,e,al,f,serà anchora permutatamente del,b,al,e,come del,c,al,f,per laqual cosa dal,b,al,e,& dal,c,al,f,serà si come dal,a,al,d,& perche,a,b,c,sono minori de,d,e,f,serà il.b.del.e.&,c,del,f,tal par te,ouero parti quala,ouero quale è.a.del,d, Adõque se son parte è manifesto il pro posito. Ma se son parti sia,g,una delle parti de,a,& h,una delle parti de,b,&,K, una di quelle del,c,& per lo presente presupposito,tal parte serà,h,dal,e,&,K, del.f.quala.g.del.d, per laqual cosa (per la diffinitione del.h.al.e.& del.k.al.f.) serà si come del.g.al.d. permutatamente, adonque serà del.g.al.h. come del.d. al.e.& del.h.al.k.come del.e.al.f. per laqual cosa del.g.al.h.come del.a. al.b.& del.h.al.k.come del.b.al.c.perche adonque.g.h.K.sono minori de. a.b.c.& in la medesima proportione seguita il contrario di quello che è stato supposto.

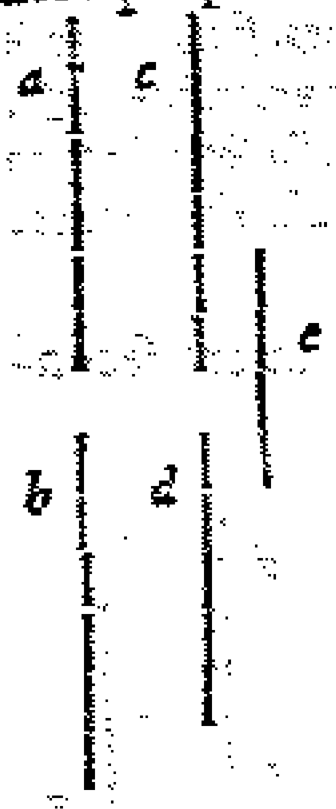
Theorema.21. Propositione.23.

22 Se seranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi se-
24 ranno fra loro primi.

Sia

Theorema.23. Propositione.25.

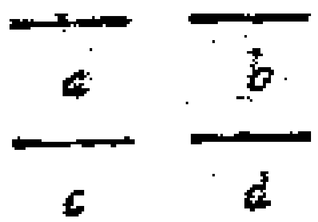
23 Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo
23 la sua proportione.



Questa è conuersa della auāti la precedente come se fiano, a, & , b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono li minimi (per l'aduersario) in quella medesima proportione sia se possibile, c. & .d. Adonque è manifesto (per la uigesima prima) che, c, numera, a, & , d, il, b, equalmente, sia adonque come secondo, e, serà (per la decima settima) che uiceuersa, e, numera, a, & , b, numera, a, secōdo, c, & , b, secondo, d, non sono adonque, a, & , b, contra se primi che è contra il presupposito.

Theorema.24. Propositione.26.

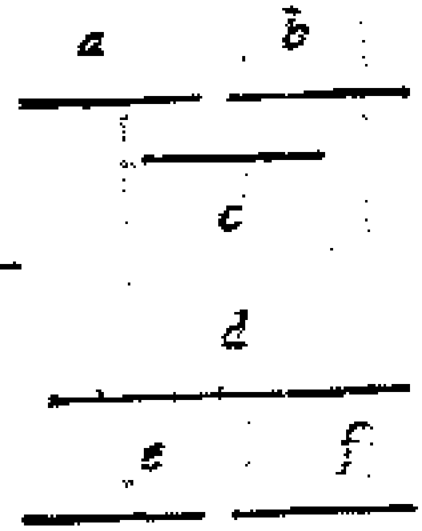
24 Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun
25 numero numerarà un de quelli, il se approua necessariamente quel esser primo all'altro.



Siano. a. & .b. contra se primi & c. numeri, a, dico che, c, è primo al, b, & se egliè possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che'l, d, numeri quelli, elquale (per la penultima concettione) numerarà etiam, a, non sono adonque, a, & , b, contra se primi perche, d, li numera ambidui.

Theorema.25. Propositione.27.

25 Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo
26 quello numero che uien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo sarà primo.



Sia l'uno e l'altro di duoi numeri. a. & .b. primo al, c, & lo produtto dal, a, in b, sia, d, dico che. d. è primo al, c, & se egliè possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri ambidui & che numeri. d. secondo. f. hora (per la seconda parte della uigesima) del. a. al, e, serà si come de. f, al, b, & perche, a, & , c, sono primi & , e, numera, c, esso serà (per la uigesima sesta) primo al, a, per laqual cosa (per la uigesima quinta). a. et. e. sono secondo la sua proportion minimi. Seguita adonque (per la uigesima seconda) che, e, numeri, b. & perche è stato posto che esso numeri, c, non seranno, b, & , c, contra se primi laqual cosa è contra il presupposito.

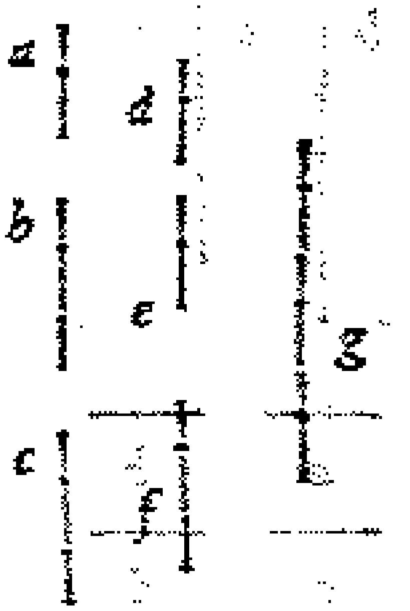
Theorema.26. Propositione. 28.

26 Se seranno duoi numeri contra se primi, quello che se produce da un
27 de loro in se medesimo è primo all'altro.

Siano.

guirà (per quella che seguita da poi la sequente, cioè per la vigesima quinta & per il presupposito) che .b. & .c. siano anchor loro li minimi, & perche tal cosa è impossibile, cioè ritrouarse numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero .a. esser il massimo che numeri li detti duoi numeri .d. & .e. & per lo medesimo modo se prouerà che .b. sia il massimo numerante .d. & .f. & .c. il massimo numerante .e. & .f. Adonque se alcuno numero numera .d. e .f. (per il correlario della seconda tolto tre volte) esso numerarà .a. b. c. Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

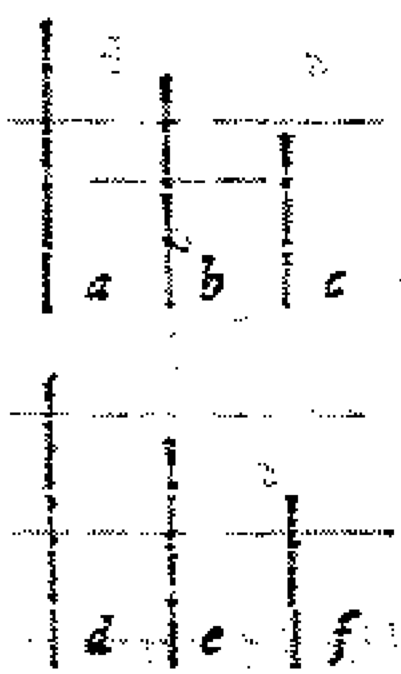
Quanti si voglian numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.



Come se siano .a. b. c. quai si voglian numeri, liquali niuno numero li numera tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egliè possibile (per l'aduersario) siano li minimi .d. e. f. liquali per la vigesima prima numeranno .a. b. c. ciascun il suo relatiuo equalmente. Sia adonque che secondo .g. & serà (per la decima settima) che vice versa .g. numerasse .a. b. c. secondo .d. e. f. per laqual cosa accade il contrario della positione.

Theorema. 22. Propositione. 24.

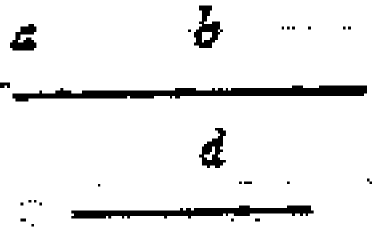
o 22 Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equal proportionalità seranno proportionali.



Siano li tre numeri .a. b. c. & altri tre, d. e. f. che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la proportionalità di quegli, cioè che si come e. a. al. b. cosi sia .e. al .f. & si come .b. al .c. cosi sia .d. al .e. Dico che in la equal proportionalità sono proportionali, cioè si come .a. al .c. cosi e .d. al .f. perche dal .a. al .b. e si come dal .e. al .f. Adonque quello che vien fatto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) è equale a quello che vien fatto dal .b. in .e. un'altra volta perche si come è dal .b. al .c. cosi è dal .d. al .e. Adonque quello che vien produtto dal .d. in .c. è equal a quello che vien produtto dal .b. in .e. & è stato demostrato che quello che vien produtto dal .a. in .f. e equale a quello che vien produtto dal .b. in .e. Adonque, quello che vien produtto dal .a. in .f. (per la vigesima prima di questo) è equale a quello che vien produtto dal .d. in .c. Adonque per la vigesima di questo) si come .a. al .c. cosi e .d. al .f. che bisogna dimostrare.

te uolte serà dutto l'uno e l'altro di produtti in lo suo principio tutti li produtti serà contra se primi, & non solamente questo ma qual si uoglia dutto dal.a. qual si uoglia dutto dal.b.

Theorema.29. Propositione.31.

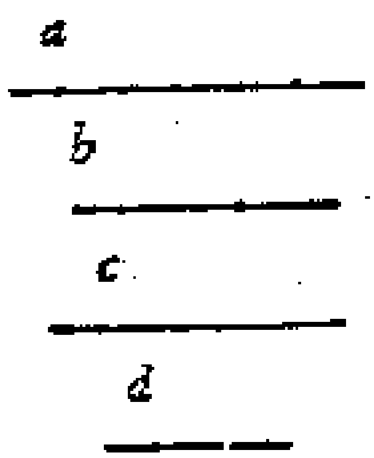


29
31
Se seranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambiduoi, all'uno e l'altro de quelli serà primo. Et se lo aggregato de ambiduoi all'uno e l'altro serà primo, li duoi numeri anchora fra loro seranno primi.

Siano.a.& .b.c. contra se primi. Dico che il composito de.a.b. all'uno & l'altro de quegli serà primo & è conuerso, perche se.d. numera tutto.a.b. & l'uno de quegli numerarà (per la communa scientia) etiam lo rimanente per laqual cosa non serano contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque è manifesto il primo proposito. El secondo cosi se dimostra, sia,a,b, primo all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono,a,&,b. Dico che,a.&,b, sono contra se primi, perche posto che.d. numerasse l'uno e l'altro di duoi numeri.a.& .b. seguiria (per communa scientia) che etiam numerasse,a,b, composito da quelli per laqual cosa,a,b, non serà primo all'un e l'altro di duoi numeri.a & .b. ma era posto che'l fusse all'un e l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato da ambiduoi serà primo all'uno serà anchora primo all'altro, e però & li aggregato fra loro perche essendo il composito de,a,& b. primo al.a. dico che serà etiam primo al.b. essendo. altramente per l'aduersario poniamo che,d. numeri quelli alqual.d (per la concettion) numerarà etiam.a. conciosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo è inconueniente serà il composito de,a,&,b, primo al,b.

Theorema.30. Propositione.32.

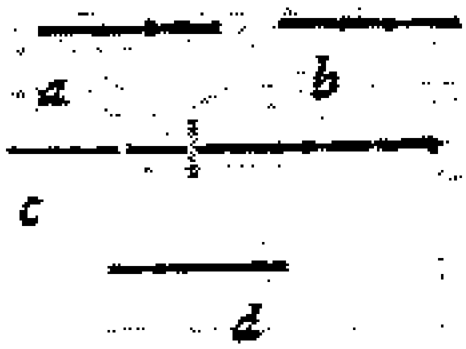
30
33
Ogni numero composito è numerato da alcuno numero primo.



Sia,a. qual si uoglia numero composito, dico che alcun numero primo numera quello, perche è composito serà numerato da alcun numero ilqual poniamo sia.b. ilqual.b. se serà primo serà il uero quello che è stato detto, ma se serà composito. Sia.c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per communa scientia) numerarà.a. adonque se esso serà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se serà composito necessariamente altro numero numerarà quello ilqual (poniamo) sia, d, elqual etiam (per communa scientia) numerarà,a, del qual se die ratiocinare come prima. Perche adonque quante uolte occorre il composito è necessario pigliare uno numero minore elqual numeri lo occorrente composito seguita che finalmente se deuenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioè il numero decresse in infinito.

Theore-

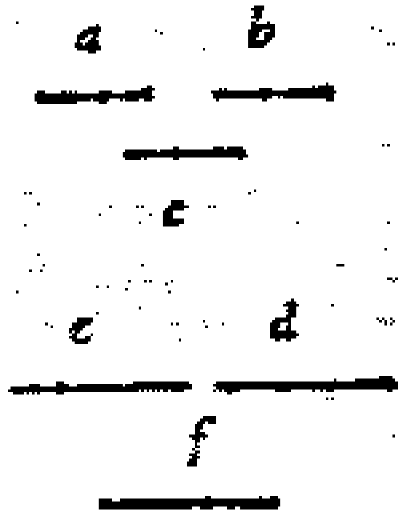
Siano.a.& b. contra se primi & dal.a. in se medemo sia fatto.c. dico che.c. è primo al.b. perche essendo.d. equal al.a. Sarà ancor.d. primo al.b. & dal.a in d. si è fatto.c. (per la precedente) adonque è manifesto el.c. esser primo al.b. come hauemo proposto.



Theorema.27. Propositione.29.

27/28 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi serà primo all'uno e l'altro, quello che serà produtto dalli duoi priori serà primo à quello che serà produtto dalli duoi posteriori.

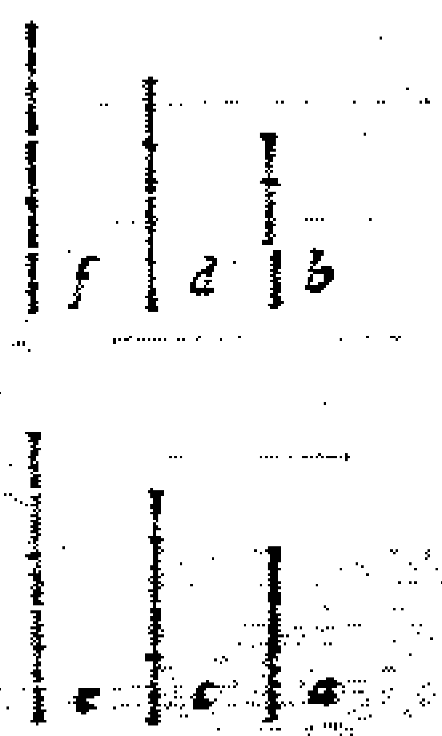
Essendo.a. & b. priori, & c.d. posteriori & essendo l'uno e l'altro di duoi.a. & b. primo all'uno e l'altro di duoi.c. et.d. & lo produtto del.a. in b. sia.e. & dal.c. in d. sia.f. dico che.e. è primo al f. Et questo la uigesima settima tolta tre uolte euidentemente côclude, perche essendo.e. fatto dal.a. in b. di quali l'uno e l'altro è primo al.c. & al.d. serà (per essa uigesima settima) e. primo al.c. & anchora (per essa) primo al.d. Anchora perche essendo fatto.f. dal.c. in d. di quali l'uno e l'altro è primo al.e. serà un'altra uolta (per essa uigesima settima) f. primo al.e. che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.30.

28/29 Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti da quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di produtti sia dutto in el suo principio, seranno anchora li produtti contra se primi.

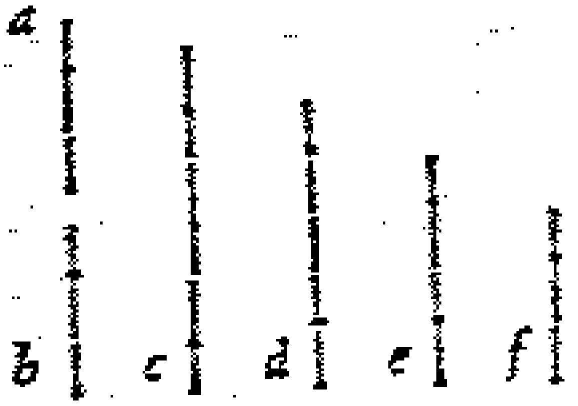
Siano.a. & b. contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & peruengano dal.a. el.c. & dal.b. el d. & similmente sia dutto.a. in c. & peruenga.e. & b. in d, & peruenga.f. Dico, c, & d, esser contra se primi & similmente, e, & f, contra se primi, perche, c, (per la uigesima ottaua propositione) e primo al.b. per la medesima adonque serà, d, primo al, a, & al, c, & cosi è manifesto el primo proposito il qual è, c, & d, esser contra se primi, l'altro se dimostra cosi perche l'uno e l'altro di duoi numeri.a. & c. è primo all'uno & l'altro di dui, b, & d. adonque (per la uigesima nona) serà.e, primo al, f, che è l'altro proposito. Ma non solamente serà, e, primo al, f, ma etiam (per la uigesima settima) al b. & al.d. & similmente, (per la medesima) lo.f. al.a. et al, c, et cosi se infinite uolte

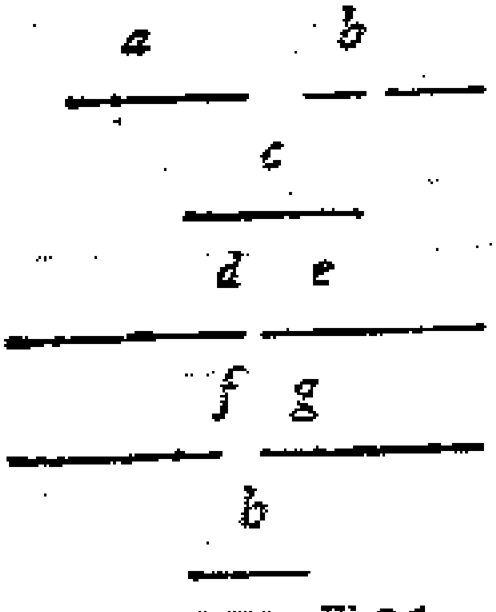


demostratione. Sia adonque, c, produtto del, a, in, b, sia, d, commensurabile con il detto, c, dico che il medesimo, d, serà comensurabile con, a, ouer, b, perche essendo, e, la communa misura de, d, et, c, il detto, e, serà numero primo, ouer che lui serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se egliè primo numerando, c, (come è sta posto) numerarà etiam (per questa trigesima quinta propositione) a. ouero. b. & perche numera etiam. d. (dal presupposito) adonque il detto, d, (per la uigesima terza diffinitione) serà communicante con, a, ouero con, b. Ma se'l detto, e, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero primo qual pongo sia, f, ilqual, f, numerando, e, (per la nona concettione) numerarà etiam il d, & c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositione) numerarà etiam, a. ouero. b. Seguiria adonque (per la uigesima terza diffinitione), d. esser communicante con, a, ouer con, b, & f, seria la lor communa misura che è il proposito.

Problema.3. Propositione.36.

$\frac{34}{35}$ Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de quai numeri dati si uoglia.





Siano, a, & , b, li numeri propositi. Secondo la proportione di quali uolemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercamo (per la uigesima quinta propositione. Ma se seranno composti essendo tolto (come insegna la secōda propositione) il massimo numerante communamente quelli, ilqual sia, c. Et numerando quelli secondo, d, & , e, & essi, d, & , e, seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua propositione) liquali dico essere quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'aduersario) poniamo se possibile è che siano, f, & , g, liquali (per la uigesima seconda propositione) numeraranno. a. & . b. equalmente. Sia adonque che secondo, h, & serà (per la seconda parte della uigesima propositione) del, c, al, h, si come del, f. al, d, ouer si come del, g, al, e. Per laqual cosa, c, e, minore del, h, Et per tanto conciosia che, h, numera, a, & , b. Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma cosi era posto adonque & similmente anchora.

Corrollario.

Onde egliè manifesto il massimo numero numerante communamente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Potemo

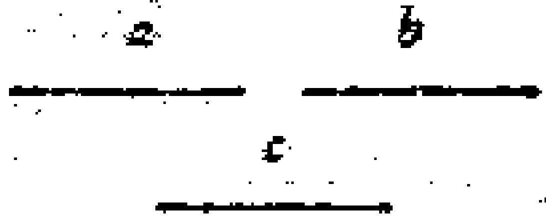
Theorema.31. Propositione.33.

31/34 Ogni numero ouer che egliè primo ouer che egliè numerato da numero primo.

Sia.a.qual si voglia numero: dico che gliè primo o numerato da un primo: perche se'l non è primo sarà composito: & qualunque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque.a.ouer che gliè primo: ouer che gliè numerato da un primo: come si propone.

Theorema.32. Propositione.34.

32/31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.



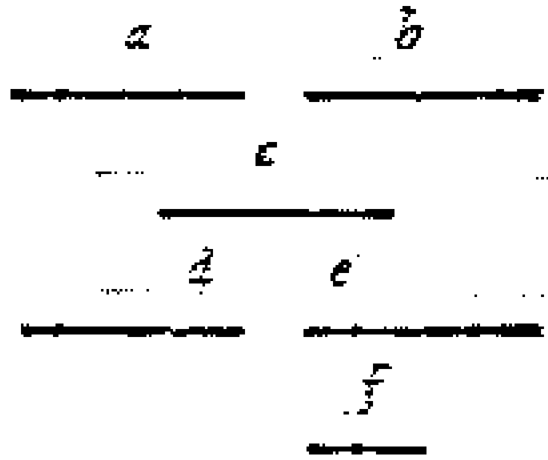
Sia.a.numero primo non numerante.b.dico che.a.et.b.sono contra se primi perche se.c.numera que gli non è il uero che.a.sia primo.

Theorema.33. Propositione.35.

33/32 Se un numero produtto da duoi, serà numerato d'alcun numero primo le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia.c.produto dal.a.in.b.& sia.d.numero primo ilqual sia posto numerar.c.dico che.d.numera.a.ouer.b. Perche numerando.c.secondo.e.adonque se'l non numera.a.serà primo a esso (per la precedente) è però seranno secondo la sua proportion minimi (per la uigesima terza) & perche del.a.al.d.è si come del.e.al.b. (per la seconda parte della uigesima) seguirà adonque (per la uigesima seconda propositione) che'l.d.numeri.b. che è il proposito.

Correlario.



Onde è manifesto che se alcun numero, numera el produtto de duoi numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serà anchora comensurabile a uno de quelli.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il produtto de duoi numeri, ouero che a quello sia communicante, ouero commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia uera per le cose dette di sopra non è molto chiara (massime la seconda parte) anci ha de bisogno de dimostra-

Il Tradottore.

Questo correlario per le cose dette è manifesto, cioè che'l numero.e.minimo numerato da.a.& b.numeraria.f.& per le medesime ragioni seguirà, che lui numeri qual si voglia altro numerato da.a.& b.

Problema.4. Propositione. 38.

36 De quanti proposti numeri si voglia, puotemo ritrouare il minimo
36.37. numero numerato da quegli.
38.

Siano li proposti numeri.a b.c.d.voglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da.a.& b. ma se per caso.a.numera.b.il non serà altro che.b. Ma se'l non numera quello ne al contrario (cioè che.b.non numeri.a.) se essi sono contra se primi, quello che perviene del l'uno in l'altro serà il minimo (per la vigesima quinta, & per la precedente.) Ma

se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportioni de quelli (come insegna la trigesima sesta propositione) & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenga.e.ilquale serà il minimo numerato da quegli (per la precedente.) Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal.e.et.c.ilqual sia.f.& .f.serà il minimo numerato dal.a.b.c.& finalmente sia trouato il minimo numerato dal.f.& .d.& sia.g.& g.serà il minimo numerato dalli proposti numeri perche (per la concettione) è manifesto che tutti numeranno esso.g. Ma se'l non è il minimo (per l'aduersario) ponimo se possibile è che sia.h.perche adonque.a.& b.numeranno quello (per il correlario della precedente) esso.h.serà numerato etiam dal.e. Anchora (per il medesimo correlario) serà numerato etiam dal.f.& similmente dal.g. Adonque il maggior numeraria il minore che è impossibile.

Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre conclusioni del lequale la prima è equiualēte alla premessa, la seconda è composta delli soprascritti duoi correllari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si voglian numeri adonque la prima è &c.

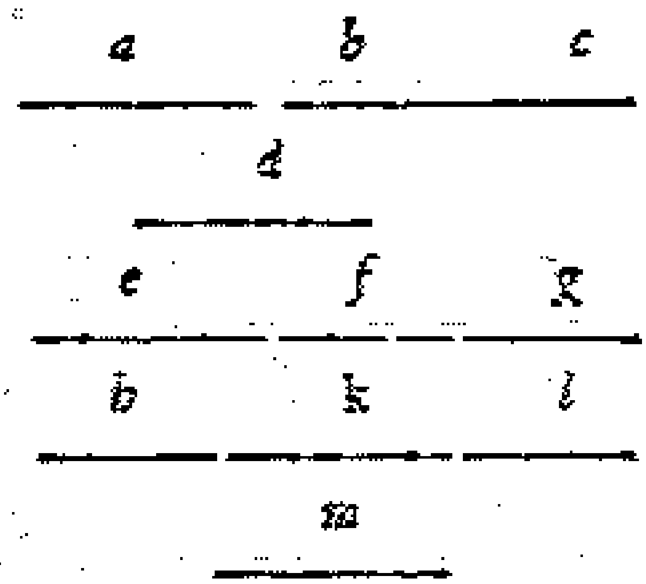
Dati duoi numeri puotemo truouare il minimo numerato da quelli.

Siano li dati numeri.a.& b.diquali se'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercamo. Altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurarà ne l'uno ne l'altro. Se essi sono contra se primi. Quello che perviene dal.a.in.b.(qual sia.c.) serà il minimo numerato da quelli, perche

se fosse

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assignati.

Come se siano, a, b, c, secondo le proportioni di quali uolemo retrouare li minimi o siano in una medesima proportione, ouer in diuerse. Se niuno numero numera tutti quelli, essi sono quelli che cercamo (per la uigesima quinta perche questa in quel luoco è stato demostrato) Ma se uno li numera tutti pigliando (come insegna la terza) il massimo numerante communamente quegli, ilqual sia, d, & numeri quelli secondo, e, f, g, liquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandamo, & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sian. h. K. l. liquali (per la uigesima seconda) numeraranno, a, b, c, equalmẽte. Sia che secondo. m. & (per la seconda parte della uigesima) serà del, d, al, m, come del, h. al, e, ouer del. K. al. f. ouer del. l. al. g. Adonque. d. è minor che. m. per laqual cosa conciosia che. m. numera. a. b. c. non fu. d. il massimo numerante communamente quelli, per laqualcosa seguita lo impossibile, perche il, d, fu posto esser il massimo numerante. a. b. c.



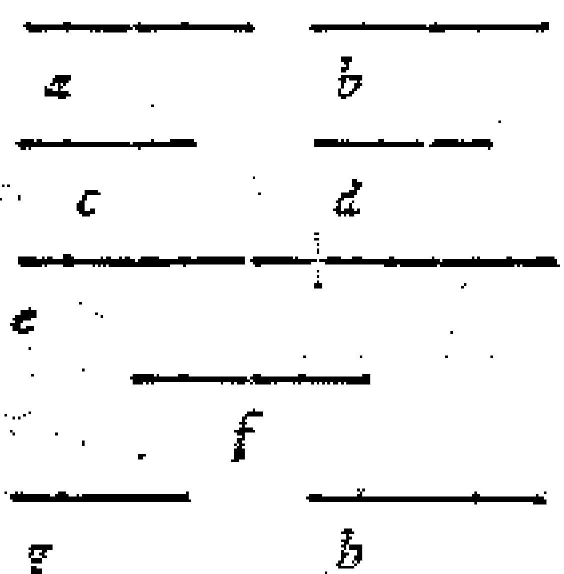
Correlario.

Onde anchora è manifesto il massimo numero numerante communamẽte qual si uoglia numeri, numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema. 34. Propositione. 37.

Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della
35 sua proportione il maggior nel minore ouer lo minor nel magior pro
o ducano il minimo da questi numerato.

Siano duoi numeri. a. & . b. et li minimi in la proportione de quelli, c, & , d. (et serà per la prima parte della uigesima) che dal. a. in. d. & dal. b. in. c. uien produtto un medesimo numero, qual sia, e, ilqual dico esser il minimo numerato dal, a, & , b,. Altramẽte se possibil fusse per l'aduersario quel sia, f, ilquale sia numerato dal, a, & , b secondo, g, & , h, & (per la seconda parte della uigesima) serà del. h. al. g. si come del, a, al, b, & si come del, c, al, d, & (per la decimaottaua propositione) serà del. c, al, h, si come del, e, al, f. adonque conciosia che (per la uigesima seconda propositione), c, numeri, h, perilche, e, numerarà, f, cioè il maggiore numeraria il minore, adonque per questo è impossibile è manifesto esser il uero quello ch'è stato detto.



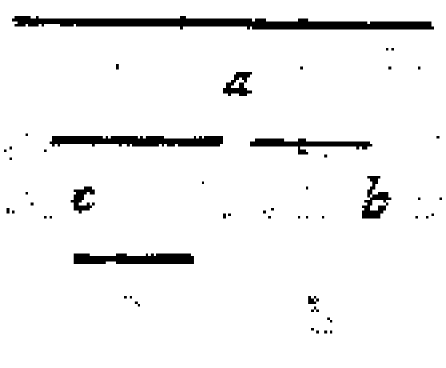
Correlario.

53 Onde eglie manifesto che il minimo numero numerato da dui nu-
o meri numera qual si uoglia altro da quelli numerato.

sia tolto. e minimo numerato da quelli. Ma che è sia numerato da.a.b.c.è manifesto perche.c.numera esso & similmente.d.adonque & .a.b liquali numeranno.d, per laqual cosa,e,serà numerato dal,a,b,c,& ,e,serà il minimo numerato da,a,b, c,ma se fusse possibile esser altramente per l'aduersario poniamo che sia,f, ilqual per la precedente conclusione serà numerato dal,d,& ,c, numera,f, (perche,a,b, c,numeranno quello) per laqual cosa,c,d,numeranno quello, per laqual cosa (per la precedẽte,)e,numerarà quello & è maggiore di quello adonque il maggiore numeraria il minore laqual cosa non puo essere,quel medesimo , & per lo medesimo modo tu trouerai de quanti proposti numeri si uogliano.

Theorema.35. Propositione.39.

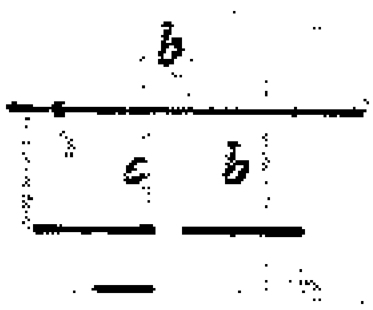
37/39 Se alcun numero numerarà un altro numero , serà in el numerato , parte denominata dal numerante.



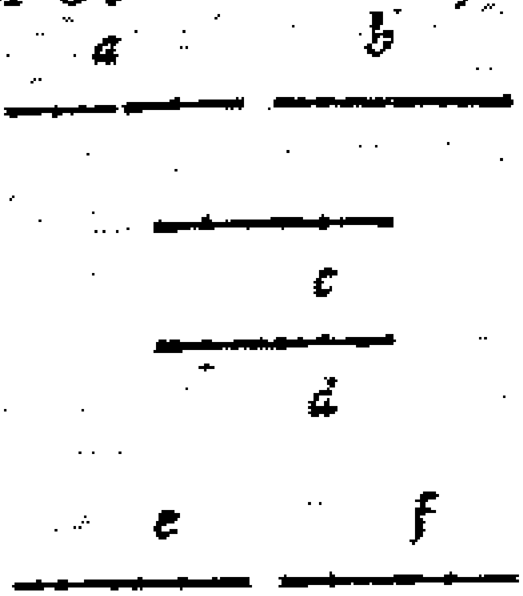
El senso de questa è che ogni numero numerato dal ternario habbia parte terza , & lo numerato del quinario habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se.b.numerarà,a,serà in,a,parte denominata dal.b. Hor poniamo che il numeri quello quante uolte è la unità in,c,& (per la sestadecima propositione) serà anchora che,c,numerarà,a, quante uolte è la unità in, b, per laqual cosa tal parte è il c.del,a,quala è la unità del,b, & perche la unità è parte de ogni numero denominata da esso numero(per commune scientia) serà,c,parte del,a,denominata dal,b, che è il proposito .

Theorema.36. Propositione.40.

38/40 Se alcun numero hauerà qual si uoglia parte , il numero detto da quella parte,numerarà quello.



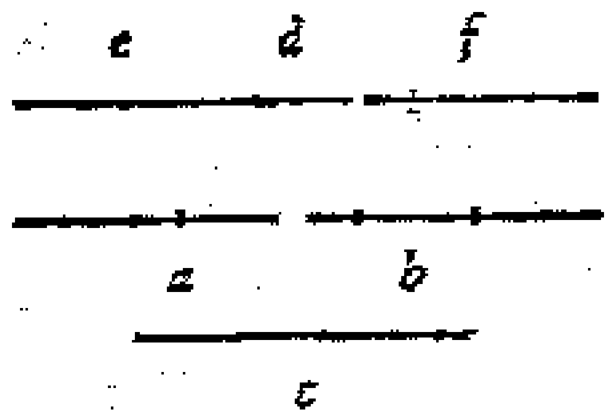
Questa è conuersa della precedente , la intentione della quale è che ogni numero che habbia parte terza sia numerato dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario,& cosi de tutti li altri, come b, sia parte de, a, denominata dal, c,seguirà che,c,numera.a.perche,b,c,parte de,a,denominata dal, c, & la unità è parte del, c, denominata da esso,c, (per la cõcettione)seguita che quante uolte la unità numeri,c,tante uolte,b,numeri,a,adonque (per la 17.propositione)quante uolte la unità è in b.tante uolte,c, numera.a.per laqual cosa è manifesto il proposito, A demostrare il medesimo altramẽte essendo,b,parte de,a,se tala è la unità del,c,serà(per questa commune scientia



se fosse possibile (per l'adversario) che numera asseno uno minore de quello sia.d. & che numera asseno quello secondo,e,& f, (per la seconda parte della vigesima propositione) serà dal.a.al.b.si come dal.f.al.e. & perche.a. & b.sono li minimi della sua proportione (per la vigesima quinta propositione) a numerarà.f. (per la vigesima seconda propositione) & perche (per la decima ottava propositione) dal.c.al d.e si come del.a.al.f. (perche dal.b.in.a.& in f.vien fatti.c.& d.) seguita.c.numerare il d. Ma il d.era minore del.c.per laqual cosa seguita lo impossibile. Ma se.a.& b.fusse communicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.

La seconda delle tre conclusioni è composta da ambiduoi di sopra scritti correlarij.

Se piu numeri numerarà uno numero le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.



Come se'l sia.d.qual si voglia numero,ilquale sia numerato da.a.& b.& sia,c, il minimo numerato da quelli. Dico che il detto.c.numerarà il.d. Perche essendo.d.maggiore del,c, se'l,c,non numera esso,d,tamen numerarà alcuna parte de quello,& sia,e, il piu,che numera e sia,f,il residuo & ,f, serà minore de,c, perche adonque,a,et,b,numeranno,c, numeraranno (per commune scientia) etiam,e, ma numeranno,d, adonque (per l'altra commune scientia) numeranno,f, Seguita adonque lo inconveniente, cioè che,c,non fu il minimo numerato da,a,&,b, El medesimo tu convincerai (& per lo medesimo modo) de qual si voglia numerato da quanti piu numeri si voglia, cioè che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.

La ultima delle tre conclusioni è questa.

Proposto tre numeri vogliono trovar il minimo di numeri numerati da quelli.

Siano li proposti tre numeri,a,b,c,& il minimo numero che numeranno,a,et,b,sia,d, ilqual sia tolto come insegna la prima delle 3.conclusioni. Se adonque,c, numera,d,tu saperai,d,esser quello che cercavo,perche se, a, b, c, numerano un minore de quello qual sia,e,ilquale per la precedente conclusione seria numerato dal,d,che è impossibile. Ma se.d.non è numerato dal,c, arguirai il treppio de,e, esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & minor del doppio, seguiria .e. numerare alcun fra il doppio et il treppio di esso,e, laqualcosa come prima è manifesto esser impossibile, ma prouato il treppio essere il terzo alla similitudine de quello tu approuerà il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

Correllario.

39 Dalle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si voglian numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.

Potemo ritrouare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte denominationi tolti continuamente come seria a dire trouar minimo numero, che habbia parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero settima ouero qualũque altra che accaderà essere denominata dalle medesime, ouero da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte inel denominator della seconda, & lo produtto da questi nel denominatore della terza, & anchora quello produtto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, & quello che peruenerà serà quello che se recerca che nel proposito seria .60. ouer .84. ma questo cosi esser tu l'hauerai demostratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti .a. b. c. d. volemo trouar il minimo numero ilquale habbia una parte denominata dal,a, in tal modo che quella parte habbia una parte denominata dal .b. & quella un'altra denominata dal .c. & questa un'altra detta dal .d. adonque sia dutto .d. in .c. & peruenga .e. & .e. in .b. peruenga .f. anchora .f. sia dutto in .a. & peruenga .g. ilquale dico esser quello che cercamo, perche conciosia che esso .g. peruenga dal,a, in,f, etiam (per la 17.) serà ,f, parte de,g, detta dal,a, ma perche,f, perviene dal,b, in,e, (per la medema) ,e, serà parte de,f, detta dal,b, & per la medesima ragione il,d, serà parte del,e, detta dal,c, & perche la unità e parte del .d. detta da esso,d, è manifesto,g, hauer le parti come se propone. adonque se'l non serà il minimo (per l'aduersario) poniamo che è sia,h, & sia,k, la parte di quello detta dal,a, & ,l, la parte del,k, detta dal,b, & ,m, la parte del,l, detta dal,c, anchor ,n, la parte del,m, detta dal,d, & (per la decima ottaua & decimaquarta) serà del,g, al,f, come del,h, al,k, & dal,f, al,e, come dal,k, al,l, & del,l,e, al,d, come del,l, al,m, et dal,d, alla unità come dal,m, al,n, adonque (per la quintadecima) serà in la proportione de equalità il,g, alla unità come,h, al ,n, adonque permutatamente serà,g, al,h, come la unità al,n, per laqual cosa essendo, h, minor del,g, serà,n, minor della unità, seguita adõque lo impossibile la parte del numero esser minora dalla unità, adonque,g, serà il minimo hauente le parti come se propone, qual trouato che serà, se hauerai voluto hauere il secondo, ouero in qual altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come è stato detto per auanti, Ma questa quadragesima prima in altro luoco è proposta se

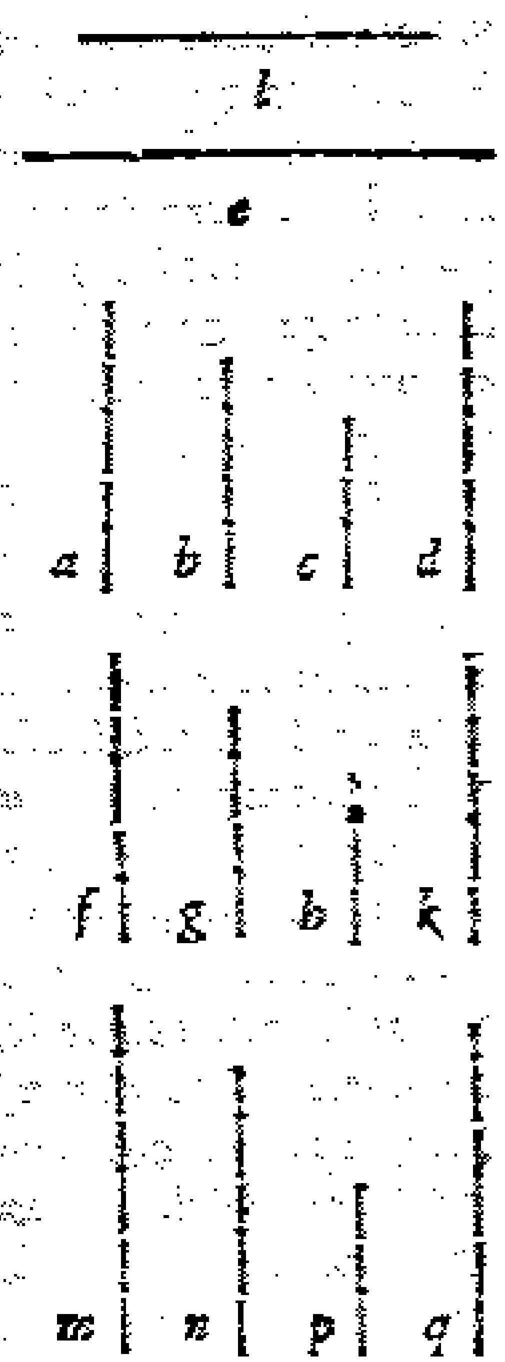
condo

la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) c. in denominatione: b. in. a. & perche. b. è in. a. tante uolte quante è la unità in c. euidentemente seguita il proposito.

Problema. 5. Propositione. 41.

39/41 Puotemo trouare il minimo numero che habbia le parti di piu proposte denominationi.

Siano, a, b, c, d, li numeri denominanti le parti proposte, & e. sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottaua) dico esso. e. esser quello che cercamo. & per dimostrare questo sia. f. g. h. k. quelli numeri secondo liquali essi numerano il detto, e, (& per la sestadecima & questa communa scientia, la unità e parte de ogni numero, da esso denominata) serà uice uersa che, f. g. h. k. numerano, e secondo, a, b, c, d, per laqual cosa sono parti di quello dette da quelli adonque. e. è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora egliè il minimo, perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia. l. e sian le parti de. l. dette da quelli, m, n. p. q. & seranno (per la sestadecima & la predetta communa scientia) a. b. c. d. uiceuersa parti de. l. dette da. m. n. p. q. perlaqualcosa. e. non era il minimo che numerano. a. b. c. d. che è inconueniente. Hor che hai hauuto il primo se tu uorai per quello hauere il secondo numero quanto grande te piace, per il secondo torai il doppio del minimo & se uorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche conciosia che ogni multiplice de, e, è numerato da, a, b, c, d, (per questa commune scientia, ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) le necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de. e. habbia parti denominate da. a. b. c. d. adonque se il doppio de, e, nõ sarà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, serà un'altro ilquale si come seguita essere maggior del. e. cosi seguita esser minor del doppio, & perche. a. b. c. d. numerano quello (per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesima ottaua) che. e. numeri il medesimo laqual cosa è impossibile, perche conciosia che'l numeri se medesimo numeraria (per questa communa scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual conciosia che la sia menore, di lui il maggiore numeraria il minore, laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de. e. esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora tu

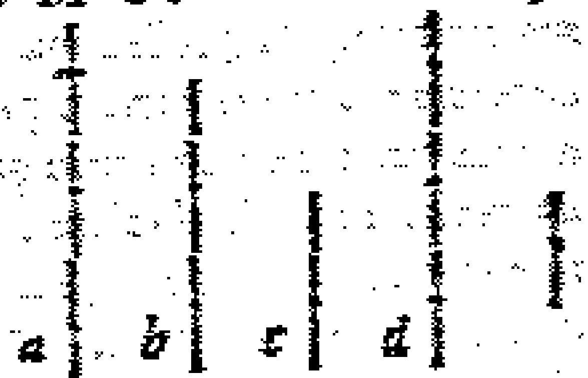


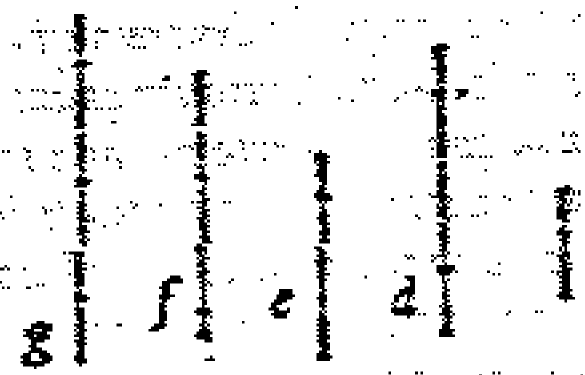
mo numerato da quelle e quelli numeri secondo liquali numerarãno sono quelli che denominano quelle parti in quello anchora el se puol ponere quante equal si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano queste denominationi, e secondo qual quantità. El minimo che contien quelle similmente è manifesto essere il minimo numerato da quelle, e li numeri secondo quali numerarãno sono quelli liquali determinano le quantità. Ma in l'uno e l'altro luoco se recerca el minore per questo, perche infiniti sono li numeri che contieneno queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si puol anchora poner quanti parti si voglia, e altre denominationi ouer quante si voglian denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte con quali ne pare. Ma le certe con le certe. Perche ponendo io tre quattro, cinque parti, e li denominatori de quelle. 6. 7. 8. & cercando io qual numero contien queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercante vanamente lo impossibile. Adonque ei si conuien poner le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero piu & piu ne se potria pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello serà il proposito, Perche solo è uno numero del qual el ternario e la parte quinta, & non piu. Anchora solo è quello del quale il ternario e la ottaua, & lo senario la quarta è non piu. E per tanto colui che propone le parti et le denominationi de quelle in el tutto non è da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominationi, ma qual uno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercar qual minimo cõtien quelle, e, da quali son denominate ĩ quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercar le parti che sono dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el si vede esser piu cõueniente cercar le parti per le denominationi, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

Il Tradottore.

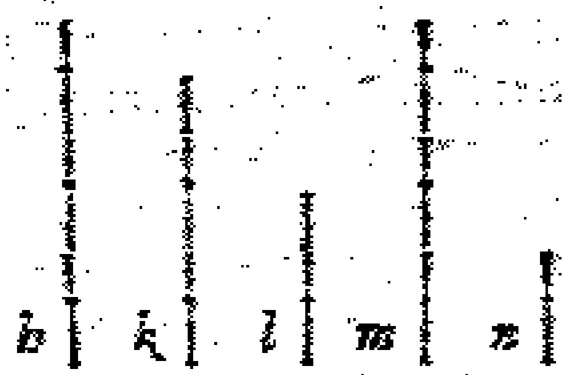
A me pare che la espositiõ di questa ultima parte, non si accordi cõ la propositione, perche la propositione dice, che proposte quattro parti si voglia che puotemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle laqual propositione in sostantia nõ vol dire altro che dato che sia piu numeri, puotemo ritrouare il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, Elqual verà a esser il minimo numerato da quelli, ilquale trouandolo per il modo che insegna la trigesima ottaua, haueremo concluso il proposito, Ma lo espositore vol che date che siano le dette parte che'l sia anchora date le denominationi & da poi per la notitia delle determinationi vol ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che è quello medesimo che propone la. 41. cioè lui suppone note le denominationi & incogniti le quantità delle parti, si come propone la detta. 41. & questa vol al contrario, cioè vole che siano note solamente le quantità delle parte. & per la notitia di quelle vol che trouiamo il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen que-

condo questo modo. Nota che alle 3. multiplicationi, over produti, e, f, g, lo numero della denominatione, d, venirà a esser parte del, e, denominata da, c, perche il detto, e, è il produtto delli duoi denominatori, c, in, d, & però bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui proposto, d, che si troua in ogni numero esser la unità, sicche la ultima parte vien per forza a essere la unità nelli numeri.

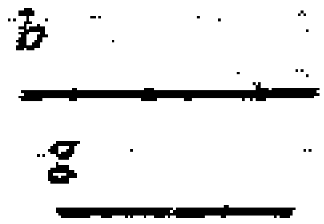


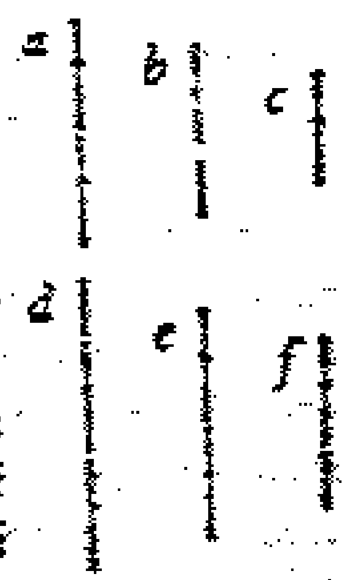


Proposte quante se voglian parti, potremo trouare il minimo numero continente quelle.



Come se le proposte parti siano, a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da, d, e, f, il qual sia g, questo dico esser quello che cercamo, pche in quello seranno le proposte parti (per la trigesima nona) il qual se'l non serà il minimo continente quelle, sia adonque h. il qual, h, serà numerato da, d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli laqual cosa è inconueniente perche quel era posto essere il minimo. Ma io intendo le parti, a, b, c, esser poste indeterminatamente & non sotto de quantità certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numerano, d, e, f, fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo retrouar piu parti, lequale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le conterrà, Exempli gratia li tre numeri, liquali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta tamen il minimo che numeranno li denominatori de quelle parti ilqual è 60. non contien queste parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantità certa della prima conseguentia de questa demostratione, perche nō seguiria come vien arguito (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque questo numero posto, è la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si uede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che conciosia che ogni parte habbia in lei quantità & si puol mettere quante & qual si voglia parti secondo la quantità, & recercare qual sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto qual denominationi, & il minimo che contiene quelle è manifesto esser il minimo nu-





no.3.e.5.ma alcuni dicono che ne.13.ne.17.ne.19.ne alcuno altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati ouer da doi numeri.ideo &c. Ma questi tali se ingannano perche inuero, ogni numero primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unità et l'altro e il medesimo numero primo.

Diffinitione. 3.

3/18 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, diquali uien a procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Tradottore.

Quiui l'Auttor ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che uiè contenuto sotto de tre lati, ouero di tre numeri, & che se procrei dalla continua multiplicatione de quegli esempli gratia siano deposti tre numeri cioè.2.3.et.5. hor multiplicando il primo fia el secondo et quella multiplicatione, ouer quel produtto multiplicato consequentemente fia il terzo (cioè.2.fia.3.fa.6.&.6.fia.5.fa.30.) questo ultimo produtto (cioè.30.) se chiamarà numero solido. & li lati di numero solido seranno li detti tre numeri che fu multiplicati insieme (cioè.2.3.&.5.) Ma bisogna aduertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi esempli gratia el.30.considerando che sia produtto dalli soprascritti tre numeri cioè.2.3.& 5.serà solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, ouero produtto da tre numeri. Ma pigliandolo come numero produtto da.2.e da.15.serà superficiale per esser compreso sotto da duoi lati, ouero produtto da duoi numeri, il medesimo seguiria che'l comprendesse esser produtto da.3.& da.10.ouer da.5.da.6. e però bisogna aduertire.

Diffinitione.4.

4/19 El numero quadratto è numero superficiale contenuto da lati equali.

Il Tradottore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o siano equali, ouero inequali, ma quando li detti duoi lati sono equali tai numeri superficiali per specificarli delli altri se chiamano numeri quadrati come è.4.el quale è produtto, ouer contenuto da duoi numeri equali cioè da.2.fia.2.et similmente 9. e numero quadrato per esser pur contenuto da duoi lati equali che son.3.&.3.multiplicati l'un fia l'altro & similméte.16.25.36.49.64.81.100.&.144.son tutti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

Diffinitione. 5.

5/20 El numero cubo, è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

ste interpositione io tengo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiam le interpositione di quelli, siano d'un solo comentatore ma de piu comentatori come fu anchora detto sopra le diffinitioni del quinto, immo che io tengo che le bone sostantie delli comento fussino di Euclide proprio perche il costume de boni et famosi Mathematici è da to che hanno la propositione immediate sotto giongono la sua ispositione & questo se verifica in Archimede Siracusano. Appollonio Pergeo Iordano et molti altri, perche se cosi non facessino, seria giudicato maggiore intelligentia nelli comentatori che interpretasse quegli. che nelli proprij Auttori, perche eglie piu facile cosa a proponere una cosa vera, che a dimostrare la verità di quella. esempli gratia, eglie piu facil cosa a proponere (etiam a credere) che li duoi angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta propositione del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioè il fiato della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella simplice propositione.

LIBRO OTTAVO DI EVCLIDE, DE NVMERI simili & delle denominationi de quelli, alla similitudine della quantità continua, & delle proportioni de essi insieme.

Diffinitione prima.

$\frac{1}{17}$ Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.

Il Tradottore.

ESEMPLI *gratia. 3 et. 4. sono detti lati del. 12. cioè del produtto della multiplicatione de. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se diranno lati del detto. 12. & cosi. 3. & . 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.*

Diffinitione. 2.

$\frac{2}{17}$ Lo numero che è contenuto da duoi lati è detto numero superficiale.

Il Tradottore.

Esempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da duoi lati liquali sono. 3. e. 4. ouero. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li suoi lati sono. 3.

do per li tre lati del.24.2.e.3.e.4.& per li tre lati del.192.4.e.6.e.8.& perche li detti tre lati dell'uno (cioè.2.3.e.4.) son proportionali alli 3 lati dell'altro (cioè a.4.6.e.8.cioè che tal proportione e da.2.a.3.qual a e da.4.a.6.& tal a e da.3.a.4.qual a è da.6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simil, abenche li.3.lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema prima. Propositione prima.

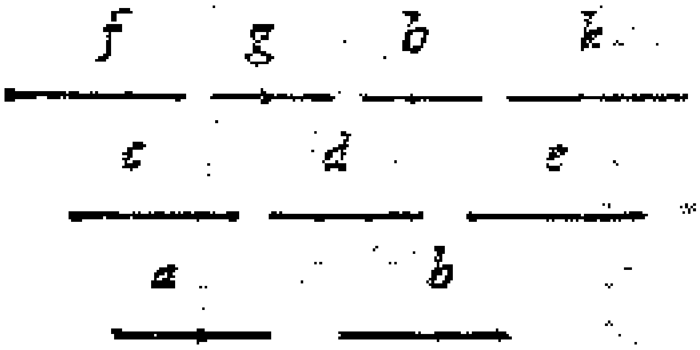
1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportiona-
1 lità, seranno contra se primi, tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.

Siano.a.b.c.continui proportionali e li duoi estremi (liquali sono.a.c.) siano contra se primi, dicoche in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmēte minori, ma se questo potesse accadere per l'aduersario siano,d,e,f,& (per la quintadecima propositione del settimo) serà del,a,al,c,si come del,d,al,f,& perche,a,&,c,sono li minimi in la sua proportione (per la uigesima quarta del medesimo) seguitaria (per la uigesima seconda) che,a,numerasse,d,&,c,numerasse,f,cioè che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema.1. Propositione.2.

2 Puotemo trouare quanti numeri si voglia de continua proportiona-
2 lità, secondo una data proportione minimi.

Siano,a,&.b,li minimi della data proportione.et sia dutto in,a,in se medesimo & faccia,c,& dutto in,b,faccia,d,anchora dutto il,b,in se & peruenga.e.&.c.d,e,seranno continui proportionali in la proportione del,a,al,b,(per la decima ottaua et decima nona del settimo) & perche,c,&,e,sono contra se primi (per la trigesima del medesimo) seranno,c,d,e,li minimi secondo la data proportione (per la precedente) anchora sia dutto.a.in tutti quelli & peruengano,f,g,h,&,b,in,e,peruenga,K,seranno etiam,f,g,h,k,continui proportionali in la proportione del,a,al,b,(per la decima ottaua et decima nona del settimo.) Anchora minimi (per la trigesima del medesimo,) (& per la precedente) e per questa uia è ragione se ne trouerà.5.ouer.6.quanti si uoglia.



Correlario.

2 Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua propor-
2 tionalità minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

Il Tradut-

Il Tradottore.

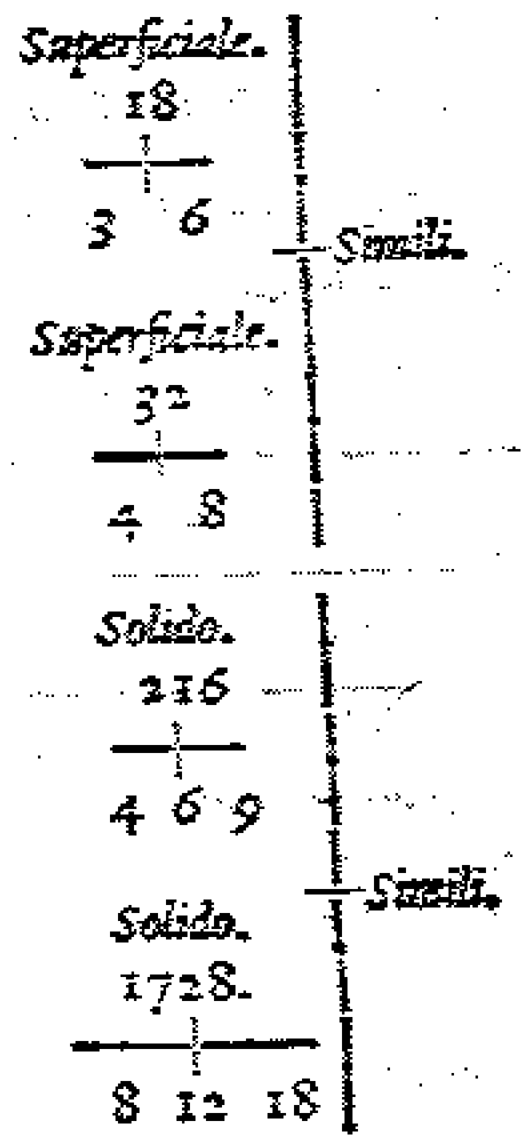
Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de.3.numeri ouer lati o siano tutti.3.equali ouer.2.equale & l'altro inequale ouer de tutti.3.inequali,ma quando li detti tre lati ouer numeri sono tutti equali per specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è.8.elquale è contenuto sotto de tre lati equali liquali sono.2.e.2.e.2 liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel produtto fia l'altro farà.8.e cosi.27.serà numero cubo per essere contenuto similmente sotto de.3.lati equali liquali sono.3.e.3.e.3.multiplicati come detto fanno.27.& similmente.64.125.216.343.sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna auertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione.6.

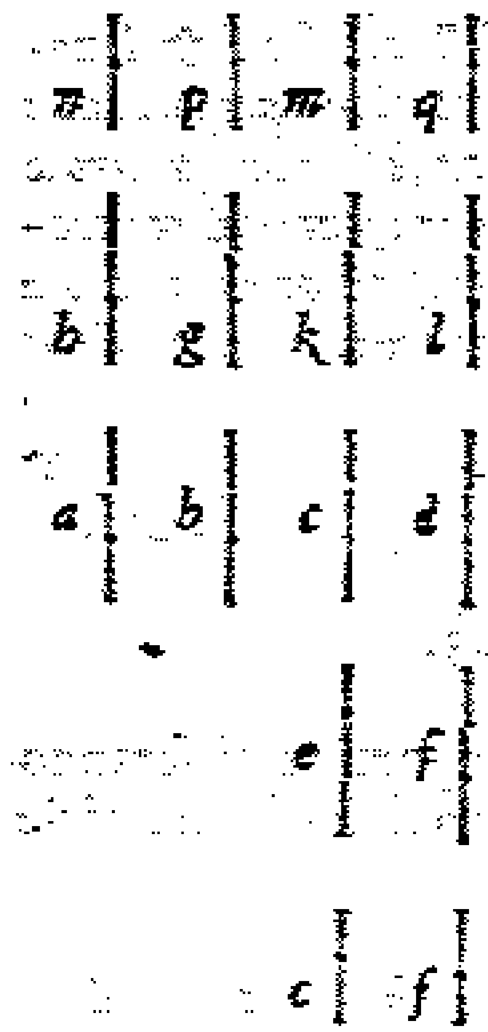
6/22 Li numeri superficiali,ouero solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simile.

Il Tradottore.

Esempli gratia.32.& 18.ambidui pono essere superficiali etiam solidi secondo che vien considerata ouero tolta la continentia loro ma pigliandoli per superficiali,li duoi lati di l'uno,& li duoi lati dill'altro ponno esser considerati in varij modi secondo la varietà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadaun de loro ma pigliando per li duoi lati del.32.4.e.8.& per li duoi lati del.18.pigliando.3.& 6.hora per esser li detti dui lati del.32.(cioè).4.e.8.proportionali alli duoi lati del.18.(cioè)a.3.et.6.(cioè)che tal proportione è da.4.a.8.come da.3.a.6.li detti duoi numeri superficiali (cioè.32.&.18.)seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri.216.&.1728.pigliandoli per solidi,& pigliandoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9.& per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18.et per che li tre lati di l'uno(cioè.4.6.e.9.)sono proportionali alli tre lati di l'altro(cioè a.8.12.&.18.perche tal proportione e da.4.a.6.qual è de.8.a.12.& da.6.a.9.quale è da.12.a.18.)li detti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna aduertire che'l non è necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proportionali come sono li sopraposti ma ponno essere continui & discontinui esempli gratia sian li duoi numeri.24.&.192.liquali pigliandoli per solidi e pigliando per



minimi numeri secondo quelle proportioni continuatamente proportionale.



Siano prima trouate le assignate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra.a.& b.la seconda fra.c.& d.la terza fra.e.& f.& cosi anchora de piu se ferano piu, hor voglio cõtinuar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque.g.minimo numerato dal.b.& c.& quante uolte.b.numera esso.g.tante uolte faccio che.a.numera.h. Et anchora che'l.d.numeri tante uolte il.k. quante uolte.c.numera g. Et se per caso.e.numera.k.faccio che.f.tante uolte numeri.l.& cosi li quattro numeri h.g.k.l.feranno quelli che cercamo. Perche è manifesto (per la decima ottaua del settimo) che'l sia del.h. al.g.si come del.a.al.b.& del.g.al.K.si come del.c.al.d.& del.k.al.l.si come del.e.al.f. Anchora è manifesto quelli esser li minimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come,n,p,m,q, bisognarà (per la.22. del settimo tolta due uolte) che l'uno & l'altro di duoi.b.& c.numeri il.p.per laqual cosa & g.numerarà il medesimo (per lo correlario della trigesima settima del settimo) che è inconueniente. Sono adonque,h,g,k,l.li minimi, ma se per sorte,e,non numera.k.sia tolto,m,il minimo numerato da quelli (cioè da.e.& K.) elqual.m.quante uolte è numerato dal.K.tante uolte,h,numeri n,& g.tante uolte numeri il.p.& feranno (per la decima ottaua del settimo) n.p.m.in la proportione de,h,g,k.per laqual cosa del.n.al.p.serà come del.a.al.b.& del p.al.m.come del.c.al.d.& quante uolte.e.numera.m.faccio che tante uolte,f,numeri.q.& serà (per la medesima) del,m,al,q.si come del,e,al,f.adonque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono.n.p.m.q.liquali se non feranno li minimi (per l'aduersario) siano se egliè possibile altri liquali sian,r,s,t,x,adonque perche (per la uigesima seconda del settimo tolta due uolte) l'uno & l'altro di duoi,numeri,b,& c,numera,s,(per il correlario della trigesima quinta del settimo) seguitaria che,g,numerasse il medesimo per laqual cosa etiam.k.numeraria,t,ma perche (per la uigesima secõda del settimo,) e,numera il medesimo.t,non serà,m,lo minimo numerato dal.K.& dal.e.per questa ragione tu potrai continuare a quelle un'altra quarta e quanti si uoglian altre senza impedimento.

Theorema.3. Propositione.5.

5 La proportione de tutti li numeri compositi dell'uno all'altro, e composta delle proportioni di suoi lati.

5

Quello che pepone la uigesima quinta del sesto delle superficie de equidistanti lati,

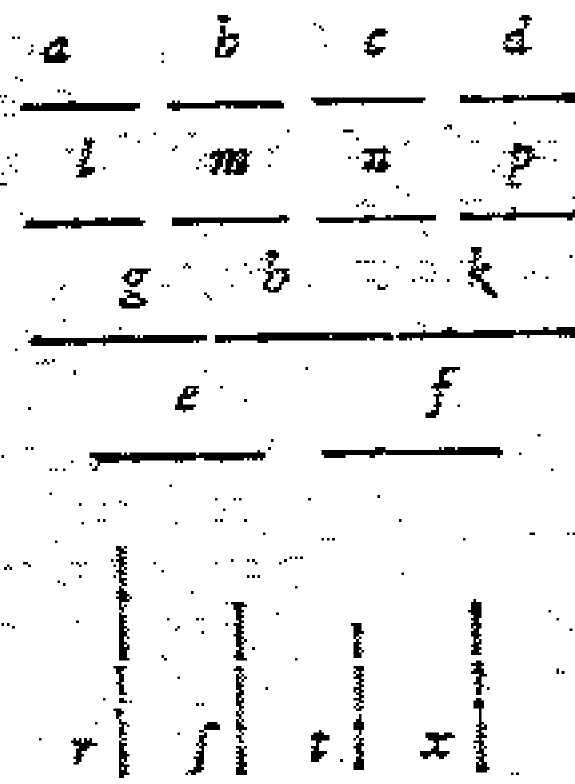
Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per il processo delle cose fatte & dimostrate di sopra serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità secondo quella, minimi li duoi estremi seranno quadrati & se seranno quattro le estremi seranno cubi, perche el si uede nel processo di sopra qualmente li duoi estremi.c.& .e. esser peruenuti dal dutto de.a.& del.b. in se medesimi però uengono a esser quadrati, similmente si uede li duoi estremi.f.et.k. esser produtti l'uno dal dutto de.a. nel suo quadrato.c. & l'altro del.b. nel suo quadrato.e. perilche uengono a esser ambiduoi cubi & li lati del.f. uien a essere.a. ouero tre numeri equali al.a. & similmente li lati del.k. uengono à essere.b. ouero tre numeri equali al. b. & e.

Theorema.2. Propositione.3.

Se quanti si uoglian numeri continuamente proportionali seranno
3 secondo la sua proportione minimi, el se approua li duoi estremi de
3 quelli necessariamente esser contra se primi.

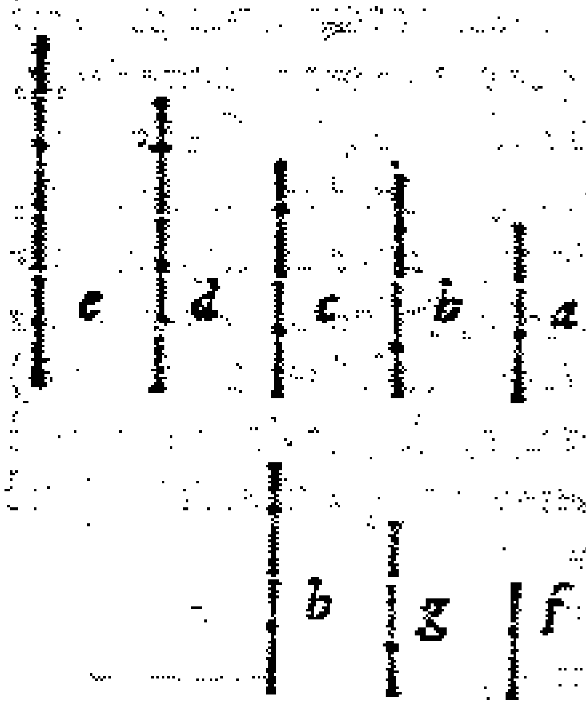
Questa terza è al contrario della prima. perche siando.a.b.c.d. continuamente proportionali, & li minimi secondo la sua proportione. Dico che li duoi estremi.a. & .d. seranno fra loro primi perche li duoi minimi secondo la proportione del.a. al.b. siano.e. & .f. et (per la uigesima terza del settimo) serãno contra se primi. Adõque per questi duoi (secondo la dottrina della precedente) siã trouati similmente tanti continuamente proportionali et minimi quanti sono li numeri proposti. primamẽte tre liquali sono.g.h.k. dapoi quattro liquali sono.l.m.n.p. & a questo modo continuamente per lo aggiongimento de uno per fina a tãto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri



proposti come in questo loco sono.l.m.n.p. Seguita adonque.l.m.n.p. esser equali à a.b.c.d. per questa causa che in la medesima proportione l'uno & li altri sono li minimi & perche.l. & .p. sono contra se primi (per la uigesima del settimo) seranno anchora,a, & ,d, (a quelli equali) contra se primi che è il proposito.

Problema.2. Propositione.4.

4
4 Puoremo trouare la similitudine de piu proportioni assignate in li minimi



Siano a.b.c.d.e. conueniente proportionali. dico che se, a, nõ numera, b, niun delli altri numerarà, e, perche egli è manifesto che se, a, numera esso, b, che tutti li altri numeranno, e, & simplicemente qual si voglia precedente numerarà qual si voglia consequente. ma se, a, non numera esso, b, è manifesto che, d, non numerarà, e, ne simplicemente alcun de loro numerarà il prossimo sequente, perche sono sta posti continuamente proportionali, ma che nullo altro come saria a dire, c, numeri esso, e, se dimostrara in questo modo siano tolti (secondo la dottrina della seconda di questo) tanti altri similmente continuamente proportionali numeri in la medesima proportione. quanti sono esso, c, & tutti li altri sequenti. liquali siano, f, g, h, & (per la terza di questo) f, & h, seranno cõtra se primi. Et perche (per la equal proportionalità) del, c, al, e, e come del, f, al, h, conciosia che, f, non numera, h, ne l, c, numerarà, e, ne per il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso, e, per laqual cosa e chiaro quello che fu proposto.

Il Tradottore.

El testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioè.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Tradottore.

La qual propositione pur se dimostra si come la precedente, esempli gratia volendo dimostrare che, a, non misuri alcun altro (ponemo,) e, pigliaremo similmente tanti termini come è, a, b, c, continuamente proportionali numeri in quella proportione quali siano pur, f, g, h, & , se procederà come di sopra fu fatto, cioè che se, f, non misura, h, ne anchora, a, misura e.

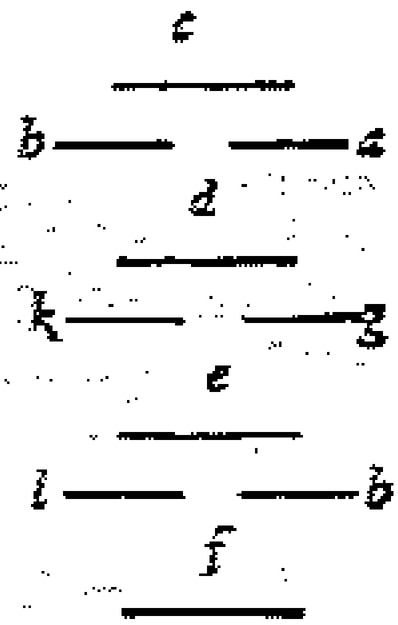
Theorema. 5. Propositione. 7.

7/7 Se'l primo di numeri continuatamente proportionali, numera l'ultimo quel medesimo numera il secondo.

Siano quelli posti per quanti continuatamẽte proportionali dico se, a, numera, e, esso, a, numerarà il, b, altramente (per la precedente) non numeraria, e, che è il contrario & impossibile. Et non solamente numerarà, b, ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli sequenti.

Theo-

lati, questa propone di numeri composti, siano li duoi numeri composti. a. b. li lati de, a, sian, c, & d, li lati del, b, sian, e, & f, dico adonque che la proportione del, a, al, b, è composta de quella che è dal, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f, Et per dimostrar questo sia che dal, d, in, c, sia fatto, g, perche adonque del, d, in, c, vien fatto, a, & dal, f, in, e, vien fatto, b, (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottaua del settimo) del, a, al, g, si come del, c, al e, & (per la decima nona del medesimo) serà del, g, al, b, si come del, d, al, f, per laqual cosa (per la diffinitiõ) la proportione del, a, al, b, composito de quella che è del, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f, che è il proposito, ne è necessario che cõtinuemo le proportioni di lati (cioè quella che è del, c, al, e, & quella che è del, d, al, f,) in li mini mi numeri trouati secondo la dottrina della precedente come insegnano alcuni pche questo è proposito nõ necessario, e quel li arguiscono, posto che quelli minimi siano, h, k, l. in questo modo che sia del, h, al, k, come del, c, al, e, & del, k, al, l, si, come del, d, al, f, & la proportione del, h, al, l, esser composta dalle proportioni delli proposti lati & tolto, g, esser fatto del, d, in e, arguiscono del, a, al, g, esser come del, h, al, k, (perche egliè come del, c, al, e,) & del g, al b, come del k, al l, (perche egliè come del d, al, f,) e per tanto secondo la equal proportionalità, & del, a, al, b, serà come del, h, al, l, concludeno adonque la proportione del, a, al, b, esser composta de quelle che è composte, h, & l, che è vero ma non necessariamente tolto.



Il Tradottore.

El testo di questa quinta propositione in la secõda tradottione dice in questa forma.

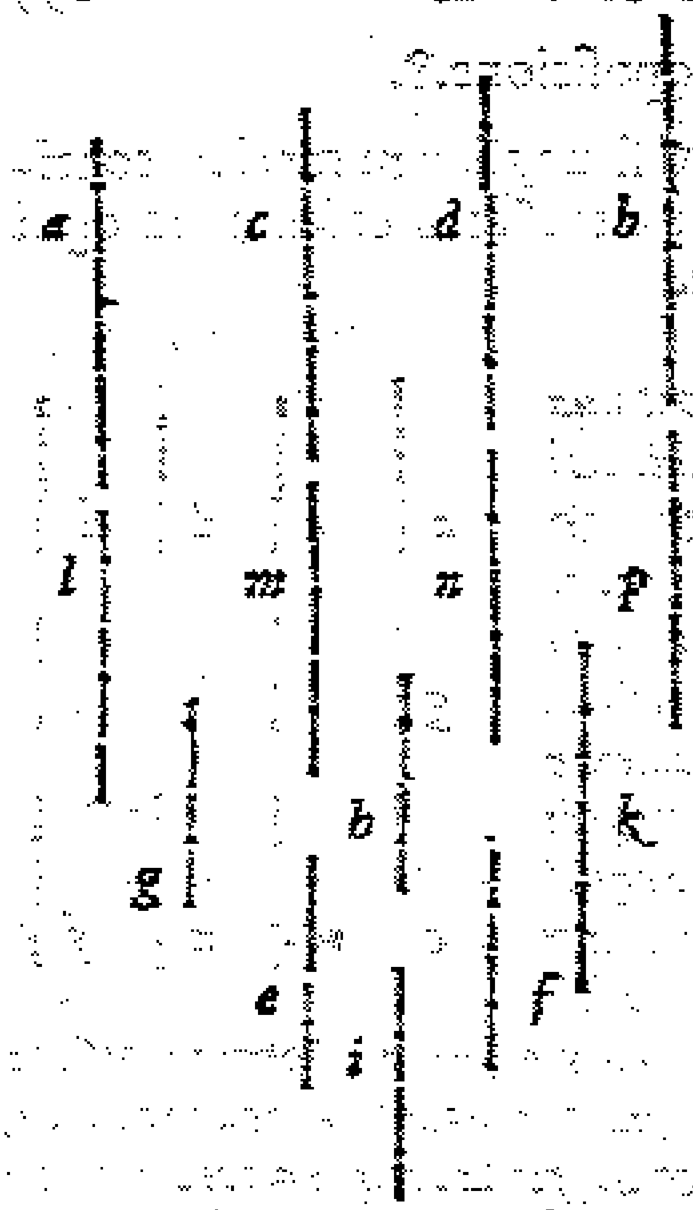
Li numeri piani, cioè superficiali, fra loro hanno la proportione composti dalli lati.

Laqual propositione è piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quella della prima tradottione perche li numeri primi come dissi sopra la secõda diffinitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni espositori de Euclide habbiano contraria openione come sopra il decimo se potrà vedere, Ma bisogna notare che la espositione per noi addutta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioè sopra la seconda diffinitione di questo (per errore di stampa) par che mi contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ma. 13. ne. 17. ne. 19. ne alcun' altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali & laqual scrittura uol stare, ouero dire in questo modo. Ma alcuni dicono che ne. 13. ne. 17. ne. 19. ne alcuno altro numero primo se puono dire realmente numeri superficiali.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6 Sel primo, de quanti si voglian numeri continuamente proportio-
6 nali non numera il secondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.

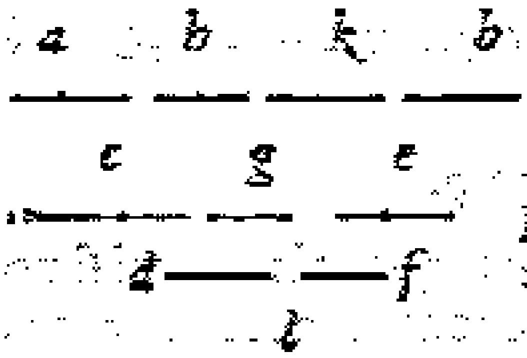
Siano



similmente quanti sono li numeri proposti, come in questo luoco sono .l.m.n.p. le manifesto adonque essendo .a.c.d.b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo, et essendo .l.m.n.p. tanti similmente & minimi in la medesima, et nõ essendo possibile, essere alcuno minore del minimo che li numeri .l.m.n.p. serãno equali alli numeri .a.c.d.b. cadauno al suo relatiuo adonque .l. è equale al .a. & il .p. al .b. et è manifesto dalla seconda de questo che del .f. in se medesimo uiẽ fatto il .k. et del medesimo .f. in .k. uien fatto .p. (per la diffinitione adonq; de quella diffinitione che cosa è esser multiplicato) serà lo .f. in .k. anchora il .k. in .p. quãte uolte è la unità in .f. adonq; la unità .f.k.p. sono continuamẽte proportionali, & similmente et la unità .e.g .l. tolti adonq; .a. et .b. in luogo del .l. et .p. (a quelli equali serãno fra .a. & la unità .g. & .e. et fra .b. & la unità .k. & .f. continuamente proportionali tanti similmente quanti sono fra .a. & .b. che è il proposito.

Theorema .8. Propositione .10.

10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascharanno quanti si uo-
10 glian numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalità.

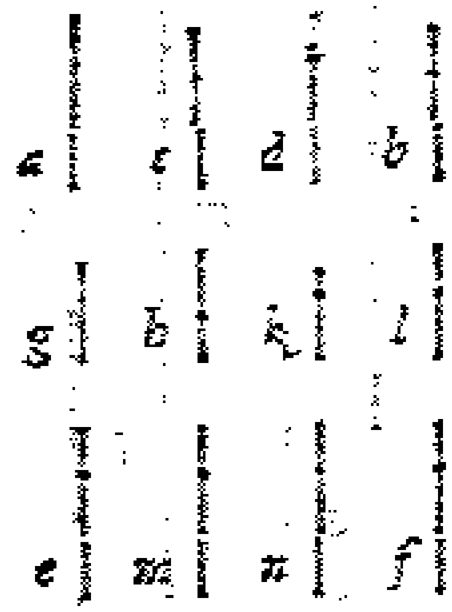


Siano li duoi numeri .a. & b. & siano .c. & .d. fra .a. & la unità. anchora .e. & .f. fra .b. & la unità, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra .a. & .b. continuamente proportionali. Questa è cõuersa della precedente eccetto che al suggetto della precedente fu posto .a. & .b. esser contra se primi, che non uien posto in questo luoco per laqual causa lo suggetto questa è piu uniuersale del suggetto di quella, perche adonque quante uolte la unità e in .d. tante uolte è il .d. in el .c. & tante uolte il .c. in .a. è manifesto che dal .d. in se uien fatto il .c. & dal medesimo .d. in .c. uien fatto .a. Similmente anchora dal .f. in se, & in .e. sono fatti .e. & .b. essendo adonque dutto .d. in .f. lo produtto sia .g. & similmente el medesimo .d. essendo dutto in .g. & .e. & essendo li produtti .h. & .k. è manifesto adonque (dalla decima ottaua del settimo) che del .c. al .g. e come del .d. al .f. & (dalla decima nona) che del .g. al .e. è come del .d. al .f. per laqual cosa .c. e .g. son cõtinuamente proportionali la proportione del .d. al .f. Anchora un'altra uolta per la decima ottaua) sono del .a. al .b. si come del .c. al .g. & del .b. al .k.

si come

Theorema.6. Propositione.8.

$\frac{8}{8}$ Se fra duoi numeri, cascaranno quanti si uoglian numeri in continua proportionalità similmente tanti è necessario caschar fra ogni duoi referti in la medesima proportione.



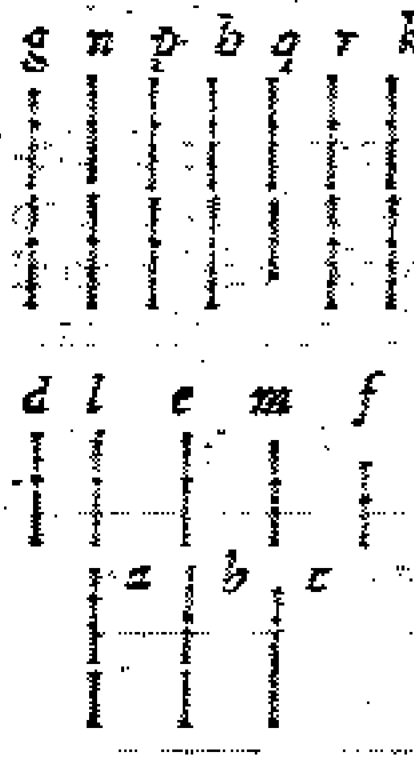
Siano .a. & .b. fra liquali cadeno .c. et .d. in continua proportione liquali sian in proportione com'è .e. al .f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra, e, & .f. & in quella medesima proportione. quanti cadeno fra, a, & .b, perche essendo .g, h, k, l, similmente tanti minimi quanti sono, a, &, b, quelli liquali cadeno fra quelli tolti si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) .g. & .l. seranno contra se primi, & (per la equal proportionalità) sirà del, g, al, l, si come del, a, al, b, & però è si come dal, e, al, f. & perche essi sono in la sua proportione minimi (per la uigesima terza del settimo) seguita (per la uigesima prima del medesimo) che, g, numeri, e, & .l, f, equalmente tante uolte adunque, h, numeri, m, & , K, n, & posti, m, & , n, fra, e, & , f, (per la decima ottaua del settimo) è manifesto. e, m, n, f, essere continuamente proportionali si come sono, g, h, k, l, & però si come, a, b, c, d, per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa propositione è manifesto niuna superparticulare poter esser diuisa in due parti equale. perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de una sola unità distanti cascar un numero medio, laqual cosa non puo esser, e per tanto il tono in la musica elqual contien una sesquiottaua proportione in duoi ueri semitoni non puo esser diuiso, ma necessariamente uien diuiso in semiton minore, & in semiton maggiore.

Theorema.7. Propositione.9.

$\frac{9}{9}$ Se fra duoi numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si uoglian in continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'uno & l'altro de quelli & la unità, in continua proportionalità.

Siano .a. & .b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione .c. & .d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra, a, et la unità, & anchora similmente fra, b, & , la unità, perche essendo li minimi in quella proportione e, & , f, tolti come insegna la trigesima sesta propositione del 7. libro dalli quali essendo tolti tre cõtinuamẽte proportionali minimi in la proportion de quelli come insegna la secõda di questo liquali siano, g, h, k, et dapoi quattro liquali siano l, m, n, p. e questo sia fatto tãte uolte per fin a tãto che li tolti cosi sian fatti tãti

Theorema. 10. Propositione. 12.

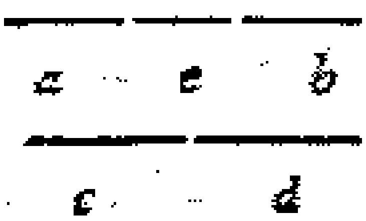


12/13 Se ciascun di numeri de continua proportionalità sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran produtti è necessario esser sotto continua proportionalità, & se li suoi principii sian anchora multiplicati in essi produtti anchora li produti da quelli è necessario esser de continua proportionalità, & il medesimo aduerrà in tutte le estremità produtte per questo modo.

Siano, a, b, c, continuamente proportionali di quali ciascũ sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal, a, il, d, et dal, b, lo, e, & dal, c, lo, f, dico che d, e, f, sono continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato, a, in, d, & peruenga, g, anchor, b, in, e, & peruenga, h, &, c, in, f, & peruenga, k, dico anchora che, g, h, k, saranno continuamente proportionali, perche essendo, l, produtto dal, a, in b. & m. il produtto dal, c, in quel medesimo & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) seranno, d. l. e. m. f. continuamente proportionali in la proportione de, a, b, c, Adonque per la equal proportionalità arguisse del, d, al, e, esser si come del, e, al, f, che è il primo proposito, lo rimanente uien demostrato, cosi sia multiplicato, a, in l, & e, & peruengano, n, & p, ancora sia multiplicato, c, in e. & m. & peruengano, q, & r. & (per la medesima) seranno, g, n, p, h, q, r, K, anchora continuamente proportionali in la proportione di primi adonque per la equal proportionalità conclude, g, al, h, esser si come, h, al, k, che, e, lo rimanente la medema ragione serà quante uolte che li primi siano multiplicati in li produtti.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13/14 Se alcun numero quadrato, numerarà un'altro numero quadrato, el se approua anchora el suo lato numerar il lato di quello, & sel suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerà il quadrato.



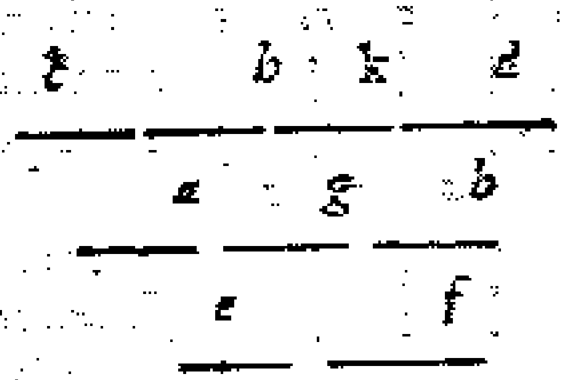
Siano li duoi numeri quadrati, a. & b. & li lati de quelli, c. & d. Dico che se, a. numera, b. il, c. numerarà il, d. & è conuerso, perche le manifesto che dal dutto del, c. in se medesimo uien fatto, a, & de, d, in se medesimo uien fatto, b, essendo adonque fatto, e, dalla multiplicatione del, c. in, d, per la decima ottaua & decima nona propositione, del settimo libro, seranno, a, e, b, continuamente proportionali in la proportione del c, al, d. Se adõque, a, numera, b, quello medesimo (per la settima propositione de questo) numerarà, e, per laqual cosa, & , c, numerarà il, d. che è il proposito primo,

La parte

si come del,g,al,e,& (per la decima nona) del.k,al.h.si come del,d,al,f, adonque a,h,k,b, son continuamente proportionali, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema 9. Propositione.11.

11 Se seranno duoi numeri ambiduoi quadrati la proportione dell'u-
11.12 no all'altro, de quelli serà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & se ambi seranno cubi la proportione dell'uno al l'altro, serà come la proportione del lato dell'uno all'altro trepilicata.



Siano li duoi numeri quadrati.a.& b.li duoi cubi,c,et,d, li lati si di quadrati come di cubi siano.e.(del,a,&,del,c,)&,f,(del,b,&,del,d,)dico che la proportione del,a,al,b, serà si come del,e,al,f, duplicata, & del,c,al,d, si come la medesima trepilicata, perche è manifesto che dal.e in se medesimo vien fatto,a,& da esso,e,in,a,vien fatto,c,cosi anchora dal,f,in se vien fatto.b,& da esso.f.in.b.vien fatto,d, adonque sia dutto,e,in,f,& peruenga,g,& sia dutto in,g,&,b,&,peruengano,h,& k,&(per la decima ottaua del settimo) serà del,a.al.g.si come del e,al f,(e per la decima nona) del,g,al,b,serà si come del,e,al,f, adonque(dalla diffinitione)del,a,al,b,serà si come del,e,al,f,duplicata che è il primo proposito. El secondo per lo medesimo modo è manifesto,(perche per la decima ottaua un'altra uolta)del,c,al,h,si come del,a,al,g,& del,h,al,K, si come del,g,al,b,&,(per la decima nona) del,K.al,d,si come del,e,al,f, per laqual cosa,c,h,k,d,sono etiam continuamente proportionali, in la proportione del,e,al,f,adonque (per la diffinitione) serà del,c,al,d, si come del,e,al,f, trepilicata che è il secondo proposito.

Il Tradottore.

Questa soprascritta propositione in la seconda tradottione è diuisa in due propositioni & in quelle propone due particule di piu della presente perche la prima dice in questa forma uidelicet.

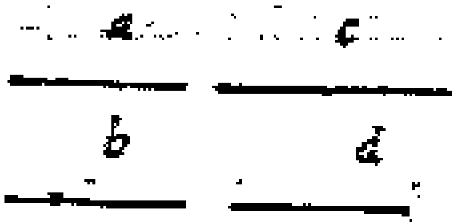
Vno medio proportionale de duoi numeri quadrati è numero & lo quadrato al quadratto ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la seconda dice a questo modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi sono numeri,& il cubo al cubo ha trepia proportione, come ha il lato al lato lequal particole se uedeno cosi esser per le demostrationi fatte di sopra cioè che il medio proportionale fra li duoi quadrati,a,&,b,(elqual,e,g,) è numero per esser prodotto del,e,in.f, & similmente li duoi medij proportionali fra li duoi numeri cubici,c,&,d,(cioè,h,&,k,) sono etiam numeri per esser produtti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri,g,&,b,che è il proposito.

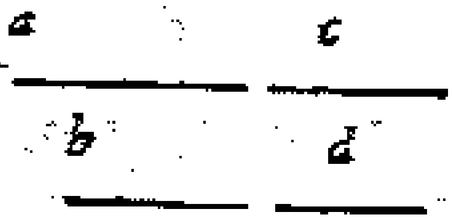
Theorema. 14. Propositione. 16.

0/17 Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne etiam il cubo misurarà il cubo.



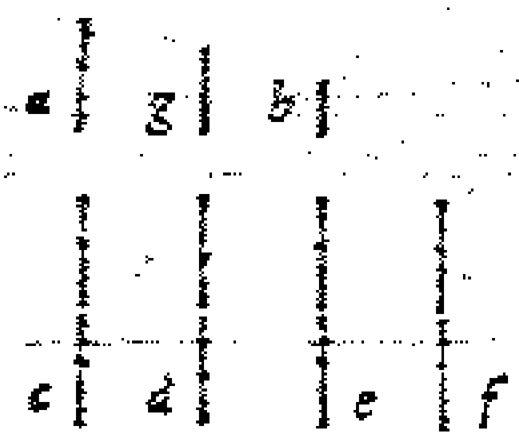
Sia che'l numero cubo. a. non misuri il numero cubo. b. & il lato di questo, a, sia, c, & del, b, sia, d, dico che, c, non misura esso. d. perche se, c, misura esso, d, etiam, a, misura, b, (per la quartadecima propositione dell'ottauo libro) ma, a, non misura, b, per il presupposito, adonque ne, c, misurarà esso, d. Ma supposto che'l, c, nõ misura, d, dico che, a, non misuri b, per se, a, misurasse, b, et, c, misuraria. d. (per la decima quarta de questo, ma il. c.) dal presupposito non misura, d, adonque ne etiam, a, misurarà esso, b, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 15. Propositione. 17.



16/18 Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardãte.

Siano li duoi numeri, a, & , b, superficiali et simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, et per dimostrar questo sian li lati del, a, c, & d, et li lati del. b. sian. e. et. f. & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) serà del. c. al. e. si come del. d. al. f. & è manifesto che dal, c, in, d, vien fatto, a, & dal, e, in, f, vien fatto, b, adonque sia fatto, g, dal, e, in, d, & (per la decimanona del settimo) serà del, a, al, g, si come del, c, al, e, & (per la decima ottaua) del medesimo del, g, al, b, serà si come del, d, al, f, per laqual cosa, del, a, al, g, serà si come del, g, al, b. Adonque, g, è medio fra. a. et b, in continua proportionalità che è il proposito. Ma il correlario è manifesto essendo del, a, al, b, (per la diffinitione) si come del, a, al, g, duplicata laquale è a quella medesima che è del, c, al, e.



Theorema. 16. Propositione. 18.

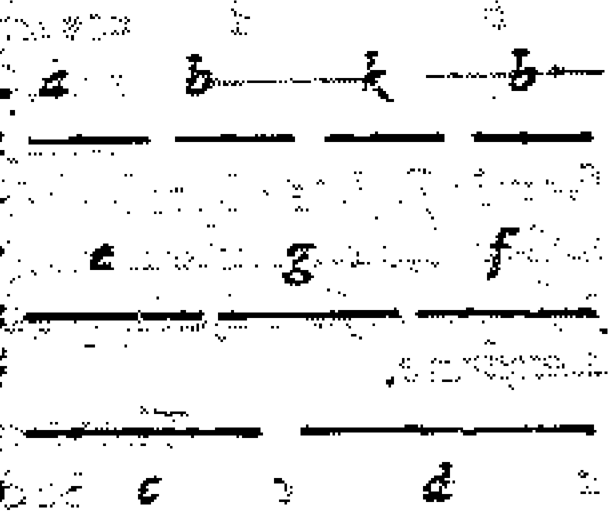
17/20 Se un terzo numero caschará fra duoi numeri secondo la continua proportionalità quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

Questa è conuersa della precedente cioè che se fra, a, & , b, sia, c, constituto sotto continua proportionalità. Dico che, a, & , b, seranno ambiduoi numeri superficiali &

la parte conuersa cosi, è manifesta, se, e numera, d, lo, a, numerarà, e per questo che la proportione del, a, al, è, è si come del, c, al, d, et se'l numera, e, esso numerarà, b, per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

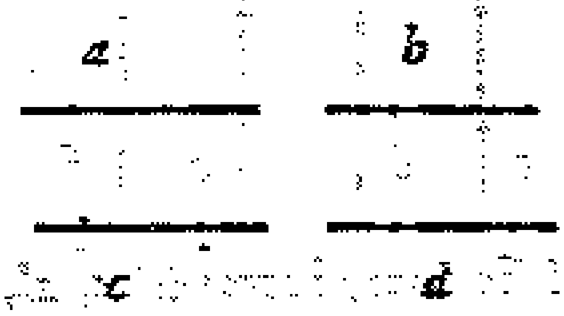
14/15 Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo. Anchora il suo lato numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.



Siano duoi numeri cubi, a, & b, li lati di quelli c. & d. Dico che se, a, numera, b. anchora il c. numerarà il d. & è conuerso, per dimostrar questo sia multiplicato c. in se & sia fatto e. anchora il d. in se & sia fatto f. adonque è manifesto che dal, c, in, e. vien fatto, a, & dal, d, in, f, vien fatto, b, adonque il, g, vië fatto dal c, in d, & (per la decima ottaua et decima nona del settimo) e, g, f, seranno continuamente proportionali in la proportione del, c, al, d, Ma, h, & k, peruengono dal, c, in g, & f. Adonque (per le medesime propositioni) a. h. k. b. seranno anchora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se, a, numera, b, el medesimo (per la settima di questo) numerarà. h. per laqual cosa &, c, numerarà il d, perche dal, c, al, d, e si come del, a, al, h, adonque è manifesta la prima parte. La parte conuersa è manifesta si come la conuersa della prima. perche se, c, numera, d, anchora, a, numera, b. laqual se la numera e necessario che la numeri, b.

Theorema. 13. Propositione. 15.

15/16 Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuence de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.

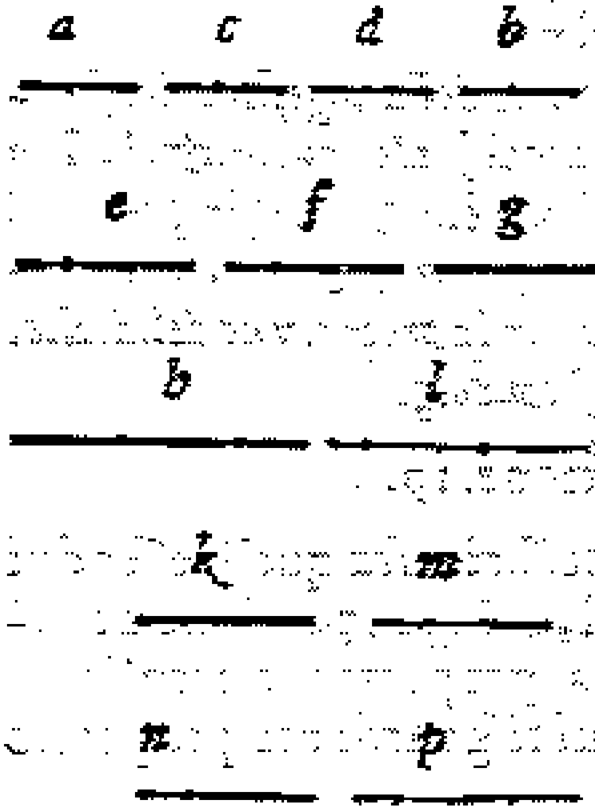


Siano li duoi numeri quadrati, a. & b. li lati di quali siano, c, & d, se, a, non numerarà. b. dico che anchora, c, non numerarà, d, & è conuerso se, c, non numera, d, ne, a, numerarà, b. Hor sia primamente che, a, non numeri, b, se adonque c, (per l'aduersario) numera il d. (per la seconda parte della tertiadecima di questo) &, a, numerarà, b, laqualcosa è contraria alla positione, & cosi è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che, c, non numeri, d, adonque se possibile è per l'aduersario che, a, numeri, b, (per la prima parte della tertiadecima) è necessario che, c, numeri, d, adonque egliè necessario che lui numeri quello & gia fu supposito che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.

fra, a, & , b, sono li duoi numeri, n, & , p, medij in continua proportionalità de suoi lati interposti, che è il proposito, & lo correlario è manifesto conciosia che la proportione del, a, al, b, sia (per la diffinitione) si come del, a, al, n, treplicata laquale è simile ouer equale a quella che è dal, e, al, f.

Theorema. 18. Propositione. 20.

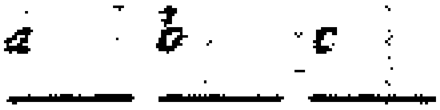
19/21 Se seranno duoi numeri & che fra quelli cascheno, ouero intergiaceno duoi numeri secondo la continua proportionalità, quelli dui numeri sono solidi & simili.



Questa è il conuerso della precedente, come se fra, a. & . b. siano li duoi numeri. c. & . d. medij in continua proportionalità, seranno li detti duoi numeri, cioè, a, & , b, solidi & simili. Et per dimostrar questo sia tolti li tre minimi in la medesima proportione, continuamente proportionali, liquali sian, e, f, g, & (per la decima ottaua) seranno, e, & , g, superficiali & simili. Siano adonque. h. & . k. li lati del. e. & . l. et. m. li lati. d. g. & (per lo correlario della decima settima di questo) serà del, e, al, f, si come del, h, al, l, ouer si come del. k. al. m. & è manifesto (dalla terza) che. e. & . g. sono contra se primi e però (per la uigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equal proportionalità) dal. a. al. d. & . c. al. b. è si come dal, e, al, g. seguirà (per la uigesima seconda del settimo) che essi numeraranno. a. & . d. equalmente, laqual numeratione sia secondo, n, & anchora, c. & , b, equalmente laqual sia secondo. p. perche adonque dal. h. in. k. uien fatto. e. & da. e. in. n. uien fatto, a, seguita (per la diffinitione) che. a. sia solido & li lati di quello sono. h. K. n. Similmente perche dal, l, in, m, uien fatto, g, & dal, g, in, p, uien fatto, b, seguita anchora che, b, sia solido & li lati di quello sono. l. m. p. Ma che essi sian simili cosi se manifestarà conciosia che dal. g. in. n. uien fatto, d, & dal medesimo in. p. uien fatto, b, e (per la decima ottaua del settimo) serà del. n. al. p. si come del, d, al, b, & perche cosi erano del. h. al. l. & del. k. al. m. (per la diffinitione è manifesto, a, & , b, esser simili che è il proposito.)

Theorema. 19. Propositione. 21.

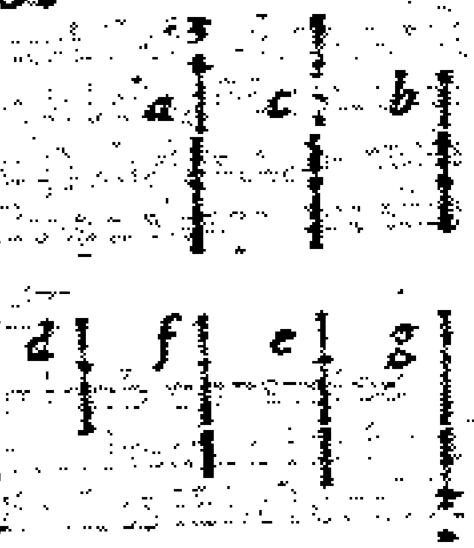
20/22 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà quadrato. Anchora il terzo è necessario esser quadrato.



Siano li tre numeri continuamente proportionali, a, b, c, & sia a. quadrato dico che, c, e etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua propositione) a. & . c. superficiali & simili essendo adonque. a. quadrato (per il presupposito), c, serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-

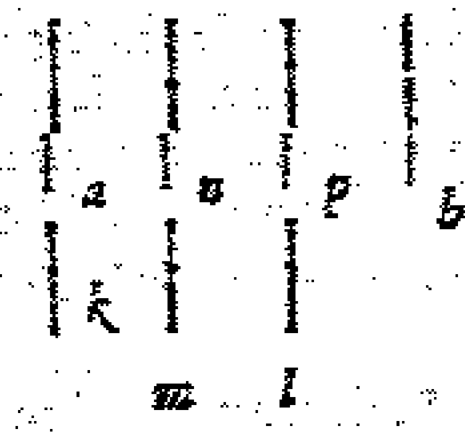
li & simili perche se seranno tolti. d. & e. minimi in quella proportion in laquale sono continuadi. a. c. b. quelli (per la vigesima seconda del settimo) numeraranno. a. & c. equalmente et sia che li numeraranno secondo. f. & (per la medesima) c. & b. equalmente et sia che li numeraranno secondo. g. seranno adonque (per la diffinitione) a. & b. superficiali, & seranno anchora (per la diffinitione.) d. & f. lati del numero. a. anchora. e. & g. lati del numero. b. ma che essi siano simili tu l'hauerai in questo modo. Perche essendo, c, produtto dal, d, in, g. & similmente essendo il medesimo, c, il produtto del, e, in, f, (per la seconda parte della vigesima del settimo) serà del, d, al, e, si come del, f, al, g, (per la diffinitione) adonque, a, & , b, sono simili che è il proposito. Et questo ultimo proposito ilqual è. a. & b. esser simili tu il puoi hauere (per la decima nona & decima ottaua del settimo) & per questo presupposito che. a. c. b. sono continuamente proportionali in la proportione del. d. al. e. de minimi numeranti. a. & c. secondo, f, & , c, & b. secondo. g.

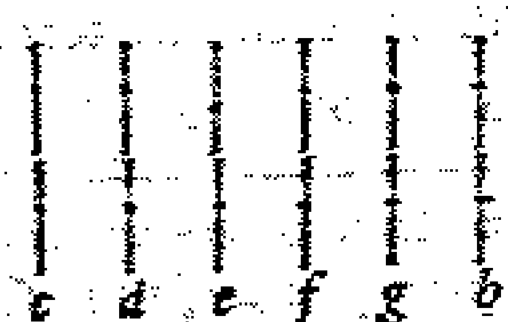


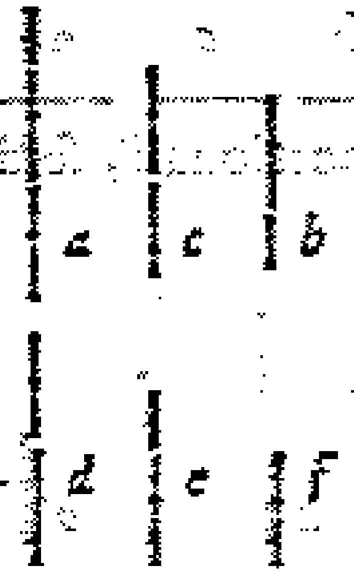
Theorema. 17. Propositione. 19.

18/19 Se seranno duoi numeri solidi simili, e necessario fra quelli esser dui numeri secondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno solido all'altro a lui simile, serà come la proportione treplicata delqual si voglia suo lato al lato dell'altro a lui risguardante proportionalmente.

Siano li duoi numeri, a, & , b, solidi simili, Dico che fra essi cadano duoi numeri in cōtinua proportione, & per dimostrar questo siano li lati del numero. a, li numeri, c, d, e, & li lati del, b, siano, f, g, h, & (per la conuersione delle diffinitione di numeri solidi simili) serà del, c, al, f, & del, d, al, g, si come del, e, al, h, sia adonque. k. il produtto del, c, in, d, & , l, lo produtto del, f, in, g, l, & (per la diffinitione) seranno. k. & l, superficiali et simili per laqual cosa (per la decima settima di q̃sto) fra quelli cade un numero medio proportionale secondo la proportione del, c, al, f, qual sia, m, Ma è manifesto che dal e. in. k. vien fatto, a, & dal, h, in, l, vien fatto. b. Se adonque dal, e, in, m, & , l, sono fatto, n, & , p, seranno (per la. 18. del settimo) del, a, al, n, si come del, k, al, m. & n. al. p. si come del. m. al. l. per laqual cosa. a. n. p. son continuamente proportionali in la proportione del, c, al, f, & perche (per la decima nona del medesimo) del, p, al, h, e si come del, e, al, h, & però si come del, c, al, f, seguita che li quattro numeri. a. n. p. h. sian cōtinuamēte proportionali secondo la proportione del, c, al, f, Adonque



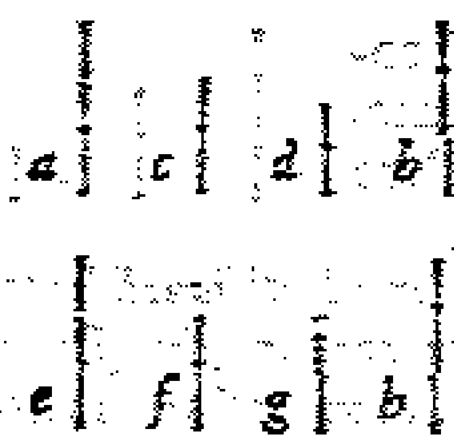




un numero medio in continua proportione qual sia.c.tolti adonque li tre minimi in la proportione de quelli liquali siano.d.e.f. (per lo correlario della seconda).d.& f.seranno quadrati, & perche (per la equal proportionalità) del.a.al.b.e si come del.d.al.f.E manifesto esser vero quello che è proposto.

Theorema.24. Propositione.26.

25/27 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano.a.& .b.solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro e, si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decima nona propositione) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportione liquali sian.c.& .d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli.e.f.g.h.di quali.e.& .h.seranno cubi (per lo correlario della seconda di questo) perche adonque (per la equal proportionalità) del.a.al.b.è si come del e.al.h.il proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO
DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diviso in due parti equale.

Il Tradottore.

S*I COME sono.2.4.6.8.10.12.& altri simili che se pono dividere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.*

Diffinitione. 2.

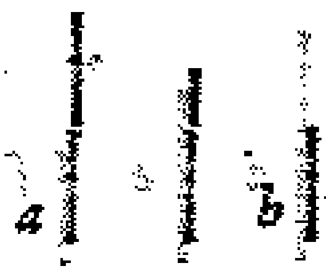
2/7 El numero disparo e quello che non puo esser diviso in due parti equali, & sopravanza il paro in la unità.

Il Tradottore.

La ultima parte de questa diffinitione ne advertisse qualmente la unità non sie con-

Theorema. 20. Propositione. 22

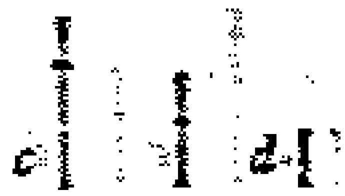
21/23 Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà cubo, il quarto è necessario esser cubo.



Siano li quattro numeri continuamente proportionali. a. b. c. d. & sia, a, cubo. Dico che, d, e, anchora cubo perche è manifesto (per la uigesima) che, a, & d, sono solidi simili, & perche, a, è cubo (per il presupposito. d. serà anchora cubo.)

Theorema. 21. Propositione. 23.

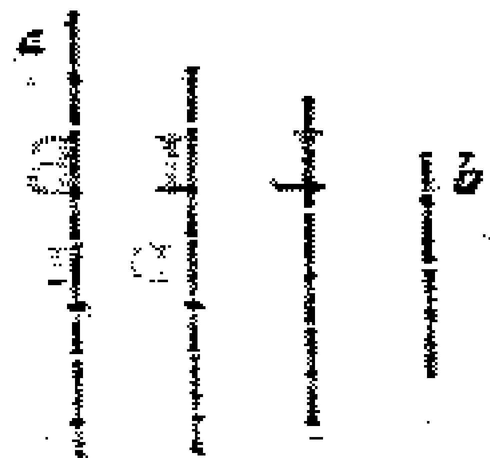
22/24 Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si come d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere quadrato.



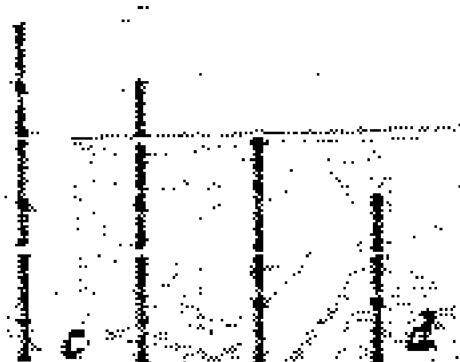
Siano li duoi numeri, a, & b, in la proportione de duoi quadrati liquali siano, c. & d. & sia, a, ouer b. quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo. c. & d. quadrati seguita quelli essere superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade un medio in continua proportione, per laqual cosa (per la ottaua) & fra. a. & b. adonque (per la uigesima prima popositione è manifesto il proposito.)

Theorema. 22. Propositione. 24.

23/25 Se de dui numeri di quali la proportione del l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro è necessario esser cubo.



Siano li duoi numeri. a. & b. in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano. c. & d. & sia. a. ouer. b. cubo. Dico lo rimanente esser cubo. Perche è necessario che. c. & d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadono duoi mezzi in continua proportione, tanti similmente (per la ottaua) cadeno fra. a. & b. adonque (per la uigesima seconda) è manifesto il proposito.



Theorema. 23. Propositione. 25.

24/26 La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, è si come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.

Siano, a, & b, superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro è si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decimaottaua) serà

Diffinitione. 6.

6/11 Lo numero disparmente disparo è quello che tutti li dispari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come e.15.21.27.33.35.39.45.& altri simili che tutti li numeri dispari che li numeranno li numeranno per uolte dispare, essempli gratia.45.e numerato da quattro numeri dispari (cioè da.3.da.5.da.9.et da.15.) per uolte dispare, cioè da.3.e numerato.15.uolte & da.5.noue uolte, & da.9.5.uolte, & da.15.tre uolte per il che serà detto numero disparmente disparo per la presente diffinitione.

Diffinitione. 7.

7/23 Numero perfetto se adimanda quello che è equale a tutte le sue parti delle quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come sono.6.28.496.& altri simili che sono equal a tutte le sue parti che le numeranno, essempio le parti del.6.sono tre cioè la mità che è.3.la terza che è.2.la sesta che è.1.laqual parte summate insieme fanno apponto.6.però il.6.è numero perfetto per questa diffinitione il medesimo seguirà nel.28.& .496.se con diligentia trouerai tutte le sue parti che li numeranno & questi tal numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri, però che da uno in fino a cento non se ne troua altri che duoi cioè.6.& .28.et da.100.assendendo gradatim per fin a.1000.se troua solamente.496.et da.1000.per fin a.10000.se troua solamente.8128.

Diffinitione. 8.

8/0 Numero habondante è detto quello che è minore de tutte le sue parte.

Il tradottore.

Si come sono.12.24.36.48.& altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sopra auanzono il detto numero come appare in el.12.elquale ha la mità (che è.6.) ha la terza (che è.4.) ha la quarta (che è.3.) ma la sesta (che è.2.) etiam ha la duodecima (che è.1.) lequal parte gionti insieme sono apponto.16.laqual summa per esser maggior del detto.12.tal numero serà detto habondante il medesimo se dirà delli altri simili.

Diffinitione. 9.

9/0 Et numero diminuto è detto quello che è maggiore de tutte le sue parti.

Il Tra-

connumerata fra li numeri dispari quantunque la non possa esser divisa in due parte equale atento che lei non ha questa ultima conditione di sopravanzare alcuno numero paro in una metà, per la qual cosa el numero ternario viene a esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

3/8 El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per volte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el.32 numerato da quattro numeri pari cioè da.2.dal.4.da.8.da.16.& non d'altri & perche caduno de detti numeri lo numeranno per volte pare cioè el.2.lo numera.16.volte el qual.16.e pur paro & lo.4.lo numera.8.volte,& lo.8.lo numera.4.volte et lo.16.due volte perilche il detto.32.e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per volte pare il medesimo se trovarà esser.64.e.128.etiam.16.8.&.4.ideo &c.

Diffinitione.4.

4/9 Lo numero parimente disparo e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per volte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.6.10.14.18.22.26.30.& altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numeranno per volte dispare. Verbi gratia il.30.e numerato da tre numeri pari, cioè da.2.da.6.& da.10.dal.2.e numerato.15.volte & dal.6.è numerato.5.volte & da.10.3.volte liquali numeri de volte per esser tutti dispare el detto.30.serà detto numero parimente disparo, & questa specie di numeri nascono dal duplato de ogni numero disparo.

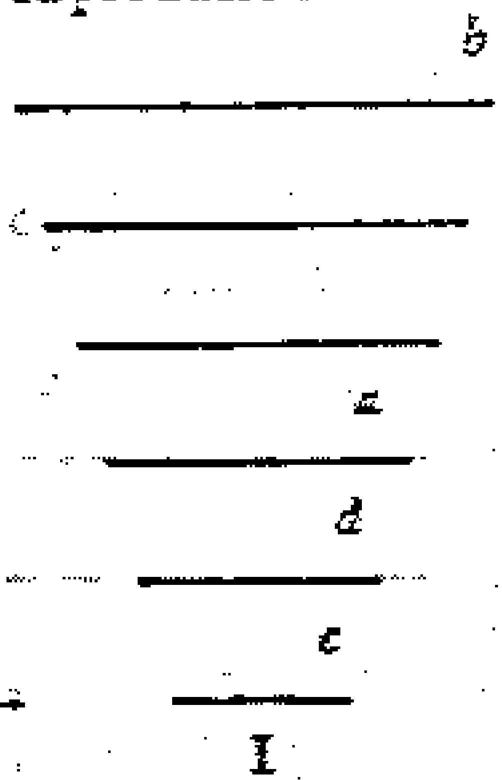
Diffinitione. 5.

6/10 El numero parimente & disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per volte pare, & alcuni per volte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono.24.28.36.40 et altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per volte pare & da alcuni per volte dispare, esempli gratia.40.e numerato da.2.da.4.da.10.da.20.per volte pare e poi è misurato da.8.per volte dispare, cioè per.5.volte perilche se dirà che.40.e numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro, & del numero parimente disparo.

gli serà produtto è necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia produtto numero quadrato, quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, nõ sia produtto numero quadrato, quel tal numero è necessario essere non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli serà produtto è necessario esser non quadrato.

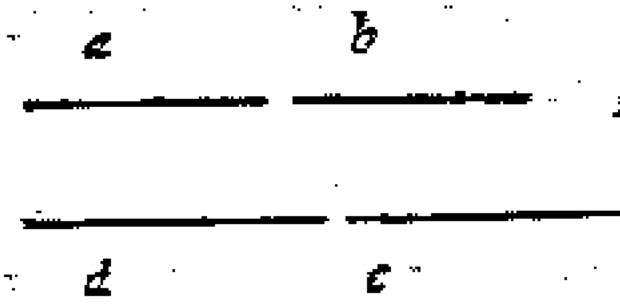


La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa, (perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda è manifesta da questa, conciosia che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema 3. Propositione 3.

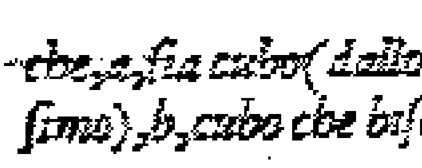
Se un numero cubo sia dutto in se medesimo,
3/3 quello che serà produtto da quello serà cubo.

Sia, a, numero cubo dal qual dutto in se sia fatto, b, dico, b, esser cubo perche essendo, c, il lato cubico de a. & dal, c, in se, sia fatto, d, è manifesto adonque che dal, c, in d, vien fatto, a, sono adonque la unità, c, d, a, continuamente proportionali, laqualcosa (per la decima ottaua propositione del settimo libro & per li presenti presupposti) è manifesto. Et perche dal. a. al. b. e si come dalla unità al. a. imperoche quante volte è la unità in. a. tante volte serà, a, in, b, seranno fra, a, & , b, duoi numeri medij secondo la proportionalità continua (per la ottaua propositione dello ottauo libro) conciosia adonque che, a, sia cubo (dallo presupposito) serà anchora (per la vigesima prima del medesimo), b, cubo che bisognaua dimostrare.



Theorema. 4. Propositione. 4.

Se un cubo sia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplica-
4/4 tione serà produtto serà cubo.



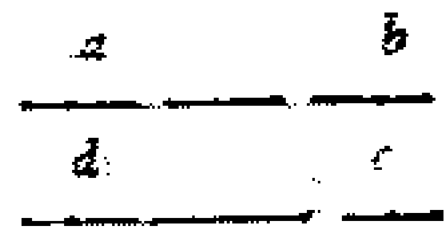
Sian. a. & . b. cubi, & dal, a, in, b, sia fatto, c, dico, c, esser cubo & per dimostrar tal cosa, sia dutto, a, in se medesimo e sia fatto, d, (per la precedente) el detto, d, serà cubo, & (perche per la decima ottaua propositione del settimo) del, a, al, b, e si come del, d, al, c, (per la vigesima quarta del ottauo) è manifesto, c, esser cubo che è il proposito.

Il Tradottore.

Si come sono.8.10.14.16.et altri simili che tutte le sue parti gionte insieme so no minore del detto numero, cioè al contrario del numero habondante come appa re in.8.elqual ha la metà (che e.4.) ha la quarta (ch'è 2.) e ha la ottaua (che e.1.) lequal parti gionti insieme fanno apponto.7.laquale summa de parti e minora del detto.8.il medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

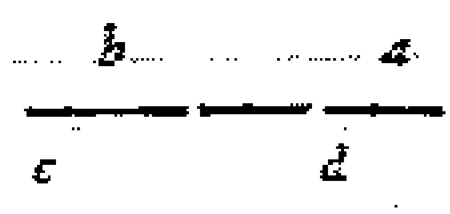
1 Se seranno duoi numeri superficiali simili, quello che uien produtto
1 dal dutto dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.



Siano, a, & , b, superficiali simili della multiplicatione di quali peruenga, c, dico, c, esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto, a, in se & peruenga, d, (et per la decima ottaua del settimo) serà del, d, al, c, si come del, a. al. b. & perche fra, a, & , b, cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottauo) seguita (per la otta ua del medesimo) che anchora uno ne cada fra. d. & .c. adonque conciosia che, d. sia quadrato (per la uigesima prima del medesimo) serà, c, anchora quadrato, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'al-
2 tro si produca numero quadrato, sono superficiali simili.



Questa è conuersa della prima, cioè che se dal, a, in b, sia fatto, c, & che, c, sia quadrato seranno, a, & , b, superficiali simili. Hor sia. d. il dutto dal. a. in se e (per la decima ottaua propositione del settimo libro) serà del, d, al, c, si come del, a, al, b, (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che, d, & , c. siano superficiali simili (impero che sono ambiduoi quadrati (serà fra quelli uno numero mezo secondo la continua proportione adunque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne serà anchora uno fra. a. & .b. adunque) per la decima ottaua propositione del medesimo) a. et. b. sono superficiali simili, che è il proposito.

Correlario.

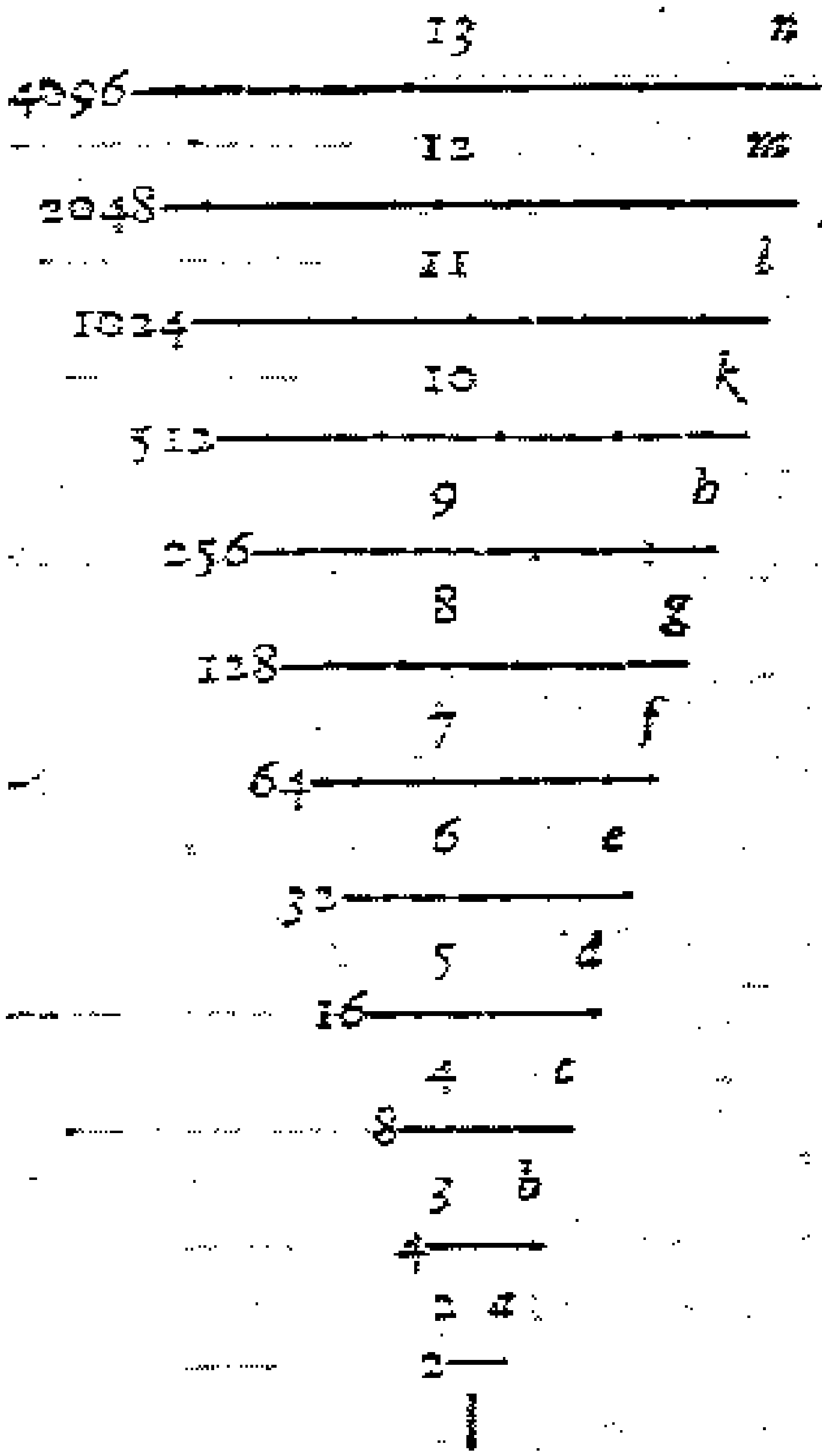
2 Adonque per queste dimostrationi fatte è manifesto che se un nu-
0 mero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da que-

gli

numero elqual sia,d, & numeri quello secondo,e, perche adonque dal,e,in,d,vien fatto,a, & dal,a,in,b,vien fatto,c,(per la diffinitione di solidi) serà,c,solido & li lati di quello seranno,e,d,b,che è il proposito.

Theorema.8. Propositione..8.

8 8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato, e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unità è quadrato cubico & da li in dietro sempre intermessi cinque seguitarà cõtinuamente quadrato cubico.



Siano dalla unità, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, continuamente proportionali dico.b.esser quadrato & el.d.(interlassando el,c,) & cosi li altri sempre interlassando uno, over semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto, el settimo. Anchora dico.c.essere cubo et similmente.f.(cioè interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ogn'uno semplicemente è cubo, el luoco del quale sopra abõda della unità per il ternario, ouero qual si voglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzo decimo & il sestodecimo, perche in questi convengono tutti quelli, che interlassano li duoi. Et anchora dico, f, dalla unità, settimo, essere quadrato cubico. Perche et similmente m è intermessi, ouero interlassadi cinque numeri. Il medesimo seguita nelli altri & semplicemente dico quello el luocho del quale sopra abonda dalla unità per el numero senario (ouero per qual si voglia multiplice di esso senario) come sono el settimo el terzo decimo, el decimo nono, et el vigesimo quinto, esser quadrato cubico, egli è quadrato perche el loco de quello è disparo, & cubo perche sopra el multiplice del ternario avanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (dal presupposito), a e in. b. quante volte e la unità in,

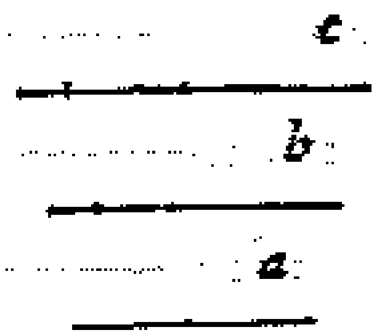
a.adon

Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Se uno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produtto sia cubo, lo numero in elqual è stato dutto è necessario esser cubo.

Esempli gratia sia, a, numero cubo e quel dutto nel numero, b, produchi, c, qual c, sia numero cubo dico, b, esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto, d, dal dutto del, a, in se elqual (per la auante della precedete) serà cubo, perche adonque (per la decima ottaua propositione del settimo), a, al, b, e si come, d, al, c, & , a, e cubo & d, & , c, sono cubi (per la 24. del ottauo libro), b, serà cubo che è il proposito.

Correlario.

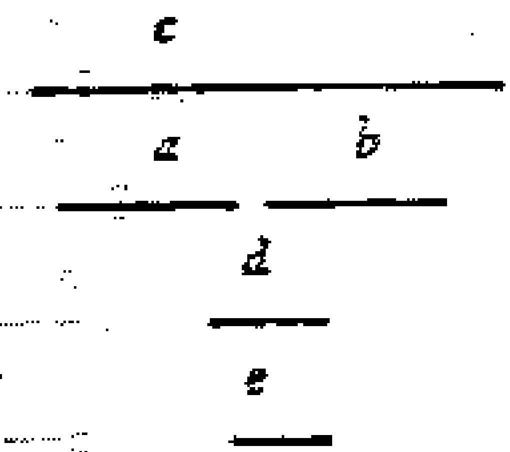


5/0 Onde è manifesto che dal dutto di uno numero cubo in uno numero non cubo uien produtto numero non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in elquale serà stato dutto è necessario esser non cubo.

La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destruttione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6/6 Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia produtto numero cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.



Sia che dal, a, in se medesimo sia fatto, b, & sia, b, cubo hor dico necessariamente, a, esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto, c, dal, a, in, b, & (per la diffinitione), c, serà cubo, & perche è manifesto (dalla decima ottaua propositione del settimo) che sia del, a, al, b, si come del, b, al, c, & conciosia che, b, & , c, sian cubi, seguita (per la uigesima quarta propartione del ottauo libro), a, esser cubo che è il proposito.

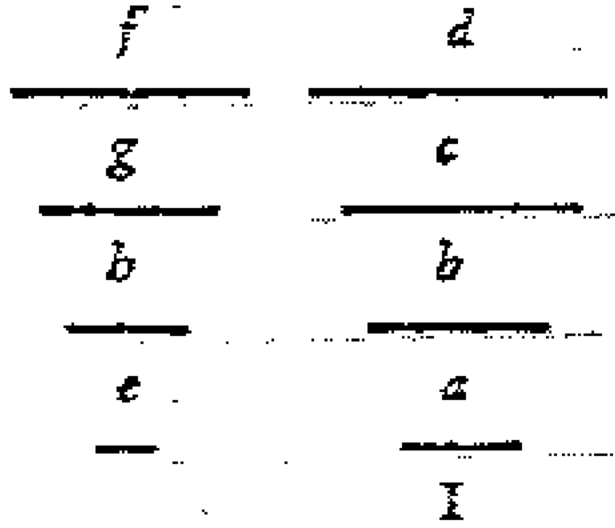
Theorema. 7. Propositione. 7.

7/7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si uoglia, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà solido.

Sia, a, numero composito, elqual sia dutto in, b, & peruenga, c, dico, c, esser numero solido perche conciosia che, a, sia numero cōposito uien numerato da alcun *la decimaottaua & uigesimaprima del medemo) tu poi arguire, delli seguenti il medemo, & per il medemo modo, per laqual cosa è manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso anchora (per la terza sarà cubo) et (per la premessa) è manifesto. c. esser cubo, adonque (per la uigesimaquarta del ottauo) tu approuarai. d. & tutti li altri seguenti essere cubi. perche è del, a, al, b, si come del, c, al, d, el medemo anchora tu poi arguire (per la uigesima ouer uigesimaseconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti caduno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.*

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 Se dalla unità saranno disposti quanti si uogliano numeri de continua proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato,
10 alcuno delli altri non sarà quadrato, eccetto el terzo della unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non serà cubo niuno delli altri sarà cubo eccetto el quarto dalla unità, et da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.

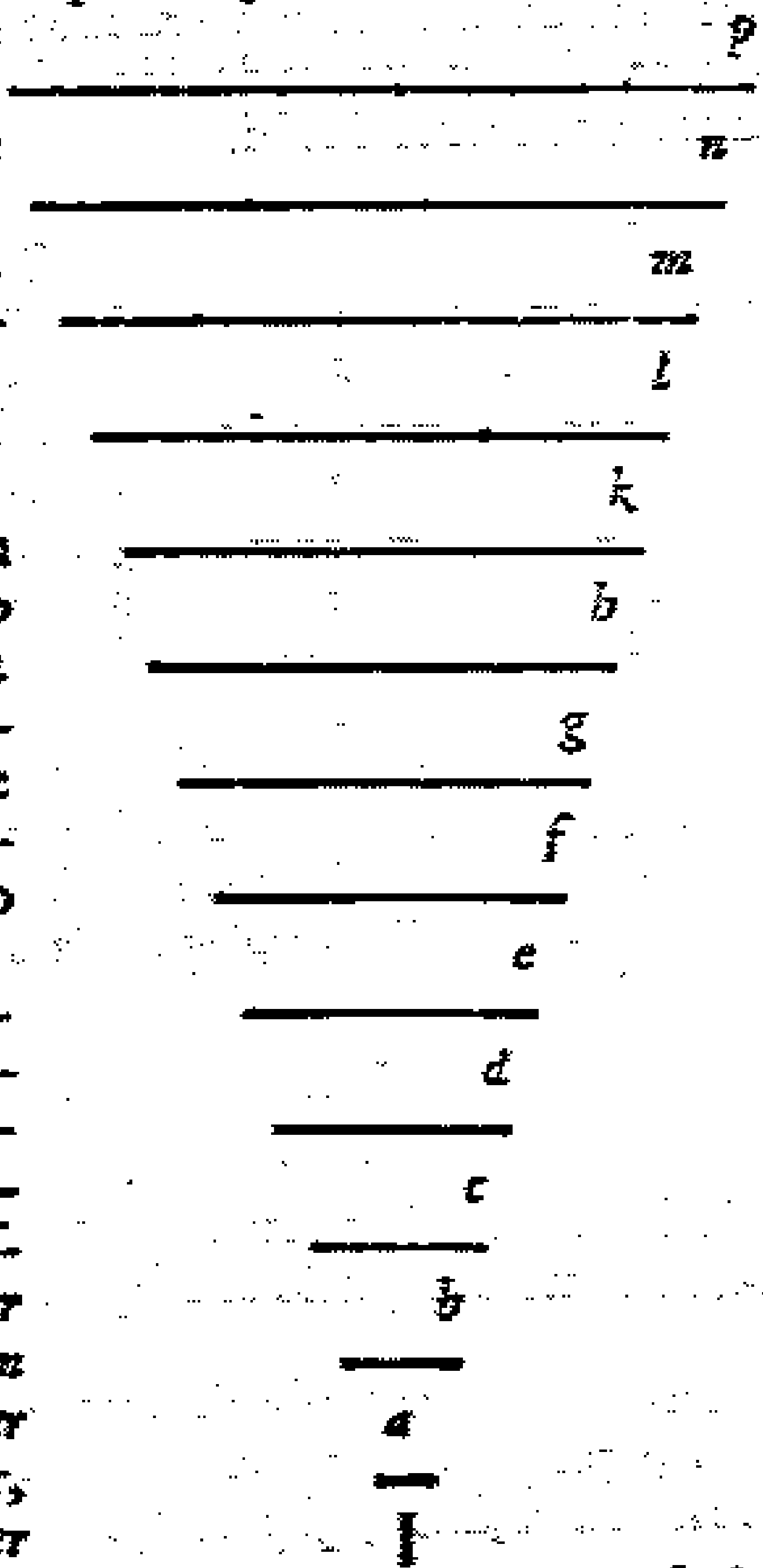


Questa (dal opposito subietto della precedente) introdusse la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li luochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si uoglia multiplice di quello auanza la unità esser cubi, siano adonque quelli medesimi per auanti posti continuamente proportionali, & non sia. a. quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato ouero cubico se nõ quelli che propone la ottaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato. seguita (per la uigesimaterita dell'ottauo). a. esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo. seguita (per la uigesimaquarta del medesimo) a. esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adõque è manifesto el proposito.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si uo
12 glia dalla unità disposti di continua proportionalità, e necessario anchora numerare quello che seguita la unità.

Siano dalla unità per fin al, d, continuamente proportionali, & sia, e, numero primo, elqual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del settimo libro) e perche a adonque h. (per la diffinitione) è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono continuamente proportionali essendo, b, quadrato è manifesto (per la decima ottaua propositione, ouero uigesima prima del ottauo libro). d. essere quadrato & per la medesima ragione, e, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali & . d. è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adonque il primo proposito è manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in, c, quante uolte è, a, in, b, (dal presupposito) seguita (per la diffinitione) che dal, a, in el suo quadrato, b, sia fatto, c, adonque (per la diffinitione di numeri cubi), c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, h, k. & , c, e cubo è necessario (per la uigesima & uigesima seconda propositione del ottauo libro) che, f, anchora sia cubo, e però etiam. k. & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassadi, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terzodecimo n. & li altri interlassando li cinque medij & simplicemente in tutti quelli di quali el luoco sopra qual si uoglia moltiplice del senario aggionge la unità le computationi sono terminate de quadrati & de cubi. de quadrati per la intermissione di uno termine de cubi per la intermissione, de doi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubici (per la seconda) per laqual cosa le dette computationi sono terminati di quadrato cubico. Adonque tutto quello che è detto è manifesto.



Theorema. 9. Propositione. 9.

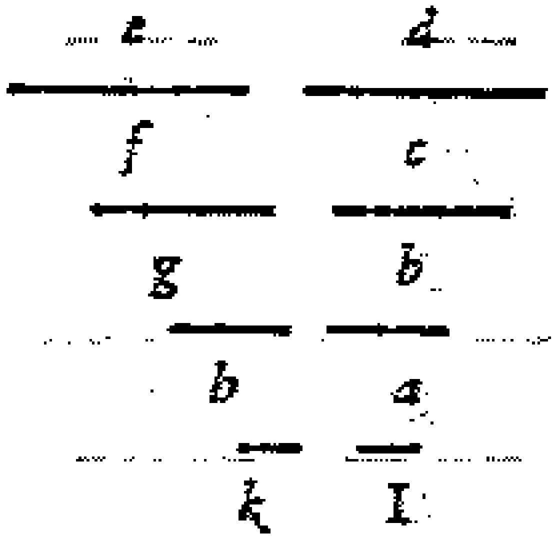
9/9 Se dalla unità seran disposti quanti numeri si uoglian di continua proportionalità, se quello che seguita la unità sarà quadrato, tutti li altri anchora saranno quadrati: & se quello che seguita la unità sarà cubo, tutti li altri anchora saranno cubi.

Siano quelli medesimi per quanti posti dalla unità continuamente proportionali. & sia, a, quadrato, dico tutti li altri essere quadrati, ouer se el medemo sarà cubo similmente, dico tutti li altri essere cubi, perche egli è manifesto, b, esser quadrato (per la precedente) perche adonque del, a. al, b. e si come del, b, al, c, (per la uigesima prima dell'ottauo) seguita, c, esser quadrato, el medemo anchora (per

X la de-

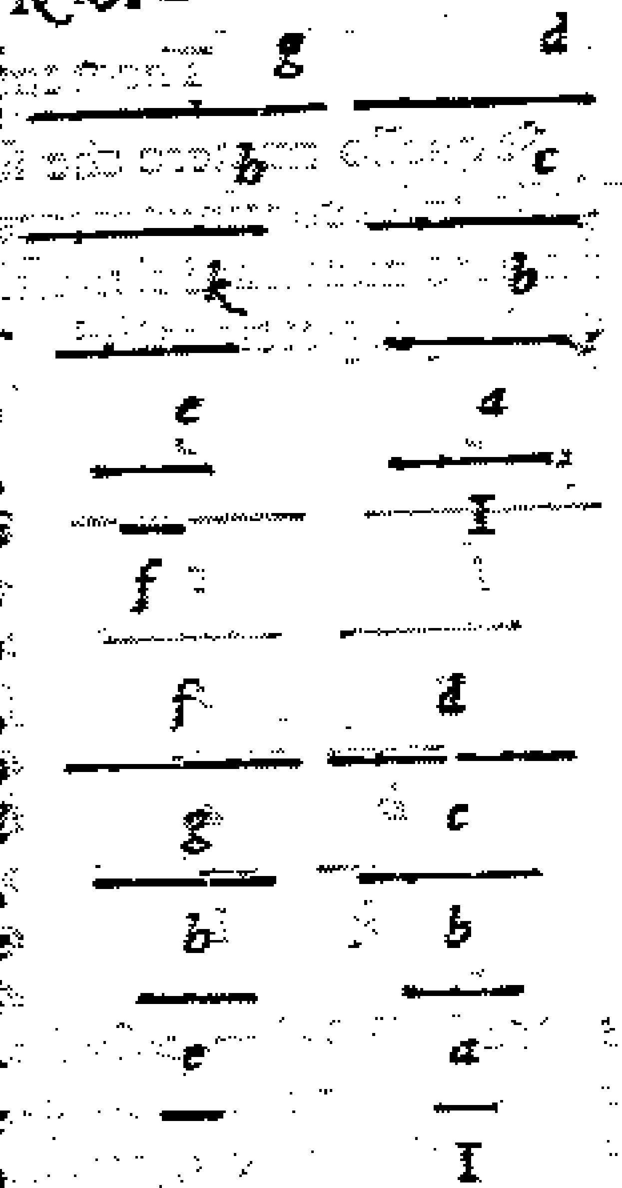
Theorema.13. Propositione.13.

13 Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si voglia
13 dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno numero numerarà el massimo de quelli se non de numeri disposti in quella proportionalità.



Siano come per avanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per sua al, d, et sia, a, numero primo. dico che niuno numero numerarà l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli salvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, overo quello che sia sta posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'adversario) poniamo che sia, e, diverso da quegli che numeri el, d, el quale, e, se serà primo (per la undecima numerarà, a,) adonque, a, non è primo che contra il presupposito. Ma se esso serà composito è necessario (per la trigesima seconda del settimo) che alcun numero primo numeri quello el qual non puol esser niuno altro salvo, a, perche se egliè altro che, a, (per l'adversario) come seria a dire, f, & conciosia che'l sia necessario quello numerar, d, se arguirà, el medesimo numerar, a, (per la undecima) e cosi anchora, a, non seria primo. adonque, a, è primo numerante, e, ma perche e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, & (per la seconda parte della vigesima del settimo libro) serà, a, al, e, si come, g, al, c, (perche, d, vien fatto dal, a, in, c,) per laqual cosa, a, numerando, e, & g, numerar, c. & sia che'l lo numeri secondo, h. & seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitava che numerava, e, altramente se, g, e primo numerãdo, e, seguata (per la undecima) esso numerar, a, et se gliè composito (per la medesima) seguita el numero primo numerante, g, numerare etiam a. che è inconveniente. Adonque, a, numera quello seguita adõque (per la seconda parte della vigesima del settimo) che, h, numeri anchora, b, impero che è manifesto, c, esser producto si dal, a, in, b, come del, g, in, h, adonque esso, h, numeri esso, b, secondo, k. Et è manifesto (come per avanti del, g,) che, a, numeri, h, perche se non lo numera non serà, a, primo. Adonque (per la seconda parte della vigesima prima del settimo) seguita che, k. numeri, a. perche, b, e fatto si dal, a, in se medesimo come del, h, in, k, & è manifesto, k, non esser, a, perche niuno di numeri. g. h. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche se, g, fusse alcun de quelli, conciosia che esso numeri, d, secondo, e, seria (per la precedente) anchora, e, alcuno de quegli & quel non era dal presupposito, adonque ne etiam el, g, ne serà, similmente conciosia che, h, numeri, c, secondo, g, non serà, h, alcun di, a, b, c, perche el ne seria (per la precedente) etiam, g, & è stato dimostrato qualmente el non è. Adõque per la medesima ragione ne, h, ne, k, conciosia che esso numeri, b, secondo, h, se quel fusse, a, se convenceria (per la precedente) anchora, h, esser, a, & gia non era

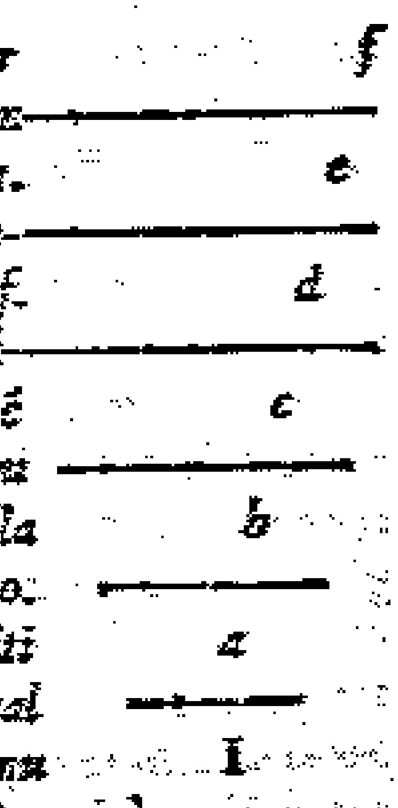
ne. k.



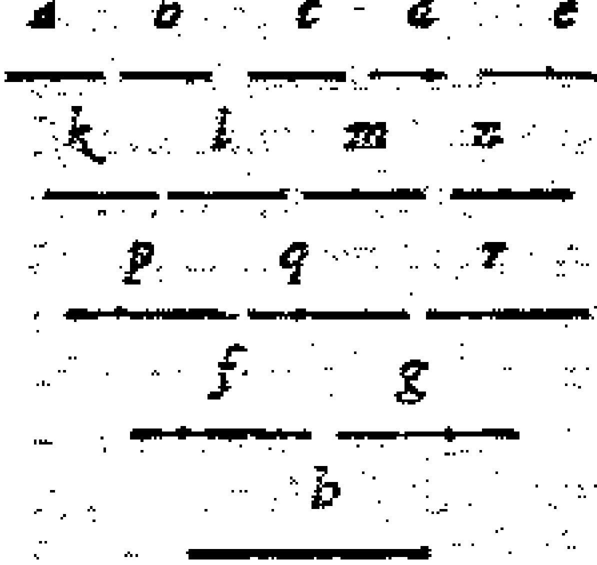
che dal,a,in se vien fatto.b.seguita(per la vigesima ottava del medesimo libro)che esso anchora sia primo al,b,et(per la vigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al,c,et al,d,imperoche da,a,in,b,vien fatto,c,et dal medesimo in,c,vien fatto,d,adonque quel non numera,d,essendo primo a esso,d,per laqual cosa accade el contrario del presupposito. A demostrare el medesimo altramente,essendo,e,primo se'l non numera,a,serà primo a esso(per la trigesima quarta del settimo)adonque(per la vigesima quinta del medesimo)seranno numeri in la sua proportione.ma perche,e,(dal presupposito)numera,d,sia che lo numeri secondo.f,veramente è manifesto che dal,a,in,c,vien fatto,d,(per la seconda parte della vigesima del settimo)serà del,a,al,e,si come del,f,al,c,per laqual cosa(per la vigesima seconda del medesimo).e.numerarà.c.& sia che'l lo numeri secondo.g.et perche dal.a.in.b.vien fatto.c,seguita anchora(per le medesime et per el medesimo modo che el medesimo.e,numeri,el,b,hor sia adonque che lo numeri secondo.h,et perche un'altra volta dal.a.in se vien fatto.b.un'altra volta è necessario(per le medesime propositioni)che el detto.e.numeri esso.a.& gia è stato supposito che'l non lo numeri adonque seguita lo impossibile.

Theorema.12. Propositione.12.

11 In li numeri della unità continuamente proportionali el minore numerarà el maggiore secondo alcuno numero disposto in quella pro-
12 portionalità.



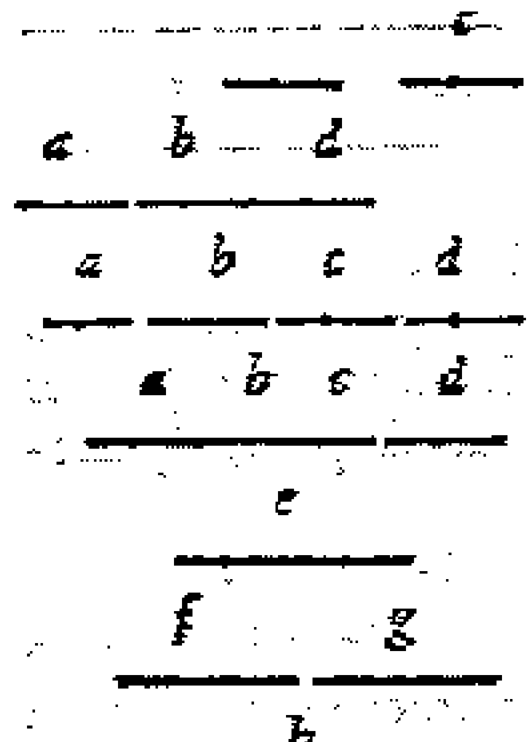
Siano termini della unità per fin al.f.continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare.f.se non secondo alcun delli altri.perche egli è manifesto che.e.numera esso.f.secondo.a. perche dal.e.al.f.e si come della unità al.a.& .d.numera el medemo.f.secondo.b.perche(per la equal proportionalità)el.d.al.f. e si come la unità al.b.del.c.anchora è manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo,perilche atamente anchora.a.numera esso.f.secondo.e.imperoche si come la unità al.e.cosi è.a.al.f.et.b.lo numera secondo.d.perche si come la unità al.d.cosi e.b.al.f.uero è adonque quello che è sta proposito. Certamente ciascaduno termine che se propona numerare l'ultimo de quanti termini serà sotto l'ultimo el se conuene(per la equal proportionalità,& per la diffinition)numerare quello per el numero de quel termine,che per altri tanti termini serà sopra alla unità.



numerare.c. dico che. h. è commensurabile al.f. ouero al.g. perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano.k.l.n.m. etiã è manifesto (per la seconda propositione dello ottauo libro) che dallo.f.in.m.uiene fatto,c, altramente, accaderia essere uno minore del minimo, laqual cosa essere non puo. adonque (per il correlario della trigesimaquinta propositione del settimo libro) h. sarà commensurabile allo.f, ouero al lo,m, ma se sarà commensurabile allo,f, è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo,m, siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano.p.q.r. & (per la seconda propositione dello ottauo libro) sarà che.m.sia fatto de.f.in r. acciò che non siamo constretti a concedere essere alcuno minore del minimo, per la qual cosa (per il predetto correlario) h. è commensurabile allo.f.ouero allo.r. ma perche non era commensurabile allo.f. perche essendo cosi si manifestaua il proposito, adonque è commensurabile allo.r. elquale per essere fatto (per la seconda propositione dello ottauo libro) dal.g.in se seguita (per il detto correlario) che h.sia commensurabile al.g. che è il proposito.

Theorema.16. Propositione.16.

16 / 15 Se seranno quanti numeri si uoglia continuamente proportionali, minimi in la sua proportione, qual si uoglia di quelli, se approua necessariamente essere primo al composito delli rimanenti.



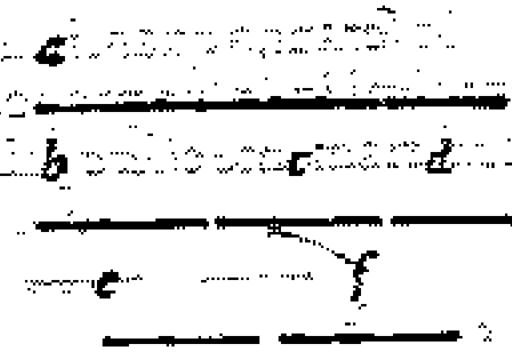
Siano,a,b,c,d,continuamente proportionali, & minimi, dico che el composito de,a,b,c, essere primo al.d. perche se'l non sarà primo (per l'aduersario) alcuno numero numerarà el detto cõposito de.a.b.c. & d. elqual sia (e.per la precedente propositione) adonque,e, sarà communicante a uno de duoi termini de quella proportione, liquali siano.f.& g. adonque sarà alcuno numero numerante.e. & l'uno delli detti duoi termini.f.g. elquale sia.h. perche adonque.h. numera.e. numerarà.d. & el composito de.a.b.c. & perche numera.f.ouero.g. l'uno & l'altro de quali numera l'uno et l'altro de duoi termini di mezzo, & simplicemente tutti se saranno, piu de duoi (per la seconda dell'ottauo) seguita che esso numeri.h.& e. adonque numera ancor.a. perche numera tutto.a.b.c. adonq;.a.et.d.nõ sono contra se primi, laqualcosa non è conueniente (per la terza dell'ottauo) finalmente anchora si manifestarà el composito de,a,b,d, esser primo al,c, perche si (co-

me

ro,k,adonque serà,a,& numera quello adonque,a,non è primo laqualcosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se,e,diverso da,a,b,c,d, numera,d,sia che'l lo numeri secondo,f,& perche,a,numero primo numera,d,produtto del,e,in,f,seguita per la trigesima quinta del settimo,che quel numeri.e.overo,f, numeri adonque,e,perche adonque si del,a,in,c,come del,e,in,f,viene fatto. & per la seconda parte della vigesima del settimo,serà del,a,al,e,si come del.f,al,c, adonque,f,numera,c,sia che,f,lo numeri secondo.g,& per la trigesima quinta del settimo serà anchora che,a,numeri,f,over.g,& sia che numeri,f,& seguita,per la seconda parte della vigesima del medesimo che,g,numeri,b,& sia che lo numeri secondo,h,come per avanti adonque,a,numerarà.g, over.h, & sia che numeri,g, adonque.h.per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerarà,a,adonque se.h.non è equale al,a.adonque,a,non serà primo,che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al.a.ciascaduno,di numeri.g.f.e.serà alcuno di.a.b.c.d. per la precedente,tolta quante volte bisogna. Adonque.e.non è diverso da quelli laqualcosa è anchora contra al presupposito, per tanto è manifesto esser el vero quello ch'è sta proposto.

Theorema.14. Propositione.14.

14/14 Se serà proposito el minimo numero,numerato da piu numeri primi assignati,niun'altro numero primo,numerarà quello eccetto,che quelli assignati.



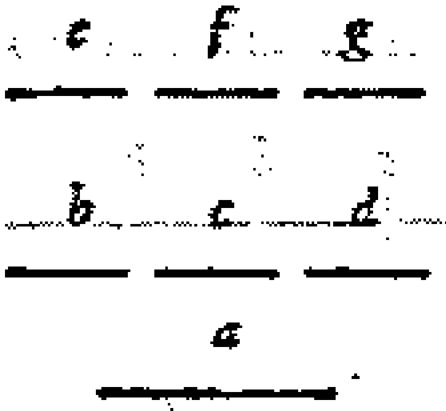
Sia.a.el minimo numero numerato dalli numeri primi,che sono.b.c.d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà.a.& se possibil fusse per l'aduersario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia.e.elquale numeri quello secondo.f.adonque perche cadauno di numeri.b.c.d.numera.a.produtto de.e.in.f.& cadauno de quelli è primo, seguita (per la trigesima quinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri,e,overo,f,ma perche nissuno numera.e.conciosia che egli è primo,adonque ciascaduno di quelli numera.f.conciosia adonque che,f,sia minore de a.(perche lui numera quello secondo,e,)a.non sarà el minimo numerato da quelli,laqualcosa è inconveniente.

Theorema.15. Propositione.15.

15/0 Se quanti numeri si voglia,continuamente proportionali, seranno li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri alcuno de quelli, sarà commensurabile a l'altro di termini di quella proportione.

Se siano.a.b.c.d.e.continuamente proportionali,& li minimi secondo la proportione de.f.al.g.liquali siano pur in la sua proportione minimi,& essendo posto,h, numerare.

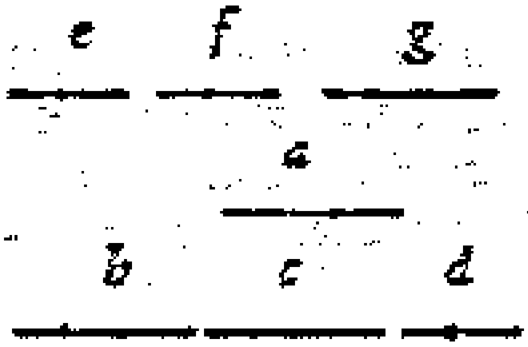
1 Quello che uien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si uoglia è tanto quanto quello che uiene fatto del medesimo in el composito di quelli.



Il medesimo propone la prima del secondo de linee, hor sia che dal .a. in b. & in .c. & in .d. peruenga .e. & .f. & .g. Dico che dal .a. in el composito de .b. & .c. & .d. peruien il composito de .e. & .f. & .g. perche el seguita (per la conuersione de quello numero, che sia multiplicado) che tal parte sia .b. del .e. & tala .c. del .f. etiam tala .d. del .g. quala è la unità del .a. (per la quinta del settimo) adonque, tal parte anchora serà il composito de .b. & .c. & .d. del composito del .e. & .f. et .g. quala è la unità del .a. adonque (per la diffinitione) dal .a. in el composito de .b. & .c. & .d. uien fatto il composito de .e. & .f. & .g. che è il proposito.

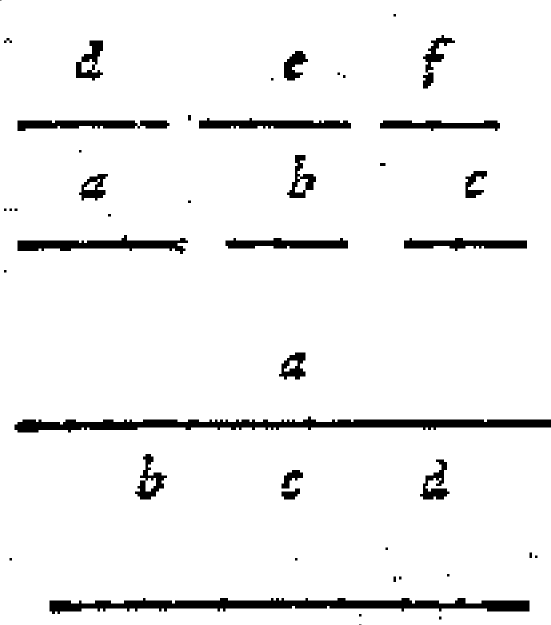
2 Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglian in uno numero, è equale a quello che uiene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.

Questo è il conuerso modo de quello che è stato demostrato.



Come se dal .b. & .c. & .d. in .a. sian fatti .e. et .f. & .g. el composito anchora uien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa (per quello che demostrato dalla decima settima propositione del settimo libro) uien concluso facilmente el proposito.

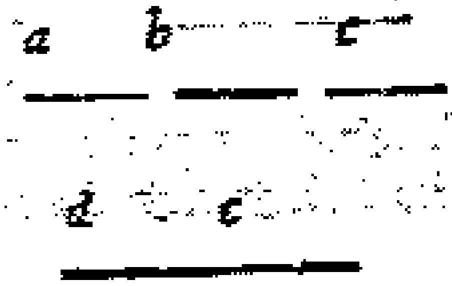
3 Quel produtto che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, è equale a quello che uien fatto dal composito de questi in el composito de quelli.



Come se .a. b. c. multiplichino .d. e. f. cioè cadauno de loro in cadauno de quelli & siano azonti li produtti insieme dico lo aggregato dalli produtti, esser equale al produtto del composito de .a. & .b. & .c. in el composito de .d. & .e. & .f. perche (per la precedente) il produtto che uien fatto dal composito de .a. b. c. in .d. è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso .d. & cosi in .e. & in .f. & del composito de questi .a. b. c. in cadauno de quelli .d. e. f. (per auanti la precedēte) fa quanto che del composito in el composito, Adonque è manifesto il proposito.

4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel pro-

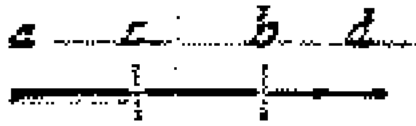
me per auanti,)e, li numera ambidui, seguita (per la precedente) che alcun nume ro, elqual sia anchora .b. numeri .e. & l'un di duoi .f .g. adonque .b. numera .e. & tut to .a.b.d. & etiam .b. (conciosia che l'una e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adonque numera etiam il composito de .a. & .d. & perche necessariamē te numera l'un di duoi .a. ouer .d. conciosia che (per la precedente lui numera o l'un o l'altro di dui termini .f. ouer .g.) numerarà il rimanen te. Adonque .a. & .d. non sono contra se primi & cosi serà il medesimo inconueniente come per auanti. Ma alcuni demostrano il medesimo de tre quantità conti nuamente proportionale, & maxime senza ausilio del la precedente, perche approuano el composito de qua lunque duoi esser primo al rimanente. Siano adōque li tre numeri continuamente proportionali, et minimi .a. b .c. li termini di quali siano .d. et .c. Dico al presente che el composito del .a. & .b. esser primo al .c. & el composi to de .b. et .c. esser primo al .a. e anchora il cōposito del .a. & .c. esser primo al .b. perche egliè manifesto (per la



seconda propositione del ottauo) che dal .d. in se uien fatto .a. & dal dutto del medesimo in .e. uien fatto .b. & dal .e. in se uien fatto .c. & (per la uigesima terza del settimo) e manifesto che .d. & .e. sono contra se primi adonque (per la prima parte della trigesima prima del medesimo) tutto .d.e. serà primo all'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno, e l'altro di duoi numeri .d. & .d.e. e primo al .e. & (p la uigesima settima del medesimo) quello che uie produtto dal .d. in .d.e. (et quel lo e il composito de .a. & .b. per la .5. delle sequente) serà primo al .e. seguita adon que (per la uigesima ottaua del medesimo) che anchora il composito de .a. & .b. sia primo al .c. perche .c. uien fatto dal .e. in se. Anchora con simil demostratione tu approuerai il composito de .b. & .c. esser primo al .a. Ma che il composito del .a. & .c. sia primo al .b. se demostra in questo modo. Conciosia che l'un, e l'altro di duoi nume ri .d. & .e. sia primi a tutto el .d.e. (per la uigesima settima del .7.) serà che quello che uiene prodotto del .d. in .e. (elquale e .b.) esser primo al .d.e. adonque (per la ui gesima ottaua del medesimo) quello che peruien dal .d.e. in se ilquale (per la quar ta del secondo per la .6. delle sequente) e tanto quanto el composito del .a. & .c. et del doppio del .b. serà primo al .b. Seguita adonque el composito de .a. & .c. esser pri mo al .b. perche egliè necessario che sel composito de duoi termini è primo a uno di quelli dalli quali è composito, sia primo al restante, etiā li componenti fra loro e que sto è stato dimostrato sopra la trigesima prima del settimo. Ma bisogna stabilire a fortificatione de questa demostratione al composito del .a. & .b. esser prodotto dal .d. in el composito del .d. & .e. supposto che dal .d. in se sia fatto .a. & dal mede simo in .e. sia fatto .b. & anchora che dal .d.e. in se sia prodotto il composito del .a. & .c. & del doppio del .b. supposto quello che per auanti, etiam che dal .e. in se sia fatto .c. Adonque per rispetto de questo preponemo da demostrare le sot toscritte.

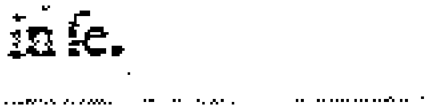
il maggiore sia, a, d, & minore, d, b, Dico che quel produtto che uien fatto de tutto, c, d, in, d, b, cō il quadrato de, c, d, è equale al quadrato de, c, b. Perche (per la precedente) il quadrato de, c, b. è equale al quadrato de, c, d, e al quadrato de, d, b, & a quelle che uien fatto del, b, d, in, c, d, due uolte. Ma il dutto del, b, d, in se medesimo, e, in, c, d, (per la prima propositione de queste) fa tanto quanto il dutto di quello medesimo in, c, b, e però quanto che in, a, c, adonque del, b, d, in se & in, c, d, due uolte fa tanto quāto del medesimo, b, d, in, a, d, (per la medesima) adonque il quadrato de, c, b, supera quello che uien fatto del b, d, in, a, d, in el quadrato de, c, d, per ilche è manifesto il proposito.

8 Quando serà un numero diuiso in due parti equali, & che a quello serà aggiunto uno altro numero, lo produtto che uien fatto dello dutto de tutto il composito, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade, equale al quadrato della mità, dello aggionto insieme.



Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo hor sia il numero, a, b, diuiso in duoi numeri equali liquali sia in, a, c, & c, b, & sia aggionto a quello il numero, b, d, dico quello produtto che uien fatto de tutto. a. d. in. d. b. cō il quadrato de, c, b, esser equale al quadrato de, c, d, (per la sesta popositione de queste) el quadrato de, c, d, è equale al quadrato de, d, b, & al quadrato de, b, c, & a quello che uien fatto de, b, d, due uolte in, b, c. ma (per la prima de queste) del, b, d, in se & in, b, c, due uolte è quanto del, b, d, in, d, a, (perche, a, c, & c, b, sono equali) adonque il quadrato de, c, d, supera quel produtto che uien fatto del, b, d, in, d, a, in el quadrato de. c. b. che è il proposito.

9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel produtto che uien fatto, del tutto in se insieme con quello che uien fatto dell'uno di diuidenti se è equale a quello che uien fatto del tutto in el medesimo due uolte insieme, con quello che uien fatto dall'altro diuidenti in se.



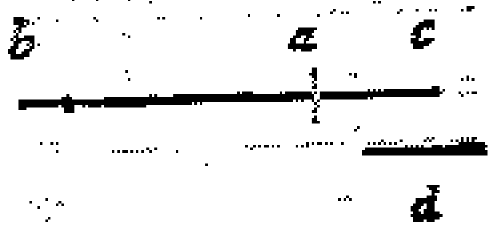
El medesimo propone la settima del secondo de linee, perche se sia il numero diuiso in, b, & d. Dico lo quadrato de, a, con lo quadrato del, d, esser tanto quanto quello che uien fatto dal, a, in, d, due uolte con lo quadrato del, b, perche egli è manifesto (per la sesta propositione de queste) che'l quadrato de, a, e, tanto quanto il quadrato de, d, & il quadrato de, b, & quello che uien fatto del, d, due uolte in. b. Adonque il quadrato de. a. con il quadrato de, d, e, tanto quanto quel che uien fatto del, d, due uolte in se & due uolte in. b. con il quadrato de. b. Ma quello che uien fatto del. d. due uolte in se & due uolte in. b. e quanto quello del. d. due uolte in. a. (per la prima de queste) adonque quello che uien fatto del. d. due uolte in, a, con il quadrato de. b. e quanto il quadrato de. a. con il quadrato de. d. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Quando

produtto che uien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che uien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la .2. del secondo de linee come se .a. fusse diuiso in .b. & .c. & .d. dico che tanto uien fatto dal .a. in se quanto in tutti quelli .b. c. d. perche posto .e. equale al .a. è manifesto (per la prima di queste incidente) tanto esser fatto del .e. in .a. quanto in tutte le parti de .a. Ma (per la concettione) del .e. in .a. uien fatto quanto del .a. in se & del .e. in se parti de .a. quanto del .a. in el medesimo .e. adonque è manifesto esser il uero quello ch'è sta detto.

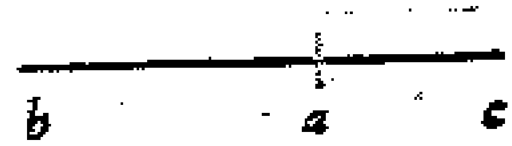
5 D'ogni numero diuiso in duoi quel produtto che uien fatto del tutto, in l'uno di diuidenti, è tanto quanto quello che uien fatto del medesimo diuidenti in se, & in l'altro.



Il medesimo propone due linee la terza del secondo in linee esempli gratia, Sia .a. diuiso in .b. & .c. dico produrse tanto del .a. in .c. quanto che del .c. in se. & in .b. perche quello che uien fatto del .a. in .c. e quanto quello che uien fatto del .c. in .a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto .d. equal al .c. serà tanto del .a. in .c. quanto del .d. in .a. Ma (per la prima di queste) tanto è del .d. in .a. quanto che in .b. & .c. perche adonque .d. in .a. & in .b. & in .c. è quanto .c. in .a. & in .b. & in se per la equalità del .c. & de .d. è manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diuiso lo produtto che uien fatto del dutto del tutto in se è quanto quello che uien fatto del dutto dell'uno e l'altro di diuidenti in se, & dell'uno de quelli, due uolte in l'altro.

Il medemo in linee propone la quarta del secondo, come se .a. sia diuiso in .b. & .c. dico tanto essere fatto del .a. in se quanto del .b. in se & del .c. in se & del .b. due uolte in .c. perche (per la quarta de queste) quello che uien fatto dal .a. in se è quanto quello che uien fatto de quel medesimo in .b. et in .c. ma quello che è fatto di quello in .b. (per la precedente) è quanto quello del .b. in se & in .c. & del .a. in .c. (per la medesima) e quanto del .c. in se & in .b. & perche del .c. in .b. e tanto quanto del .b. in .c. (per la decima settima del settimo) le chiaro esser el uero quello che se propone.



7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo produtto che uien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello intermedio è equale al quadrato della mitade del tutto.

Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se .a. b. sia diuiso in dui numeri equali liquali siano .a. c. & .c. b. & anchora in dui inequali liquali il mag-

to dello aggionto, sono doppii al quadrato della mità de quello, con il quadrato del composito, della mità, & dello aggionto.

El medesimo propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero .a.b. diviso in le due parti equale a.c. & c.b. & sia aggiunto a quello il numero .b.d. Dico il quadrato de .a.d. con il quadrato de .b.d. esser doppio al quadrato de .a.c. insieme con il quadrato de .c. d. perche essendo il numero .c. d. diviso in due parti & a quel e aggiunto .a.c. equal a uno de diuidēti, (p la decima de questo) serà il quadrato de .a.d. quanto quello che vien fatto del .c.d. in .c.a. quattro volte & poi aggionto con il quadrato de .b.d. & perche .a.c. è equale al .c.b. il quadrato de .a.d. serà quanto quello che vien fatto del .d.c. in c.b. quattro volte gionto con il quadrato del .b.d. adonque il quadrato de .a.d. con il quadrato de .d.b. serà quanto quello che vien fatto del .d.c. in .c.b. quattro volte insieme con il doppio del quadrato de .b. d. & questo (per la nona propositione de queste) e doppio al quadrato de. c.d. insieme con il quadrato de. c.b. adonque conciosia che il quadrato de. c. b. sia equale al quadrato de .a.c. è manifesto il proposito.

13 Egliè impossibile a diuidere alcun numero talmente che quello che uien contenuto sotto dil tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.

Quello che propone la undecima del secondo de far in linee, l' Auttor demostra questo esser impossibile i numeri, hor sia .a.b. qual si voglia numero. Dico esser impossibile quello esser diviso cosi come se propone, perche essendo cosi seria diviso secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la trigesima propositione del sesto. Et se questo po esser (per l'aduersario) sia diuiso in .c. & sia del .a.b. al .b.c. si come del .b.c. al .c.a. adonque .a.c. sarà minore del .c.b. sia adonque detratto da quello uno equale a lui, elquale sia .c.d. adonque perche la proportione de tutto .a.b. a tutto il .b.c. è si come del .b.c. (detratto dal .a.b.) al .c. d. (detratto del, b.c.) la medesima serà per la. 12. del .a.c. (residuo del .a.b.) al .b.d. (residuo del .b. c.) per laqual cosa del .b.c. al .c.d. serà si come del .c.d. al .d.b. adōque .c.d. serà maggior del .b.d. Adonque detratto .d.e. de .c.d. (cioè che .d.e. sia equale al. d. b.) serà etiam la proportione de .b.c. al .c.d. si come del, c, d, al, d, e, per laqual cosa cosi serà de, d, b, (residuo de .c.b.) al, c, e, (residuo del, c, d), adonque tu poi detraher, c, e, dal e, d, e per tanto el non si trouarà il fine di questa detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema. 17. Propositione. 17.

17 / 16 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

10 Quando uno numero serà diviso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di dividenti, el quadrato de tutto il composito è equale al quadruplo de quello che vien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.

Questo medesimo propone la ottava del secondo de linee hor sia il numero, a, b, diviso in, a, c, & , c, b, al qual sia aggiunto, b, d, el qual sia posto equale al, c, b, dico il quadrato de, a, d, esser tanto quanto è quello che vien fatto dal, a, b, in, b, d, quattro volte giunto con il quadrato de. a. c. impero che (per la sesta propositione de queste) il quadrato de. a. d. è equale al quadrato de. a. b. & al quadrato de, b, d, & a quello che vien fatto del. a. b. in. b. d. due volte, & perche il quadrato de. b. d. è equale al quadrato de. b. c. serà il quadrato de. a. d. equale al quadrato de. a. b, & al quadrato de. c. b. et a quello che vië fatto dal, a, b, in, b, d, due volte, ma (per la precedente) il quadrato de, a, b, con il quadrato de, c, b, è tanto quanto il quadrato de, a, c, con quello che vien fatto dal. a. b. due volte. in. b. c. adonque il quadrato de. a. d. è tanto quanto quello che vien fatto del, a. b, in, b. d, due volte & dal, a, b, in, b, c, due volte con il quadrato de, a, c, et perche del, a, b, in, b, c, fa tanto quanto in, b, d, è manifesto esser il vero quello che stato proposto.

11 Quando un numero serà diviso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme.

Questo medesimo propone la nona del secondo de linee hor sia il numero. a. b. diviso in duoi numeri equali (li quali siano, a, c, & , c, b,) & in duoi inequali li quali siano, a, d, & , d, b, dico che li quadrati di duoi numeri, a, d, & , b, d, tolti insieme, sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri. a. c. & . c. d. tolti insieme, perche (per la sesta di questo) il quadrato de, a, d, e quanto il quadrato de, a, c, & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che vien fatto de, a, c, in, c. d. ma perche. a. c. è equale al. c. b. serà il quadrato de. a. d. quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che vien fatto dal. b. c. in. c. d. Adonque il quadrato de. a. d. con il quadrato de. b. d. sono quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che fatto dal. b. c. in. c. d. & il quadrato de. b. d. Ma il doppio di quello che vië fatto dal. b. c. in. c. d. con il quadrato de. b. d. è equale al quadrato de. b. c. & al quadrato de. c. d. (per la nona de queste) adonque li quadrati delli duoi numeri. a. d. & . d. b. sono quanto li quadrati delli duoi numeri. b. c. & . c. d. duplicati, & perche. b. c. & . c. a. sono equali è manifesto il proposito.

12 Quando un numero serà diviso in due parti equali & che a quello ne sia aggiunto un'altro, El quadrato de tutto il composito cö il quadrato del-

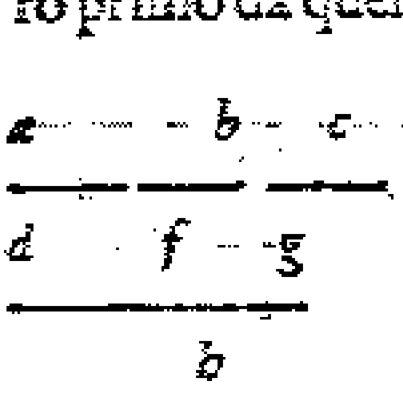
Theorema.20. Propositione. 20.

20/19 Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proportionale.

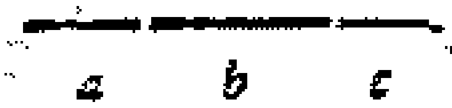
Siano.a.b.c.continuamente proportionali uoglio cercare se un'altro puol esser aggiunto, e quelli fatto continua proportionalità.adonque se.a.&.c.sono contra se primi, e impossibile (per la decimaottaua propositione) se sono composti, sia.d. quello che peruiene dal,b,in,c,elquale,d, se,a, lo numera serà possibile esserui aggiunto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numeranno quello secondo,e,elqual,e,serà quello elqual cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello è niente di manco (per l'aduersario) che dal,a,al,b,sia si come dal,c,al,e. Adonque perche dal b,in c,uien fatto,d,seguita (per la prima parte della uigesima del settimo) che dal,a,in,e,sia fatto il medesimo,d,adonque,a,numera,d,secondo,e,& era posto che'l non lo numeraua.el medesimo tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si uoglia continuamente proportionali, perche se li duoi estremi sono contra se primi la intentione ha fine (per la decima ottaua) ma se siano composti se'l primo numera el producto del ducto del secondo in el ultimo, quel numero secondo elqual lui lo numera è quello che cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) ma se'l primo non numera il detto producto niun serà che possa esser posto perche posto qual si uoglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numerarà el producto qual era posto che'l non lo numeraua che è inconueniente.

Theorema.21. Propositione. 21.

21/20 Dati quanti numeri primi si uoglia, è necessario esser alcuno numero primo da quelli diuerso.



Niête altro se intêde de demostrare falso che li numeri primi siano infiniti, perche se siano,a,b,c,numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia,d,f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto,d,g,elqual,d,g,o che gliè numero primo, ouer composito, se gliè primo è manifesto el proposito, se gliè composito alcun numero primo numera quello elqual sia.h.elqual.h.non è possibile esser alcun di primi proposti, perche se quello fusse alcun de quelli conciosia che qual si uoglia de essi numera,d,f,esso âchora numeraria el medesimo, & perche lui numera,d,g,bisognaria esso numerar,f,g, elqual è la unità laqual cosa è impossibile, el medesimo seguita posto,d,f,qual numero si uoglia che sia numerato da,a,b,c,per laqual cosa è manifesto il proposito.



Siano .a.& .b. contra se primi. Dico essere impossibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalità. Perche se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia .c. perche adonque .a. al .b. e si come del .b. al .c. & .a. & .b. sono minimi in la sua proportione (per la uigesima quinta propositione del settimo) seguita (per la uigesima seconda propositione del medesimo) che, .a. numeri .b. ilquale conciosia, anchora che'l numeri se medesimo .a. et .b. non seranno contra se primi laqualcosa è al contrario di quello che è stato supposto.

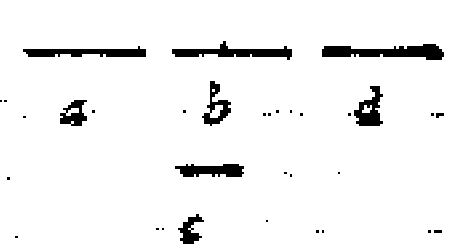
Theorema. 18. Propositione. 18.

Se li duoi estremi de quanti si uoglian numeri continuamente pro-
18 portionali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo
17 ad alcun altro quanto è il primo al secondo.

Siano .a.b.c. continuamente proportionali, & siano .a. & .c. contra se primi, dico che non li puo essere aggiunto a quelli un'altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) sia .d. perche adonque del .a. al .b. e si come del .c. al .d. permutatamente del .a. al .c. serà si come del .b. al .d. Ma .a. & .c. sono in la sua proportione minimi (per la uigesima quinta del settimo) adonque per la uigesima seconda del medesimo .a. numera .b. per laqual cosa etiam numera .c. perche di numeri continuamente proportionali, se'l primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & simplicemente qual si uoglia precedente numera qual si uoglia sequente, ma perche etiam numera se medesmo, non serãno .a. & .c. contra se primi laqualcosa è inconueniente.

Theorema. 19. Propositione. 19.

19 Proposti duoi numeri puotemo considerare se possibile a quelli sia
18 trouarui un terzo continuamente proportionale.

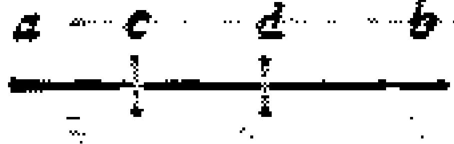


Siano .a. & .b. li duoi numeri proposti, uoglio cercar se a quelli pol esser aggiunto un terzo sotto continua proportionalità. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile (per la decima settima.) Ma se sono composti sia ducto .a. in se medesimo et peruenga .c. ilquale .a. lo numera sara ui un terzo continuamente proportionale. Ma sel non lo numera non gli serà un terzo continuamẽte proportionale, perche numerãdo quello secondo .d. serà quello che cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) sia adonque che'l nõ numeri quello e che tamen (per l'aduersario) sia del .a. al .b. si come del .b. al .d. Adonque perche dal .b. in se uien fatto .c. seguita (per la prima parte della uigesima del settimo) che dal .a. in .d. sia fatto il medesimo .c. adõque .a. numera .c. secondo .d. & era posto che'l non lo numeraua per laqual cosa seguita lo impossibile.

te.f.(per la duodecima del settimo)serà del.c.al.f.si come del.a.al.d.perlaqual cosa,f,e la mità de.c.adonque.c,e paro che è il proposito.

Theorema. 26. Propositione. 26.

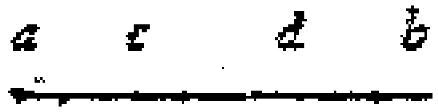
26 Se da un numero disparo sia detratto un numero disparo, lo rima-
26 nente serà paro.



Sia.a.b.numero disparo dal qual sia detratto.b.c.elqual ancora sia disparo;dico lo rimanente(elqual e.a.c.) esser paro perche essendo detratto dall'uno e l'altro di duoi numeri.a.b.& .b.c,la unità, laqual sia.d.b.& l'uno e l'altro di duoi residui (liquali sono.a,d,&,d,c,)serà paro adonque(per la precedente)e manifesto,a,c,esser paro,che è el proposito.

Theorema. 27. Propositione. 27.

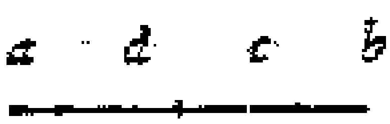
27 Se da un numero disparo serà sottratto un numero paro, quello che
27 rimanerà serà disparo.



Sia,a,b,disparo,dalqual sia detratto,a,c, elqual sia paro,dico el residuo,c,b,esser disparo, & per dimostrar questa sia detratta la unità,b,d, perilche,a,d,restarà paro,et perche,a,c, è paro (per la uigesima quinta) c,d,serà paro adonque essendo,d,b,la unità serà.c.b.disparo che è il proposito.

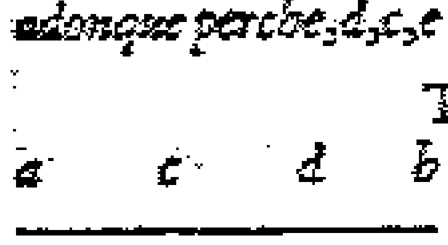
Theorema. 28. Propositione. 28.

28 Se da un numero paro tu cauarai un numero disparo quello che ri-
o manerà serà disparo.



sia,a,b,numero paro, dalquale sia tolto.a.c. elquale sia numero disparo dico lo residuo,c,b,esser disparo & per dimostrar questo sia sottrata la unità de.a.c,(laqual sia,c,d,)&,a,d, serà paro adonque (per la uigesima quinta) anchora d,b, serà paro, adonque perche,d,c,e la unità seguita,c,b,esser disparo che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 29.



29 Sel serà multiplicato uno numero disparo in un numero paro quel che se produrà da quelli se-
28 rà paro.

Per la uigesima terza è manifesto quello che se dice in questa propositione.

Thorema. 30. Propositione. 30.

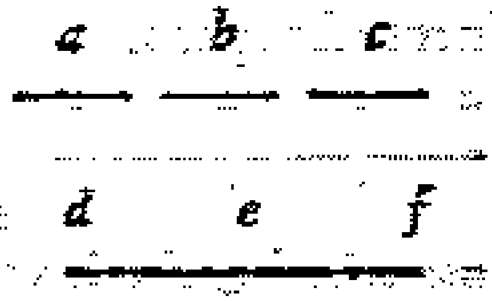
30 Se serà multiplicato un numero disparo in un numero disparo quel-
29 lo che produrà serà disparo.

Anchora questa (per la uigesimaquarta è manifesta.)

Theo-

Theorema.22. Propositione.22.

22 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, ancho-
21 ra tutto lo aggregato da quelli serà paro.



Sia cadauno di tre numeri. a. b. c. paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conversione della diffinition) ciascaduno da quelli ha la mitade, Siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, cosi sarà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la tertiadecima del settimo) si come del. a, al, d, cosi serà tutto el composito de, a, b, c, a tutto el composito de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che è il proposito.

Theorema.23. Propositione.23.

23 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme
22 anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.

Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, disparo, dico el composito de quegli essere numero paro, perche levando uia a cadauno la unità è manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade levade uia componeno numero paro (conciosia che sian de numero pare) è manifesto il proposito per la precedente.

Theorema.24. Propositione.24.

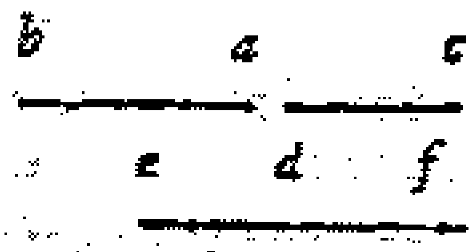
24 Se seranno congregati insieme numeri di
23 spari, de moltitudine dispara, Anchora tutto lo aggregato da quelli e necessario essere disparo.

Sia cadauno di numeri. a. b. c. disparo. dico tutto il composito da questi esser disparo, perche el composito de, a, & b, (per la precedente serà) paro & perche. c. levata uia la unità è paro (per la avanti della precedente) tutto, a, b, c, levata uia la unità serà paro, adonque (per la diffinition) è manifesto el tutto esser disparo.

Theorema.25. Propositione.25.

25 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente
24 serà paro.

Sia. a. numero paro, dal quale sia detratto. b. elqual anchora sia paro, & lo residuo sia. c. dico, c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, et detratto, e, de, d, sia el rimanente, f,



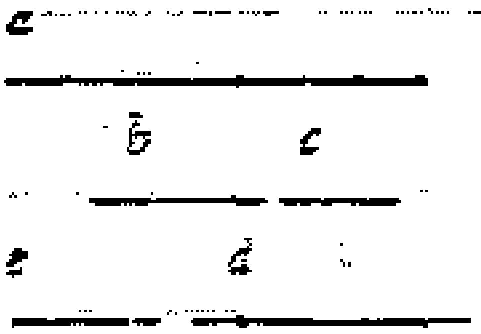
Theorema.35. Propositione.35.

35/32 Solamente li numeri dal binario doppii sono parimente pari.

Siano li numeri, a, b, c, d, dalla unità continuamente proportionali, & sia, a, el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro puol esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione che questi siano parimente pari, egliè manifesto (per la diffinitione) concio fia che (per la duodecima) qualunque precedente numera qualunque sequente per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcun de loro (per la terziadecima) imperoche, a, elqual è el binario che seguita la unità e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche supponemo alcuno (per l'aduersario) sia diuiso in due mità, & la mità di quello in due altre mità, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, ouero la unità impedisca la diuisione laqual cosa è necessario uenire (per la ultima petitione) ma se un numero prohibirà questa diuision esso serà disparo elqual concio sia che lui numeraria el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposto parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione (per la. 13 ouer. 15.) non serà altro fora delli continuamente doppii dalla unità.

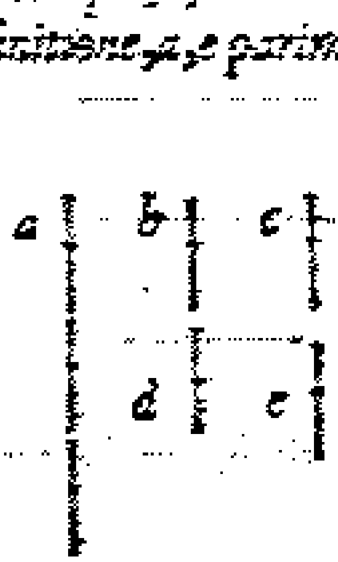
Theorema.36. Propositione.36.

36/33 Lo numero, del quale la mitade è disparo è parimente disparo.



Sia, a, un numero la mitade del quale (laqual sia, b,) sia disparo. dico, a, esser numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia, c, el numero binario, adonque è manifesto che dal, c, in, b, uien fatto. a. Hor sia. d. qual si uoglia numero paro numerante, a, e qual numeri quello secondo, e. & (per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del, e, al, b, si come del, c, al, d, adonque, e, numera, b, perche etiam, c, numera, d, (perche el binario numera tutti numeri pari) serà adonque, e, numero disparo perche etiam, b, era numero disparo adonque per la diffinitione, a, e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema.37. Propositione.37.



37/34 Ogni numero non di doppi dal binario, che la mità di quello sia paro e parimente, & disparimente paro.

Sia el numero, a, non doppio da duoi, del quale la mità (la qual sia, b,) sia posta paro, dico esso esser parimente & disparimente paro. Hor per dimostrar questa, sia, c, el binario delqua-

le è

Theorema.31. Propositione.31.

31/0 Se un numero disparo, numerarà un numero paro, numerarà quello per numero paro.

Perche se'l numerasse quello per numero disparo dal dutto del numero disparo in lo numero disparo se produria paro laqual cosa è inconueniente per la precedente.

Theorema.32. Propositione.32.

32/0 Se un numero disparo numerarà un numero disparo lui numerarà quello disparmente.

Perche se'l lo numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqual cosa è inconueniente per la.29.

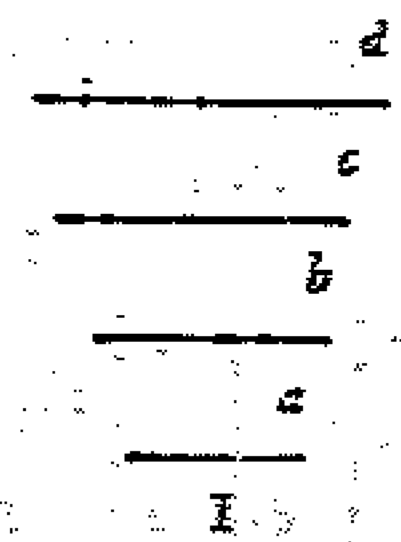
Theorema.33. Propositione.33.

33/30 Se un numero disparo misurerà un numero paro, le necessario quel misurare anchora la mita de del medesimo.

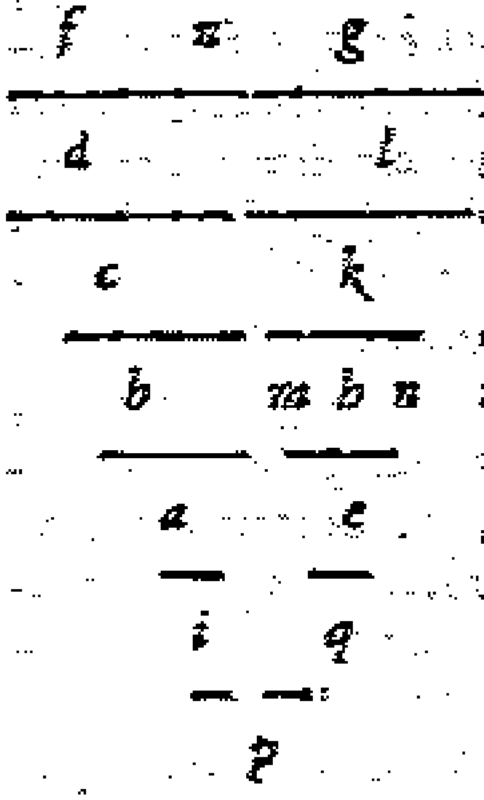
Sia.a.numero paro, la mità del quale sia.b, & sia c.un numero disparo, elqual numeri.a, dico che, c, numerarà.b. Hor poniamo che lui numeri.a.secondo.d. & (per la trigesima prima), d, serà numero paro adonque sia, e, la mità di quello & sia dutto, c, in, e, & peruenga, f, & (per la decima ottaua del settimo) del, a, al, f, serà si come del, d, al, e, et perche anchora del, a, al b, e si come del, d, al, e, seguita esser, b, & f, equali adonque conciosia che, c, numeri, f, el medesimo numerarà, b, che è il proposito.

Theorema.34. Propositione.34.

34/31 Se un numero disparo, serà primo ad alcun numero, el medesimo disparo serà primo al doppio del medesimo numero.



Sia, a, numero disparo primo al.b. el doppio del quale sia.c.dico che.a.e primo al, c, ma essendo altramente (per l'aduersario) ponimo che, d, numeri quelli et conciosia che, a, sia disparo seguita, d, esser disparo (perche ciascuno numero elqual numera un numero disparo è disparo) per la precedente adonque d.numerarà el.b.adonque.a. & b.non son contra se primi laqual cosa è contra el presupposito.



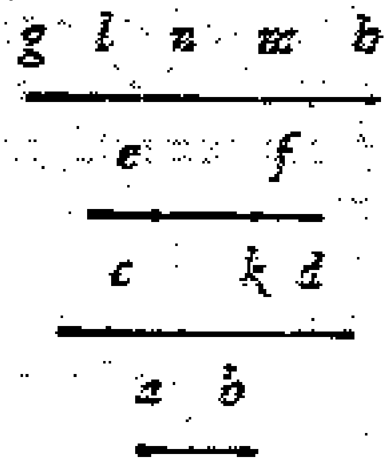
Siano, a, b, c, dalla unità continuamente doppij, & sia. e. lo aggregato de quegli & della unità elquale sia posto esser numero primo in elquale, e, sia multiplicato, d, & peruenga, f, g, dico. f, g, esser numero perfetto sian adonque tolti. b. k. l. continuamente doppij al. e, talmente che tanti termini siano. e. b. k. l. quanti sono li tolti continuamente doppij dalla unità, & (per la equal proportionalità) serà de. l. al. e. si come del. d. al. a. per laqual cosa (per la prima parte della vigesima del settimo) del, a, in, l, peruien, f, g, perche esso, f, g, perviene del, d, in, e, et perche. a, è el binario, f, g, vien a esser doppio al. l. Adonque. e. b. k. l. & f. g. sono continuamente proportionali, sia adonque leuado via dal. b. un numero equale al. e. elqual sia. m. b. & lo residuo. b. n. (elquale anchora serà equale al, e. (& similmente dal, f, g, sia leuado via un numero pur equale al medemo. e. elqual sia. f. n. & (per la precedente). n. g. serà quanto lo aggregato del. e. & del. b. & del. k. & del. l. et conciosia che. f. n. sia equale al. e. è quanto lo aggregato del, a, & , b, & , c, & , d, e della unità. Et similmente tutto, f, g, è quanto lo aggregato de tutti questi cioè. a. b. c. d. & della unità, & de quelli. e. b. k. l. delli quali tutti è manifesto che numerano el detto. f. g. & che. c. lo numera secondo. l. & b. secondo. k. laqual cosa vien consentita (per la prima parte della vigesima del settimo adiutāte per la equal proportionalità se in alcun luoco serà bisogno) perche come del. d. al. c. cosi è del, b. al. e. et come del, d, al, b, cosi è del. k. al. e. (per la equal proportionalità) per laqual cosa, & dal. c. in. b. & dal. b. in. k. e necessario peruenire. f. g. elqual per el passato fu produtto dal. d. in. e. adonque prouando che niun altro (fuor de quelli) numera, f, g, (per la diffinitione) serà numero perfetto. Ma che niuno altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'aduersario) sia. p. elqual numeri quello secondo q. & (per la trigesima quinta propositione del settimo) serà che, e. numeri l'uno de lor dui, & sia posto che'l numeri, p, & perche (per la seconda parte della vigesima propositione del settimo) del, q, al, d, e si come del, e, al, p, seguita che, q, numeri, d, per laqual cosa conciosia che, a, (elqual seguita la unità) sia primo (perche è el binario) per la trigesima di questo, el, q, serà ouer, a, ouer, b, ouer, c, & essendo el, q, uno de quelli. El. p. serà ouer. l. ouer. k. ouer. b. perche se. q. serà. a. e manifesto che, p, serà. l. & se'l serà. b. el. p. serà. k. & se'l serà. c. anchora. p. serà. b. Adonque el. p. non è diuerso da quelli come era stato posto, rimane adonque, che. f. g. sia numero perfetto come fu proposto da demostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

le è manifesto che esso numera, a, secondo, b, & perche a, non è doppio da dui, e necessario se la mità di quello (laqual e, b,) uenga diuisa in altre due mità, & la mità della mità in altre due che finalmente occorra un numero impediente la diuisione, elqual serà disparo (per questo che'l non receue la diuisione) & sia quello inequale resta la diuisione, d. certamente è necessario la detta diuisione restare in numero perche se la peruenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppij dal binario, elquale (per el presupposito) non è ma del, d, e manifesto che esso numera, a, (per questa scientia, ogni numero numerante un altro numera, ogni uno numerato da quello) numeri adonque quel secondo, e, & , e, serà paro. Altramente conciosia che, d, sia numero disparo seguiria (per la trigesima), a, esser disparo adonque perche, b, (numero paro) numera, a, secondo, c, elquale anchora è paro (perche è el binario) & e numero paro numera el medesimo secondo, d, elqual è disparo è manifesto (per la diffinitione) el numero. a. esser parimente & disparmente paro che è el proposito.

Thorema.38. Propositione. 38.

Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente propor-
38 tionali sia cauado fora el primo, quanto è el rimanente del secondo al
35 primo el se approua necessariamente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



Siano continuamente proportionali, a, b, c, d, e, f, g, b, & sia leuato dal c. d. una parte equal al, a, b, laqual sia, c, K, e similmente dal, g, b, laqual sia, g, l. Al presente dico che la proportione del, k. d, al, a, b, e si come de, l, b, al composito de, e, f, c, d, & , a, b, & per dimostrar questo sia tolto dal, g, b, una parte equale al, e, f, (laqual sia, g, m.) & similmente una equale al. c. d. (laqual sia. g. n.) onde l. n. serà equale al, k. d. & è manifesto (per la duodecima, del settimo conciosia cosa che sia del, g, b, al, g, m, si come del, g, m, al, g, n,) che el residuo. b. m, al residuo m, n, serà si come. g. b. al. g. m. e però & si come. e. f. al, c, d, anchora per simel modo lo. m. n. al. l. n. serà si come. c. d. al. a. b. adonque permutatamente del b. m. al. e. f. & del. m. n. al. c. d. serà si come del. n. l. al. a. b. adonque congiuntamente (per la tertiadecima del settimo) del, l, b, (cõposito del, b, m. m, n, & del, l, n,) al composito de. e. f. c. d. & . a. b. serà si come del. l. n. al. a. b. e però e si come del, K. d, al a. b. che è il proposito.

Theorema. 39. Propositione. 39.

39 Quando seranno assettati numeri dalla unità continuamente dop-
36 pii, liquali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.

le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se diranno incommensurabile in potentia. Laqual cose essendo come è sta esposto eglie manifesto che a ogni proposta linea retta (cioè a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti, palmi, & dedi, ouero pedi,) sono infinita moltitudine de linee rette a quella commensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre solamente in potentia.

Diffinitione. 4.

4/4 Ma ogni proposta retta linea con laquale ratiocinamo, serà detta rationale.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Autore ne aduertisse come che quella misura materiale laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, ouer, passo, ouero piede, ouer brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere) serà detta rationale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.

Diffinitione.5.

5/4 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.

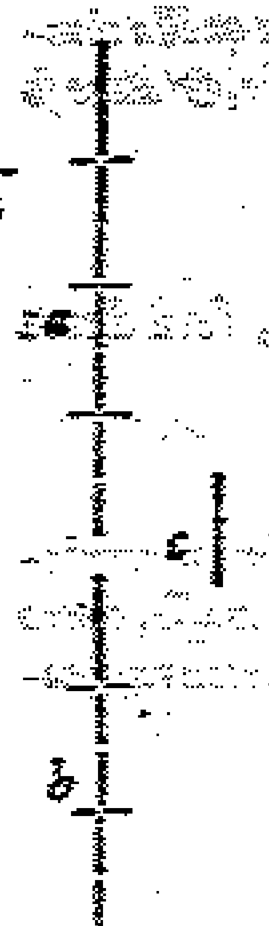
Il Tradottore.

Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si debbe intendere congionta con quella successiuamente, perche in questo copulatiuamente diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta linea (cioè a quella misura con laquale mesuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o brazzo, ouero altra misura formata a nostro piacere) sono detta rationale, essempli gratia poniamo che la nostra proposta linea (con laquale mesuramo, ouero intendemo di mesurare le nostre cose occurente) sia quella misura materiale che se chiama passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in onze duodeci, hor dico che non solamente el detto passo serà linea rationale (per la precedente diffinitione) ma anchora tutte le linee misurate con el detto passo, & con le sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette linee ueranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioè con el nostro passo. Et acciochè meglio me intendi poniamo che sia una linea, ouero longhezza longa passa sei, piedi quattro, once sette e mezza, dico la detta linea, ouero longhezza esser ancora rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensurabile con el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura seria a essere la mezza onza cioè che una linea longha mezza onza misurarà la proposta longhezza precisamente. 831. uolta & misurarà anchora el nostro passo precisamente. 120. uolte onde per la detta prima diffinitione seranno commensurabile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che è il proposito.

Ma

LIBRO DECIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

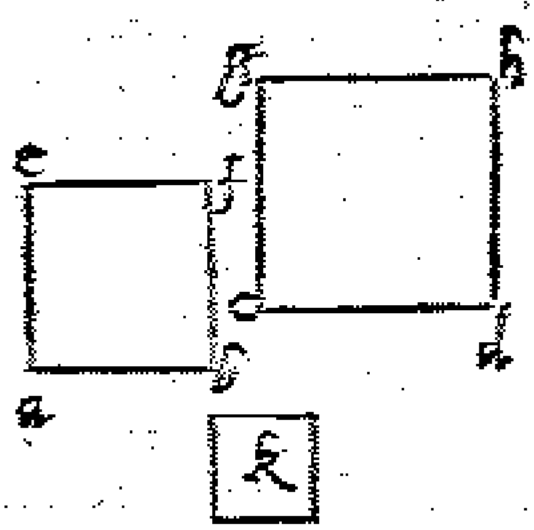


1
1.2 Quelle quantità, seranno dette communicante, ouero commensurabile, alle quale serà una quantità numerante communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Tradottore.

ESempli gratia se'l fusse le due linee, a, & b. & che el se trouasse qualche altra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse cadauna di quelle (poniamo. c.) le dette due linee seranno dette communicante, ouero commensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, ouero misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, ouero incommensurabile, El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione. 2.



2
3 Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Esempli gratia se'l fusse le due linee rette, a, b, & c, d, & le superficie quadrate di quelle, a, b, e, f, & c, d, g, h. Et che el si trouasse qualche superficie (poniamo la superficie. k.) che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione. 3.

3
4 Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della precedente, cioè, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, ouero misuri *chiamano irrationale & sorde. nientedimeno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda tradottione altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo. ideo &c.*

Diffinitione. 7.

7/o Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presupposito ratiocinamo è detta rationale.

Il Tradottore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie inuestigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passa quadri è, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere (ilche si troua multiplicãdo le misure di la larghezza di detta superficie, sia le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo produtto de tal moltiplicatione serà la quantità de quante superficiette quadrate (di la misura gia operata,) serà la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere uno quadretto d'una misura per faccia, cioè di quella che gia hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Auttore diffinisse che ogni superficie quadrata cõ laquale per el presupposito ratiocinamo (o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si uoglia altra misura grande, ouer piccola) è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e famigliare.

Diffinitione. 8.

8/o Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Cioè che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) son dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamente un'altra superficie de piu passa integri superficiali (come seria de passa. 450.) serà detta rationale, ma anchora de passa pie e once, e mezze once serà pur detto rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno passo & la lor communa misura sempre serà la minima parte del passo che si trouarà esser denominata in detta superficie, & acciò meglio me intendi poniamo che una misurata superficie sia passa uinticinque è uno terzo superficiali dico la detta superficie essere commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor communa misura serà un terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passa trenta sei piedi cinque once sette tre quarte de onza superficiale la lor communa misura serà infalante

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5/4 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

Laqual diffinitione è assai piu largha & generale di l'altra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia con la nostra proposta rationale (cioè con la nostra misura di passo, over pertica overo altra sorte di misura) siano chiamate rationale, perilche seguita che quelle quantità che communamente da prattici sono dette radice sorde, & irrationale (come seria la radice quadrata di diece overo di dodeci & di ogni altro numero non quadrato) l'Auttore vole che essendo tal quantità linee siano dette rationale (per esser el suo quadrato rationale) & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, vero è che se tal quantità seranno superficie seranno puoi dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questa si potrà vedere.

Diffinitione. 6.

6/4 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette irrationale, overo sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione perche in questa lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioè alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, overo sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a questa incommensurabile per l'uno & l'altro modo, cioè in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationale.

Laquale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (pur della seconda tradottione) vien a conformarsi con il converso di quella, cioè che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non se debbe chiamare ne intender irrationale (come sopra la precedente fu detto) anci lui vole che la se intenda rationale per esser il suo quadrato rationale e però bisogna notare che il vulgo di prattici fin al presente (seguendo la tradottione del Campano) le radici de tutti li numeri non quadrati (si essendo linee come essendo superficie) li

Il Tradottore.

Cioè che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate finalmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata se intende per per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

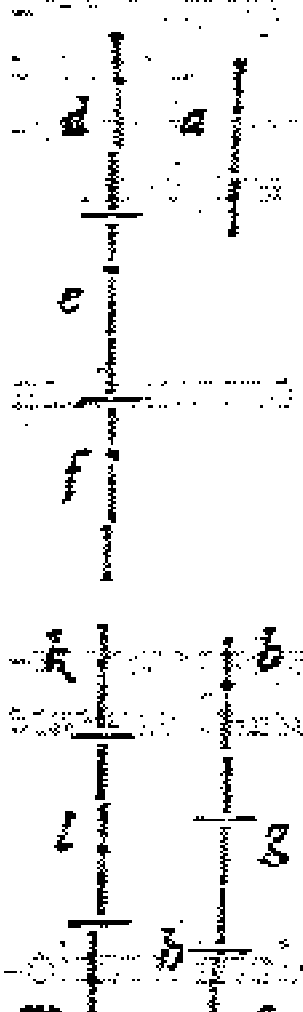
11/0 Qualunque quantità tante uolte puo essere multiplicata che la ecceda qualunque proposta quantità del medesimo genere.

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima tradottione & è connumerata fra le diffinitioni, ma perche secondo il mio giudicio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione la chiamamo, nellaquale se suppone che date due quantità inequale sempre se puo multiplicare talmēte la minore che tal multiplicatione ecceda la quātita maggior.

Theorema. 1. Propositione. 1.

1/1 Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mita, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mita, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tante uolte puol essere detratto piu della mità della b, c, (ouero del residuo di quello) che serà necessario che rimanga una quantità minore de, a. Et per dimostrare questo sia multiplicato, a, tante uolte cioè per tal numero che quel ecceda, b, c, & sia il multiplice di quello, d, e, f, maggiore de, b, c, adonque sia detratto dal, b, c, piu della mità laquale sia, b, g, & anchora del residuo (elquale è g, c,) sia detratto piu della mità laqual sia, g, h, & questo anchora sia fatto tante uolte per fina a tanto che, b, c, sia diuiso in tante parte quante uolte, a, e cōtenuto in d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e, h, c,) e minore del, a. Et per chiarire questo sia multiplicato, h, c, per tanto quanto che, a, è contenuto in d, e, f, & sia el multiplice di quello, k, l, m, perche adonque caduna delle parti, ouero quantità de, k, l, m, è equale al, h, c, seguita che, k, sia minore de, b, g, & l, minore, de, g, h, ma perche, m, è equale al, h, c, (per la concettione) k, l, m, serà minore de, b, c, per laqual cosa serà etiam minore de, d, e, f, conciosia adonque che, d, e, f, sia al, a, si come k, l, m, al h, c, & essendo, d, e, f, maggiore de, k, l, m, seguita (per la

decima

lante un quarto de onza superficiale, e però l'una & l'altra serà rationale el medesimo si trouerà in ogni altra specie di rotto & nota che un passo superficiale è pie di 25. superficiali & un piede superficiale è once. 144. superficiale et con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiette de una delle sue parti andarà a formare il tutto perche molti si credeno che si come un passo lineale è cinque piedi lineali che similmente un passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anzi è il quadrato de cinque, cioè uinticinque come detto di sopra & similmente perche un piede lineale è diuiso in once. 12. credono che similmente once. 12. superficiale facciano un piede superficiale per il che non poco errano nelle sue resolutioni perche come di sopra è detto un piede superficiale e once. 144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni addutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo serà manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della cana, & del cauezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacere, perche quello che è detto del passo, & pie, con la medesima euidentia se procederà nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, perche ogni famosa città forma & diuide, & dà il nome alle sue famose misure secondo il loro parare ideo aduerte.

Diffinitione. 9.

9 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Hauendo l'Auttore nella precedente diffinito quale siano le superficie dette rationale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso, cioè che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella medesima nostra quadrata superficie) detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione. 10.

0/5 Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale seranno communicante seranno dette irrationale.)

Il Tradottore.

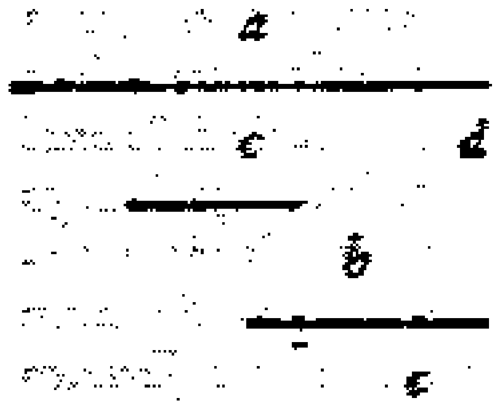
Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono ouero seranno communicante ad alcuna superficie irrationale, seranno medesimamente dette irrationale,

Diffinitione. 11.

10/4 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irrationali.

Il Tra-

Siano le due quantità inequale.a.& .b.& sia.a.la maggiore dalle quale essendo fatta la reciproca detratione per fin a tanto che si possa, & che la sia fatta per infinite uolte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detratione (cioè che numeri, ouer misuri, lo rimanente restato per auanti) dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la communa misura di quelle sia.c. & sia detratto la quantità.b. dalla.a. quante uolte se puol.& sia el residuo.d.elqual residuo sia detratto dal.b.quāte uolte se puol & sia.e.residuo.e.& sia fatta tāte uolte questa detratione per fina a tanto che dall'una, o l'altra delle due quantità.a.&.b.rimanga una quantità minora de.c.& questo necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo luoco.e.minore de.c. conciosia adonque che.c.misuri.b.(detratto dal.a.)& anchora.a.(per la concettione) misurarà el residuo.d.e però conciosia che'l misuri.d. (detratto dal.b.)e anchora esso.b.misurarà el residuo.e.Ma.e.era minore de.c.adonque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.



Problema. 1. Propositione.3.

3/3 Proposte due quantità inequale, communicante puotemo ritrouare la massima quantità numerante communamente quelle.

La demostratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro tu nō la poi ignorare, perche el processo dall'una, et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3/3 Adonque da questo, egliè manifesto che qualunque quantità, laquale misuri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo et demostratione fatta della propositione soprascritta (procedendo si come fu fatto in la secōda propositione dello settimo libro) esser manifesto che ciascaduna quantità laqual misuri due proposte quantità, quella medesima misurare anchora la massima quantità, che misuri communamente quelle.

Problema.2. Propositione.4.

4/4 Proposte tre quantità communicante puotemo trouare la massima quantità numerante communamente quelle.

Cosi questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla secōda del detto settimo.

Correlario.

decima quarta propositione del quinto libro) che .a. sia maggiore de .b.c. che è il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mità, & ancho ra del rimanente la mità, & cosi procedere tate volte per fina a tanto che la mag giore sia divisa in tante parti quante volte è contenuta la minore in qualunque suo moltiplice eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche poste qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo via piu della mità, & similmente del residuo levaremo piu della mità el si vede essere necessario potersi fare queste tante volte, che rimanga un'angolo rettilineo minore dell'angolo della contingentia della qual cosa la sestadecima propositione del terzo libro conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono univoce, perche el curvo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere, Ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della contingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo rettilineo, laqual cosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione havuta di sopra, adonque a questo egli è ancho ra chiaro (accioche el consequente sia seguido dal antecedente) qualunque angolo rettilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

Il Tradottore.

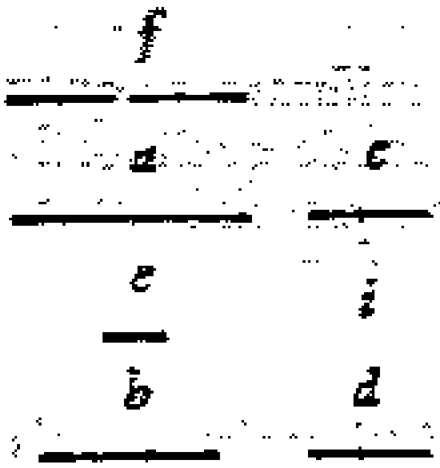
A voler dimostrare per uno altro modo piu breve che el residuo .b.c. sia minore della quantità .a. (Stante che el moltiplice .d.e.f. sia maggiore di la quantità .b.c. tolendo della .b.c. piu della mità (qual sia .b.g.) & della .d.e.f. manco della mità (qual sia semplice .d.) lo residuo .e.f. (per commune sententia) serà maggiore del residuo .g.c. anchora tolendo del detto residuo .g.c. piu della mità) qual sia .g.h.) & del residuo .e.f. tolendo solamente la mità (qual sia .e.) lo residuo .f. (per commune sententia) serà maggiore del residuo .h.c. & perche .f. è equale alla .a. seguita che el residuo .h.c. sia minore della quantità .a. che è il proposito & questa demostratione cavamo della seconda tradottione.

Thorema .2. Propositione. 2.

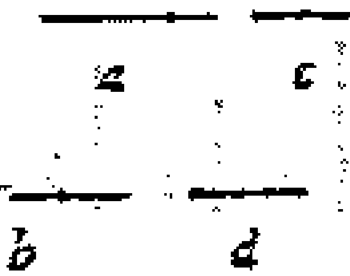
2 Se seranno due quātità inequale, & dalla maggiore sia detratto una
2 quantità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de essa minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quātità equale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nuovo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia trovato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per avanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

Una simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,



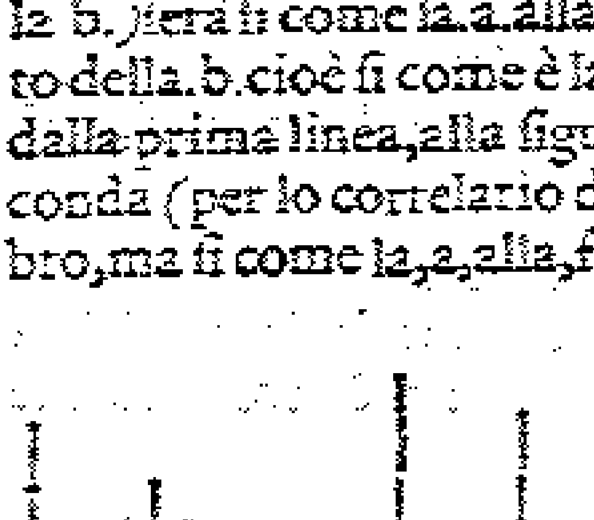
prima parte della nona del quinto) f, è equale al, a, concio sia adonque che, e, misuri, f. (per la concettione) mesurarà a, adonque, a, & b, sono communicanti perche mesuraua etiam, b, che è il proposito. A demostrare la medesima per un'altro verso siano le due quantità, a, & b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, c, al numero, d, dico che quelle due quantità sono commēsurabile et per dimostrar questo sia diuisa la quantità, a, in tante parte quante unità è nel, c. & sia tolta la quantità, e, equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, c, cosi è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, c, al numero, d, cosi è la quantità, a, alla quantità, b, adonque (per la equal proportionalità, cioè per la uigesimaseconda propositione del quinto libro) si come è la unità al numero, d, cosi è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero, d, adonque & la quantità, e, misura la quantità b, et misura anchora la quantità, a, (perche la unità misura anchora lo numero, c,) adonque la quantità, e, misura l'una et l'altra delle due quantità, a, & b. E per tanto le dette due quantità, a, & b, sono commensurabile & la quantità, e, è la communa misura di quelle.



o
6

Correlario.

Per queste cose dimostrate egliè manifesto che sel serà duoi numeri (poniamo, d,) &, e, & una data retta linea (poniamo la, a.) che si come è il numero al numero egliè possibile cosi essere la detta retta linea a a un'altra retta linea quala poniamo che quella sia, f. & se serà tolta, ouer trouata la media proportionale fra, a, &, f, (quala poniamo che sia la b.) serà si come la, a, alla, f, cosi el quadrato della medema a, al quadrato della, b, cioè si come è la, a, alla, f, cosi è la figura rettangola descritta dalla prima linea, alla figura simile & similmente descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottaua propositione del sesto libro, ma si come la, a, alla, f, cosi è el numero, d, al numero, e. Adonque el uien fatto si come è el numero d, al numero e, cosi è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta, b.



Theorema. 5. Propositione. 7.

o
7

Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.

Siano le due quantità, a, & b, incommensurabile, dico che la propor-

tione

Correlario.

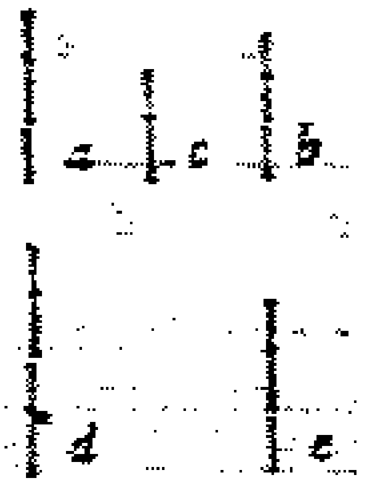
0/4 E però da questo è manifesto che se una quantità misurara tre quantità, misurara anchora la massima communa misurara de quelle & similmente de piu quantità date se trouarà la massima quantità numerante quelle & dapoi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantità misura tre quantità quella misurare ãchora la massima misura di quelle, & che per lo medesimo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trouar la lor massima misura che similmente operando si puol trouare la detta massima misura de piu quantità proposte, & dapoi succeder similmente el correlario.

Theorema .3. Propositione .5.

5/5 La proportione de ogni due quantità communicante è si come de numero a numero.



Siano le due quantità communicante, a, & b. dico che la proportione de quelle è si come de alcũ numero a un'altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trouata come insegna la terza propositione de questo) laquale misuri a. secondo el numero, d, & b. secondo el numero, e, & serà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, cosi el, d, è multiplice della unità, & c, al, b, è si come la unità al, e, perche si come, c, è sotto multiplice al, b, cosi la unità è sotto multiplice al, e. Adonque per la equal proportionalità del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è il proposito.

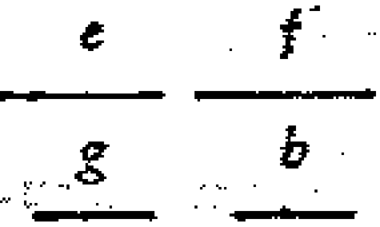
Theorema .4. Propositione .6.

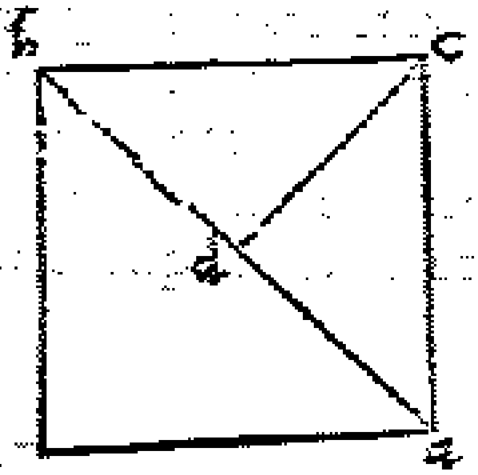
6/6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantità è necessario essere communicante.

Questa è il conuerso della precedente, essempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quantità, a, & b, esser communicante. Perche essendo tolto, e, misurante tante volte, b, quãte volte che la unità è in el, d, & tante volte misurante, f, quante volte che la unità è in, c, concosia adonque che il sia, f, al, e, come el, c, alla unità et, e, al, b, come la unità al, d, per la equal proportionalità serà, f, al, b, come, c, al, d, ꝯ laqual cosa etiã come del, a, al, b. Adõque (per la

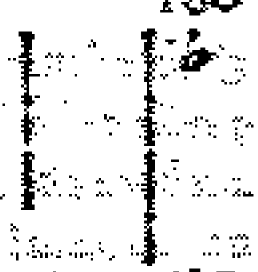
prima

& b. adonque perche la proportione della superficie. c. alla superficie. d. è si come quella della linea. a. alla linea. b. duplicata (per la decimaottaua del sesto) seguita anchora che la proportione della superficie. c. alla superficie. d. sia si come quella del numero. e. al numero. f. duplicata. & anchora (per la undecima propositione del ottauo libro) la proportione del. g. al. h. è si come quella del. e. al. f. duplicata, E per tanto la proportione del. c. al. d. è si come del numero quadrato. g. al. numero quadrato. h. che è il primo proposito. El secondo se manifesta in questo modo. essendo la superficie. c. alla superficie. d. si come el numero quadrato. g. al numero quadrato. h. dico che le due linee. a. & b. seranno commensurabil in longhezza perche conciosia che la proportione del. c. al. d. sia si come quella che è dal. a. al. b. duplicata (per la decima ottaua del sesto) & dal. g. al. h. (per la undecima del ottauo) sia si come quella del. e. al. f. duplicata, per laqual cosa anchora la sempia del. a. al. b. serà si come la sempia del. e. al. f. (per la sesta) adonque le due linee. a. & b. sono communicante che è il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la destruttione del consequente. Similmẽte el quarto è manifesto dal primo pur dalla destruttione del consequente, & nota che dalla quarta parte di questa è manifesto el diametro di cadaun quadrato esser incommẽsurabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altramente conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali non sono quadrati. Et Aristotile primo priorum duce a questo incõueniente, che se'l diametro sia posto esser commẽsurabile alla costa, che'l numero disparo serà equale al paro, laqual cosa cosi è manifesta, perche essendo al diametro. a. b. commensurabile al lato. a. c. (per la quinta) etiam. a. b. al. a. c. serà si come alcun numero a un'altro Sian adonque questi numeri. e. & f. liquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro serà disparo perche essendo l'uno e l'altro paro non serãno li minimi in la sua proportione anchora sia li quadrati di quelli. g. & h. adonque se. e. disparo e anchora (per la trigesima del nono). g. serà disparo, sia adonque. k. doppio al. h. & (per la diffinitione). k. serà paro perche adonque. a. b. al. a. c. e come. e. al. f. (per la decima ottaua del sesto & per la undecima del otauo) el quadrato del. a. b. al quadrato del. a. c. serà come del. g. al. h. adonque. g. e doppio al. h. perche cosi e il quadrato de. a. b. al quadrato de. a. c. (per la penultima del primo) & perche etiam. k. e doppio al. h. seguita (per la nona del quinto) che. g. numero disparo sia equale al. k. numero paro. Ma se. e. sia posto paro & f. disparo la proportione de. f. alla mità de. e. laqual sia. l. serà si come del. a. c. alla mità de. a. b. laquale sia. a. d. e però la proportione del quadrato de. a. c. al quadrato de. a. d. serà si come la proportione del numero. h. el- quale





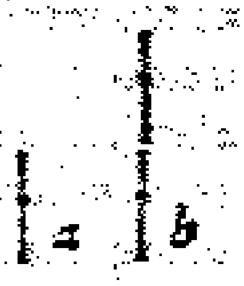
tione della .a. alla .b. nõ è si come da numero a numero, pche se la, a, alla .b. havesse proportione come da numero a numero seguiria per la sesta che la detta, a, fusse commensurabile con la detta .b. & gia non e (dal presupposito) adonque la .a. alla .b. non ha proportione come da numero a numero, e per tanto le quantità incommensurabile fra loro nõ hãno proportione come da numero a numero laqual cosa bisognava dimostrare.



Theorema. 6. Propositione. 8.

o/8 Se due quantità non haveranno fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità seranno incommensurabile.

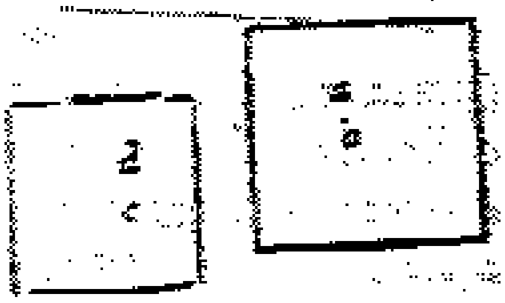
Siano le due quantità .a. & .b. lequale non habbiano proportione insieme come da numero a numero. dico che dette quantità sono incommensurabile, perche se le fusseno commensurabile (per l'adversario) la quantità .a. alla quãtità .b. haveria proportione come numero a numero (per la quinta di questo) & gia dal presupposito non ha tal proportione, adonque le dette quantità, a, & , b, sono incommensurabile, laqual cosa era da demostrare.



Theorema. 7. Propositione. 9.

7/9 D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati communicano in longhezza, la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata serà si come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno incommensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haveranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata nõ serà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle, seranno incommensurabili in longhezza.

Siano le due linee quadrate .a. & .b. li quadrati delle quale siano, c, & , d, dico che se le linee, a, & , b, communicano in lõghezza, la proportiõ delle superficie .c. alla superficie .d. serà si come di numero quadrato a numero quadrato, & e converso & se li duoi lati .a. et .b. seranno incommensurabili in longhezza la proportione della superficie .c. alla superficie .d. non serà si come di numero quadrato a numero quadrato & è converso. El primo argomento se manifesta in questo modo. Se le due linee, a, & , b, communicano in longhezza quelle (per la quinta) seranno in la proportione di duoi numeri, liquali siano, e, & , f, li quadrati delli quali siano, g, & .h.

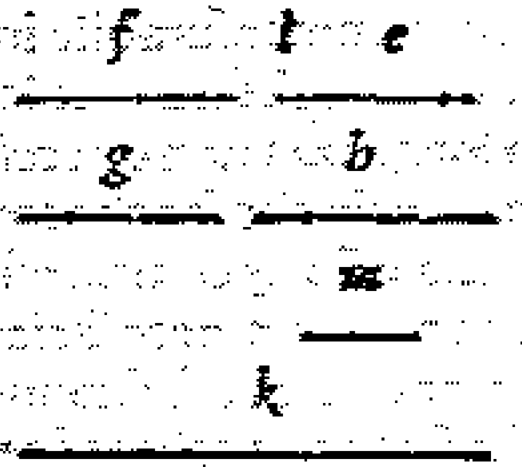


sono commensurabile in potentia pono esser & non esser commensurabile in longhezza, per laqual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser in incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza pono etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perché se seranno commensurabile in longhezza (per l'aduersario) seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absorda, adõque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

o Et in le cose Arithmetice (per la uigesima quinta del ottauo) è stato
9 dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioè quelli che nõ hanno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueranno tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, laqual cosa non se suppone, adonque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

o/9 Puotemo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche egliè commensurabile la linea. a. alla linea. b. per la quinta di questo, hãno la proportione come da numero a numero, habbianõ adonque quella si come el numero. c. al numero. d. & multiplicando. c. in se medemo poniamo che faccia. e. & multiplicando el detto. c, contra. d., poniamo che faccia, f, & multiplicado, d, in se medesimo poniamo che faccia. g. adonque perche al. c. multiplicado in se ha fatto. e. & multiplicado fia el. d. ha fatto. f. adonque si come è dal. c. al, d. qual è si come dal. a. al. b. cosi è dal, e. al, f, ma si come dal, a, al, b, cosi è quello che uien fatto dal. a. in se medesimo a quello che uien fatto del, a, nel b, egliè adonque si come el quadrato del. a. al rettangolo del. a. in. b. cosi è lo, e, al, f. Anchora perche multiplicado el. d. in se medesimo uien fatto el. g. & multiplicado el. c. fia el, d, uien fatto, f, adonque (per la undecima del quinto) si come è *quale è disparo per la trigesima del nono al quadrato del numero .l. elqual sia .m. alqual .k. sia posto esser el doppio, elqual .k. (per la diffinitione) serà paro, & perche el quadrato di a,c, e doppio al quadrato di a.d. (per la penultima del primo) lo numero .h. serà doppio al numero .m. & conciosia che el numero .k. sia anchora lui doppio al medesimo numero .m. (per la nona del quinto) lo numero .h. numero disparo serà equale al numero .K. numero paro che è il proposito.*



Il Tradottore.

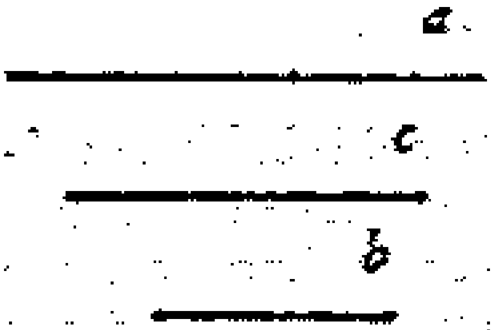
Questa ultima parte che se dimostra, cioè che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potrà uedere.

Correllario.

Et da queste cose dimostrate eglie manifesto che le linee cõmensurabile in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quãtità che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per laqual cosa le linee rette commẽsurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia conciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma simplicimente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioè essi rette linee (dalle quale sono descritti) son cõmensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non è necessario esser commensurabile in longhezza, saluo se non serãno come numero quadrato a numero quadrato, e per tanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non è necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, pono hauere & non hauere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che *del .h. al .e. & del .f. al .g. sian continuate in tre termini, liquali sian .h. k. l. (come insegna la quarta propositione del ottauo) et (per la equal proportionalità) la .a. alla .b. serà si come lo numero .h. al numero .l. adonque (per la sesta di questo.) .a. & .b. sono communicanti che è il proposito.*

Lemma.

0/13 Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudine seranno incommensurabile.



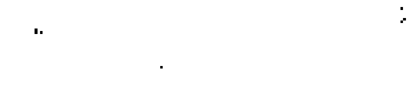
Siano le due magnitudine .a. b. & l'altra .c. & sia la .a. commensurabile alla .c. & la .b. sia incommensurabile alla medesima .c. Dico che .a. & .b. sono incommensurabile perche se .a. fusse commensurabile alla .b. per lo conuerso della precedēte seguiria che .b. fusse commensurabile con .c. laqual cosa non se suppone.

Theorema .9. Propositione .11.

0/13 Se seranno due quantità fra loro communicante, a qualunque quantità, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi, ne etiam l'altra gli communicarà.

Siano le due quantità .a. & .b. communicante, & sia posta qual si uoglia quantità (poniamo .c.) con laquale communichi .a. Dico che la .b. communicarà con la medesima, laqual cosa (per la decima di questo) è manifesto cōciosia che l'una e l'altra communica con la quantità .a. ma se un'altra uolta sia posto che .a. & .b. siano communicante come prima, & sia pur posto una quantità (poniamo .c.) con laquale non communichi .a. Dico che .b. non communicarà con la medesima .c. perche se .c. communicasse con .b. conciosia che, a, communica anchora con el medesimo .b. (dal presupposito) seriano (per la detta decima) .a. & .e. communicante, & era posto, che non erano communicante per laqual cosa è manifesto quello che hauemo detto. 9/12

Il tradottore.

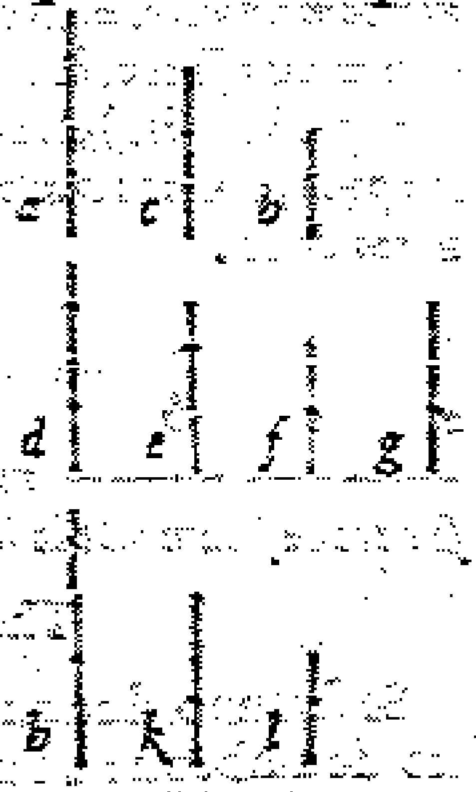


Questa propositione in la prima tradottione se espone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritroua solamente in la seconda tradottione &c.

Theorema .10. Propositione .12.

9/15 Se seranno due quantità communicante anchora tutto el composto de ambedue all'una e l'altra de quelle serà communicante, & se me è il c.al d. cioè si come lo a al b. cosi lo,f,al,g, ma si com'è lo a,al,b, cosi è quello rettangolo che uien fatto, ouero contenuto sotto del a.&. b,al quadrato del,b,adonque si com'è quello che uien fatto del,a,in b, a quello che uiē fatto del,b,in se medesimo,cosi è lo,f,al,g, ma si come è el quadrato del a al rettangolo del,a,in b. cosi era lo,e, al,f, adonque (per la equal proportionalità,cioè per la uigesima secōda del quinto) si come è il quadrato del,a, al quadrato del,b,cosi è lo,e,al,g, & l'uno e l'altro cioè,e,&,g, è numero quadrato cioè lo, e, è el quadrato de,c, & lo,g,e lo quadrato del,d, adonque el quadrato de,a,al quadrato del,b, hanno la proportione come da numero quadrato,a numero quadrato laqual cosa bisognaua dimostrare.

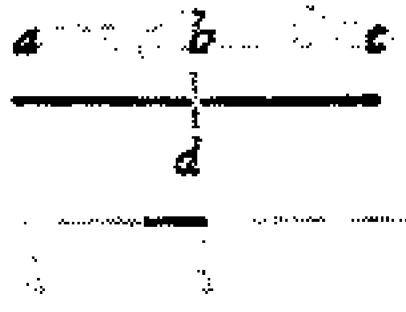
o/9 Hor ponimo che il quadrato del,a,al quadrato del,b,habbia quella proportione che ha el numero quadrato , e, al numero quadrato g. Dico che la linea,a,è commēsurabile alla linea,b,e per dimostrare questo sia,c,el lato del,e,&,d,el lato del,g,& multiplicado,c,contra,d, facciano ,f,adonque li tre numeri,e,f,g, son cōtinui proportionali in quella proportione che è el, c, al, d, (per la decima ottaua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del,a,in,b,e medio proportionale fra el quadrato del,a,& el quadrato del,b,& fra li duoi numeri quadrati,e,&,g,el suo medio proportionale,e,f,adonque si come è il quadrato del,a,al rettangolo del,a,in,b.cosi è il numero,e,al numero,f,& cosi è il rettangolo del detto a,in,b,al,quadrato de,b,cosi è lo numero,f,al numero,g,ma si come è il quadrato de,a,al rettangolo del,a,in,b, cosi è la linea,a,alla linea,b,adonque,a,&.b, sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero. e, al numero. f.laqual e si come del,c,al,d,cioè si come del,c,al,d,cosi è del,e,al.f.perche multiplicado c,in se medesimo quel fece.e.& quel medemo multiplicado nel,d.quel fece.f.adonque si come è il.c.al.d.cosi è lo,e,al,f.



Theorema.8. Propositione.10.

8/12 Se seranno due quantità communicante a una quantità anchora quelle quantità è necessario esser fra loro commensurabile.

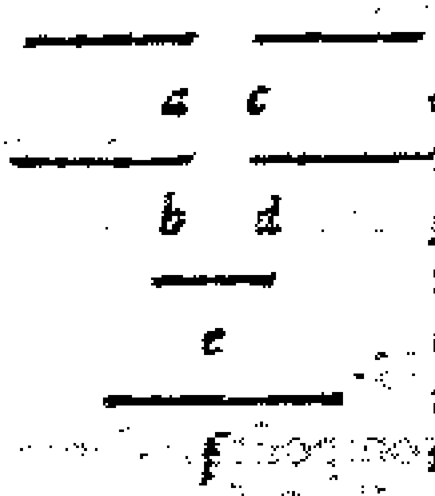
Siano l'una e l'altra delle due quantità, a,&,b, communicante alla quantità c. Dico.a.&.b.esser commensurabile perche la,a, alla,c,(per la quinta)e come numero. a numero,similmente anchora(per la medesima)la,c,alla,b,e si come numero a numero , adonque sia il numero, d,al,numero,e,si come la,a,alla,c,& lo numero,f,al numero,g, sia come è la,c, alla,b, & le proportioni che sono



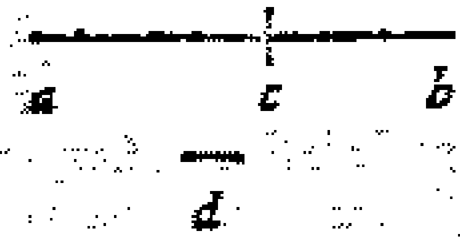
Siano le due grandezze incommensurabile, a, b, & , b, c, siano composte insieme. Dico che tutta, a, c, serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, perche se la, c, a. & , a, b, non sono incommensurabile (per l'aduersario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misura ambedue; hor se egliè possibile sia che. d. misuri quelle adonque perche, d, misura le dette. c. a. & . a. b. misurarà etiam el rimanente, b, c, & gia misura, a, b, adonque el, d, misura le dette. a. b. & . b. c. e per tanto (per la prima diffinitione del. 10.) dette. a. b. et. b. c. sono commensurabile, & sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile, adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a b. & . c. a. e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta. a. c. sia incommensurabile a una delle dette. a. b. & . b. c. similmente demostreremo anchor che le dette due grandezze. a. b. & . b. c. sono incommensurabile, hor sia primamente alla. a. b. Dico che dette, a, b, & , b, c, sono incommensurabile, perche sono commensurabile (per l'aduersario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misurarà quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile è). d. adonque perche. d. misura dette. a. b. & . b. c. adonque misurarà etiam tutta. a. c. & misura etiam. a. b. adonque. d. misura dette. c. a. & . a. b. e per tanto le dette. c. a. & . a. b. sono commensurabile & sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a. b. & . b. c. e per tanto dette. a. b. & . b. c. sono incommensurabile, similmente se demostrarà che la, a, c, alla rimanente. b. c. è incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che seguita, laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 12. Propositione. 14.

10
11 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commensurabile alla seconda, anchora la terza serà commensurabile alla quarta, & se la prima serà incommensurabile alla seconda, anchora la terza serà incommensurabile alla quarta.



Siano le quattro quantità proportionale. a. b. c. d. Dico che se. a. communica con. b. anchora. c. communicarà cō d, & se, a, e incommensurabile con, b, anchora, c, serà incōmensurabile con. d, & se, a, communica con b; in potentia solamente anchora. c. communicarà con, d. in potētia solamente niente di manco l'Auctor non propone questo perche facilmente è manifesto per la demostratione delle prime parte, lequale se demostreremo in questo modo, se, a, cōmunica con. b. (per la quinta di questo) serà, a, al, b, si come numero, a numero sia adonque si come, e, al, f, ma perche (per el presupposito) a. al. b. e si come, c, al, d, serà c, al, d, si come el numero, e, el numero, f, adonque (per la sesta), c, e, communicante con, d, che è il primo proposito tutto el composito serà all'una e l'altra de quelle commensurabile, ambedue seranno commensurabile.



Siano le due quantità, a, & , b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle (elquale sia, c.) esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, (& è conuerso) similmente dico che se tutto el composito da quelle communica a una di quelle che quel medesimo communicarà anchora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel conuerso cioè che se, a, & b, sian supposti incommensurabili dico che il lato composto (cioè, c, serà incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composto, c, serà incommunicante all'una di quelle, anchora serà communicante all'altra, & quelle anchora seranno incommunicante fra loro. Siano adonque primamente a, & , b, communicante & sia la communa misura de quelle, d, laquale conciosia che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cõcettione simile alla auanti la penultima del settimo) numerarà etiam, c, per laqualcosa (per la diffinitione) c. communicarà all'una e l'altra di quelle (cioè al, a, & , b,) & al contrario anchora se, c, communichi l'una e l'altra de quelle, sia la communa misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & , b, esser communicanti. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle (qual sia, a.) dico che communicarà anchora con, b, etiam, a, & , b, communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantità che misura communemente, c. & . a. perche adonque. d. misura il tutto etiam el detratto (per la concettione) quella misurarà el residuo cioè, b, adonque per la diffinitione, anchora, c, communica con b. & . a. communica anchora con. b. che è il proposito, ma se, a. & b. siano supposti communicanti el composito. c. serà incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se'l communicasse con l'una & l'altra di quelle, ouero con una di quelle, & quelle (per le cose dimostrate di sopra) communicarano fra loro insieme, laqualcosa seria contra il presupposito, similmente per il conuerso se'l, c, è incommunicante all'una et l'altra di quelle, ouero all'una di quelle serà anchora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqualcosa è manifesta per le cose dimostrate per la destruttione del consequente.

Il Tradottore.

Il conuerso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare nientedimeno nella seconda ui è la propositione distinta laquale è la sequente.

Theorema. 11. Propositione. 13.

0 / 16 Se due grandezze incommensurabile seranno compositi insieme, el tutto serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se'l tutto serà incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio seranno incommensurabile.

ro.b. al numero.c. per laqual cosa.a.a. & .d. sono commensurabili in potentia (per la

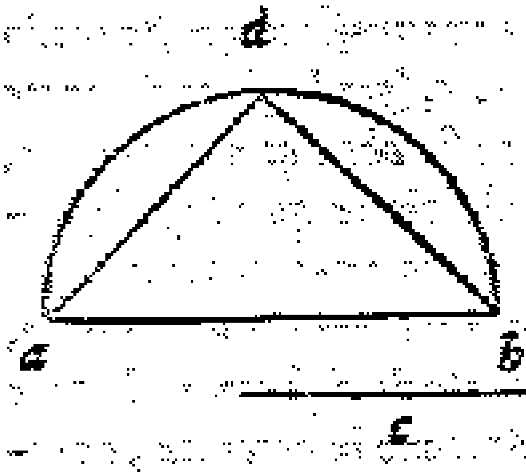
a — sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incommen-

6 — surabile in longhezza adonque retrouata e la prima linea.d. laquale

$\sqrt{}$.4. 3. 36. era el proposito de cercar, l'altra la retrouo in questo modo interpon-

108. go (come insegna la nona del sesto) la linea f, nel luoco di mezzo pro-

R 27. proportionale fra, a, & ,d, & (per lo correlario della decima ottaua del sesto) el quadrato de, a, al quadrato de, f, serà si come, a, al, d, adonque (per la seconda parte della nona) el quadrato de, a, e incommensurabile al quadrato de, f, adonque la linea, f, e incommensurabile in potentia alla linea, a, per laqual cosa è etiam incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea, f, e la seconda linea, laquale el proposito era de ritrouar, & cosi è manifesto il proposito.



Lemma.

0/14 Date due linee rette ineguale, puotemo ritrouare quanto piu puo la maggiore della minore.

Volendo saper quanto piu possa. 6. de R 12.
36
12
24 tanto puo piu.

Siano le due date linee rette, a, b, & , c, delle quale la maggiore sia la, a, b, hor bisogna trouar quanto puo piu la. a. b. della, c, sia descritto sopra la, a, b, el semicerchio, a, d, b, & in quello (per la prima del quarto) sia coattada la, a, d, eguale alla c, & sia tirata la, d, b. Al presente è manifesto che l'angolo, a, d, b, e retto, & che la a, b, puo piu della, a, d, (che è eguale alla, c,) in el quadrato della, d, b, e similmente, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto, quelle due, laqual cosa cosi lo ritroua. Siano le due date rette linee, a, d, & , d, b, alle quale sia debisogno trouar una linea potente in quelle. sia posto che, a, d, d, b, coprendano l'angolo retto, e sia tirata la, a, b, et un'altra volta (per la quadragesima settima del primo) è manifesto quella esser la. a. b.

Theorema. 13. Propositione. 16.

12/14 Se la prima, de ogni quattro linee proportionale puo piu della seconda tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza è necessario posser tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quattro linee proportionale. a. b. c. d. & sia la. a. maggiore della, b. &

sito, el secondo è manifesto dal primo dalla destruttione del consequente, perche se, a, e incommensurabile con. b. le necessario. c. esser incommensurabile con. d. perche se'l fusse a quello commensurabile (conciosia che sia come, c. al. d. cosi. a. al. b.) per el presupposito (seria) per la prima parte, a, communicante con. b. & non era communicante, per laqual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'Auttore ma quella parte che gli havemo aggiunto (cioè che se, a, communica con, b, solamente in potentia. c. communica con, d, solamente in potentia) e manifesto in questo modo conciosia che, a, non communichi con, b in longhezza ne el, c, (per la seconda parte de questa) communichi con el d, in longhezza & conciosia che'l quadrato de, a, communichi con el quadrato de, b, (dal presupposito) serà (per la quinta) el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, b, si come numero a numero liquali siano, e, & f, & perche el quadrato de, c, al, quadrato de, d, e si come el quadrato de, a, al quadrato de, b, serà etiam el quadrato de, c, al quadrato de, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque (per la sesta), c, & d, communicano in potentia, e perche non communicano in longhezza, el proposito è manifesto.

Problema. 3. Proposicione. 15.

11 A qualunque proposta retta linea puotemo trouare due rette linee
10 quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza & in potentia.

Sia la proposta linea. a. voglio ritrouare due linee dellequale una communichi con. a. in potentia solamente: & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia: adonque piglio dui numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati, & siano questi, b, & c. liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero nõ quadrato ha quella proportione laqual nõ ha alcuni numeri quadrati (questo conferma la vigesima seconda del ottavo) tolti questi tali numeri trouo la linea. d. al. quadrato dellaquale sia el quadrato della linea. a. si come el numero. b. al numero, c, & questa tale linea ritrovo, in questo modo diuido la linea. a. in tante parti quante unità sono in el numero, b, laqual cosa facio facilmente, con lo agiuto della undecima overo duodecima del sesto, & dapoi sopra la estremità della linea. a. erigo la linea. e. perpendicolarmente, in laqual tante volte sia contenuta una delle parti de. a. quante volte è la unità in. c. perche, adonque (per la prima del sesto) la proportione del quadrato della linea. a. alla superficie che vien fatta dal. a. in. e. e si come la linea. a. alla linea. e. e però si come del numero b. al numero. c. hor sia posto. d. nel luoco di mezzo proportionale fra. a. & e. (si come insegna la nona del sesto all'hora (per la prima parte della decima sesta del medesimo) el quadrato de. d. sarà eguale alla superficie produtto dal. a. in. e. & sarà la proportione del quadrato della linea. a. al quadrato della linea. d. si come del nume

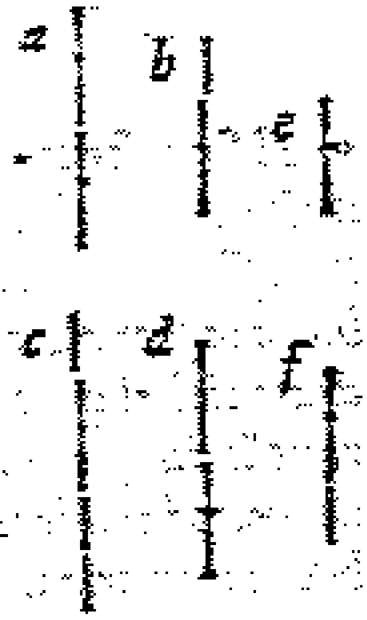
Il Tradottore.

Il soprascritto lemma se ritruoua solamente nella seconda tradottione, elquale e molto al proposito per le due propositioni che seguitano, & la demostratione di quello e assai facile, ma il modo di costruere lo parallelogrammo.a.d. sopra la data linea.a.b. con la sopradetta conditione, cioè che manchi a compir la detta linea.a.b. un quadrato cioè el quadrato.d.b. Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due sequente propositioni,) non e molto facile massime per quelli che nō hāno molto familiare la uigesima ottaua propositione dil sesto libro, ma a che hauerà ben in memoria il procedere generale della detta uigesima ottaua dil detto sesto, nō hauerà alcuna difficultà nelle due sequente propositioni, adonque se per caso la te fusse uscita di memoria di nouo a lei recorri che ti serà di utile. ma aduertisse che se bene la detta uigesima ottaua del sesto non dice precisamente quello che si suppone nel soprascritto lemma, ouero quello che nelle due sequente propositioni occorrerà di fare, cioè de aggiungere ouero designare sopra una data retta linea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un altra linea (minore di lei) talmente che manchi al compimento della data linea, una superficie quadrata nientedimeno se tu ben considererai il procedere generale di q̃lla tu non hauerai alcuna difficultà in questa particulare, perche la maggiore differentia che sia di quella a questa e che in luoco dil triãgolo.c. (in quel loco addutto) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (uolendo) tu la puoi retirare in uno triãgolo (come sopra la uigesima nona dil ditto sesto fu mostrato) abenche senza retirarla in triãgolo potrai essequire il tuo intēto se ben cōsiderarai quella parte addutta sopra la detta uigesima ottaua dil detto sesto. Della superficie.d. in la detta uigesima ottaua addutta, puo essere quadrata e non quadrata e però quella nō te altera (nelle sequente) il tuo operare. Ancora un'altro piu espedito modo da essequir tal effetto senza agiutto della detta uigesima ottaua del sesto, se aduce dal cōmentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

Theorema.14. Propositione.17.

13/17 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale alla quarta parte del quadrato della minor, aggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a compire tutta la linea una superficie, quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, egliè necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longha, & se la piu longha serà piu potente della piu corta per accresimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggiunta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggiunta e necessario diuidere la medesima linea piu lōgha in due parti cōmensurabile.

Se siano

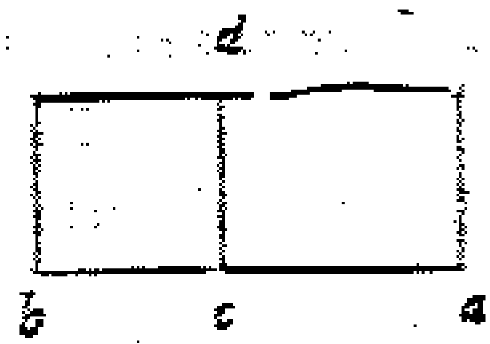


b, & la, c, della, d, & anchora sia la, a, piu potente della, b, in el quadrato della linea, e, &, c, sia piu potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, e, in longhezza anchora, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, non communica con, e, in longhezza ne etiam la, c, communicarà con, f, in longhezza & se, a, communica con solamente, e, in potentia, anchora, c, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Auttore non propone questo ultimo perche facilmente è manifesto dalla demostratione di prima perche conciosia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, serà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, e equale alli quadrati delle due linee, b & e, similmente al quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & f, la proportione di quadrati delle due linee, b, & e, al quadrato de, e serà si come di quadrati delle due linee, d, & f, al quadrato de, f, adonque disgiuntamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, serà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adonque del, b, al, e, serà si come del, d, al, f, anchora per la equal proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel luoco aggiunta) questa parte aggiunta.

Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, &, e, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, &, f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.

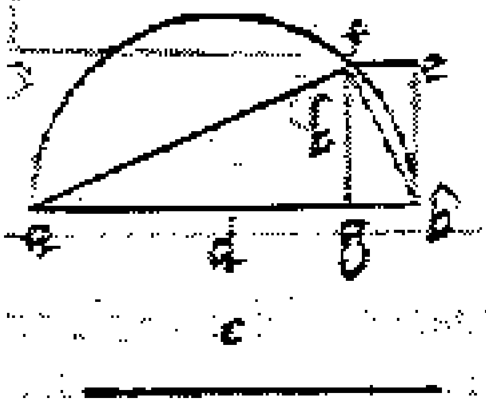


Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, ouero descritto uno paralellogrammo alquale (a
17 compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto paralellogrammo descritto, serà equale a quello che uien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo paralellogrammo a, d, alquale manchi a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l paralellogrammo, a, d, è equale a quello che uien contenuto sotto de, a, c, &, c, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, e quadrata el lato, d, c, è equale al, c, b, & lo paralellogrammo, a, d, e quello che fatto ouero contenuto sotto di, a, c, &, c, d, & questo è quello che fatto ouer contenuto sotto di, a, c, &, c, b, perilche seguita el proposito.

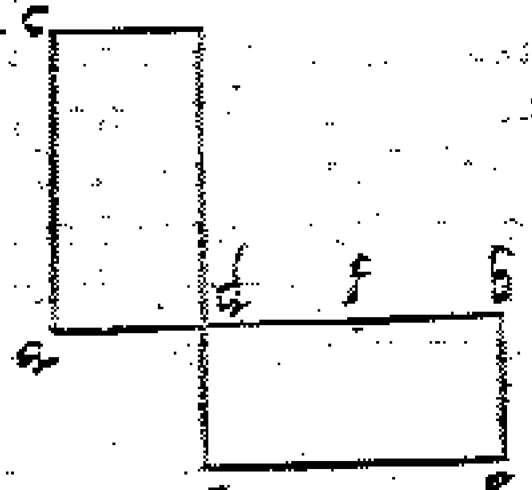
Il Tra-

adonque che la,d,b,è communicante con la,a,d,stante,che,f,b,sia communicante con,a,b,perche se questo serà che,f,b,sia communicante con,a,b,serà anchora communicante con,a,f,(per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiam con a,d,& con,d,f,a quella equale e per tanto etiam,d,b,serà communicante con, a, d,che è il secondo proposito, ma al presente è da demostrare qualmente la linea, a. b,quando che essa serà posta maggiore della linea,c,possa esser divisa talmente che fra le parti di quella caschi la mità della linea,c,continuamente proportionale,per che quando la serà cosi divisa, la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della mità della linea,c,& essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea,c,aggiunto alla linea,a,b,talmente che manchi una superficie quadrato, perche questo serà fatto in questo modo,divisa,a,b,i due parti equali in ponto,d,& sia lineato sopra quella lo semicerchio,a,f, b, & similmente sia lineata la linea,b,e, perpendicolare alla, a, b,laquale sia posta equale alla mità della linea, c, & sia dutta la,e,f, equidistante alla,a,b,per fina a tanto che la seghi la circonferentia del semicerchio in ponto,f. perche è necessario che seghi quella(conciosia che la linea,a,b,sia maggiore della linea,c.) & sia dutta la,f. g,perpendicolare alla,a,b,laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea,e,b,(per la trigesima quarta propositione del primo) serà anchora equale alla mità della linea,c,sia adonque dutte le linee,f,a,e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a,f,b,serà retto e però(per la prima parte del correllario della ottava del sesto)la linea,f,g,serà nel mezzo luoco proportionale fra,a,g,et,g,b,per laqual cosa la mità della linea,c,(laquale è equale a quella) serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.



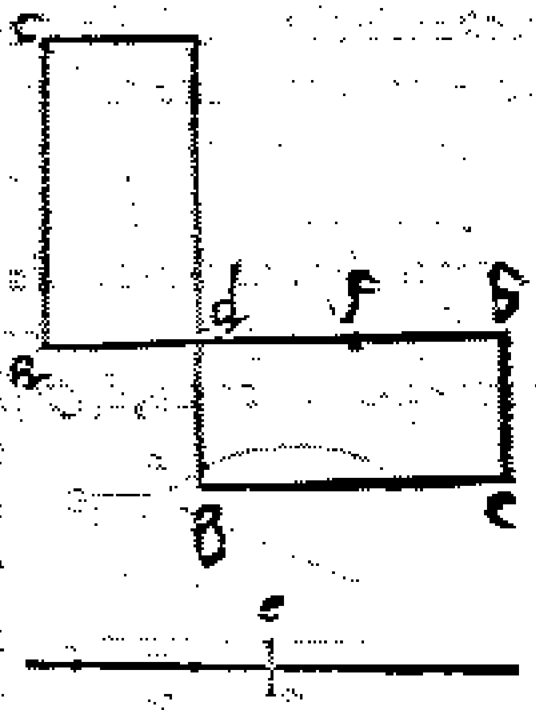
Theorema. 15. Propositione. 18.

14
18



Se seranno due linee inequale delle quale se la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu longha talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longha serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longha & se la piu longha serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza, a essa linea piu longha,& sia posto, over aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta & manchi a compire la

Se siano le due linee .a.b. & .c. & sia .a.b. maggiore & sia aggiunta alla linea .a.b. una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea .c. talmente che manchi a compire la linea .a.b. una superficie quadrata, perche questo e possibile a fare per la uigesima ottaua del sesto laqual cosa facilmente uien fatta in questo modo, sia diuisa .a.b. in le due linee .a.d. & .d.b. talmente che fra queste cada la mità della linea .c. continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima settima del sesto) la superficie de .a.d. in .d.b. (laquale sia .d.e.) serà equale al quadrato della mità della linea .c. per laqual cosa (per la quarta del secondo) la medesima serà subquadrupla al quadrato della linea .c. anchora mancha a compire la linea .a.b. una superficie quadrata, conciosia cosa che et .a.d. sia equale al .d.g. & .d.b. sia equale al .g.e. e per tanto dico che se la superficie .d.e. diuide la linea .a.b. in due parti communicanti la linea .a.b. serà piu potente della linea .c. inel quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza & è conuerso. & conciosia che la linea .a.b. sia maggiore della linea .c. la parte .a.d. nō serà equale alla parte .d.b. perche se la fusse equale la superficie .d.e. seria quadrata, & perche essa superficie è equale al quadrato della mità della linea .c. seria .a.d. equale alla mità de .c. & tutta .a.b. seria equale a tutta la .c. laqual cosa seria contra el presupposito, adonque la .a.d. non è equale alla .d.b. adonque della maggiore de quelle (laqual sia .d.b.) sia tagliato la parte .d.f. equale alla .a.d. & (per la ottaua propositione del secondo) el quadrato de tutta la .a.b. serà equale a quelli rettangoli fatti de .d.b. in .d.a. quattro uolte & al quadrato de .f.b. per laqual cosa la linea .a.b. serà piu potente della linea .c. inel quadrato della linea .f.b. laquale è necessario communicare a tutta la .a.b. se la linea .a.d. e communicante alla linea .d.b. perche se questo serà la .d.b. serà communicante alla .d.f. sua equale per laqual cosa (per la duodecima propositione) .b.f. communicha con .f.d. è però communica etiam a tutta la .b.d. & per questa causa communica etiam con tutta la .a.f. adonque communica etiam con tutta la .a.b. & cosi è manifesto el primo proposito, el conuerso di questo è manifesto in questo. sia la .a.b. piu potēte della .c. inel quadrato della linea .f.b. laqual communichi con lei medesima in longhezza, dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea .c. aggiunta sopra alla linea .a.b. (talmente che manchi una superficie quadrata) diuide la linea .a.b. in due parti communicanti, perche se sia diuisa .a.f. in due parti equali in .d. & sia fatta la superficie .d.e. del .d.b. in .d.a. & mancarà a compire la linea .a.b. la superficie quadrata, & (per la ottaua propositione del secondo libro) el quadrato de .a.b. serà equale al quadruplo della superficie .d.e. et al quadrato de .f.b. Adonque el quadruplo della superficie de .d.e. è equale al quadrato della .c. per laqual cosa la superficie .d.e. sie equale alla quarta parte del quadrato della .c. dico



adonque

Il Tradottore.

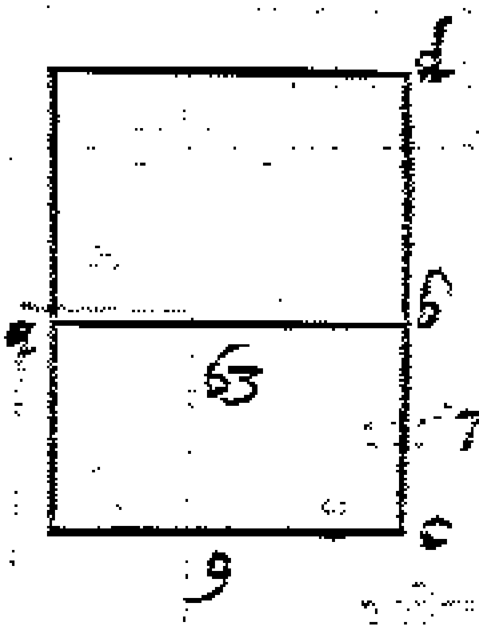
El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

15/19 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo alcuno di predetti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza, ma ponno esser rationale etiam solamente in potentia, pur che siano commensurabile in longhezza, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e vie di sopra addutte, perche el quadrato di qual si voglia di quelle sarà rationale (essendo caduna di quelle rationale in potentia) onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo: & questa è molto piu generale dell'altra.

Theorema.17. Propositione.20.

16/20 Quando che sopra a una linea rationale in lõghezza sarà posta una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza & commensurabile co'l primo in longhezza.



Questa è quasi el converso della precedente, come se la superficie, a, c, (aggionta overo posta sopra alla linea, a, b, rationale in longhezza) sarà rationale: dico che il secondo lato di quella (elquale e, b, c,) sarà anchora rationale in longhezza & communicante al primo lato: perche se sia, a, d, el quadrato de, a, b, & sarà rationale (per la diffinitione) & per questa causa serà cõmunicante con la superficie, a, c, rationale, perche adonque (per la prima del sesto) si come è la superficie, a, d, alla superficie, a, c, cosi è anchora la linea, b, d, alla linea, b, c, & la superficie, a, d, commmunica con la, a, c, sarà (per la prima parte della decimaquarta) d, b, communicante con, b, c, adonque serà etiam communicante cõn la, b, a, (sua eguale) & b, a, è rationale (dal presupposito,) per laqual cosa (per la diffinitione) etiam, b, c, sarà rationale, adonque è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa sopra ascritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

16/20 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale sarà la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioè a quella sopra laquale fu posta la superficie.

Onde

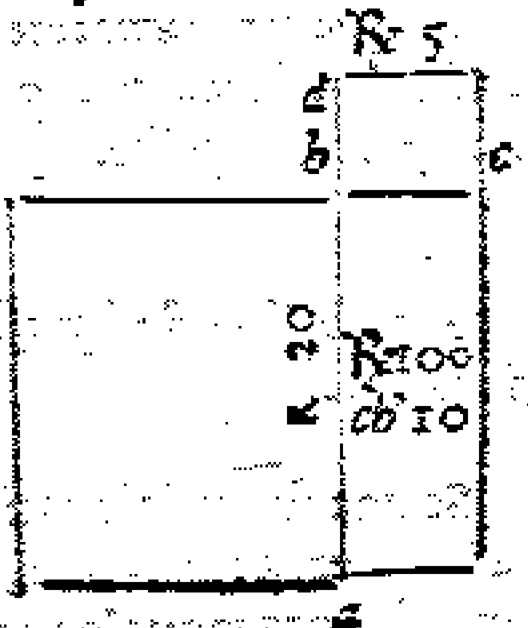
re la piu longha una superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta ouero aggiunta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decima ottaua mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche, se a,d, non communica con,d,b, ne etiam,d,f,(a le equale) communicarà con la medesima,d,b, adonque (per la 13. propositione).d.f. non communicarà con f,b, per laqual cosa manco con,a,f, perche.a.f.& ,d,f, sono communicante si come el numerante & el numerato, e però ne etiam,a,b, communicarà con la linea,f,b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioè se,a,b, non communica con,f,b, non communicarà con,a,f, per laqual cosa non communicarà etiam con,a,d, ouero con, d,f, adonque ne, d, b, communicarà con,d, a, anchora tu poi demostrare questa decima ottaua propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella et la seconda per la prima per la destructione nel consequente, perche se,a,d, et,d,b, non communicano ne etiam,a,b,& ,f,b, communicaranno, perche se,a,b,& ,b,f, communicassено bisognaria (per la secõda parte della premessa) che,a,d, communicasse con,d,b,& era posto che'l non communicasse, per lo medesimo modo se procederà della seconda parte perche se,b,a,& ,b,f, nõ communicano ne etiam,a,d,& ,d, b, communicaranno, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che,a,b,& ,b,f, communicasseno liquali non communicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 19 Ogni superficie rettãgola che contẽgono due linee rationale in longhezza se proua esser rationale.

Siano le due linee.a.b. et.b.c. (lequale cõtẽgano la superficie rettãgola.a.c.) rationale ĩ lõghezza dico la superficie.a.c. essere rationale: perche descritto il quadrato de quale si uoglia di quelle come il quadrato.c.d. della linea.b.c. sarà (per la prima del sesto) la proportione del quadrato c.d. alla superficie.a.c. come la linea.b.d. alla linea.a.b. perche adonque.b.d. communica in longhezza con.a.b. (dal presupposito) però che la.b.c. (sua eguale) communica con essa (per la prima parte della decimaquarta) c.d. sarà communicante con.a.c. adonque conciosia che c.d. sia rationale (per la diffinitione) etiam.a.c. sarà rationale: che è il proposito.



Anchora.

Se 9. 5. R. 12

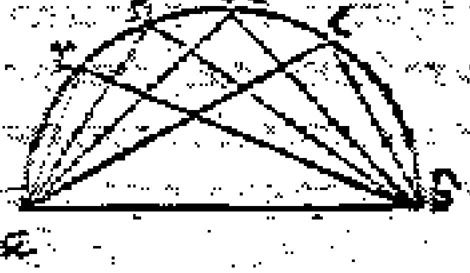
12

60

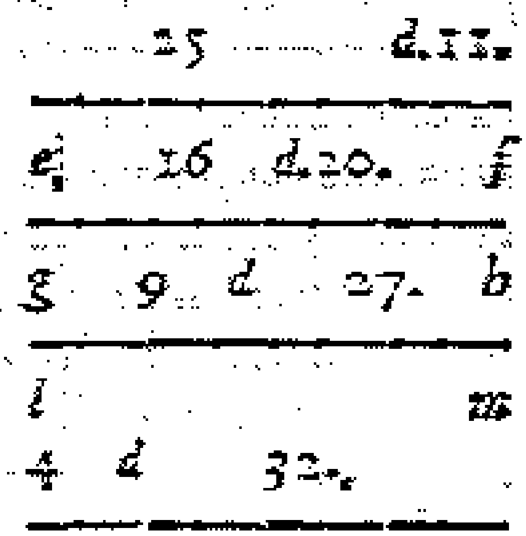
$6\frac{6}{9}$

R. 12. p̄ R. 6 $\frac{2}{3}$

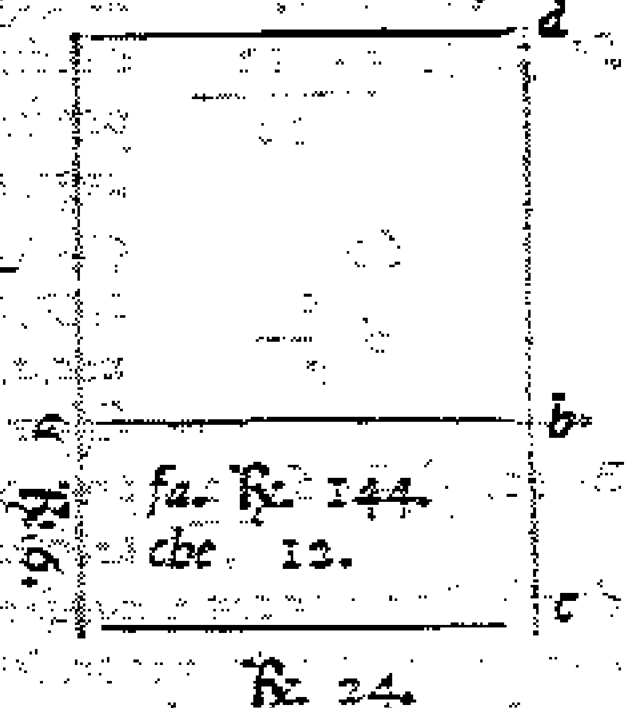
mezzo cerchio.a.c.b.& ſia.a.c.& ſubſtendarò la linea. c.b.dico le due linee.a.b.& .c.b.eſſere quelle che cercamo, perche (per la trigeſima prima propoſitione del terzo) lo angolo,c,ſerà retto,e però(per la penultima del primo)lo quadrato de.a.b.è equale alli quadrati delle due linee,a, c,&,c,b, & perche la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.c.è ſi come del.d.e.al.d f.(per el preſuppoſito) (per la euerſa proportionalità (la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea,c,b,ſerà ſi come del.d.e.al.f.e.adonque el quadrato de.c.b.cōmunica con el quadrato de,a,b, (p̄ la.6.propoſitione di queſto)adonq; el quadrato de.c.b.ſerà rationale(per la diffinitione) concioſia che'l communica con una ſuperficie rationale, & perche.c.b.& .a.b. ſono incommenſurabile (per la ultima parte della nona propoſitione)è manifeſto le due linee.a.b.& .c.b. eſſer rationale in potentia ſolamente communicante , ma perche la linea.a.b.e piu potente della linea,c.b.inel quadrato della linea.a.c.laquale (per la ſeconda parte della nona)communica con ſeco in longhezza è manifeſto eſſere ſatiſfatto el propoſito, Ma ſe tu deſideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia ſolamente communicante delle quale una ſia piu potente de quale ſi voglia delle altre inel quadrato de alcuna linea communicante con ſeco in longhezza, ſia come per auanti la linea.a. b.rationale in longhezza,ſopra laquale ſia deſcritto el mezzo cerchio.a.c.b.et ſia tolto lo numero.d.quadrato quale ſia diuiſibile in molti quadrati & non quadrati di quali non quadrati la proportione non ſia ſi come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra ſe danno come el.36.elquale è diuiſibile in.25.e.11.e.anchora in.16.e.20.& finalmente in.9.e.27.e anchora in.4.e.32.et de queſti non quadrati liquali ſono.11.20.27.32.fra loro non e proportione ſi come de alcuno numero quadrato a un'altro ſia adonque che'l numero.



d.quadrato ſia diuiſo in.e.quadrato et in.f.non quadrato & ſia el quadrato della linea,a,b, al quadrato della linea, a, c, ſi come el numero. d. al numero. e. & ſia dutta la linea. c, b. & è manifeſto el propoſito , come per auanti è ſtato dimoſtrato.a.b. & . b. c. eſſer le due tal linea , che cercamo , finalmente anchora diuiderò. d. in.g. quadrato & in. h. non quadrato , & ſia el quadrato della linea. a. b. al quadrato della linea.a.k.ſi come del.d.al.g. & ſia dutta la linea.k.b. & ſeranno come prima le due linee.a.b.& .b.K. quelle che cercamo per lo medemo modo ſe ſia diuiſo un'altra volta.d. in.l.quadrato & in.m.non quadrato , & ſia poſto la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.n.ſi come del.d.al.l.& ſia produtto la.n.b.ſeranno le due linee.a.b.& .b.n. quale cer-



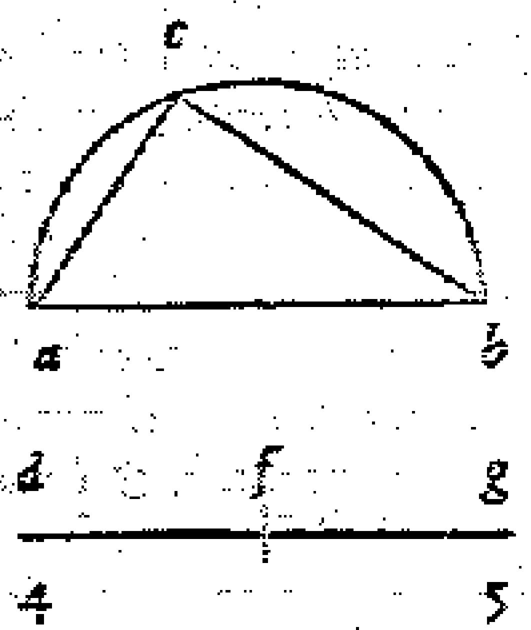
Onde questa è assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la diffinitione) et tutto questo lo verifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie.a.c. rationale, sia posta sopra la linea.a.b. rationale solamente in potentia, dico che il medesimo secondo lato cioè.b.c. serà rationale solamēte in potentia, & commensurabile in longhezza con la.a.b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addutte perche el medesimo quadrato de.a.b. serà rationale (per esser la.a.b. rationale abenche sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie.a.c. & cetera.



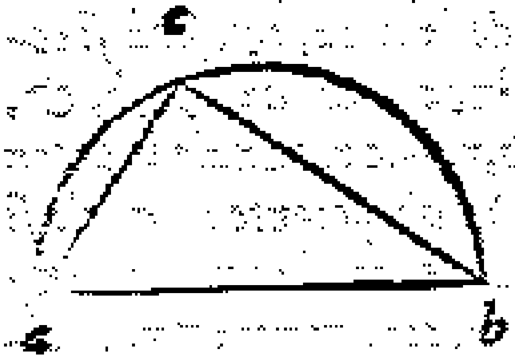
Problema.4. Propositione.21.

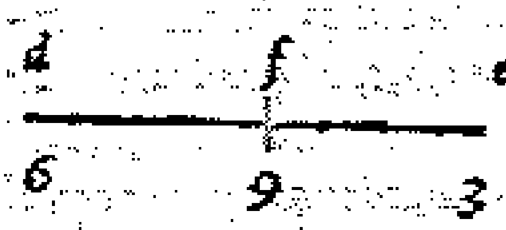
17/29 Puotemo trouare due linee rationale solamente in potētia communicante, delle quale la piu longha possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

El proposito è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la piu longha sia piu potente della corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual sia.a.b. sopra laquale descriuo lo mezzo cerchio.a.c.b. & tolto alcun numero (come.d.e.) diuido quello in li dui numeri.d.f. et f.e. talmente che la proportione de.d.e. al.d.f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del.d.e. al.f.e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuisibile in un numero quadrato et in uno che non sia quadrato come.e.9. elqual se diuide in.4.e.5. et tutti li equalmente multiplici de questi. et trouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea.a.b. sia si come el numero.d.e. al numero.d.f. (& qualmente essa se troua è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo) trouata questa linea (laquale necessariamente è minore de.a.b.) la accomodo (per la prima del quarto) dentro del



Se 9. me da 5. che me darà poniamo 16. 256
5
Se la 1280
16 P R 143 1/9





In questa anchora rimanga la medesima dispositione & li medesimi presuppositi che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero. d.e. a niuno di dui numeri d.f. & f.e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, et questo uien fatto facilmente posto, d, e, qual si uoglia numero quadrato diuiso in doi numeri non quadrati come se, d, e, sia noue et d.f. sei, et f, e, tre argumentando come per auanti eccetto solamente questo che, a, b, & a, c, sono incommensurabili in longhezza (per la ultima parte della noua propositione) & è da saper che le due linee, che insegnano di trouare questa & la premessa componeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia cõmunicante ponno esser una rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia uinticinque piedi & l'altra uinti quattro sono rationali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie è cinque & el lato della seconda non uien numerato. Et ponno esser ambe due irrationale come li lati tetragonici delle sue superficie delle quale una sia uinti quattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra uien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la ultima parte della noua) & se tu desiderasse anchora de trouare piu de due linee rationale in potentia solamente cõmunicante delle quale una sia piu potente de qual si uoglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza sia tolto tal numero el quale possa esser cosi diuiso in piu parti, che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come uinticinque el qual tu'l poi diuidere in doi e uintitre, anchora in cinque & uinti & similmente in sette è decisetto & el processo sia el medesimo che è stato fatto in la premessa.

Per trouar el.4.binomio, ponendo per suo antecedente.6.dirai se.9 me da. 6. (ouer.3.) che me darà.36. opera che uenirà p̃ ℞ 24. e per el.3. daria.6. p̃ ℞ 12.

Et per trouar el quinto dato per suo consequente 8. dirai, se.3. me da 9. che me darà 64. opera che te darà ℞ 192 p̃ 8. tu poteui anchor dire se 6. me da. 9. che me darà 64. opera che te darà. ℞ 96. p̃ 8.

Per trouar el.6. binomio a. ℞ 18. per antecedente dirai, se 9 me da.6. che me darà ℞ 18. opera con il □ de ℞ 18 ch'è 18. & te uenirà ℞ 18 p̃ ℞. 12. & cosi discorrendo.

Lemma, ouero assomptione.

o
21 La linea potente in una area irrationale è irrationale.

Perche se la linea, a. puol in una area irrationale cioè che quel quadrato qual

men

tamo & se un'altra uolta sia diuiso .d. in .p. quadrato & in .q. non quadrato, & la proportione del quadrato della linea .a.b. al quadrato della linea, a, y, serà si come del, d, al, p, & sia protratta la linea, y, b, seranno anchora le due linee, a, b, &, b, y, quale cercamo, e per tanto le linee, a, b, b, c, b, k, b, n, b, y, sono rationale in potentia solamente communicante una delle quale (cioè, a, b,) e piu potente de quala si uoglia delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza: se adonque niuna delle quattro linee, b, c, b, k, b, n, b, y, communica con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approua in questo modo, perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea, a, b, e si come el numero, f, al numero, d, & lo quadrato della linea, a, b, al quadrato della linea, b, k, e si come el numero, d, al numero, b, adonque per la equal proportionalità el quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea. b. k. è si come el numero, f, al numero, b, & niun di quattro numeri, f, b, m, q, sono (dal presupposito) si come numero quadrato a numero quadrato, per laqualcosa (per la quarta parte della nona) le due linee .b.c.b.k. sono incommensurabile in longhezza, & per la medesima ragione, due quale si uoglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che uolemo.

Nota che a trouar praticalmente l'antecedente ogni numero rationale formãte un binomio .1.2.& .3. lo poi trouar con ogni num. □ diuisibile i un num. □ & in uno non □, come 9. come qui appare, & è regola generale & se'l 3. numero serà □ ne uenirà binomio primo, & sel serà num. nõ □ ne potrà uenir binomio terzo, ma uolendo trouar el secondo, alla prima uoltarai 9 & 5. digando se 5 me da 9. che me darà el □ de quello nu. che uoglio che sia consequente, pongo che uoglia 6. per consequente dirò se 5 me da 9. che me darà 36. opera che ne uenirà 64 $\frac{4}{5}$ & la ℞ 64 $\frac{4}{5}$ p̃ ℞ 36 che 6. & cosi ℞ 64 $\frac{4}{5}$ p̃ 6 serà binomio 3. Vero è che l'Auttor procede digando se 36. da 25. che me darà lo □ della, a.b. (rationale largo modo) e da, c, a, & la, c, b, serà poi il secondo nome.

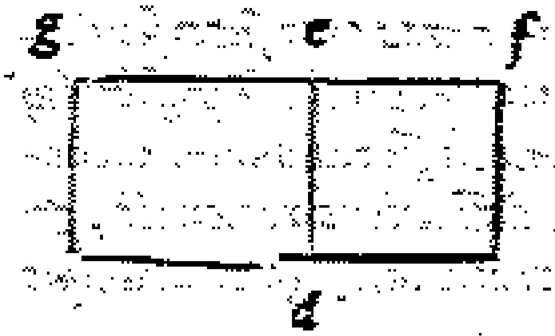
9	5	36.
		5
		180
℞ 36 p̃ ℞ 20		

Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea, a, b, se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione (secondo la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee ponno essere ambedue rationale solamente in potentia, ouero l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, uero è che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito, ideo &c.

Problema. 5. Propositione. 14.

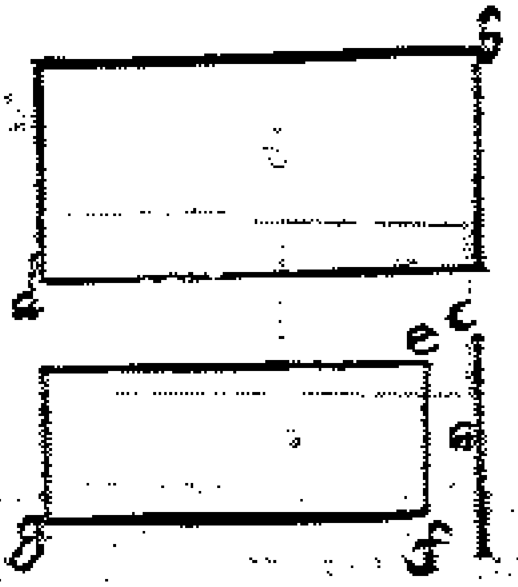
$\frac{18}{30}$ Puotemo trouare due linee rationale solamente in potentia communicante, dellequale la piu longha possi piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.



Siano le due rette linee .f.e.g. Dico che si come .e.f. al .e.g. cosi è il quadrato de .f.e. alla superficie contenuta sotto de .f.e. & .e.g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato ,d,f, & sia compito ,d,g, adonque perche si come ,e,f, al ,e,g, cosi e,f, d, al, d, g, & , d, g, e quella superficie contenuta dal ,f ,e, & ,e,g, adonque si come e,f, e, al, e,g, cosi è quello che uien fatto del ,f,e, a quello che contenuto sotto del ,f,e, et ,e,g, similmente anchora si come quel lo che contenuto sotto de ,g,e, & ,e,f, a quello che uiē fatto dal ,e,f, cioè si come ,g,f, al ,d,f, cosi è ,e,g, al ,e,f,

Theorema. 19. Propositione. 24.

20/22 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quella serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.



Questa è quasi il conuerso della premessa. Sia ,a, una linea mediale & sia la linea ,b,c, rationale in longhezza sopra alla quale sia posto ouero aggiunta la superficie ,b, d, equale al quadrato della linea ,a, laqual cosa se fa in questo modo, sia sotto aggiunta alle due linee ,b,c, & ,a, la linea ,c,d, in continua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della ,b,c, in ,c, d, serà equale al quadrato della linea ,a, (per la sestadecima del medesimo) dico el secondo lato de quella elquale e ,d,c, esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato ,b,c, & serà (per la precedēte) (per la diffinitione della linea mediale) che la linea ,a, possi in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamente in potentia communicanti, laqual sia la superficie ,e.g, li lati dellaquale sian ,e,f, & ,f,g, & le due superficie ,b,d, & ,e,g, (per la prima parte della decima quarta del sesto) seranno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettangole adonque la proportione de ,b,c, al ,e,f, e si come del ,f,g, al ,c,d, per laqualcosa conciosia, che ,b,c, communichi in potentia con ,e,f, (impero che li quadrati dell'una & dell'altra de quelle sono rationali (dal presupposito) ,f,g, (per la decimaquarta) communicarà in potentia con ,c, d, conciosia adonque che'l quadrato de ,f, g, sia rationale (per el presupposito) anchora el quadrato de ,c, d, (per la diffinitione) serà rationale, & perche la superficie ,b,d, è irrationale si come la sua equale ,e,g, (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea ,c,d, non communichi con la superficie ,b, d, & perche el quadrato della linea ,c,d, alla superficie ,b,d, (per la prima del sesto) e si come lo lato ,c,d, allo lato ,c,b, (per la seconda parte della decima quarta) serà che ,c, d, non communichi

con ,b,c,

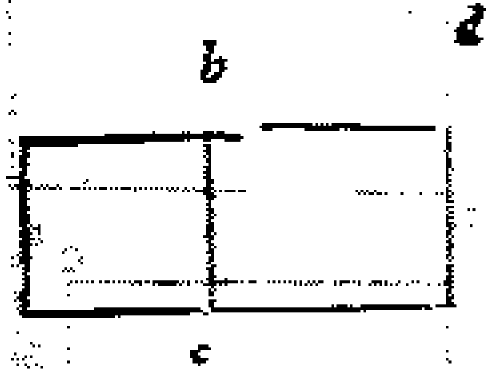
uien fatto della linea,a,sia equale a una area ouer superficie irrationale,dico che la linea,a,è irrationale, perche se possibil fusse(per l'aduersario)che la ditta linea.a.fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea.a. seria per la diffinitione rationale, & (dal presupposito) e irrationale, adonque la linea,a, è irrationale seguita adunque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradottione, elqual lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro, cioè che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superflua.

Theorema.18. Propositione.23.

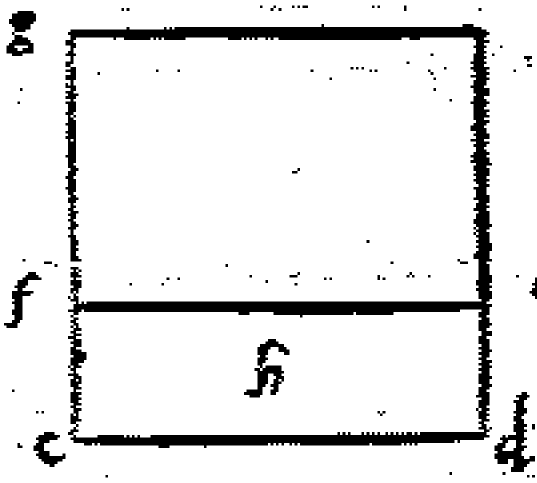
19/21 Ogni superficie che contégano due linee rationale solamente potentialmente communicante,è irrationale, è detta superficie mediale, & lo suo lato tetragonico,cioè quello lato che puol in quella,è irrationale & è detto linea mediale.



Siano le due linee.a.b.b.c. (continente la superficie a.c.) rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trouano della premessa & della auanti la premessa è manifesto. Dico la superficie.a.c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia.c.d. quadrato de.b.c. & serà rationale(per el presupposito)imperoche la linea.b.c.è rationale in potentia,et perche(per la prima del sesto)la proportione del.a.c.al.c.d.è si come della.a.b.alla.b.d. & la.a.b. non communica con la.b.d.perche(dal presupposito)la non communica con la sua equale(laquale.e.b.c.)seguità(per la seconda parte della decimaquarta)che etiam,a,c.non communichi con.c.d.per laqualcosa(per la diffinitione)la superficie.a.c.e irrationale adonque el suo lato tetragonico(per lo soprascritto lemma)e irrationale, & questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioè fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie è detta linea mediale perche anchora lei è nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & queste due linee sono li lati della detta superficie & questo è quello che uolemo.

Lemma.

0/22 Se seranno due linee rette,si come la prima alla seconda,cosi è quello che uien fatto della prima a quello che contenuto sotto alle due rette linee.



to de,a,(per el presupposito)alli quai quadrati le dette superficie sono poste equale,seguita(per la prima parte della decima quarta) che la linea, f, g,communicãte con la linea,d,f,per laqual cosa,f,g,e rationale solamẽte in potentia, si come è, d, f,& incommensurabile in longhezza alla linea, e,f, conciosia che la linea d,f,(a se communicante)sia incommensurabile al medesimo, e,f, imperoche è incommensurabile alla sua equale, per che questo fu prouato in la undecima che se'l serà due quantità communicante a qualonque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli communicarà,adonque (per la uigesima terza) la superficie,e,g, serà mediale,& lo lato tetragonico di quella elquale è, b,serà mediale che è il proposito, finalmente anchora ogni superficie communicante a una superficie mediale è necessario esser mediale, perche se sia la superficie,a,mediale alla quale sia posta la superficie,b,esser cõmunicãte.dico la superficie,b,esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea,c,d,rationale in longhezza & sopra a quella sia aggionta, ouero posta la superficie,c,e,laquale sia equale alla superficie,a,laqual cosa se fa in questo modo,sia trouata la linea,e,f,alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a,si come sia la linea,c,d,all'altro lato (et come questa linea se ritroua e stato detto in la decima del sesto) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie,d,f, serà equale al,a,& anchora per el medesimo modo sopra alla linea,e,f, sia aggionto,ouero posto la superficie,e,g,laquale sia equale alla,b,adonque (per la uigesima quarta) la linea,e,f, serà rationale solamente in potentia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea,c, d, & perche,a,& b,erano communicanti (dal presupposito)seranno anchora,c,e, &,e,g, (a quelle equale) communicante,adonque (per la prima del sesto) & (per la prima parte della decima quarta) de questo seranno le due linee,e,f,& f,g,communicante in longhezza,adonque la linea,f,g,è rationale solamente in potentia:& incommensurabile in longhezza alla linea,e,f,per laqual cosa (per la uigesima terza) la superficie,e,g,serà mediale conciosia che la linea,e,f,sia rationale in longhezza si come,c,d,a lei equale(conciosia adonque che,b, sia equale al,e,g,anchora b. serà mediale che è il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale, onde tutta la superficie,d,g,è mediale, perche conciosia che le due linee,e,f, & f,g, siano rationale in potentia solamente,& non communicante in longhezza seguita che tutta la,c,g,sia rationale solamente in potentia & non communicante con la,c,d,in longhezza,adonque (per la uigesima terza), d,g,è mediale e per il medesimo modo se procederia essendo piu.

Il Tradottore.

Questa ultima parte prouata di sopra, cioè che ogni superficie communican-

te a

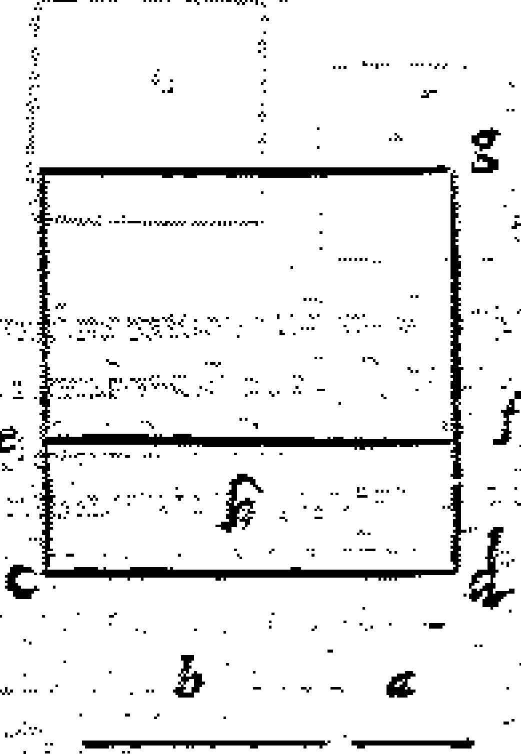
con,b,c, per laqualcosa conciosia che la,b,c, sia rationale in longhezza (dal presupposito) la,c,d, serà irrationale in longhezza cioè rationale solamente in potentia, adonque è manifesto la proposta conclusione.

Il Tradottore.

Il testo della soprascritta propositione in la seconda tradottione parla in questa forma videlicet.

20/22 Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa la larghezza rationale & incommensurabile in lõghezza a quella linea alla quale fu soprapposto.

La qual propositione e piu generale che la soprasposta perche questa non astringe che la linea,b,c, sia rationale in longhezza, ma basta che sia rationale o in longhezza o in potentia solamente & per li medesimi argumentationi se trovarà seguire il proposito & quello, che di sopra se conclude per la prima del sesto nella seconda tradottione se conclude per la soprascritta seconda cioè che il quadrato della linea,c,d, alla superficie,b,d, e si come lo lato,c,d, allo lato,c,b.



Questa propositione 25 non se conuertisse, cioè che ogni linea, che non sia communicante a una linea mediale in longhezza ouer in potentia nõ seguita, che quella tale non possa esser mediale, perche u son alcune linee mediale, che fra loro non sono communicante ne in longhezza, ne in potentia, come ℞℞ 7 a ℞℞ 5 & di queste niente ha parlato Euclide. Et però le specie delle mediale comparatiuamente sono 6. Primo, comensurabile in longhezza, quale contenено sempre superficie mediale. Quarto, comensurabile solamente in potentia cioè, due continente superficie mediale, & due continente superficie rationale. La 6. quella pretermessa da Euclide, e però son 6. specie de binomij mediali.

Theorema.20. Propositione.25.

21/23 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.

Sia la linea,a, mediale alla quale sia posto la linea,b, esser communicante ouero in longhezza, ouero solamente in potentia. dico che etiam la linea,b, è mediale, & per dimostrare questo sia la linea,c,d, rationale in longhezza sopra laquale sia posta la superficie,c,f, equale al quadrato della linea,a, & anchora la superficie,e,g, equale al quadrato della linea,b, (& a qual modo questo si debba far è stato detto in la premessa demostratione) & (per la precedente) la linea,d,f, serà rationale solamente in potentia & incommensurabile alla linea,c,d, & perche (per la prima del sesto) del,e,g, al,c,f, e si come del,f,g, al,d,f, & la superficie,e,g, communica con la,c,f, imperoche el quadrato de,b, communica con lo quadrato de,a.

te per esser il contrario di quello che stato posto, rimane adonque che la superficie, b, e irrationale che è il proposito.

Il Tradattore.

Il medesimo seguiria che tolesse la linea. c. d. rationale solamente in potētia, cioè che'l non è necessario che la sia rationale in longhezza come propone il commentatore anzi puol esser anchor come detto rationale solamente in potentia et supponendo poi per (l'aduersario) che la superficie. g. f. sia rationale seguirà (per la 2. gesima di questo tolta dalla seconda tradottione) che la, e, f, sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la, e. g. seguendo poi come segue se concluderà il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 27.

o Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile

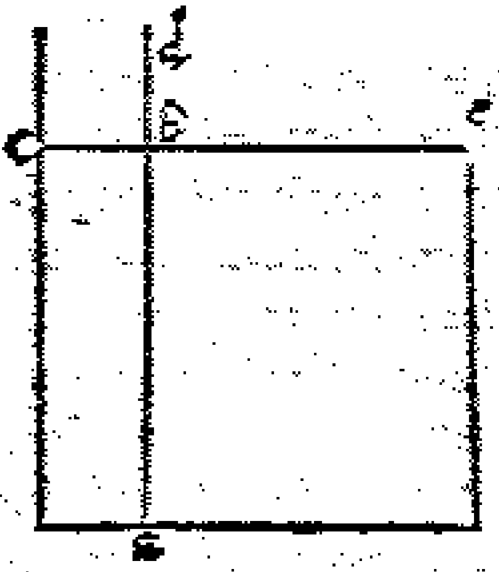
24 in longhezza mediale.

Dico se sotto alle due rette linee mediale, a, b, & , b, c, commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo. a. c. Dico che'l detto rettangolo. a. c. e mediale, e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato. a. d. alla linea, a, b, adonque lo quadrato, a, d, e mediale & perche la, a, b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza & la, a, b, è equale alla, d, b, adonque la, d, b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza per laqual cosa et lo quadrato, a, d, serà commensurabile alla superficie. a. c. adonque (per la vigesima quarta) la superficie, a, c, è mediale cioè per la parte aggionta sopra la detta. 25.

23 / 25

Theorema. 23. Propositione. 28.

Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmēte, ouer che la è rationale, ouer mediale.

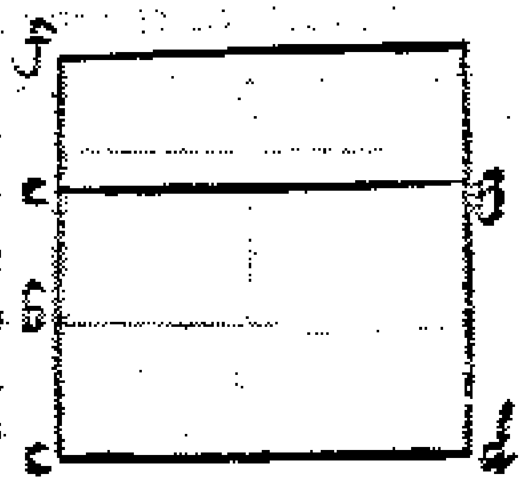


Siano le due linee, a, b, & , b, c, mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie. a. c. (da quelle contenuta) ouer che la è rationale ouer mediale, & per dimostrare questo siano. a. d. c. el quadrato della linea. b. c. & . a. e. el quadrato della linea. a. b. & (dal presupposito) questi duoi quadrati seranno communicanti & la superficie. a. c. (per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adōque la linea. f. g. laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia agionto te a una superficie mediale e mediale, nella seconda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai piu chiara questa del ditto correlario hauemo posposto el detto correlario.

Theorema. 21. Propositione. 26.

22
26 Ogni differentia in laquale habundi una mediale da una mediale se proua essere irrationale.

Sia l'una & l'altra delle due superficie, a, b, & a, mediale, Dico che la superficie b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale, e per dimostrar questo sia la linea, c, d, rationale in lõghezza sopra alla quale sia posta ouer agiunta la superficie, d, e, equale alla superficie. a. & la superficie, d, f, equale alla total superficie, a, b, & come questo se debbia fare lo hauemo insegnato in la precedente, adonque perche, d, f, è equale al, a, b, & d, e, è equale al, a, (per la cõcettione) g, f, serà equale al, b, se adonque la superficie, b, non è irrationale ma rationale (per l'aduersario) serà etiam la, f, g, (sua equale) rationale & conciosia che la linea, e, g, sia rationale in longhezza si come la sua equale, c, d, (per la. 20.) la linea. e. f. serà rationale in longhezza è communicãte con la linea, e, g, & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due linee, c, e, & e, f, è solamente potentialmente rationale & incõmensurabile in lõghezza alla linea, c, d, adõque la linea, e, f, è incommensurabile alla linea, c, e, in lõghezza & perche (per la prima del. 6.) el quadrato della linea, e, f, alla superficie che vien fatta della, e, f, in la, c, e, e si come la, e, f, alla, c, e, seguita (per la secõda parte della. 14.) che el quadrato della linea, e, f, sia incommensurabile alla superficie fatta del, e, f, in, c, e, per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & lo quadrato de, c, e, conciosia che'l sia rationale è communicante al quadrato de. e, f, adõque tutto el composito de ambidui (per la. 12.) serà communicante al quadrato de, e, f, e però serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & perche (per la quarta del secondo) el quadrato della linea, c, f, e equale alli duoi quadrati delle due linee. c, e, & e, f, & al doppio della superficie de, c, e, in, e, f, & lo doppio della superficie de, c, e, in, e, f, e incommensurabile allo aggregato delli duoi quadrati delle due linee. c. e. & e. f. seguita per la. 13. che el quadrato de. c. f. sia incommensurabile allo aggregato di duoi quadrati delle due linee. c. e. & e. f. & conciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale, seguita el quadrato della linea. c. f. non esser rationale e però la linea. c. f. non è rationale in potentia & per questo la superficie. d. f. non serà mediale ne etiam la superficie. a. b. a lei equale laqual cosa è inconueniẽ



superficie che vien fatta del.g.h.in.m.l.(per la prima parte della.16.del.6.) seria per la.23.de questo la linea.h.m.linea mediale, adonque (per la.19.) la superficie.h.k.non seria rationale ne etiam mediale (per la vigesima quarta) per laqualcosa, ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa soprascritta ispositione doue se conclude (per la prima del.6.& per la prima parte della.14.di questo & per la diffinitione delle superficie rationale) che la superficie della linea.g.h.in la.l.m.e rationali, il medemo se verifica per la sola.19.de questo (della seconda tradottione (cioè che ogni rettangolo ouer superficie cõtenuta da due linee rationale (o siano in longhezza, ouer solamente in potentia) commensurabile in longhezza è rationale, anchora bisogna notare che non è necessario (per demostrar questa propositione) a tor la linea.g.f.rationale in longhezza, perche il medesimo se conchiuderà pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.6. Proposicione.19.

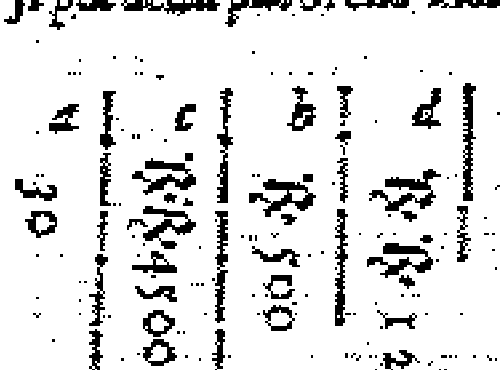
$\frac{24}{31}$ ℞ ℞
℞ ℞ 125 p̃ ℞ ℞ 5
℞ ℞ 27 p̃ ℞ ℞ 3

38 *Bimedial* 1.
℞ ℞ 432 p̃ ℞ ℞ 48

Bimedial 2.
℞ ℞ 200 p̃ ℞ ℞ 18.

Puotemo trouar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acressimento, d'un quadrato d'una linea communicante, alla medesima piu longha in longhezza.

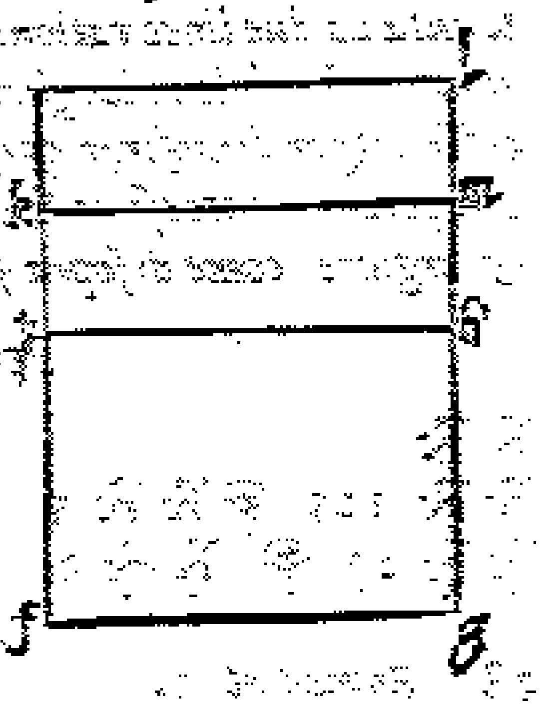
Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale, ouer mediale, come è manifesto per la precedente, hor consequentemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengono superficie mediale, onde el proposito è di trouare due linee mediale solamente in potentia communicãte, delle quale la piu longa possi piu della piu breue inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a essa linea piu longa lequale contengano superficie rationale, a questo secondo la dottrina del.21.toglio le due linea.a.& .b.solamente in potentia rationale communicante delle quale la piu longa (laqual sia.a.) possi piu della piu breue (laquale sia.b.) inel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, & mettarò la linea.c.(secõdo la dottrina della.9.del.6.) inel mezzo loco proportionale fra.a.& .b.& ponerò che la proportione del.a.al.b.sia si come del.c.al.d.& come questo se faccia è detto nella.10.del.6.al presẽte



dico le due linee, c, & d.esser quelle che cercano, perche le manifesto (per la.23.)

che

ouer posta la superficie .f.h. equal al quadrato a.e. & .k.h. equale alla superficie .a.c. & .k.l. equale al quadrato .d.c. & queste tre superficie .f.h.h.k. & .k.l. sarano continuamente proportionali, si come sono le sue equale .a.e.a.c. & .d.c. per laqual cosa (per la prima del .6.) etiam le tre linee .g.h.h.m. & .m.l. (lequale sono base de quelle) serano continuamente proportionale, & concosia che le superficie .f.h. & .k.l. siano communicante, si come li duoi quadrati .a.e. & .c.d. a quelle equali seguita (per la prima del .6.) & (per la .14. di questo) che la linea .g.h. sia communicante con la .m.l. & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia (per la .34. de questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra è rationale perche ogni superficie laqual è contenuta da due linee rationale in potentia, communicante in longhezza necessariamente è rationale (come è manifesto) (per la prima del .6.) et (per la prima parte della .14. de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale, et perche (per la prima parte della .17. del .6.) lo quadrato della linea .h.m. e equale alla superficie della .g.h. in .m.l. el quadrato della linea .h.m. serà rationale, adonque se la linea .h.m. è rationale in longhezza, ouer communicante alla linea .k.m. laquale è equale alla linea .f.g. (per la .19.) la superficie .h.k. serà rationale, e però etiam la sua equale .a.c. ma se la linea .h.m. sia irrationale in longhezza, ouer incommensurabile alla linea .k.m. laqual è equale alla linea .f.g. concio sia che essa sia rationale al manco in potentia imperoche el suo quadrato è rationale la superficie .h.k. (per la .23.) serà mediale, per laqual cosa etiam la sua equale .a.c. adonque è manifesto el proposito. & nota che se le due linee .a.b. & .b.c. fusseno mediale communicante in longhezza la superficie .a.c. seria solamente mediale perche la superficie .a.c. seria communicante all'uno e l'altro di duoi quadrati .a.e. & .c.d. (per la .1. del .6.) & per lo presente presupposito, e per la .14. di questo la linea .h.m. seria communicante all'una e l'altra delle due linee .g.h. & .l.m. et perche ambedue queste sono rationale solamente in potentia non communicante in longhezza alla linea .f.g. anchora la .h.m. seria rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea .f.g. & però ne communicante alla linea .h.p. (per laqual cosa per la .23.) la superficie .h.k. serà solamente mediale e però etiam la .a.c. a lei equale, serà mediale, ma se le due linee .a.b. & .b.c. fusseno mediale ne in longhezza ne in potentia communicante la superficie .a.c. non seria rationale ne mediale, perche se fosse cosi, cioè che le due linee .a.b. & .b.c. fusseno mediale ne in longhezza ne in potentia communicante li dui quadrati .a.e. et .c.d. seriano incommunicanti, adonque & le due superficie .f.h. et .k.l. a quelle equale anchor seriano incommunicanti per laqual cosa & le due linee .g.h. & .m.l. serano incommensurabile (per la prima del .6.) e per la seconda parte della .14. de questo e perche l'una e l'altra de quelle è rationale solamente in potentia (per la .24.) la superficie dell'una in l'altra seria medial (per la .23.) conciosia adonque che'l quadrato della linea .h.m. sia equal alla detta



super-

Lemma.

0 Puotemo truouare duoi numeri quadrati, che el composito de que-
29 gli sia quadrato.

Siano posti fora duoi numeri, a, b, & b, c, & siano ouer pari, ouer dispari & perche (per la. 25. del nono) se dal numero paro sia sottrato numero paro, & se dal numero disparo sia sottratto numero disparo (per la. 26. del nono) lo rimanente serà paro adonque lo rimanente, a, c, serà paro, sia segato, a, c, in due parti equale (per la decima del 7.) in ponto, d, e siano essi numeri, a, b, & b, c, ouer superficiali simili, ouer quadrati, e se sono superficiali simili adonque el produtto de, a, b, in, b, c, gionto con el quadrato del, c, d, è equale al quadrato de, b, d, & lo produtto de, a, b, in, b, c, e quadrato, perche le manifesto (per la prima del nono) che se duoi numeri superficiali simili el dutto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque sono trouati li dui numeri quadrati, cioè quello che è produtto de, a, b, in, b, c, & lo quadrato de, d, c, liquali gionti ouer composti insieme fanno el quadrato de. b. d.

a d c b

Correlario.

0 Et per questo è manifesto che similmente sono trouati duoi nume-
29 ri quadrati (l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de c. d.) lo eccesso di quali è quadrato che è el dutto de. a. b. in. b. c. Quando che essi. a. b. & b. c. seranno superficiali simili, ma quando non seranno superficiali simili sono trouati duoi numeri quadrati l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de. d. c. lo eccesso di quali (el quale è quel che contenuto sotto de. a. b. & b. c.) non è quadrato.

Il Tradottore.

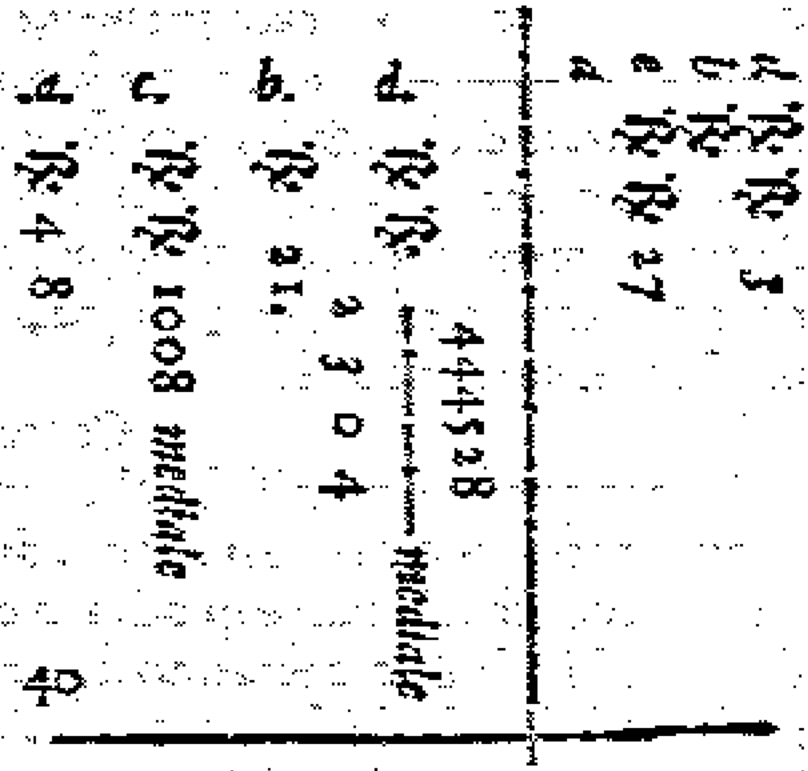
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, el quale cõclude che per le cose dimostrate nel soprascritto lemma vien etiam a esser manifesto el modo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro sia numero quadrato, et similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero quadrato, cioè che quando li dui numeri. a. b. & b. c. (prima tolti pari ouero dispari) se seranno superficiali simili la differentia del quadrato de, b, d, al quadrato de, d, c, (laqual differẽtia serà la multiplicatione del, a, b, in, b, c,) serà numero quadrato ma se li detti dui numeri, a, b, & b, c, non seranno superficiali simili la detta differentia nõ serà numero quadrato, perche el dutto de, a, b, in, b, c, (qual serà la detta differentia) nõ serà numero quadrato, per conuerso della prima del nono.

Lemma, opposito del precedente.

0 Puotemo trouare duoi numeri quadrati che'l composito de
29 quelli non sia quadrato.

Anchora

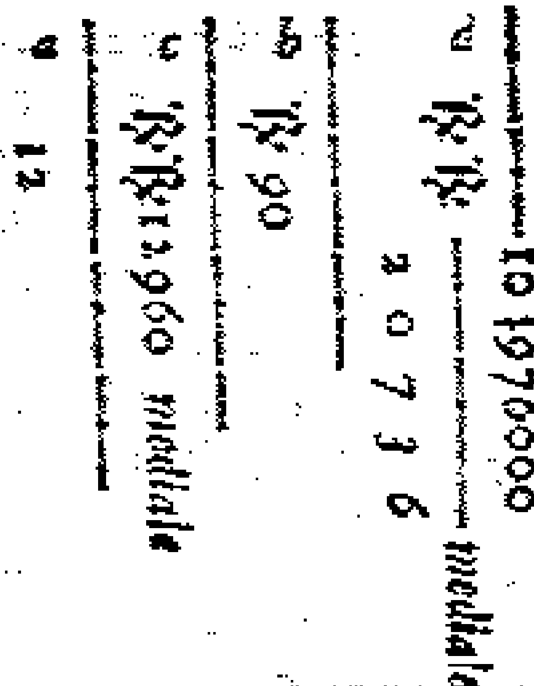
che la superficie, che contengono le due linee .a. & .b. è mediale, & perche (per la prima parte della 17. del 6.) el quadrato della linea .c. e equale alla detta superficie adonque (per la .23.) la linea .c. serà mediale, & conciosia che'l sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. et .b. communica con .a. in potentia solamente (per el presupposito) perche sia, a, quanto .b. e rationale in potentia, seguita (per la .14. che .c. anchor communichi con .d. in potentia solamente adonque (per la .25) conciosia che .c. sia linea mediale etiam .d. serà mediale & (per la prima parte della .16.) la linea .c. serà piu potente della linea .d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque se le due linee .c. & .d. contēgono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contenghino superficie rationale tu l'hauerai in questo modo, conciosia che sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, permutatamente del, a, al, c, serà si come del, b, al, d, ma del, a, al, c, era si come del, c, al, b, adonque del, c, al, b, e si come del, b, al, d, adonque (per la prima parte della. 17. del sesto) la superficie che conteneno le due linee, c, & ,d, è equale al quadrato de, b, et lo quadrato del, b, e rationale (per el presupposito) conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che conteneno le due linee, c, &, d, e rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.



Problema .7. Propositione .3.

25
27 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia communicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incōmensurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee, a, &, b, rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza, lequale se ritrouano secōdo la dottrina della trigesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente argumentando con simel modo, se manifestarà le due linee, c, &, d, esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedente de trouare componeno lo bimediale primo, & la menore de quelle tagliata della maggior quella che rimane vien detta residuo medial primo.



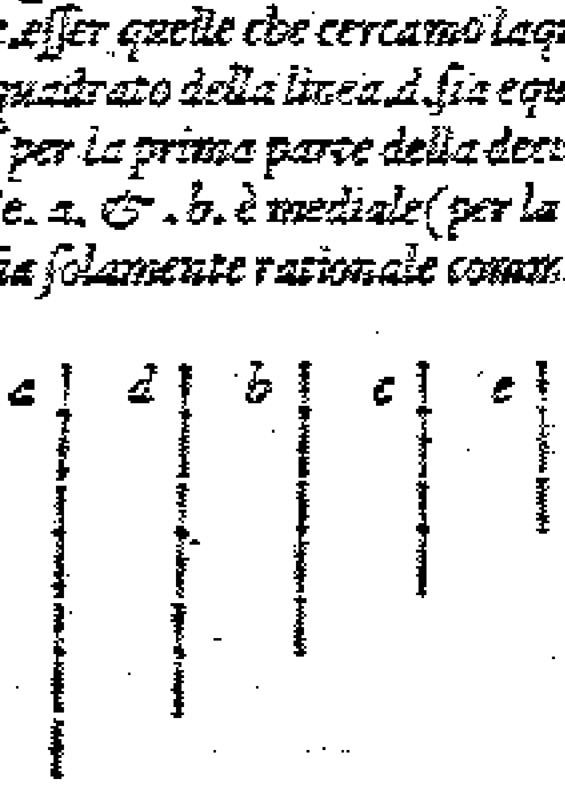
Lemma.

el quadrato de.c.e.non è numero quadrato, et cōciosia, che'l sia possibile dimostrar la predetta propositione per piu modi tamen li predetti serāno sufficiēti a noi accio che la materia da se longa non sia piu longamente protratta.

Problema. 8. Propositione. 31.

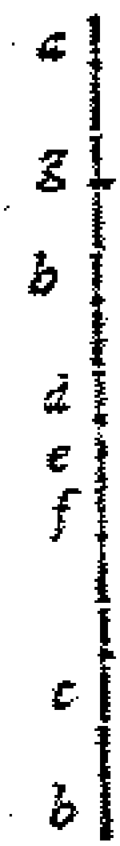
26 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia commu-
28 nicante lequale contengano superficie mediale delle quale la piu lon-
32 ga possa tanto piu della piu breue, quāto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l'Auttorre habbia insegnato a trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contengano superficie rationale dellequale la piu longha possa piu della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trouar due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale, delle quale la piu longha sia piu potente della piu breue non in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, ma solamente le incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee (tolte secondo la dottrina della uigesima seconda.) a. b. c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante & sia.a. piu potente della. b. & .c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posto.d. nel mezzo loco proportionale fra.a. & .b. (come insegna la nona del sesto) & sia del.d.al.e. si come del.a.al.c. dico le due linee.d. & e.esser quelle che cercamo laqual cosa se demostra in questo modo conciosia che'l quadrato della linea.d. sia equale alla superficie che è contenuta sotto de.a. & .b. (per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de. a. & .b. è mediale (per la uigesima terza) conciosia che.a. & .b. sono in potentia solamente rationale communicante (per la medesima) la linea.d. serà mediale & perche del.a. al. c. è si come del. d. al.e. & .a. communica con.c. in potentia solamente (dal presupposito) seguita (per la decima quarta) che.e. anchora communichi con.d. solamente in potentia, adonque per la uigesima quinta la linea.e. serà linea mediale & etiam perche.a.e. piu potente della.c. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la.d. (per la sestadecima) serà piu potente della.e. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, adonque se le due linee.d. & .e. contenenno superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercamo, ma quelle contener superficie mediale se hauerà in questo modo, conciosia (per el presupposito) che del.a.al.c. sia si come del.d. al.e. permutatamente del.a.al.d. serà si come del.c.al.e. ma del.a.al.d. e si come del.d.al.b. (per el presupposito) adonque

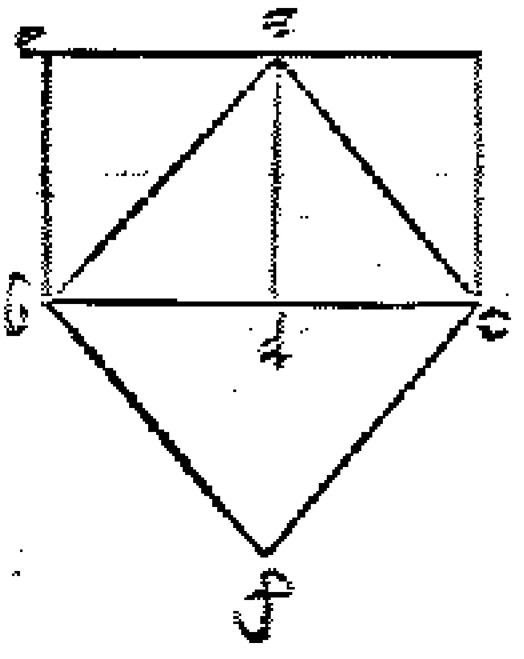


del

Anchora sia il produtto de, a, b, in, b, c. (come hauemo detto) quadrato & c. a, numero paro & sia segato, c, a, per la .10. del primo, in due parti equali in ponto. d. al presente è manifesto che el quadrato che uien fatto del, a, b. in. b. c. insieme con el quadrato de, c, d, è equale al quadrato de. b. d. sia cauato del, c, d, la unità qual sia, d, e, adonque quello che uien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato de, c, e, è minor del quadrato che uien fatto del, b, d. Dico adonque che quello quadrato che uien fatto del, a, b, in, a, c, insieme con el quadrato che uien fatto del, c, e, non è quadrato, perche sel è quadrato (per l'aduersario) ouer che le equale a quello che uien fatto dal, b, e, ouer che è menore, ma maggiore nõ è attio che quello non seghi la unità, ne anchora che quello che fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c, d, (che è equal al quadrato che uien fatto dal, b, d,) sia equale a quello che uien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c, e, ma se possibile è (per l'aduersario) sia prima che quello che uien fatto del. a. b. in. b. c. insieme con el quadrato che uien fatto dal. c. e. equal a quello che uien fatto del. b. e. & sia. g. a. el doppio di essa unità. d. e. perche adonque tutto. a. c. de tutto el. c. d. è doppio, & a, g, e doppio de esso, d, e, adonque & lo rimanente, g, c, (per la settima del. 7.) al rimanente, e, c, e doppio, adonque il detto ponto, e, diuide esso, g, c, in due parti equale adonque quello che uien fatto del, g, b, in, b, c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c, e, è equale al quadrato che uien fatto dal, b, e, & quello produtto che uien fatto dal, b, in. b, c, insieme con el quadrato che uien fatto dal, c, e, el se suppone essere equale al quadrato del, b, e, adonque quello che uien fatto del, g, b, in, b, c, insieme con el quadrato che uien fatto dal. c. e. è equale a quello che, uien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato del, c, e, leuado uia communamēte da l'una banda & l'altra el quadrato del, c, e seguita per commune scientia, che quello che uien fatto del, a, b, in, b, c, sia equale a quello che uiē fatto del, g, b, in, b, c, adonque, a, b, seria equale al, g, b, laqual cosa è impossibile, adonque quello che uiē fatto del. a. b. in. b. c. insieme con el quadrato de. c. e. non è equale al quadrato del. b. e. anchor dico che'l non po esser minor del ditto quadrato de. b. e. perche se questo fosse possibile sia el quadrato del. b. f. equale a quello & sia. a. h. el doppio de esso, d, f, & sia condutto un'altra uolta l'aduersario che. h. c. (per la settima del. 7.) è el doppio de. c. f. & che. f. seghi il detto. h. c. in due parti equali e per q̄sto quello che uiē fatto del. b. h. in. b. c. insieme con el quadrato de. f. c. (per la sesta del, 2,) è equal al quadrato del. b. f. ma el se suppone che quello che uiē fatto del. a. b. in. b. c. insieme cõ el quadrato del. c. e. sia equale al quadrato de. b. f. sia adonque condutto l'aduersario che q̄llo che uiē fatto del. a. b. i. b. c. insieme cõ el quadrato de. c. e. è equal a quello che uien fatto del, b. h. in b. c. insieme cõ el quadrato de. c. f. che è una cosa absorda adonque quello che uien fatto dal. a. b, in, b. c. insieme con el quadrato del. c. e. no è minore del quadrato del. b. e. & è stato prouato che'l non è equale a quello ne etiam maggiore di quello adōque quello che uien fatto del. a. b. in. b. c. insieme con el qua-



que si come è del,c,b,al,b,a,cosi è del,a,b,al,b,d,adonque quello rettā golo che contenuto sotto del,c,b,&,b,d, è equale al quadrato del,a,b, per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del, b, c, &, c,d, è equale al quadrato de,a,c,& perche se in el triangolo rettāgolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la detta perpendicolare è media proportionale fra li duoi secmenti della basa (per el correlario della ottaua del sesto)adonque si come,b,d,al,d,a,cosi è,a,d,al,d, c,adonque(per la decima settima del sesto)quello che contenuto sotto del,b,d,&,d,c,è equal al quadrato de,a,d,anchora dico che quello che contenuto sotto de,b,c,&,a,d, è equale a quello che è contenuto sotto del,b,a,&,a,c,perche come hauemo detto lo triangolo,a,b,c,e simile al triangolo, a,c,d, adōque si come è el,b,c,al,c,a, cosi è el,b,a,al,a.d.& se seranno quattro linee rette proportionale quello che è contenuto sotto alli estremi per la sestadecima del sesto , e equale a quello che è contenuto sotto alli medii adonque quello che contenuto sotto de,b,c, &, a.d. è equale a quello che contenuto sotto de.b.a.&.a.c. ouer quando anchora circonscriuemo lo parallelogrammo rettangolo e.c. & che cōpiemo lo.a.f.anchora lo.e.c. per la quadragesima prima del primo, serà equale a esso.a.f. perche l'uno e l'altro de quelli è doppio de esso triā golo.a.b.c.& lo.c.e, è quello che uiē fatto del,a,d,in,b,c,& lo.a.f.e quello che contenuto sotto del b.a.&.a.c. adonque quello che contenuto sotto de.b.c.&.a.d.è equale a quello che contenuto sotto de.b.a.&.a.c. perche,a,d,è equale al,e,b.



Il Tradottore.

Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradottione & è molto al proposito per dimostrare la propositiō che sequita,cioè doue se argüisse per la quarta & sesta decima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

Problema.9. Propositione.32.

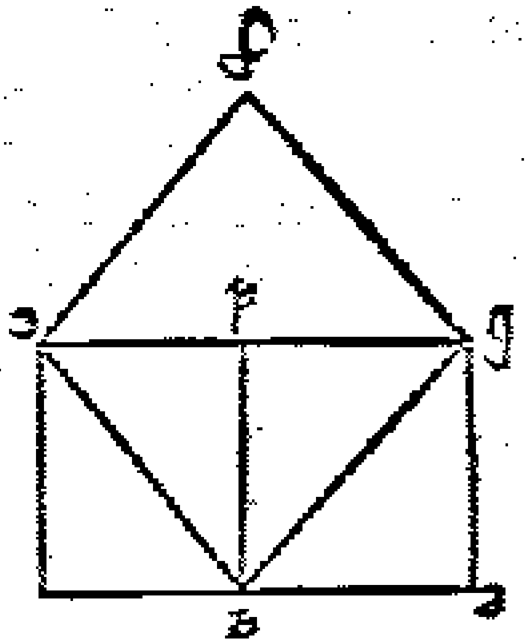
27
3

Proponemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale , delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due linee incommensurabile si in potentia come in longhezza lequale contengano superficie mediale & li quadrati de ambedue tolti insieme facciano superficie rationale & a questo toglio (per la uigesima seconda) le due linee,a.b,& ,c,d,rationale solamente in potentia communicante delle quale la piu longa(qual sia,a.b,)sia piu potente de,c,d,in el quadrato de alcuna linea incommen-

del.d.al.b.e si come del.c.al.e. adonque (per la prima parte della decima sesta del sesto) la superficie che conteneno, d, & ,e, è equale a quella che conteneno, c, & ,b, Ma.b.& .c. conteneno superficie mediale (per la uigesima terza) conciosia che essi siano rationale in potentia solamente communicante (per el presupposito) adonque,d, & ,e, conteneno superficie mediale che è el proposito. Et se tu hauesse cura di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, toremo tre linee (secondo la dottrina della uigesima prima) a.b.c. in potentia solamente rationale et in quella solamente communicante, & poneremo la linea, a, esser piu potente della linea. c. in el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza, & tutte le altre positioni remanerano come per auanti & con simil argumentationi concluderemo le due linee, d, & ,e, esser quelle che se propone de trouare, & nota che le due linee che questa trigesima insegna di trouare componeno la bimediale seconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta residuo mediale secondo.

Il Tradottore.



Questa ultima parte aggiunta de trouare le dette due linee mediale che la piu longha sia piu potēte della piu breue in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, nella seconda tradottione se da la propositione & è la trigesima seconda & nella espositione nel fine ui se aggionge la presente cioè la seconda parte della presente propositione e della prima parte se ne fa un'altra propositione laqual è la uigesima ottaua cioè ne fa due propositioni.

Lemma.

o Sia lo triangolo rettangolo. a. b. c. elquale

33 habbia l'angolo.b.a.c. retto, & sia dedutta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a d. dico che quello rettangolo che è contenuto sotto de.c.b.&.d.b. è equale al quadrato de.b.a. & quello che contenuto sotto de.b.c.&.c.d. è equale al quadrato del.a.c.& quello che contenuto sotto de.d.b.&.d.c. è equale al quadrato che fatto del.a d. oltra di questo quello che uien contenuto sotto,de.b.c.&.a.d è equal a quello che uien fatto sotto del.b.a. &.a.c. hora in le prime che quello che cōtenuto sotto del.c.b.&.b.d. sia equale al quadrato del.a.b. perche in el triangolo rettangolo dall'angolo retto in la basa è dutta la perpendicolare.a.d. adonque (per la ottaua del sesto) li triangoli.a.b.d.&.a.d.c. sono simili al tutto etiam fra loro, & perche (per la cōuersione della diffinitione del sesto) lo triāgolo.a.b.c. e simile al triangolo.a.d.b. adonque

prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioè alla superficie della, a, b, in, g, c,) equale. Le due linee, a, e, & e, b, è manifesto, esser quelle che volemo, & nota che le due linee che insegna di truouare questa trigesima seconda propositione componeno la linea maggiore, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.

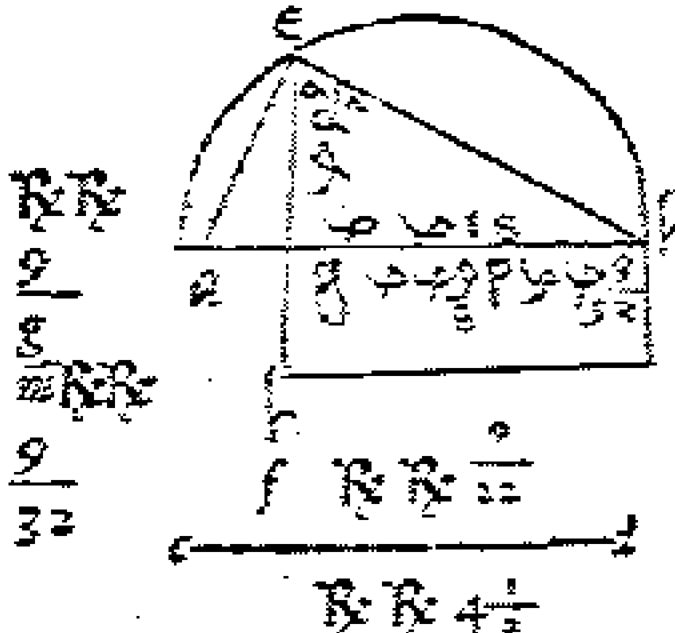
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tra dottione non lo trouo fu sforzato a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale dellequale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, c, d, quale propone la trigesima & cosi le simile argumentationi della precedente le due linee, a, e, & e, b, seranno quelle che propone questa

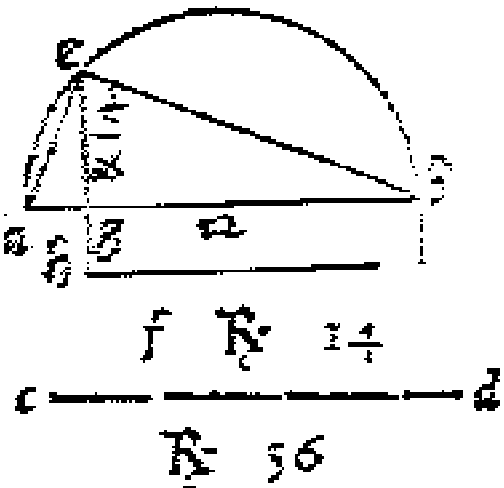


trigesima terza perche conciosia che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la trigesima terza) serà mediale e però li quadrati delle due linee, a, e, & e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche. a. b. & c. d. conteneno superficie rationale, seguita anchora che della. a. b. in. c. f. (e però etiam in. g. e. a se equal) cõtenerà superficie rationale, e per tãto etiã la. a. e. in. e. b. adonque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouar questa trigesima terza componeno la linea potente in rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.

Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Puotemo ritrouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio delle superficie dell'una in l'altra.

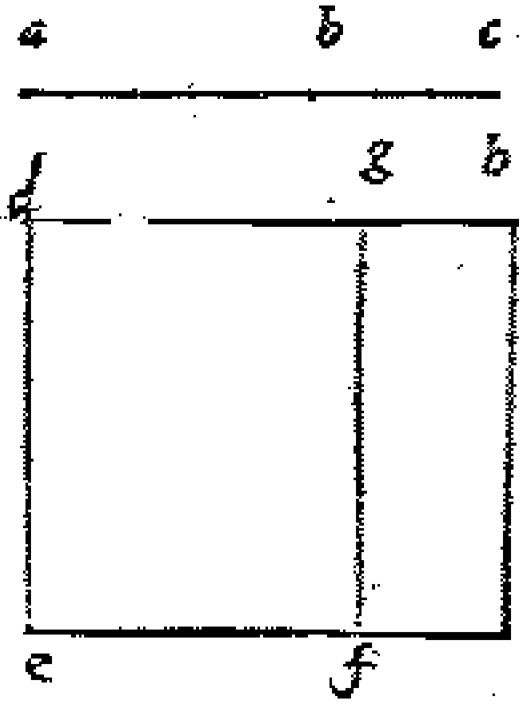
Anchora la dispositione di questa non sta in cosa alcuna diuersa dalla dispositiõ delle due precedente, & siano le due linee. a. b. & c. d. (della figura della precedente) commenſurabile con ſeco in longhezza oportet eſſe binomium.4 ſiue.5.ſiue.6. & ſopra la linea,a,b,deſcriuo el mezzo cerchio,a,e,b, & diuido la linea,c,d, in due parti equali in ponto,f,& diuido la linea,a,b,al ponto,g, talmente che la linea,c,f,cada nel mezzo luoco,proportionale fra la,a,g,& la g,b,& qualmēte queſto ſi faccia e ſtato detto in la decima ſettima et pongo che la ſuperficie,h,h,ſia fatta del a,g in,g,b,& (per la prima parte della decima ſettima del ſeſto) el quadrato della,c,f,ſerà equale alla ſuperficie,h,h,& perche el quadrato della,c,f, è equale alla quarta parte del quadrato della,c,d, (per la quarta del ſecondo) & perche la ſuperficie,h,h, mancha a compir la linea,a,b,una ſuperficie quadrata,concioſia che,a,g,ſia equale al,g,b,& perche la linea,a,b,e piu potente della linea,c,d,in el quadrato d'una linea a ſe incommenſurabile in longhezza (dal preſuppoſito) la linea,a,g, (per la ſeconda parte della decima ottaua) ſerà incommenſurabile alla linea.g,b,adonque dal ponto,g,conduco una perpendicolare ſopra la linea,a,b, per fina alla, circonferentia del mezzo cerchio laqual ſia,g,e,et protrago le linee,e,a,et,e,b,lequale dico eſſer quelle che cercamo, perche la,e,g, ſerà equale alla,c,f, imperoche l'una & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la,a,g,& g,b. La prima (per la prima parte del correlario della ottaua del ſeſto) & la ſeconda (per el preſuppoſito) per laqual coſa,el quadrato dell'una & dell'altra de quelle (per la prima parte della decima ſettima del ſeſto) è equale al la ſuperficie del,a,g,in,g,b,laquale è,h,h, adonque eſſi ſono equali, ma perche (per la quarta del ſeſto) la proportione della,a,e,alla,e,b,e ſi come della, a, g, al, g,e,& ,a,g,& g,e,& ,g, b, ſono continuamente proportione perilche ſerà la proportione della, a,g,alla,g,b,ſi come quella della,a,e,alla,e,b,duplicata, per laqual coſa (per la decima ottaua del ſeſto) el quadrato della linea,a,e,al quadrato della linea,e, b, ſerà ſi come la,a,g,alla,g,b,eſſendo adonque la,a,g,incōmunicāte alla,g,b, (per la ſecōda parte della decima quarta) el quadrato della, a. e, ſerà incommunicante al quadrato della,e, b, per laqual coſa le due linee,a, e, &, e, b, ſono incommenſurabile in potentia, & perche (per la penultima del primo) el quadrato della, a, b, è equale alli quadrati delle due linee,a,e,&,e,b,tolti inſieme & lo quadrato della.a.b.e rationale concioſia che la, a,b,e rationale in potentia (per el preſuppoſito) anchora li quadrati delle due linee,a,e,&,e,b, tolti inſieme ſeranno rationale & ſe queſte due linee contenено ſuperficie mediale haremo hauuto el propoſito & perche la linea, c, d, era rationale in potentia & in quella ſolamente communicante alla linea,a,b,per laqual coſa etiam la linea, c,f, (e però etiam la linea,g,e,a ſe equale) ſerà rationale,& ſolamente in potentia communicante con la, a, b, e per tanto (per la uigeſima terza propoſitione) la ſuperficie della,a,b,in,g,e,e mediale, adonque perche (per la quarta propoſitione del ſeſto libro) & (per la



a. g. 6. mē R 22
g. b. piu R 22

e.b. R v 72 p R 3 168
e.a. R v 72 mē R 3 168

tinēti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea composta da queste serà irrationale, & serà detta bimedial primo.



Siano le due linee, a, b, et, b, c, congiunte in continuo & diretamente (quale uien proposto) lequal trouarai (per la uigesimanona & trigesima) dico tutta la linea, a, c, esser irrationale, & è chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de, a, b, in, b, c, e rationale (per el presupposito) & li duoi quadrati delle due linee. a. b. & . b. c. tolti insieme fanno mediale, cō ciosia che l'uno & l'altro quadrato sia mediale (per el presupposito) et uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommunicante alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di duoi quadrati (e questo è il quadrato de tutta la, a, c, per la quarta del secondo) è incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la tertiadecima di questo) conciosia adonque che il doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a, c, serà irrationale & però etiam la linea, a, c, che è el proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer posto la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee. a. b, & . b. c. & questa superficie, d, f, serà mediale conciosia che l'uno & l'altro di duoi quadrati sia mediale (per el presupposito) & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqualcosa (per la uigesima quarta) la linea. d. g. e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea, d, e. un'altra uolta sopra alla linea. f. g. (laquale è equale alla. d. e.) sia aggionto ouer posto la superficie, f, h, equale al doppio della superficie della. a. b. in. b. c. & la detta superficie. f. h. serà rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la uigesima) la linea. g. h. serà rationale in longhezza adonque le due linee. d. g. & . g. h. sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale è. d. h. e binomio & irrationale, per laqual cosa (per la uigesima per destruttion del consequente,) la superficie. e. h. e irrationale, & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea. a. c. laquale serà irrationale (per la diffinitione laqual cosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

Il medesimo seguiria tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioè che'l non necessità a torla rationale in longhezza perche argumentado come nel l'altra se trouerà la linea. d. h. esser medesimamente binomio.

Theorema. 26. Propositione. 37.

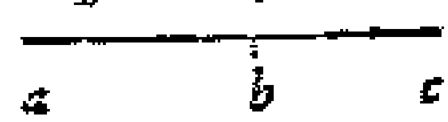
32/38 Se due linee mediali solamente potentialmente communicante & conti-

dente) quale propone la .31. & per la precedente argumentatione le due linee, a, e, & , e, b, saranno quelle che cercamo, perche conciosia che la, a, b, sia linea mediale li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme seranno mediale, & conciosia che la, a, b, & , c, d, contengano superficie mediale, seguita che la, a, b, in, e, f, (e però etiã in, e, g, a quella equale) contenemo superficie mediale, perche ogni superficie communicante una mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la uigesima quinta adonque la superficie de, a, e, in, e, b, e mediale conciosia che essa sie equale alla superficie de, a, b, in, g, e, & perche la linea, a, b, e incommensurabile alla linea, c, d, sarà etiam incommensurabile alla linea, c, f, per laqual cosa etiam alla linea, e, g, per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la superficie de, a, b, in, e, g, (laquale è equale alla superficie della, a, e, in, e, b,) serà incommensurabile al quadrato della linea, a, b, adonque etiam alli quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme, laqual cosa essendo cosi seguita anchora che el doppio della superficie de, a, e, in, e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme & questo era da demostrar. Le due linee lequale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema. 24. Propositione. 35.

30 Se seranno due linee rationale solamente potentialmente communi-
36 nicante, & siano congiunte direttamente in longo, tutta la linea composita da quelle serà irrationale, & è detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & , b, c, rationale solamente in potentia communicante congionte in continuo & diretto (lequale tu le trouerai) per la .21. & uigesima 2.) dico che tutta la linea, a, c, cõposta da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de, a, c, è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, & al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la uigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la tertiadecima) el quadrato de, a, c, e incommensurabile alli dui quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale (per la diffinitione) cõciosia che quelli doi quadrati fanno superficie rationale, è però el suo lato tetragonico (el quale è, a, c,) e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque è manifesto el proposito.

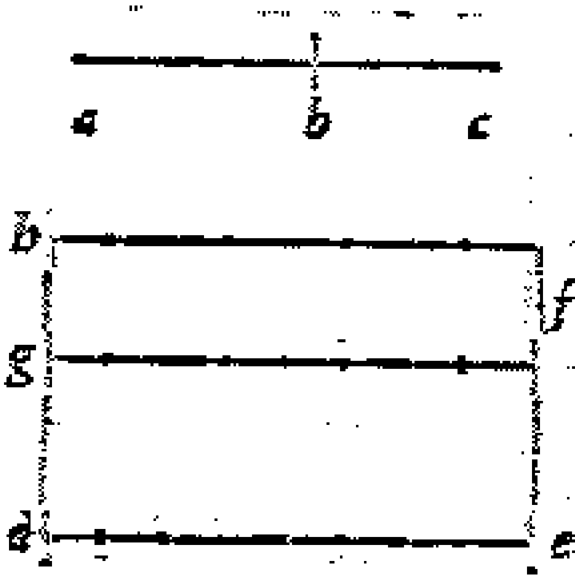


Theorema. 25. Propositione. 36.

31 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-

li quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le duè linee.a.b. & b.c. congionte in continuo & direttosi come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) dico la.a.c. de quelle coposta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia, che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presupposito (per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di duoi quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie del l'una in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli duoi quadrati & dal doppio della superficie) & questo è equale al quadrato de,a,c, (per la quarta del secondo) serà (per la 13. de questo) incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee,a,b, et b,c, tolti insieme, adonque (per la diffinitione) el quadrato della linea,a,c,è irrationale etiam la linea,a,c,irrationale, che è il proposito, a demostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea,d,e,(laquale sia rationale solamente in longhezza (sia aggiunta la superficie,d,f, laqual sia equale al le due quadrati delle due linee.a.b. & b.c. tolti insieme, et serà rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la.20.) el secondo lato di quella, elqual,e,d,g, serà anchora rationale in longhezza, & communicante alla linea.d.e. ancor sopra al la linea.f.g. sia aggiunta la superficie.f.h. equale al doppio della superficie de.a.b. in b.c. & serà mediale (per el presupposito) per laqual cosa (per la 24.) la linea.g. h. laquale è el secondo lato di quella è rationale solamente in potentia adonque (per la 35.) la linea.d.h. è binomio & irrationale, e però (per la 20. dalla destruttione del consequente) la superficie.e.h. è irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, elqual (per la 4. del.2. è la linea.a.c.) e irrationale (per la diffinitione,) laqual cosa volevamo dimostrare.



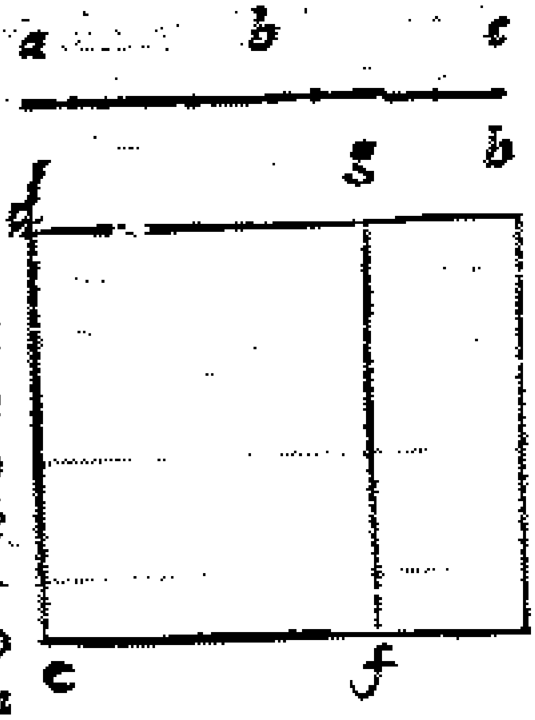
Il Tradottore.

Medesimamente come nelle altre è stato detto e, non è necessario in questa a tor la linea.d.e. rationale in longhezza, ma basta che sia rationale & concluderasse al medesimo.

Theorema. 28. Propositione. 39.

34/40 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile, & continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in rationale e mediale.

Siano come in la precedente le due linee.a.b. & b.c. in continuo & diretto congionte continente superficie mediale sian congionte direttamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.



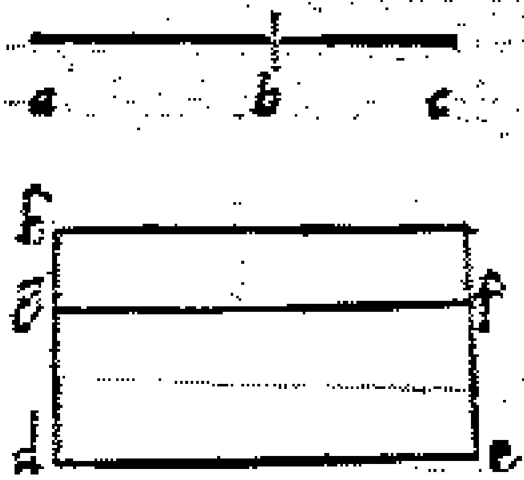
Siano le due linee. a.b. & .b.c. mediale congionte in contimo et diretto come se propone lequale (p la.31.) accade esser trouate. dico tutta la linea.a.c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea.d.e. rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer agionta la superficie.d.f. equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b. & .b.c. tolti insieme, & perche (dal presupposito) quelli dui quadrati sono communicante (che l'un e l'altro e mediale) la superficie.d.f. serà mediale, per laqual cosa (per la.22.) la linea.d.g. (laquale e el secondo lato di quella) e rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea.d.e. un'altra volta sia agionto alla linea.g.f. (laquale e equale alla linea.d.e.) la superficie.f.h. equal al doppio della superficie de.a.b.in.b.c. & serà etiam la superficie.f.h. mediale, perche (per el presupposito) la superficie de.a.b.in.b.c. era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la.f.h.) serà mediale (per la.24.) adonque la linea.g.h. e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longhezza alla linea.g.f. & perche.a.b. & .b.c. son solamente in potentia communicante (per la prima del.6. et per la seconda parte della.14. de questo) la superficie dell'una in l'altra serà incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra, ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) serà la detta superficie (per laqual cosa) & el doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie.d.f. & .f.h. sono incommensurabili, adonque (per la prima del.6. & per la seconda parte della.14. de questo) la linea.d.g. serà incommensurabile alla linea.g.h. la quale conciosia che la sia rationale in potentia (per la trigesima quinta) tutta la linea.d.h. serà binomio et irrationale adonque (per la uigesima della desfruttione del consequente) la superficie.e.h. serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quelle (per la quarta del secondo) e la linea.a.c. seguita (per la diffinitione) che la linea.a.c. sia irrationale che era el proposito da demostrare.

Il Tradottore.

Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea.d.e. rationale in longhezza anci basta a torla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea.d.h. esser binomio.

Theorema.27. Propositione.38.

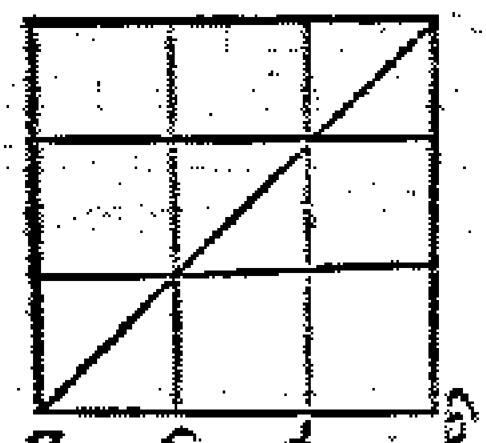
33 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommen-
39 surabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui



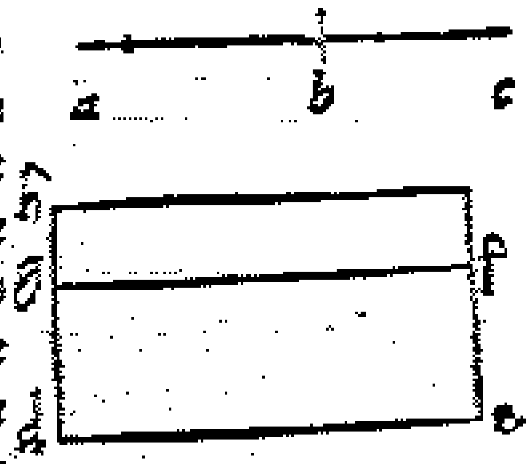
cie.f.h. laqual sia equale al doppio della superficie del l'una in l'altra, serà ancbor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la.24.) la linea.g.h. serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d.f. sia incommensurabile al.f.h. per laqual cosa (per la prima del. 6. & per la seconda parte della.14. de questo) la linea.d.g. è incommensurabile alla,g,h, adonque (per la.35.) la linea,d,h,e binomio & irrationale, adonque la superficie,e,h, e irrationale & similmente lo lato tetragonico di quella elquale a. c. come in la precedente per laqual cosa è manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della,a,b,in,b,c, non fusse incommensurabile a ambiduoi li quadrati tolti insieme, seria la linea.a.c. mediale, perche la superficie.d.f. seria commensurabile alla.f.h.e però & la linea.d.g. alla linea.g.h. adonque tutta la.d.h. seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea.d.e. adonque per la.24. la superficie.e.h. seria mediale lo lato tetragonico di quella elqual è la.a.c. seria linea mediale che è il proposito e acciocbe la doctrina delle cose che seguitano si faccia piu facile hauemo pensato de demostrare prima duoi antecedenti deli quali el primo è questo.

Antecedente primo.

36
o
Se alcuna linea sia diuisa in due parti inequali li quadrati de ambe le sectioni, tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie del l'una in l'altra quãto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.



Hor sia la linea.a. b. diuisa in due parti equali in in ponto.c. & sia la parte maggiore.c.b. dalla qual sia tolto la.c.d. equale alla.a. c. Dico che li quadrati delle due linee.a. c. & .c. b. sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d. b. perche quello che uien fatto dalla.a.c. in la,c,b, due uolte, con li quadrati delle due linee.a.c. & .c.b. è equale a quello che uien fatto dal,a,c,in,c,b, quattro uolte, con el quadrato della.d.b imperoche l'una e l'altra de questi sieme sono equale al quadrato della linea.a.b. el primo (per la.4. del secondo) e lo secondo (per la ottaua del medesimo) adõque leuando uia dall'una e dall'altra summa cose equale, cioè quello che uien fatto dal,a,c,in, c,b, due uolte li residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee,a,c,et,c,b, e del secondo quello che uiẽ fatto dal,a,c,in,c,b, due uolte con el quadrato della,d, b, serãno equali per laqual cosa è manifesto el proposito, adonque da questo è manifesto giunte come se propone & queste sono da esser trouate (per la.33.) Dico che tutta la linea.a.c. (da quelle composta) serà irrationale & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciosia che la superficie de.a.b.in.b.c.sia rationale (per el presupposito) e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita (per la.4. del secondo & per la terzadecima de questo si come in la precedéte) che'l quadrato di tutta la.a.c.sia incommunicante al doppio della superficie de.a.in.b.c. adonque (per la diffinitione) quello è irrationale & la linea.a.c.irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per un'altro modo, sia come in la precedente la linea.d.e.rationale in longhezza, & a quella sia agionta la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme & serà mediale (dal presupposito) adonque per la.24.la linea.d.g.serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d.e. Et sia la superficie.f.h.agionta alla linea.g.f.equal al doppio della superficie del.a.b.in.b.c. & serà rationale (per el presupposito) & però (per la.20.) lo secondo lato di quella (elquale e.g.h.) serà rationale in longhezza per laqualcosa (per la.34.) la linea.d.h.e binomio & irrationale, & la superficie.e.h. (per la.20. dal la destruttione del consequente) e irrationale adonque conciosia che la linea.a.c.sia il lato tetragonico di quella per la.4.del.2.seguita che la.a.c.sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.



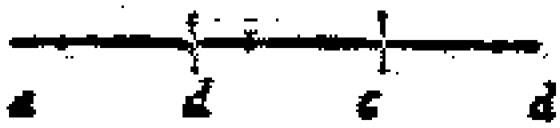
Il Tradottere.

Quel medesmo cõ'è detto della linea.d.e.sopra le passate il medesimo si debbe intendere in questa & nella sequente.

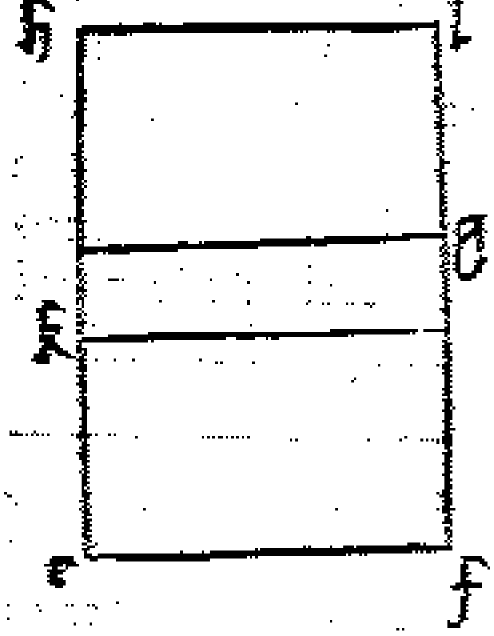
Theorema.29. Proposizione.40.

35 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommen-
41 surabile & continente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in due mediale.

Siano anchor le due linee.a.b.& .b.c.in continuo et direttamente congiunte, come se propone (lequale sono da esser tolte per la.34.) dico che la linea.a.c. composta da quelle, è irrationale & quella è detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia aggionto alla linea.d.e. (laqual sia rationale in longhezza) la superficie.d.f.equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.et.b.c.tolti insieme & se serà mediale per el presupposito) per laqual cosa per la.24.la linea.d.g.serà rationale in põtentia solamente, et incommensurabile alla linea.d.e.rationale in lõghezza, un'altra volta alla linea.g.f.laquale è equale alla.d.e.sia aggionto la superfi-



Sia la linea.a.b.binomio & (per la.35.) serà composta da due linee in potentia solamente rationale communicante lequale siano.a.c.& .c.b. dico che egliè impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto questa diffinitione, cioè che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche se gliè possibile (per l'aduersario) sia diuisa in.a.d. & .d.b. lequale siano rationale solamente in potentia communicante sia anchora la linea.e.f. rationale in longhezza alla quale sia agionta la superficie.e.g.laqual sia equale alli quadrati delle due linee.a.c.& .c.b. tolti insieme, & la superficie.f.h.laqual sia equale al quadrato della linea.a.b. & la superficie.e.g.serà rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee.a.c.& .c.b.tolti insieme è rationale (per el presupposito) & la superficie g.h.serà mediale (per la.23.) perche essa è equale al doppio della superficie della.a.c.in la.c.b.(per la.4.del.2.) adonque sia un'altra uolta la superficie.f.k.equal alli quadrati delle due linee.a.d.& .d.b tolti insieme, liquali conciosia che siano diuerse dalle due linee.a.c.& .c.b.(per la.2.di antecedenti auanti demostrati) la superficie,f,k,serà diuersa dalla superficie,e,g,adonque la differentia de quelle sia la k.g.& (per la quarta del secondo) lo eccesso della superficie,f,h,sopra la,f,k,(laqual sia.k.l.) serà equale al doppio de quello che uien fatto dalla,a,d,in,d,b,et per questo etiam la superficie,f,k.serà rationale, e la superficie.k.l.serà mediale, adonque la superficie,k,g,(conciosia che la sia la differentia delle due superficie rationali) lequale sono,e,g,& ,f,k, serà rationale perche la rationale non è differente dal rationale se nõ in quantità rationale, & questo dico dalla diffinitione et dalla duodecima di questo, lequale confirmano questo, anchora la medesima, conciosia che quella sia la differentia delle due superficie mediale, lequale sono,g,h,& ,k,l,(per la uigesima sesta) serà irrationale, laqual cosa è impossibile.



Theorema.31. Propositione.42.

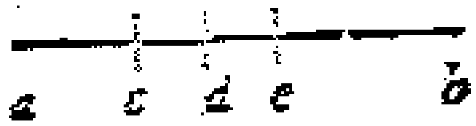
37/43 La bimediale prima, diuisa (secondo el suo termine) in due linee mediale, le impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale, sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea,a,b,bimedial prima diuisa in due linee mediale solamente in potentia communicante, & che contengano superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta afferma quella esser composto) lequale siano,a,c,& , c,b. Dico che è impossibile quella esser diuisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqual cosa, se serà possibile (per l'aduersario) diuiderò quella in ponto.d.e tolta la linea,e,f,rationale & sia aggionto a quelle la superficie,e,g,equale alli dui quadrati delle due linee,a,c,& ,c,b,& la superficie,f,h,equale al quadrato della, a,b.&

a,b.&

festo che se alcuna linea serà diuisa in due parti inequali li quadrati d'ambe le parti tolti insieme seranno piu del doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & per questa causa lo hauemo proposito.

36/42 Se alcuna linea ha diuisa in due parti inequali, & anchora in altre due parti inequali li duoi quadrati delle due parti piu inequali tolti insieme son tanto piu delli dui quadrati delle due parti mē inequali tolti insieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale e fra l'una & l'altra sectione, & lo quadruppio de quello che uien fatto dalla medesima linea in quella che è fra'l ponto della sectiō delle parti men inequali è il ponto che diuide tutta la linea in due parti equali.



Sia la linea, a, b, diuisa in due parti inequali in pōto, c, e anchora in altre due parti inequali in pōto, d, e un'altra uolta in due parti equali in pōto, e, dico che li quadrati delle due parti piu inequale (lequal son, a, c, et, c, b,) son tanto piu delli duoi quadrati delle due linee meno inequal (lequai son, a, d, & d, b,) quanto è il doppio del quadrato della linea, c, d, e lo quadruppio de quello che uiē fatto dalla, c, d, in la, d, e, perche (per la. 9. del secōdo) li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme sono doppij alli quadrati delle due linee, b, e, & e, c, tolti insieme, e (p la medesima. 9. del secōdo) li quadrati delle due linee, a, d, et d, b, tolti insieme, sono doppij alli quadrati delle due linee, b, e, et e, d, tolti insieme, adonque li quadrati delle due linee, a, c, & c, b, tolti insieme, eccedeno li quadrati delle due linee, a, d, & d, b, tolti insieme in quello che il doppio del quadrato della linea, c, e, excede el doppio del quadrato della linea, d, e, e questo (per la quarta del secondo) è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea, c, d, et lo quadruplo de quello che uien fatto dalla, c, d, in la, d, e, per laqual cosa è manifesto il proposito, per questo è manifesto che quanto piu seranno le sectione de alcuna linea inequale, tanto piu seranno maggiori li quadrati di quelle tolti insieme & questo è quello per il quale hauemo premesso questo.

Il Tradottore.

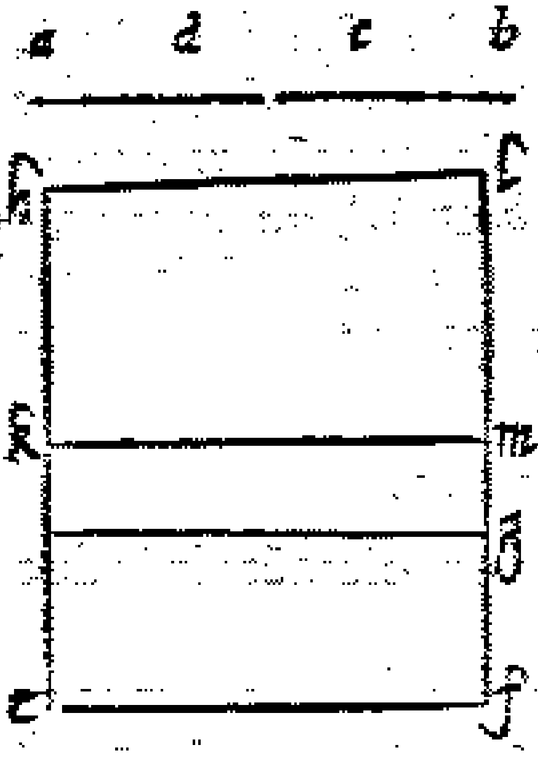
Che la differentia del doppio del quadrato della, c, e al doppio del quadrato della, d, e, sia tanto quanto il doppio del quadrato della, c, d, & il quadruplo del dutto della, c, d, in la, d, e, (per la. 4. del. 2.) le manifesta in questo modo perche un sol quadrato della, c, e, è maggiore d'un sol quadrato della, d, e, in un quadrato dell'altra parte. d. c. & in el doppio della superficie della, c, d, in le, d, e, adonque duplicando l'un & l'altro quadrato se duplicarà la lor differentia, cioè che li duoi quadrati della, c, e, eccederāno li dui quadrati della, d, e, nel doppio del quadrato dell'altra parte. c. d. & nel quadruplo della superficie della, c, d, in la, d, e, come disopra si conclude che è il proposito.

Theorema. 30. Propositione. 41.

36/42 Egliè impossibile esser diuiso un binomio in altre due linee sotto el termine, di quelle, dalle quale è congiouto, & nominato.

Sia

esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.



Theorema.33. Propositione.44.

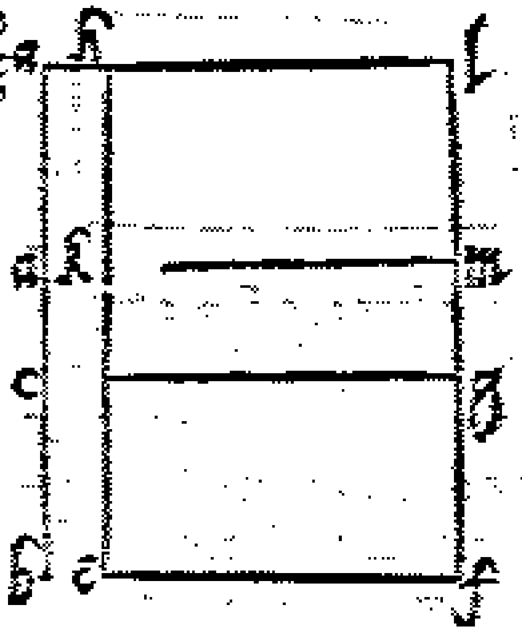
39
45

La linea maggiore se nõ solamente in le due linee dalle quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore .a.b. diuisa in põto .c. in due linee potentialmente incommensurabili cõtinenti superficie mediale delle quale ambidui li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linee è composta come afferma la trigesima ottaua, dico che eglie impossibile ad altro ponto essere diuisa quella in altre due linee, sotto quella diffinitione & se questo è possibile, sia diuisa al ponto .d. rimangano sotto a questa la medesima figura et li medesimi presuppositi come per auanti et arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie .g. k. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.

Theorema.34. Propositione.45.

40
46



La linea potente in rationale & mediale, nõ se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.

Anchora questa quadragesima quinta stante la prima figura & position eccetto che detta linea .a.b. sia diuisa in ponto .c. in quelle due linee dalle quale la trigesima nona dice quella esser composta, se approua si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, serà la superficie .k.g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema. 35. Propositione.46.

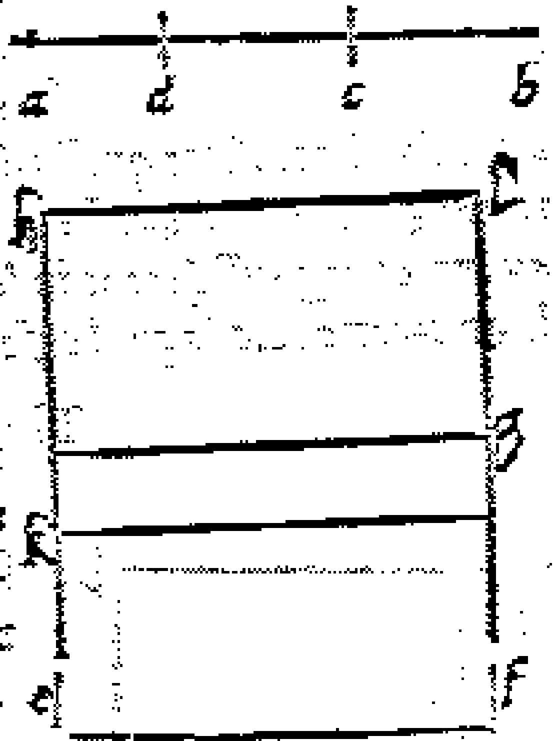
La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due li-
41 nee sotto el termine di quelle dalle quale è congionta, ma solamente è
47 diuisibile in le sue due dalle quale è composta.

Perche questa quadragesima sesta diuisa linea .a.b. al ponto .c. quelle linee dalle quale la quadragesima demostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Secona,b,& la superficie,f,k,equale alli quadrati delle due linee,a,d, & d,b,et (per la quarta del secondo) la superficie,g,h,serà equale al doppio della superficie della,a, c,in,c,b,e (per la medesima) la superficie.k,l,serà equale al doppio della superficie della,a,d,in la,d,b,(per el presupposito) anchora l'una e l'altra delle due superficie.e.g.& K.f.serà mediale e l'una e l'altra delle due,g,h,&,k,l,serà rationale, e questo è impossibile,perche per el primo la superficie.k.g.seria irrationale (per la uigesima sesta) e per el secondo,la medesima seria rationale (per la diffinition e per la duodecima) laqual cosa è inconueniente.

Theorema 32. Propositione 43.

38/44 El bimedial secondo, non puol esser diuiso se non solamẽte in le due linee sotto el suo termine.



Sia come per auanti la linea,a,b, bimedial secondo diuisa in le due linee.a.c. & c.b. mediale, solamente in potentia communicante, & continenti superficie mediale, dalle quale (la trigesima settima propone quella esser composta.) Dico che eglie impossibile quel la esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in,d, & siano come per auanti la superficie.e.g.f.h.& f.K.aggionte alle linee,e,f,rationale & (per lo presente presupposito) le superficie,e,g, & ,g,h,l'una & l'altra serà mediale,per laqual cosa (per la uigesima quarta) l'una & l'altra delle due linee,f,g,&,g,l,serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea, e,f, ma perche le due linee,a,c,&,c,b,erano incommensurabile in longhezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee,a,c,&,c,b,sia incommensurabile alla superficie del l'una in l'altra conciosia che li detti quadrati communicano (dal presupposito) seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e però etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie,e, g,e incommensurabile alla superficie,g,h, & la linea,g,f,alla linea,g,l, (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adonque per la trigesima quinta la linea,f,l,e,binomio diuisa secondo el suo termine in ponto,g,& per el medesimo modo se approuerà quella esser binomio (per mezzo delle superficie,e, m.& m.h.) diuisa secondo el suo termine in ponto,m.laqual cosa è impossibile (per la quadragesima prima) perche el non puo esser detto che la linea.f.l.sia diuisa alli duoi ponti.g.& m.in parti cõsimili,perche essendo cosi seria la linea.f.m.equale alla,g,l, ma quella è maggiore della linea,m,l, come è manifesto dal primo di premessi antecedenti de queste (& per la prima del sesto) conciosia che la superficie,e, m,sia maggiore della superficie.h.m. & il modo della demostratione di questa puo

esser

tia cioè il suo quadrato serà rationale, & queste tale da prattici sono dette radice sorde (come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda tradottione) niente di meno tali quantità essendo linee, come piu uolte e stato detto, sono chiamate rationale per esser la sua possenza rationale, vero e che se tai radice, ouer quantità seranno superficie ben seranno dette irrationale per la uigesima terza & chiamanse superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor ueniamo alla seconda parte.

Diffinitioni sucessiue alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa, & se la piu longa poi delle dette parti serà communicante in longhezza a una posta rationale quella se chiamarà binomio quarto. Ma se serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominarà binomio quinto, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgiunta dalla precedente tu l'hauerai a intendere congionta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) serà piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà, ouer el quarto, ouer il quinto, ouer il sesto, perche ouero una delle due linee componente quello serà communicante in longhezza con la nostra presupposta misura, ouer niuna se gli ne serà una, ouer che la serà la piu longa, ouer che la serà piu breue, se la sarà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si uede adonque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, saluo che la linea piu longa (delle due componente quello) e piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle soprascritte diffinitioni.

Problema.12. Propositione.47.

42/48 Puotemo trouare el primo binomio. Nella traduttion seconda è piu breue & ne pone il b.

Sia la linea.la posta rationale, et sia tolti duoi numeri quadrati .b, & .c, di quali .c. sia diuisibile in un numero quadrato) qual sia .d.) & in uno non quadrato (qual sia .e.) & sia posto la proportione del quadrato della linea.a. al quadrato della linea.f.g. si come del numero.b. al numero.c. & (per la secōda parte della nona) la linea

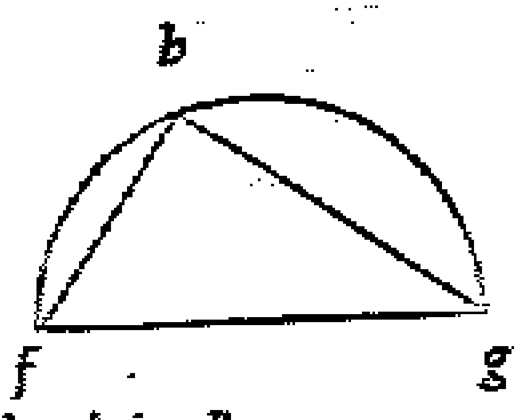
Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, serà piu potente della piu breue per accrescimẽto del quadrato d'una linea communicante in longhez za alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, serà communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se serà la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo & se ne l'u na ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta li nea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le soprascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'Auttore ne da a cogno scere le specie di binomij lequale sono sei & in questa prima parte sotto breuità ne diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che componeno el bino- mio in genere (per la trigesima quinta) sono rationale & solamente in potentia communicante. onde seguita che caduna di quelle (per lo conuerso della quinta diffinitione della seconda tradottione) a fortiore serà commensurabile in potentia con la nostra proposta rationale (cioè con la nostra pertica, ouer piede, o passo, o on za, ouer altra misura formata a nostro piacere con laquale ratiocinamo) perche se quelle non communicassena ne in longhezza ne in potentia con la nostra propo- sta rationale, le non seriano rationale (che seria contra al presupposito) uero è che ambedue non possono esser commensurabile in lõghezza con detta nostra proposta rationale, perche (per la decima) seriano fra loro commensurabile in lõghezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente una, ouer niuna serà commensura- bile in lõghezza cõ la detta nostra proposta rationale, anchor dico che la dette due linee che cõponeno el binomio in genere, ouer che la piu longha e piu potente della piu breue inel quadrato duna linea commensurabile in longhezza con la medesi- ma linea piu longha, ouer incõmẽsurabile. Tornando adonque al proposito quando la parte piu lõga del binomio serà piu potẽte della piu breue in el quadrato d'una li nea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio se rà ouer il primo, ouer il secondo ouer il terzo, perche ouer che una delle dette parti (ouer linee) serà communicante in longhezza con la nostra proposta misura ratio- nale, ouer niuna, se gli ne serà una ouer che serà la piu longa, ouer la piu corta, se la serà la piu longa serà detto binomio primo, se la serà la piu corta serà chiamato bi- nomio secondo & se niune di quelle serà communicante in longhezza alla detta no stra misura serà nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che serà cõmunicãte in longhezza con la nostra misura serà numerabile in lõghezza, cioè, che la serà un numero di quella misura che operaremo, o sia passo, o pie o altra misura formata a nostro piacere. Et quella parte che non serà cõmunicante in lon ghezza cõ la detta nostra misura nõ serà numerabile in longhezza, cioè che la sua longhezza non si potrà dar ne assignare per numero, ma solamente la sua poten-

tia

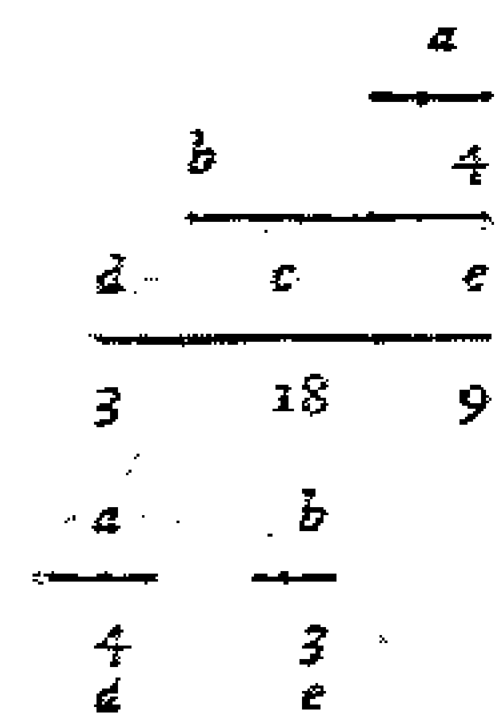


do adonque la linea.f.g.gionta con la.g.b. da prattici se descriuerà in questa forma.12.piu R.63.et questo composto serà binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al veder queste cose alla prattica si in questa come nelle sequente si che notala bene perche per l'aduenire piu non adurò essempio in numeri per non confundere lo intelletto ma per te medesimo supponendo la linea.a. diuisa secondo che ti parerà per schiuar rotti.& bisogna notare che si potea senza trouare la linea.f.b. trouar prima la.b.g.cioè che il quadrato della.f.g.al quadrato dalla.b.g. sia si come il numero.c.al numero e.

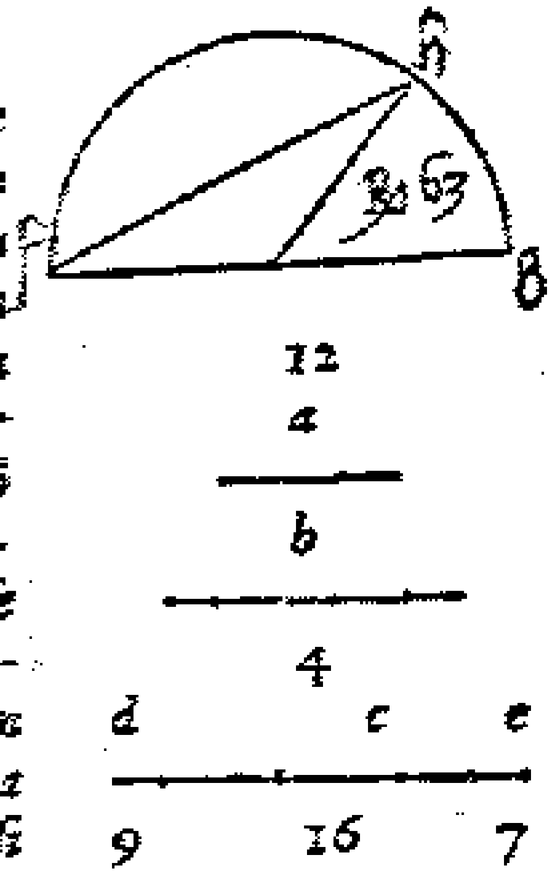
Problema.13. Propositione.48.

43 Puotemo inuestigare il secondo binomio.

49 *Questa operatione è molto longa, ma quella di Theõ e assai piu breue e chiara.*



Sia come per auanti la linea posta rationale, a, & lo numero.b.quadrato & c.sia numero non quadrato diuisibile in.d.non quadrato & in.e.quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto el.c. (elquale e numero non quadrato) al.d. (elquale e anchora numero non quadrato) sia si come de duoi numeri quadrati, & tal numero e.12. & .48. perche el.12.e diuisibile in.9.(numero quadrato) & in.3. numero non quadrato & la proportione de.12.a.3.e si come.16.a.4.di quali l'uno e l'altro e numero quadrato (per lo medesimo modo.48.e diuisibile in.36.e.12. & tai numeri cosi li trouerai. Sia.a.numero quadrato & sia anchor.b. minore de una unità del ditto.a.el quadrato del quale sia.c.& dal.b.in.a.peruenga.d. & (per la prima delli incidenti la sesta decima del nono) el numero b.serà la differentia del.d.al.c.sia duto el medesimo,a,in,c, & peruenga.e.& (per la prima parte del correlario della seconda del nono.) e. serà quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri.a.& c.e quadrato (per el presupposito) sia fatto una altra volta.f.dal.a.in.d.et.f. serà quello el qual cercamo perche (per la ultima parte del detto correlario) lo numero.f.serà non quadrato impero che'l numero.d.si è non quadrato, perche se'l numero.d. fusse quadrato anchora el.b.seria quadrato (per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono & per la uigesimaterza del ottauo) & perche.a.e numero quadrato cascaria (per la decima settima del medesimo) un terzo cõmunamente proportionale fra.a.& .b.laqual cosa è impossibile conciosia che sono distanti per la linea.f.g.serà communicante alla linea.a.(posta rationale)in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio.f.g.h.& sia la proportione del quadrato della linea.f.g.al quadrato della linea.f.h.si come del.c.al.d.et sia dutta la linea.g.h.dico adonque le due linee.f.g.& g.h.congionte direttamente(componere el binomio primo perche la linea.f.g.laquale è la piu longa)e piu potente della linea.g.h.(laquale è la piu corta)in el quadrato della linea.f.h.(per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo)& la linea.f.h.communica alla linea.f.g.in longhezza(per la seconda parte della nona)conciosia che la proportiõ di quadrati de dette,f.g,& ,f,h,sia si come di dui numeri quadrati liquali sono.c.& .d.& la linea.g.h.se conuene esser rationale in potentia solamente non cõmunicante alla linea.f.g.in lõghezza e però ne etiam alla linea.a.posta rationale,perche conciosia che el quadrato della linea,f,g,al quadrato della linea.f.h.sia si come el numero.c.al numero.d.(per la euersa proportionalità)el quadrato della linea,f,g,al quadrato della linea.g.h.serà si come el numero.c.al numero.e.conciosia adonque che.c.sia numero quadrato & ,e,non quadrato.seguita per la ultima parte della nona)che la linea,g,h,sia incommensurabile alla linea.f.g.in longhezza rimane adonque essa linea.g.h.esser rationale solamente in potentia &(per la diffinitione)le linee,f,g,& ,g,h,componere binomio primo che era da trouare.



Per trouarlo praticalmente piglia la.a.per una misura. Onde lo quadrato del la.f.g.in tal supposito saria.4.poi perseguirai come di sotto uedi. Se.16.mi da 9. che darà □ f.g.4.opera che in tal supposito te daria 2 $\frac{1}{4}$ per il □ della.f.h.qual tratto del □ f.g.che 4.restaria 1 $\frac{3}{4}$ per il □.della.h.g.onde con tal positione tal binomio saria.2.p̃ ℞ 1 $\frac{3}{4}$ Ma supponendo la misura.a.piedi.6.il □ della.f.g.ueria a esser piedi 144.superficiali & il □.della.f.h.saria.81.& il □.della.h.g.63.& la simplice.h.g.saria ℞ 63.& la.f.g.12.el binomio saria.12.p̃ ℞ 63.

Supponẽdo la.a.per una misura simplice ℞ 3 p̃.1.
la.b.— 4.nu.quadrato.
la c.per 16.
la d.per 9.
la e.per.7.

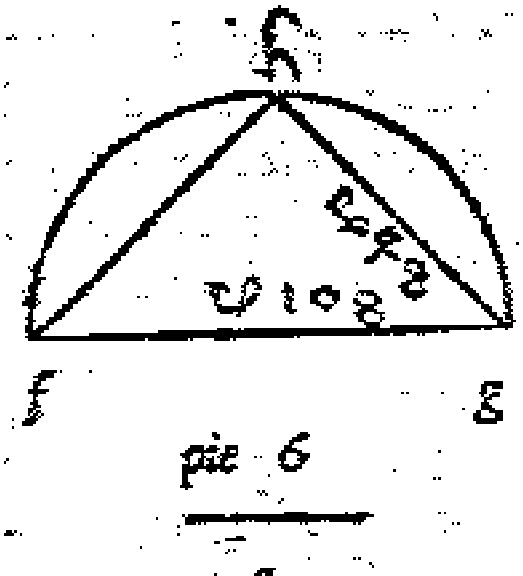
Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura,a,fusse quella che se chiama pertica diuisa in piedi sei et che il numero b,fusse quattro & il numero,c,sedeci diuiso in,d,& ,e,et,d,sia noue & ,e,sette la linea,f,g,ueria a esser piedi duodeci & la linea,f,h,piedi noue & la linea,h,g,ueria a esser la radice quadrata de sesanta tre piedi superficiali cioè che il quadrato della detta,h,g,seria sesanta tre piedi superficiali cioè sesanta tre quadretti d'un pie per fazza come fu detto sopra la prima diffinitione del secõdo

cauane sempre. 1. & resti.b. fatto questo multiplica.a. sia.b. & facia.c. dico.c. esser il numero ricercato, cioè non □ (per . . . del . .) & il dutto del.b. in se sia,d,e, & il dutto de b.nella.1 facia.f.d.il qual.f.d. non sarà □ & ,d,e,sarà □ & la proportion de.f.d. al.c. serà come la unità al,a,(nume.□)adonque la proportion de.c.al.f.d.sarà come de nu. □ a num. □ (per esser come del.a.alla.1.)

Problema.14. Propositione.49.

44/50 Puotemo inuestigare,el terzo binomio.



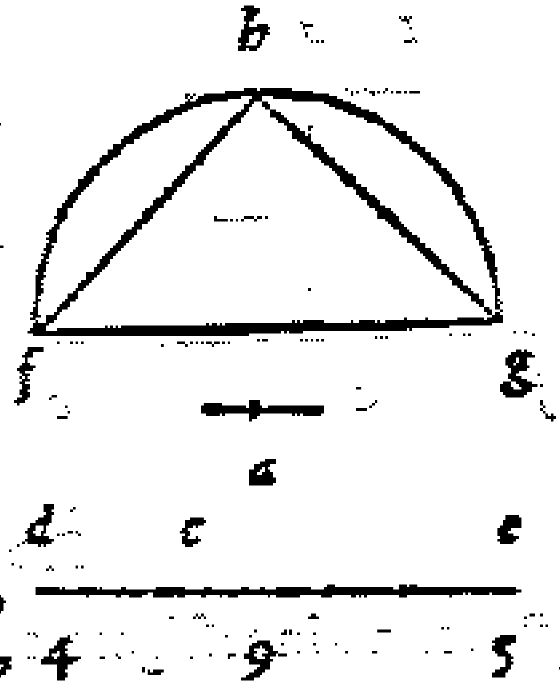
Stante li suppositi sopra notati dirai se R9 me dà R4 che me darà R108

432

R48

3. bino. R108 p R48

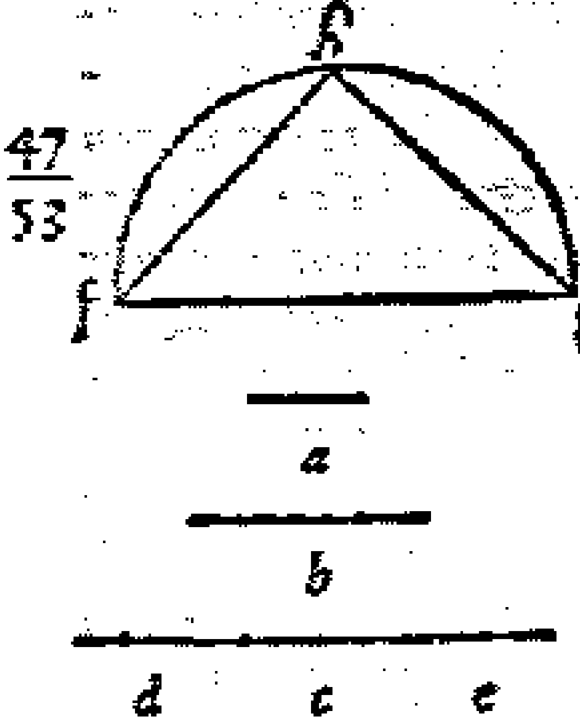
Anchora el terzo binomio cosi se ritroua, posta (come per auanti) la linea,a, rationale in longhezza sia el,b,numero primo, & ,c, numero quadrato diuisione in d,quadrato & in,e,non quadrato tutte le altre cose stano come per auanti. Dico che le due linee.f,g, & g.h cōponeno el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea a,posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la,f,g,(per la ultima parte della nona propositione) & la,h,g,(per la equal proportionalità, & per la ultima parte della nona) perche (per la equal proportionalità) el quadrato della linea,a,al quadrato della linea,g,h, e si come lo numero,b,al numero,e,l'una per mezzo del quadrato della linea,f,g, & l'altro per mezzo del numero,c, & li numeri,b, & ,e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati con ciosia che,b,sia numero primo, perche se i fussено in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del 8.) et per la ottaua del medemo fra quelli star uno terzo in continua proportionalità adonque (per la 18.del medemo) el numero,b, seria superficiale laqualcosa è impossibile,cōciosia che quel sia primo (dal presupposito) adonque la linea,g,h,e incommensurabile alla linea,a,posta rationale (per la ultima parte della nona) adonque perche la linea,f,g,e piu potente della linea,g,h,in el quadrato della linea,f,h,(per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual communica a quella in longhezza (per la seconda parte della nona propositione) & per la euersa proportionalità, & per la diffinitione del terzo binomio,e manifesto la nostra intentione.



ti per una sola unità adonque el,d,non è quadrato per laqualcosa ne etiam,f,è quadrato,& ,f, è equale al,d, & al,e,perche concosia che,b,sia la differentia del,d, al,c,(come è manifesto per le cose precedente)serà (per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che vien fatto del,a,in d, è equale a quelli duoi prodotti che vengano fatti dal,a,in,b,& in,c,& perche dal,a,in,b,vien fatto el,d.& in c,vien fatto,e,seguita che,d,sia la differentia del,f,al,e,& perche(per la decima ottaua del settimo) del,f,al, e, e si come del, d,al,c,permutatamente del,f,al,d,serà si come del, e, al,c, & conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri,e, & ,c,sia quadrato è manifesto lo numero,f,esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato diuisibile in d.non quadrato et in,e,quadrato,la proportione de quel lo al,d,e si come de quadrato a quadrato cioè come del,e,al,c,tutte le altre cose siano come per auanti. Dico che le linee,f,g, & ,g, b,componeno el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de,a,al quadrato de,f,g,sia si come del,b,al,c,& un'altra volta lo quadrato de,f,g,al quadrato,de,g,b,sia si come del,c,al,e,(per la equal proportionalità)el quadrato del, a , al quadrato de,g,b,serà si come el,b, al,e,adonque conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri,b,& ,e,sia quadrato(per la seconda parte della nona) & la linea,g,b,serà communicante in longhezza alla linea,a,posta rationale,& della linea,f,g,è manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea,a, posta rationale in longhezza , (per la ultima parte della nona)laquale conciosia che la sia piu potente della linea,g,b,nel quadrato della linea,f,b,(per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo)et la linea,f,b,communichi alla linea,f,g,in longhezza(per la seconda parte della nona)imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri,c, & d, la proportione di quali è si come de duoi numeri quadrati (per el presupposito)e manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente,sia la linea,g, b, communicante alla linea,a, (posta rationale in longhezza)laqual è facile de trouare & sia,c, numero quadrato diuisibile in d , quadrato , & in e, non quadrato , & sia la proportione del quadrato della linea,g,b, al quadrato della linea,f,g,si come el numero, e,al numero,c,et la,f,g,serà incommensurabile alla linea,g,b,in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea,f, b, (alla qual communica in longhezza primamente per la conuersa dapoi per la euersa proportionalità , & per la seconda parte della nona)adonque (per la diffinitione)le linee,f,g,& ,g, b. componeno el secondo binomio.

Piu facilmente se troua il detto numero non quadrato diuisibile in un numero □ & in un'altro non □ ,& che il non □ habbia proportion al tutto come de numer. □ a nu. □ per quest'altro modo piglia qual si voglia nu. □ qual pongo sia.a.

posti, & per la conuersa & euersa proportionalità, & un'altra uolta per la ultima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.



Problema. 17. Propositione. 52.

Puotemo finalmente trouare el sesto binomio.

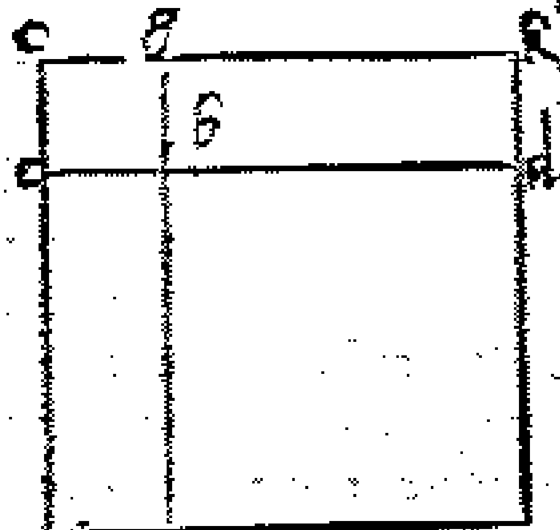
El sesto binomio è da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero .c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee. f. g. & g. h. cõgionte fra loro direttamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Tradottore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione dil terzo cioè che'l non bisogna fondarse a tore simplicemẽte il numero .b. numero primo, perche tal instruttion è falsa anci bisogna torlo secondo che sopra la inuention dil terzo fu detto cioè cosi conditionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero .e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati, a, b, & b, c. & siano assettati, ouer posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato, d, b, al lato, b, e, sia in retta linea, adonque & lo lato, f, b, al lato, b, g, serà in retta linea, & sia compito lo paralellogrammo, a, c, dico che, a, c, è quadrato, & che, d, g, delli detti quadrati, a, b, & b, c, è medio proportionale, & oltra di questo il d, c, delli duoi quadrati, a, c, c, b, è medio proportionale, perche. b. d. è equale al, b. f. & b. e. al. b. g. adonque tutto il d. e. serà equale a tutto lo. f. g. & d. e. è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, h, k, c, &. g. f. è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a. K. c. h. & l'uno e l'altro adonque delli duoi, a, K. K, c. è equale all'un e l'altro delli duoi lati. a. h. h. c. adonque (per la trigesima terza del primo) lo paralellogrammo. a. c. è equilatero & anchora e rettangolo, adonque lo detto paralellogrammo. a. c. (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del. f. b. al. b. g. cosi è del. d. b. al b. e. & si



come del, f, b, al, b, g, (per la prima del sesto) cosi è del, a, b, al, d, g, & si come

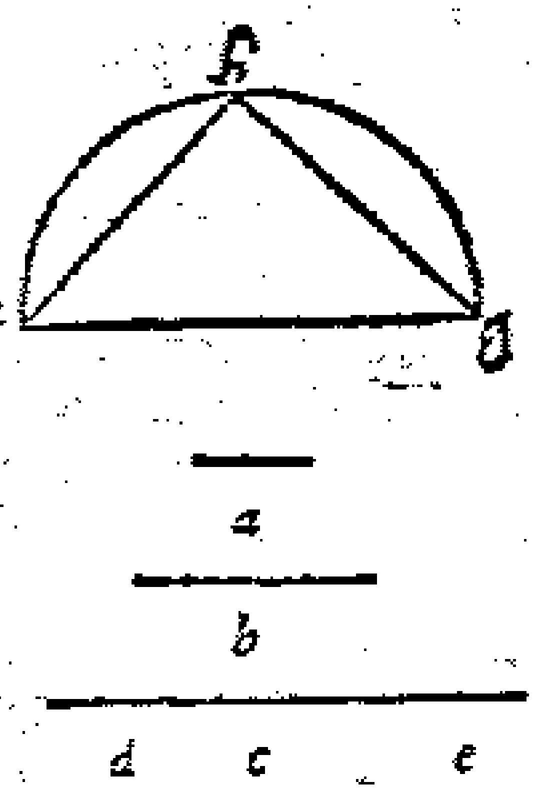
Il Tradottore.

Nella espositione di questa soprascritta propositione il commentatore se ingana grandemente si nel proceder come nella demostratione perche el non necessita che la proportione, del numero. b. (quantunque sia numero primo) al numero. e. non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato, & che'l sia il vero per non abondare in parole adduremo solamente la isperientia per testimonio perche sel detto numero. b. fusse. 5. (che è numero primo) & lo numero. c. trenta sei & il numero. d. sedeci & lo numero, e, vinti si vede espressamente che la proportione de cinque a vinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato cioè quadrupla, per il che si vede che anchora se ingana a dire che li numeri primi non sono superficiali anci sono superficiali (per la decimaottaua del ottauo) ma volendo conclude re la soprascritta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero. b. di tal conditione, prima ch'el non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero. e. non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa è facile) dapoi arguire come di sopra è fatto.

Problema. 15. Propositione. 50.

45 Puotemo ritrouare il quarto binomio.

51



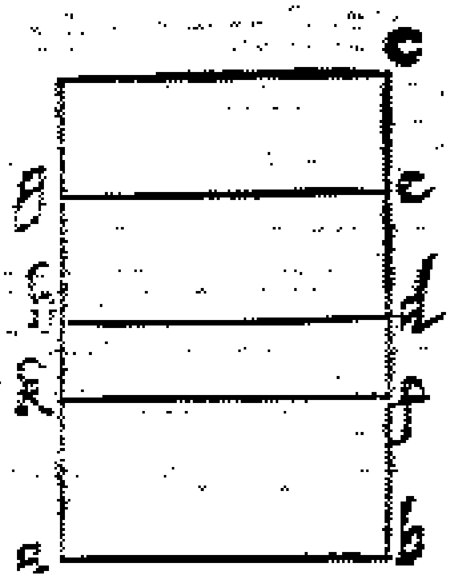
Nella inuentione del quarto binomio le da procede re per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato. c. sia diuiso in duoi numeri non quadrati, liquali siano. d. & e. tutte le altre cose in questo loco sono da esser negociate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotiò dalla diffinition del primo binomio.

Problema. 16. Propositione. 51.

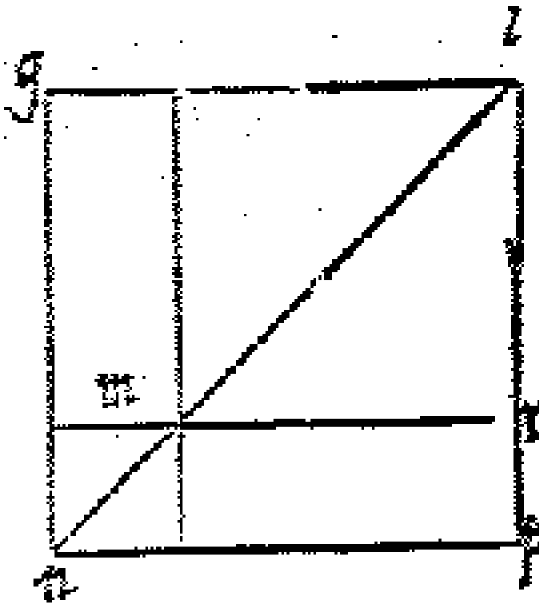
46 Puotemo recercare el quinto binomio.

52

La inuentione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero. c. (non quadrato) se diuide in. d. non quadrato, et in. e. quadrato tamen in tal modo che la proportione del c, al, d, non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandate per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea, g, h, sia communicante alla linea, a, posta rationale in longhezza & mette el numero. c. quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati qual siano, d, & e, adonque mette la proportione del quadrato della linea, g, h, al quadrato della f, g, si come del numero, e, al, numero, c, dapoi conclude il proposito per la ultima parte della nona et per li presenti presupposti,



menti di quello siano.p.m.& m.q. liquali è necessario esser equali alle due superficie.d.g.& g.c. laqual cosa cosi se apprende, perche conciosia che la linea.d.c. sia nel mezzo loco proportionale fra le linee. b. f. & f. d. (per la prima del sesto) la superficie, d.g, serà nel medio loco proportionale fra la superficie. a.f. & f. b. per laqual cosa etiam fra li duoi quadrati l.m. & m.n.& perche etiam lo supplemento.p.m. e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per la prima del sesto) seguita che. p. m. sia equale al. d. g. e però etiam.m.q.al.g.c.adonque la linea.l.p.e el lato tetragonico della superficie. a. c. questa tal linea dico esser binomio. perche li duoi quadrati l.m.& m.n.rationale due linee. l.r. & .r. p. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal. a.f. al. d. g. è si come del. b. f. al.d.e. ma la.b.f.e incommensurabile alla.d.e. ma perche la. b. f. e simplicemente rationale (come è prouado) & la d.e. perche la communica con la.d.c. (rationale solamente in potentia) etiam quella serà rationale, solamente in potentia (per la undecima) laqual cosa è manifesta dalli presenti presuppositi, adonque per la seconda parte della decimaquarta) la superficie. a. f. e incommensurabile alla superficie.d.g. adonque & il quadrato l.m. al supplemento.p.m. per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la linea.l.r. e incommensurabile alla linea r p. adonque (per la trigesima quarta) è manifesto la linea.l.p. esser binomio che era da demostrare.



Il Tradottore.

Quelle parte che con facilità sia doueuano concludere per lo soprascritto lemma (per non esser stato trouato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto aben che anchor la detta prima del sesto parimente serua tamen è molto piu chiaro a arguire per lo soprascritto lemma medesimamente nelle sequente propositioni, similmente per la ultima del secondo si debbe formare un quadrato equale alla superficie.f.b.qual sia.m.n.et quello assettarlo nel angolo.m di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale.a.b.bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema. 37. Propositione. 54.

49/55 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un binomio secondo. Lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

Sia

si come del.d.b.al.b.e.cosi e del.d.g.al.b.c.adonque & si come del.a.b. al.d.g.cosi è del.d.g.al.b.c. adonque.d.g.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.b.b.c.similmente dico che anchora.d.c.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.c.c.b. perche si come del.a.d.al.d.k. cosi è del.k.g.al.g.c.perche l'una è equale all'altra adonque componendoli,per la decima ottaua del quinto,si come.a.k.al.k.d.cosi e.k.c.al. c.g.ma si come.a.k.al.k.d.cosi e.a.c.al.c.d.& si come.k.c.al.c.g.per la prima del sesto,cosi e.d.c.al.c.b.adonque.d.c.è medio proportionale tra li duoi quadrati.a.c.c.b.che è il proposito.

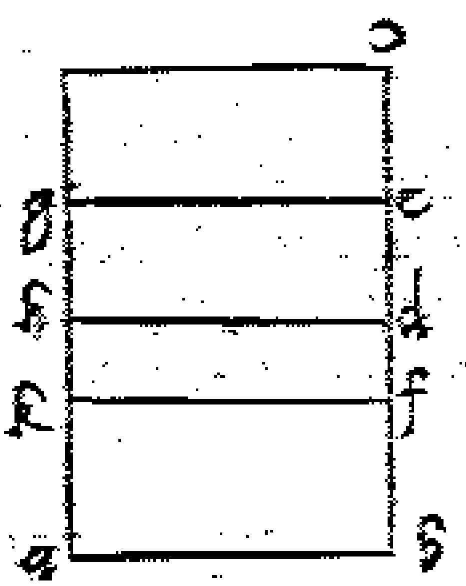
Il Tradottore.

Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione ilquale è molto al proposito per le demostratione delle cose sequête quantunque se dimostrano etiã senza esso lemma come procedendo uederai,ma tal demostration son piu oscure.

Theorema.36. Propositione.53.

48/54 Se una superficie serà côtenuta da un binomio primo,& da una linea rationale,lo lato che puo sopra di quella è necessario esser binomio.

Come che la R del binomio primo è necessario esser binomio.



Sia la superficie.a.c. contenuta dalla linea.a.b.rationale & da un binomio primo elqual sia.b.c. Dico che'l lato tetragonico della superficie.a.c.è binomio è per dimostrare questo sia il ponto.d.il commune termine delle due portioni del binomio primo.b.c.delquale la maggior parte sia.b.d.& serà rationale in longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea.a.b. posta rationale anchora sia diuisa la minor portione(la qual e.d.c.)in due parte equale al ponto.e.& la linea. d.b.sia diuisa(sotto questa conditione) al ponto.f.che fra le parti di quello (lequal son.b.f.& f.d.)cada.d.e. nel medio loco proportionale,& come questo si debba far fu detto in la.17.& sian dutte le linee.e.g.d.h.f.k.equidistante alla linea.a.b.& perche (per la diffinitione del primo binomio la linea.d.b.è piu potente della linea.d.c.in el quadrato d'una linea a se communicante in longhezza,seguita anchora(per la seconda parte della decima settima)che le due linee.b.f.f.d.siano communicante adonque(per la duodecima)l'una e l'altra de quelle è communicante a tutta la linea.b.d.per laqual cosa (per la diffinitione)ambedue sono rationale in longhezza e però(per la decimanona)l'una e l'altra delle due superficie.a.f.& f.b.è rationale,adonque sia descritto lo quadrato.l.m.(el lato del quale e.l.r.)equale alla superficie.a.f.al quale sia circõponendo un gnomone protratta la dyagonale.l.m.n.a quella quãtità che el quadrato de esso gnomone(qual sia.m.n.)sia equale alla superficie.f.b.et li duoi suppli

 menti

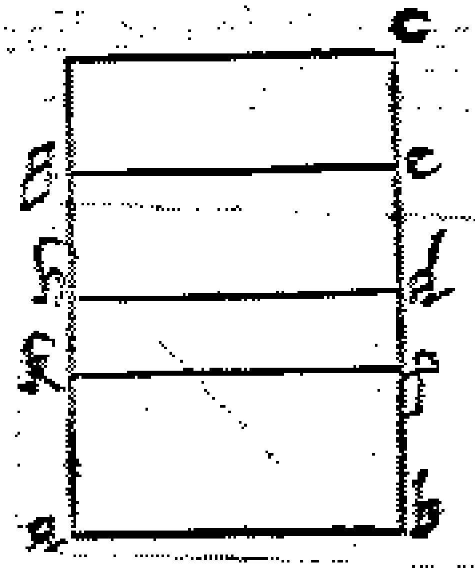
Theorema.39. Propositione.56.

51/57 Se una superficie sia contenuta, da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presupposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie, d.g. et g.c. per laqual cosa e l'una e l'altra delle due. p.m. et. m.q. serà mediale e li dui quadrati l.m. & m.n. tolti insieme serà rationale imperoche la superficie.a.d.e rationale (per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.) et perche la.d.b.e diuisa in due parti incommunicanti in ponto.f.(per la seconda parte della decima ottaua) la superficie.a.f. serà incommensurabile alla superficie.f.b.e però e lo quadrato.l.m. al quadrato.m.n. adonque le due linee.l.r. et.r.p. sono incommensurabile in potentia, lequale cóciosia che quelle contengano la superficie mediale.p.m.e ambidui li quadrati di quelle tolti insieme sieno rationali e manifesto (per la.38.) la linea.l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

52/58 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da uno binomio quinto, la linea laquale puo in quella, el se conuenze de necessità esser la potente in rationale è mediale.

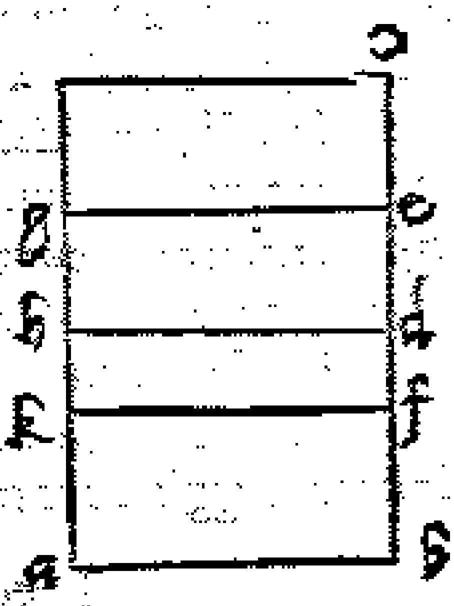


Anchora qua in questa non è da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante serà (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quinto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie.d. g.& g.c. onde & l'una e l'altra delle due.p.m. & m. q. rationale & tutta la.a.d. mediale, per laqual cosa & li dui quadrati.l.m.& m.n. tolti insieme è mediale (per la.23.) et conciosia che (per la secóda parte della decima ottaua) la linea.f.b. sia incommensurabile alla linea,f,d, e però & la superficie,a,f, alla superficie,f,b. & lo quadrato, l, m, al quadrato,m, n, serà la linea,l,r, incommensurabile in potentia alla linea.r. p.ma perche esse contengono la superficie rationale.p.m.& ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude (per la trigesima nona) la linea.l.p.esser la potente in rationale è mediale come è sta promesso da dimostrare.

Theorema.41. Propositione.58.

53/59 Se una superficie serà contenuta dal sesto binomio, e da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in dui mediali.

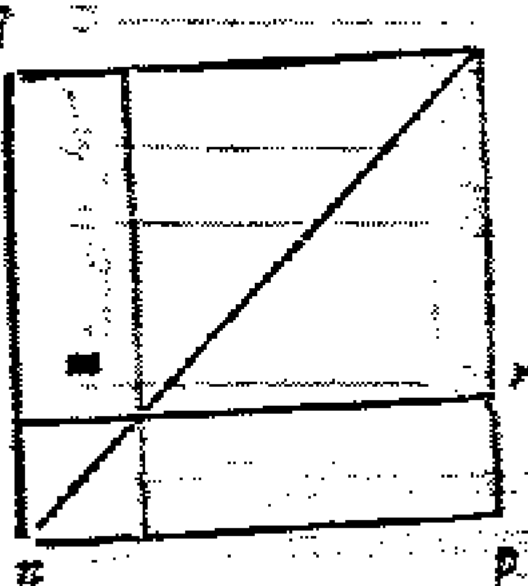
Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d, e, rationale in longhezza per laqual cosa (per la .19.) l'una & l'altra delle due superficie, d, g, et, g, c, e però & li duoi supplementi. p.m.m.q. seranno rationali & la linea, d, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f, d, & , b, f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presupposti & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & , f, h, e però & l'uno e l'altro di quadrati l. m. & m. n. serà mediale, adonque ambedue le linee. l. r. & r. p. sono mediale, anchora communicante in potentia, perche conciosia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita che la, a, f, communichi alla, f, b, per laqual cosa el quadrato, l, m, al quadrato, m, n, & però & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie. l. m. alla. m. p. adonque conciosia che la, l, m, non communichi con la. m. p imperoche l'una è mediale cioè la. l, m, & l'altra è rationale cioè la, m, p, seguita che la. l. r. non communichi in longhezza con la, r, p, adonque perche esse contenen superficie rationale, laqual è la, m, p, è manifesto la linea, l, p, (per la. 36. di questo) esser bimedial primo.



Theorema. 38. Propositione. 55.

$\frac{50}{56}$ Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea rationale, la linea potente in quella serà bimedial secondo.

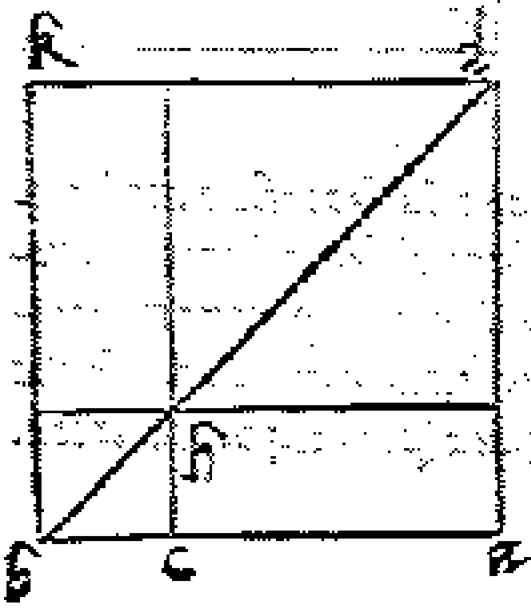
Stante la medesima dispositione, & li presupposti come di sopra (& da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in lequale è divisa la superficie, a, e,) mediale per laqual cosa l'uno et l'altro di duoi quadrati, l, m, & , m, n, & l'uno & l'altro di duoi supplementi, p, m, & , m, q, serà etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee, l, r, & , r, p, serà mediale, & conciosia che le due superficie, a, k, & , f, h, siano communicante imperoche le due linee, b, f, et f, d, son communicante (per la secõda parte della. 17.) le due linee l. r. & r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza, perche la superficie. l. m. non communica con la superficie. m. p. imperoche ne la. a. f. communica con la. d. g. perche la linea, b, f, non communica con la, d, e, conciosia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è p, m, e manifesto (per la 37.) la linea. l. p. esser bimedial secondo che è il proposito.



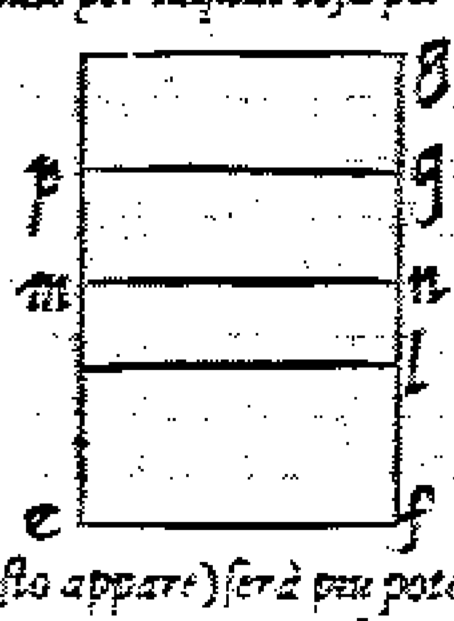
Theorema. 42. Propositione. 59.

54/60 Se a una linea rationale, sia aggionto uno retãgolo equal al quadrato d'un binomio el secõdo lato di quello cõuien esser binomio primo.

Queste sei sequente propositioni sono el conuerso delle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa, e questa sia la linea, a, b, binomio diuisa al ponto, c, in le due linee, a, c, & , c, b, secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima, a, b, sia, b, d, & sia la linea, e, f, rationale in longhezza alla qual sia aggiunta la superficie, e, g, equal al quadrato, b, d, dico che'l secondo lato de questa superficie el qual è la linea, f, g, e binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato, b, d, in li duoi quadrati, b, h, & h, d, (liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li duoi supplimenti, a, h, & , h, k, liquali l'uno e l'altro è contenuto sotto delle due portioni del binomio et (per la diffinition del binomio laquale se ha per la trigesimaquarta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, et

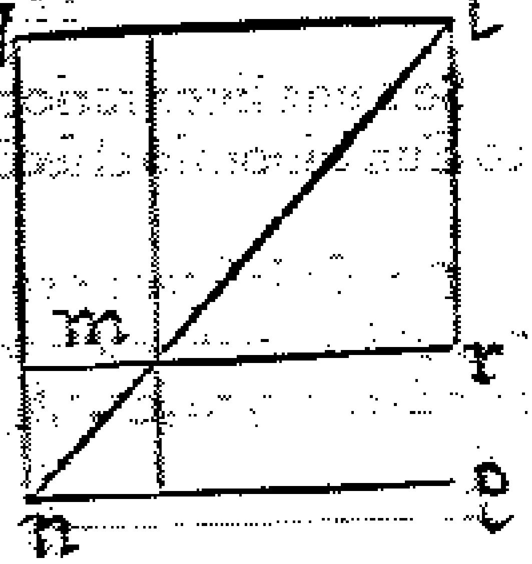


(per la. 23.) l'uno e l'altro di duoi supplementi serà mediale adonque sia tagliato dalla superficie, e, g, la superficie, e, l, equale al quadrato, d, h, & la, l, m, equale al quadrato, h, b, & la, n, p, equal all'uno di dui supplimenti, a, h, ouer, h, k, et lo residuo, p, g, serà equal all'altro supplemento che resta per laqualcosa (per la prima del sesto) la linea, n, q, è equale alla linea, q, g, & (dalle cose premesse) e manifesto che l'una & l'altra delle due superficie, e, l, & l, m, e però etiam tutta la superficie, e, n, e rationale, & l'una e l'altra delle due equale, n, p, et p, g, e però tutta la. m. g. è mediale per laqual cosa per la uigesima l'una e l'altra delle due linee. f. l. et l. n. et tutta la linea. f. n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea. e. f. posta rationale & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due. n. q. & q. g. & tutta la. n. g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea. m. n. e però etiam alla linea. e. f. (a se equale) & per consequente alla linea. f. n. in longhezza, adonque se la linea. f. n. (laqual è maggiore della linea. n. g. (come per lo primo di duoi antecedenti sotto gionti alla demostratione della quadragesima et per la prima del



sesto appare) serà piu potente della linea. n. g. (minore) in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea. f. esser binomio primo) & che questo sia cosi tu l'hauerai in questo modo, conciosia che fra li duoi quadrati. d. h. & h. b. (per la prima del sesto) la superficie. a. h. sia media proportionale el se conuence (per li primi presupposti) la superficie. m. q. esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie. e. l. & l. m. onde

(per



In questa.58. non accade star a perdere tempo in depingere le figure. perche el satisfa quelle che se contien in le precedente dispositioni & positioni lequale stante è necessario (per le dette cose & per la dispositione cioè per la diffinitione del ultimo binomio, & per la sagesima terza) cadauna delle superficie. a. d. & d.g. & g.c. esser mediale perilche & ambidui li quadrati l.m. & m.n. tolti insieme & p.m. & m.q. è necessario esser mediale et conciosia che la b.f. & f.d. per laqual cosa & la.a.f. & f.b. e però & la.l.m. & m.n. siano incommensurabile seranno le due linee l.r. & r. p. incommensurabile in potētia, ma perche quelle contenano la superficie mediale. p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali laqual suma è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie.b.h. e incommēsurabile alla superficie.h.c. per questa causa che la linea.d.h. incommēsurabile alla linea.d.c. perilche seguita (per la.40.) la linea. l.p. esser quella che è detta potente in duoi mediali.

Lemma.

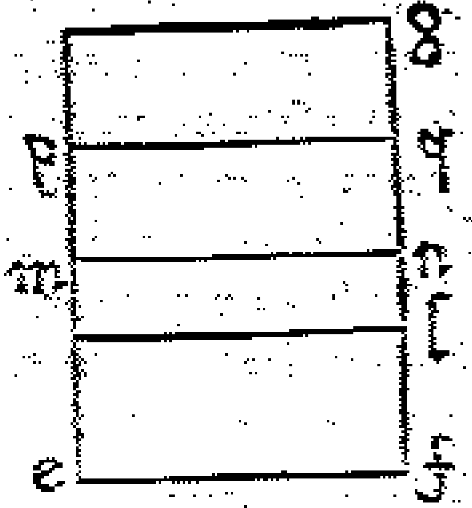
Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti
o/60 da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è cōpreso due uolte sotto le dette parti inequale.

Sia la retta linea, a, b, & sia segata in due parti inequale in ponto, c, & sia la maggior, a, c, dico che li dui quadrati fatti dalle, a, c, & , c, b, son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del, a, c, & , c, b, due uolte, e per dimostrar questo sia segata (per la. 10. del primo) la a, b, in due parti equali in ponto, d, adoque perche la linea retta, a, b, e segata in due parti equali in ponto, d, & in due inequali in ponto, c, adonque (per la. 5. del secondo) quello che contenuto, sotto della, a, c, & , c, b, insieme con el quadrato fatto dalla c, d, è equal al quadrato che uien fatto della, a, d. & per questo el rettangolo contenuto sotto della, a, c, & , c, b, e minor del quadrato del, a, d, adonque il doppio del rettangolo che contenuto sotto delle due linee, a, c, & , c, b, e minor del doppio del quadrato della, a, d, ma li quadrati delle due parti, a, c, & , c, b, sono maggiori di quelli fatti dalle due, a, d, et, d, b, adoq; li quadrati fatti dalle due parti, a, c, et, c, b, son maggiori del rettāgolo cōtenuto sotto delle, a, c, & , c, b, due uolte ch'era da demostrar.

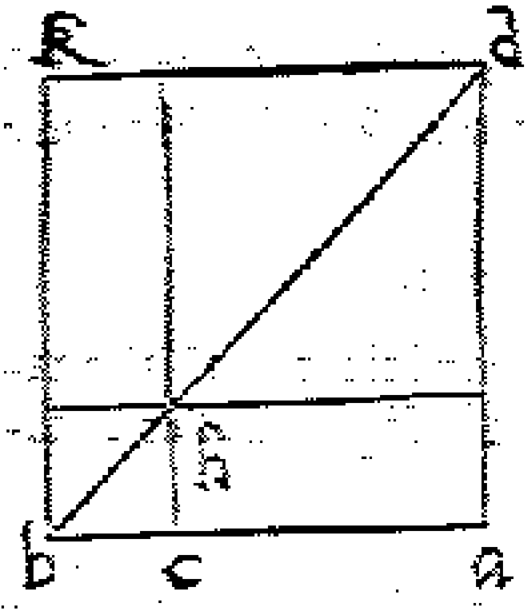
Il Tradottore.

Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrar le propositioni sequente) e molto al proposito ma che la suma di quadrati delle due linee, a, c, & , c, b, siano maggiori dal doppio del quadrato della. a. d. (elqual è tanto che li quadrati delle due linee, a, d, & , d, b,) se manifesta per lo secondo delli antecedenti della quadragesima prima.

Theo-

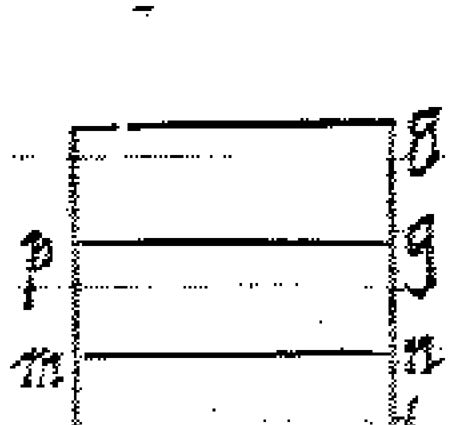


Se la linea, a.b. serà el bimedial secondo diuisa per el suo termine al ponto, c. et tutte le altre cose siano come per auanti, serà la linea, f, g, el terzo binomio perche (per la trigesima settima et per le nostre positioni) l'una e l'altra delle superficie, e, n, & m.g, serà mediale per laqual cosa l'una e l'altra delle linee due, f, n, et, n, g. (per la uigesima quarta) serà rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono communicante solamente in potentia, la superficie, e, l, serà communicante alla superficie, l, m, e però etiã la linea, f, l, alla linea, n, l, adonque (per la prima parte della decima settima) la linea, f, n, serà piu potente della, n, g, in el quadrato d'una linea a se communicãte in longhezza, & conciosia che la superficie, a, h, & lo quadrato, b, h, siano incommensurabile, imperoche le linee, a, c, & c, b, sono incommensurabile e però etiam li dui quadrati tolti insieme, alli dui supplementi tolti insieme, imperoche li dui quadrati fra loro insieme communicano (per el presupposto) li supplementi ancora, conciosia che fra loro sono equali seguita che la superficie, e, n, sia incommensurabile alla superficie, n, g, e però etiam la linea, f, n, alla linea, n, g, adonque (per la diffinitione) la linea, f, g, è binomio terzo che è el proposito.



Theorema. 45. Propositione. 62.

57/63 Se a una linea rationale serà aggionto un rettãgolo equale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di quello serà el quarto binomio.



Se anchora questa linea, a, b, serà la linea maggiore diuisa secondo il suo termine al ponto, c, & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti serà la linea, f, g, el quarto binomio, perche conciosia che ambidui li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie, e, n, serà rationale, & però (per la uigesima) la linea, f, n, serà rationale in longhezza communicante alla linea, e, f, posta rationale, & la superficie, m.g, serà mediale per quello che le portioni della linea maggiore contenena superficie mediale, adonque (per la uigesima quarta) La linea, n, g, e rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefatta linea, a, b, sono potentialmente incommensurabile superficie, e, l, serà incommensurabile alla, l, m, e però etiam la linea, f, l, alla linea, l, n, adonque per la prima parte del-

(per la prima del sesto) la linea.n.q. laquale è la mità della linea.n.g.e nel mezzo luoco proportionale fra le due linee.f.l.& l.n.adonque quello che vien fatto dal.f.l. in la.l.n.è quāto quello che vié fatto dal.n.q.in se (per la decima settima del sesto) e per tanto (per la quarta del secondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea.n.g.adonque (per la prima parte della.17.) conciosia che la linea.f.n.sia diuisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea.n.g.piu breue talmente che a compir tutta la linea.f.n.māca una superficie quadrata, in due parti communicante al ponto.l.serà la.f.n.piu potente della.n.g.nel quadrato d'una linea a se communicante in longhezza, adonque è manifesto el proposito.

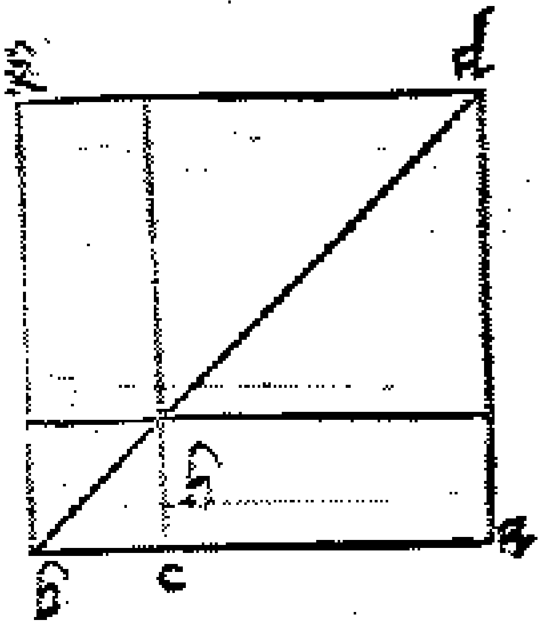
Il Tradottore.

Quella parte che di sopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza il medesimo se debbe aricordare nelle sequente senza che io tel replichi.

Theorema.43. Propositione.60.

55/61 Se una linea rationale serà aggiunto una superficie equal al quadrato del bimediale primo, l'altro lato di quella bisognarà esser el secondo binomio.

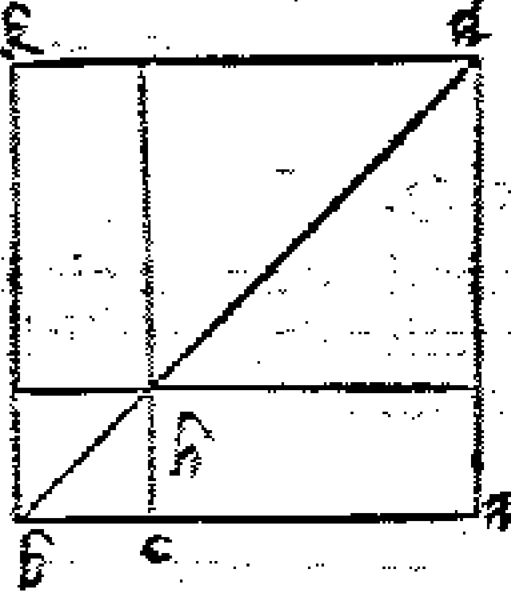
Sia la linea.a.b.la bimedial primo diuisa al ponto.c.secondo el suo termine tutte le altre cose siano come per auanti, Dico la linea.f.g.esser el secondo binomio, perche la superficie.m.g.serà rationale imperoche le parti del bimedial primo contieneno superficie rationale & se le tre superficie.e.l.l.m.& tutta la.e.m.mediale communicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia communicante (per la trigesima sesta) adonque (per la uigesima) la linea.n.g.serà rationale in longhezza commensurabile alla linea.e.f.posta rationale, & (per la uigesima quarta) la linea.f.n.rationale solamente in potentia (laquale conciosia che la sia maggiore della linea.n.g.) per el primo di duoi antecedēti aggionti alla demostratione della quadragesima (& per la prima del sesto) & piu potente di quella in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima) la linea.f.g. (per la diffinitione) serà il secondo binomio che era el proposito.



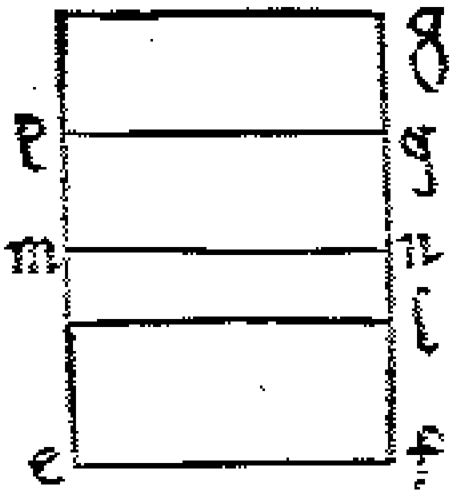
Theorema.44. Propositione.61.

56/62 Quando che a una linea rationale in longhezza serà aggionta una superficie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo, lo secōdo lato di quella è necessario esser el terzo binomio.

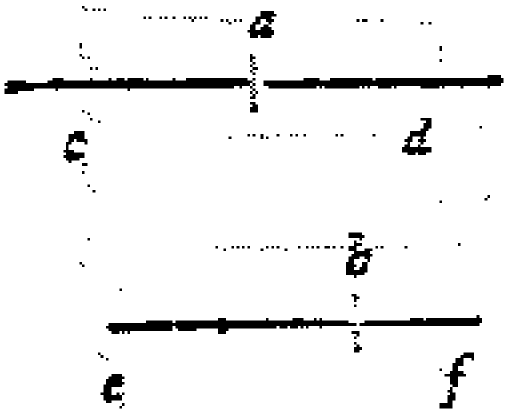
Se la



Sia la linea.a.un binomio di qual specie si voglia & sia la linea.b.a se communicante in longhezza. Dico la linea.b. esser un binomio di quella medesima specie della quale è.a. & per dimostrar questo siano le parti binomiali della.a.c. & .d. & seranno ambedue rationale & communicanti solamente in potentia per (la trigesima quinta) & la linea.b. sia diuisa (per la tertiadecima del sesto) in.e. & .f. secondo la proportione della parte.c.alla parte.d. & (per la congionta, et euersa, et permutata proportionalità) della.c.alla.e. & dalla.d.alla.f.serà si come della.a.alla.b.adonque, conciosia che la.a.et.b siano commensurante, etiam (per la prima parte della decima quarta).c. & .e. & anchora.d. & .f. seranno communicante adonque se la,c,serà rationale solamente in potentia etiam la.e.serà rationale solamente in potentia & se la serà rationale in longhezza, & etiam la,e,serà rationale in longhezza, et per lo medesimo modo se la.d.e rationale solamente in potentia, ouer etiã in longhezza & la f. serà ancor similmente & (per la 16.) se la,e, e piu potente della



d, in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, ouero anchora incommensurabile, serà etiam & la,e,piu potente della,f,nel quadrato di una linea a se commensurabile ouer etiam incommensurabile in longhezza adõque le necessario (per la diffinitione delle sei specie di binomij) che,a.&,b, siano binomij d'una medesima specie. Ma se la linea,b, communica con el binomio.a.solamente in potentia, serà etiam la linea.b. binomio, ma el non è necessario esser de quella medesima specie, immo le impossibile che ambidui insieme cadano sotto la prima specie di binomij, ouer sotto alla seconda, quarta ouer quinta. Ma egliè ben necessario che ambidui cadauno sotto alle primi tre ouer alli tre ultimi, per che le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre



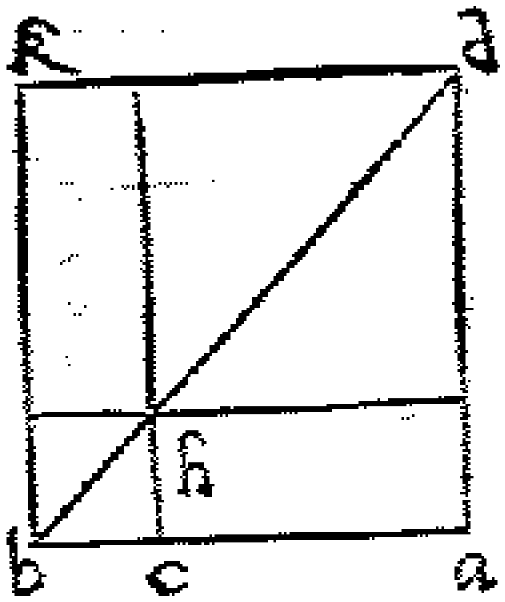
ultime. perche conciosia che,a,communichi con,b, solamente in potentia anchora, c,con,e,&,d,con,f, communicarà solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee,c,&,d, seranno rationale in longhezza, la sua comparata delle linee,e,&,f,non serà rationale in longhezza,. Adonque nõ è possibile che,a,et,b,cadeno insieme sotto alcuna de quelle specie binomij in le quale l'una delle due portioni del binomio è rationale in longhezza. & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la decima sesta) le due linee,c, &, e, insieme sono piu potente delle due linee,d,&,f, in li quadrati de due linee a se communicanti ouer incommunicãti in longhezza è necessario che

ambidui

te della decimanona) la linea.f.n.e piu potente della linea.n.g. in el quadrato di una linea a se incommensurabile, adonque (per la diffinitione) la linea.f.g. e binomio quarto, che era il proposito.

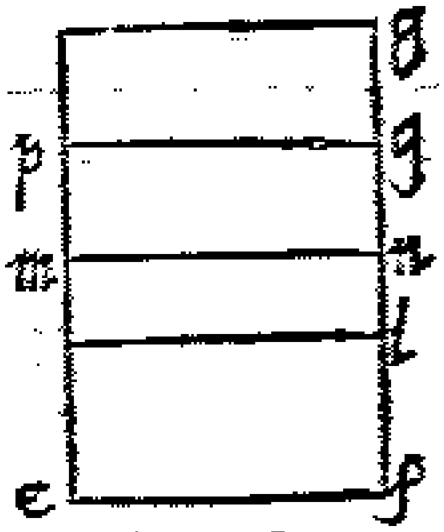
Theorema.46. Propositione.63.

58/64 Se a una linea rationale sia aggionto una forma de una parte piu lõga, equale al quadrato della linea potente sopra rationale, & mediale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.



Proposta la linea.a.b. quella che puo sopra la mediale & rationale divisa secondo la diffinitione di quella al ponto,c, & non sia mutato cosa alcuna delle passate, & seguita la linea,f,g, esser binomio quinto, perche conciosia che le parti di questa linea,a,b, contengono superficie rationale, e necessario che la superficie,g,m, e però etiam (per la vigesima) la linea,n,g, sia rationale & conciosia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale serà la superficie,e,n, mediale & (per la vigesima quarta) la linea,f,n, rationale solamẽte in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potẽtia la superficie,e,l, serà incõmensurabile alla superficie.m.l. e però etiam la linea,f,l, alla linea,n,l, adonque (per la prima parte della decima ottava) la linea,f,n, e piu potente della linea,n,g, in el quadrato d'una linea a se incommensurabile adõque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione.64.



59/65 Ogni volta che a una linea rationale, serà aggionta una superficie rettangola, equale al quadrato de una linea potẽte in doi mediale, el secondo lato della medesima superficie el se convence essere el sesto binomio.

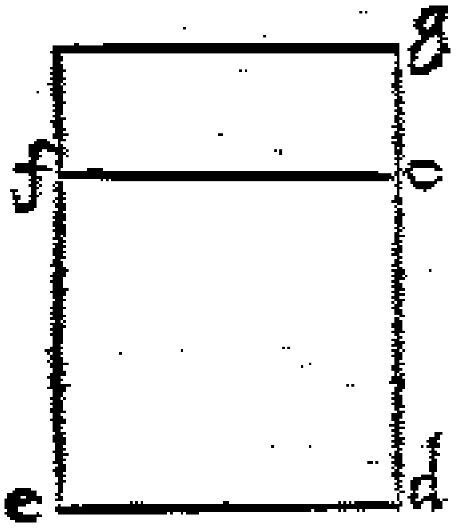
In questa sexagesima quarta sia la linea,a,b, la linea potente, sopra duoi mediale, & rimangano tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente serà la linea,f,g, el sesto binomio laqual cosa tu nõ la puoi ignorare se tu non serai smentichevole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi è manifesto in questa la nostra intentione.

Theorema.48. Propositione.55.

60/66 Ogni linea communicante in longhezza a qual si voglia di binomii el se approva quella esser binomio, sotto la medesima specie.

Sia

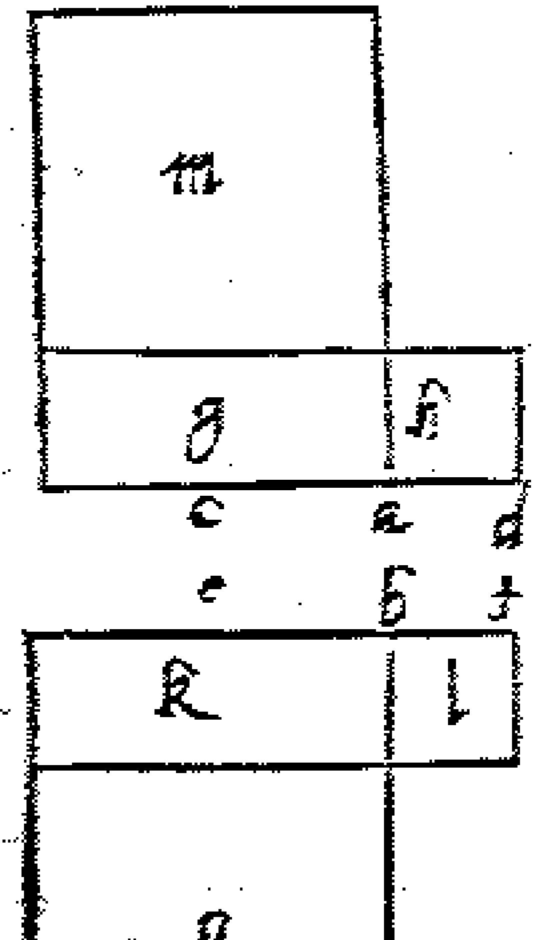
perficie rationale & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se, a, serà bimedial primo la superficie. g. serà rationale per laqual cosa etiā la superficie, k, e però b, serà etiam bimedial primo (per la trigesima sesta) ma se, a, serà bimedial secondo la superficie, g, serà mediale & per questo etiam. k. adonque. b. (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el proposito. A demostrare el medesimo altramente, alla linea, c, d, rationale (supposto. a. l'un o l'altro di dui bimediali & la, b, a se communicante in longhezza, over in potentia) sia aggionta la superficie. c. e. equale al quadrato de. a. & la. f. g. equale al quadrato della. b. & le superficie, c, e, &, f, g, seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee. a. & b.) sono communicanti (dal presupposito) adoque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee, d, e, &, e, g, e necessario esser communicante, e perche se la. a. serà bimedial primo la linea. d. e. serà el secondo binomio (per la sexagesima) e però etiā la. e. g. serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie. f. g. (elqual è. b.) e bimedial primo (per la quīquagesima quarta) ma se. e. serà bimedial secondo la linea, d, e, serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e però e la. e. g. e binomio terzo (per la precedente) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie, f, g, (e quello è la linea. b.) serà bimedial secondo, adonque è manifesto esser el uero quello che è proposito.



Theorema 50. Proposizione 67.

62
68

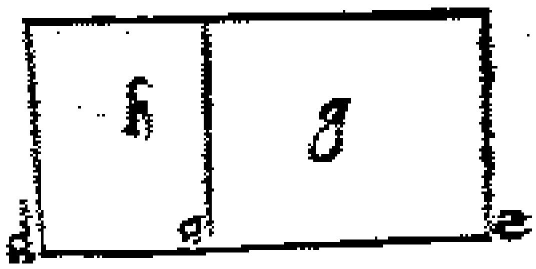
Ogni linea communicāte alla linea maggiore, e linea maggiore.



Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se uerifica, hor sia, a, la linea maggiore, & la linea, b, a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la b. serà linea maggiore, imperoche diuisa, a, in quelle portioni dalle quale è composta (per la trigesima ottaua) lequale siano. c. & d. & la. b. (secondo la proportione de quelle) in, e. & f. & posto che la. g. sia la superficie contenuta sotto della, c, & della. d. & la. k. sotto della. e. & f. & m. & h. siano li quadrati della. c. & della. d. & li quadrati, n, & l, della, e, et della, f, serà del quadrato, m, al quadrato, h, si come del quadrato, n, al quadrato, l, (per la seconda parte della decima ottaua del sesto) & congiontamente del, m, &, h, al, h, si come del, n, &, l, al, l, & premutatamente del, m, &, h, al, n, &, l, serà ambidui li binomij.a.& .b.insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomij ouer insieme sotto le tre ultime (per la diffinitione di esse specie & la linea.b.che tu dubiti esser binomio, perche conciosia che,f,& .e. siano communicante in potentia solamente, similmente anchora,d,& ,f,& ,c,& d, siano rationale solamente in potentia communicante el scommenze,e,& f,esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche non communicano in longhezza si come nelle due.c.et.d.proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

Theorema.49. Propositione.66.

61 Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediale el cõ
67 tiene de necessità esser bimedial sotto la medesima specie.



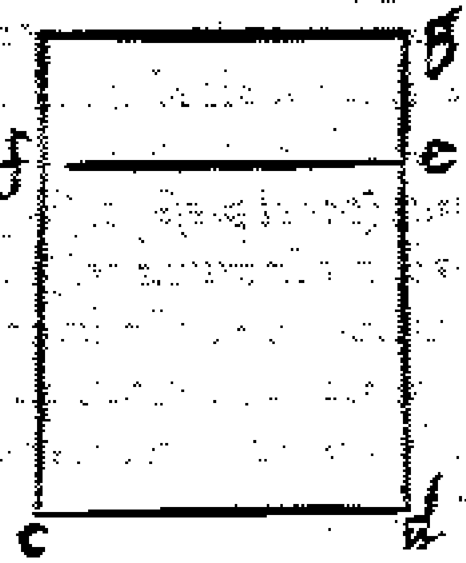
Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quello che detto ha in se uerità. Hor sia le due linee communicante.a.& .b.in qual si uoglia di predetti dui modi. & sia.a.lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam.b.e bimedial primo ouer secondo si come serà,a, perche diuiso lo bimedial,a,in le sue portioni bimediale delle quale è composta (per la trigesima sesta & trigesima settima) lequale siano c.& .d.diuisa anchora la,b,in,e,& ,f,secondo la proportione della.c.alla.d.(come insegna la duodecima del sesto) & posta la superficie.g.contenuta sotto della.c.& della.d.& la superficie.k.contenuta sotto della.e.& .f.& posto lo quadrato.h.della.d.& l.dalla.f.(per la congionta & euersa & permutata proportionalità) serà si come in la premessa della.c.alla.e.& della.d.alla.f,si come della,a,alla.b.adonque (per la propositione) si come.a.& .b.sian cõmunicanti o sia questo in longhezza ouer in potẽtia cosi.c.& .e.e anchor.d.& .f.seranno similmente communicanti perche.c.& d.sono mediale solamente in potentia communicante, seguita (per la.25.) che.e.& .f.sian etiam medial & (per la decimaquarta) solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale (per el presupposito (come.c.al.d.& conciosia che (per la prima del sesto) sia del.g.al.h,si come del.c.al.d.& del.k.al.l.si come del,e,al,f,del,g,al,h,serà si come del.k.al.l.& permutatatamente del,g,al,K,si come del,h,al,l, adonque per che,h,e,communicante al.l.imperoche li dui lati de quelli liquali sono,d,& ,f,cõmunicano in longhezza ouer in potentia,secondo che,a,& ,b,communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora.g.& .k.communicano fra loro insieme adonque.K.serà rationale ouer mediale si come serà,g,(per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la uigesima quinta) perche solamente in questo è differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le portione del bimedial primo (in lequale sien diuiso secondo el suo termine) contenemo su-

perficie

do modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea d.e. sia binomio quin to e però anchora (per la sexagesima quinta) la linea, e, g, e binomio quinto (per la qual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie f.g. (el quale è.b.) serà una linea potente in rationale e mediale che è el proposito.

Theorema. 52. Propositione. 69.

64 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale ancor
70 quella è potente in duoi mediale.



Anchora questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in duoi modi se approuerà esser vera o communichi la linea, b, con la linea, a, potente in due mediale in longhezza, ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie, g, serà mediale & però etiam, k. (per la uigesima quinta) conciosia che'l communichi a quella anchora li duoi quadrati, m, & , h, tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e però etiam li duoi, n, & , l, tolti insieme per la uigesima quinta) e perche li duoi quadrati. m. & h. tolti insieme (per la predetta quadragesima) son incommensurabile al doppio della superficie. g. seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che anchora li duoi l. & .n. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie. k. adonque conciosia che, e, et, f, siano incommensurabil in potentia si come la, c, & , d, (per la quadragesima) la linea, b, serà potente in dui mediale, ma quãto el secondo modo della solita argumentatione (per la sexagesima quarta) la, d, e, serà binomio sesto e però etiã la linea, e, g, (per la sexagesima quinta) serà binomio sesto, per laqual cosa (per la quinquagesima ottaua) lo lato tetragonico della superficie, f.g. el quale, b, serà potente in duoi mediale che è el proposito.

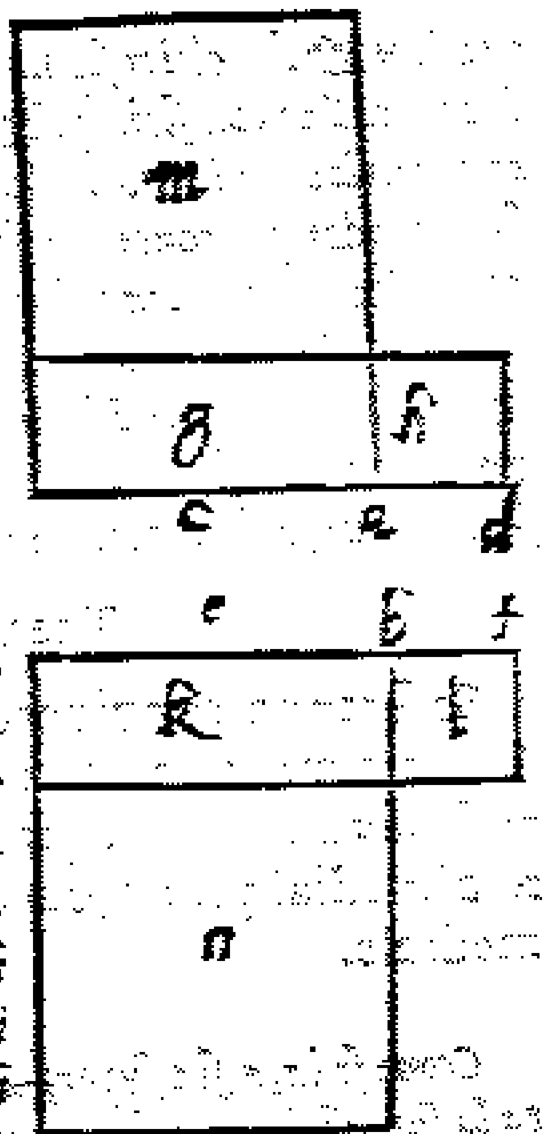
Theorema. 53. Propositione. 70.

65 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale
71 & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, serà una delle quattro linee irrationale, cioè ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.

Come se la, a, sia superficie rationale & la, b, mediale. La linea potente in tutta la superficie, a, b, serà alcuna delle predeste quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea, c, d, rationale alla quale sia aggionta la superficie, c, e, equale alla, a, & la, f, g, equale alla, b, & (per la uigesima propositione) la linea.

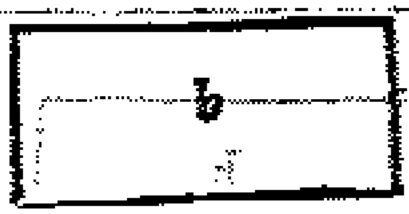
l. serà si come del. h. al. l. adonque perche. h. communica con. l. (imperoche che. d. communica con. f. ouer in longhezza ouer in potentia) si come che, a, communica con. b. seguita che ambidoi li quadrati. m. & h. tolti insieme communicheno con ambidui li quadrati. n. & l. tolti insieme, adonque conciosia che duoi primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottaua) etiam li duoi ultimi seranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie. k. e necessario esser mediale si come la. g. (per la uigesima quinta) & le linee, e, & f, esser incommensurabile in potentia si come la, c, & , d, (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima ottaua) la linea, b, esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito, A demostrar el medemo altramente, conciosia che, a, sia la linea maggior. alla qual communica la linea, b, ouer essendo questo in longhezza ouer in potentia tolta una linea rationale (laqual sia, c, d,) sia agionto a quella la superficie, c. e, equale al quadrato della linea, a. & dapoi la, f, g, equale al quadrato della linea. b, adonque conciosia che li quadrati delle due linee, a, & , b, siano communicante (per el presupposito) la superficie, c, e, serà communicante alla superficie, f, g, e però (per la prima del sesto e per la prima parte della decimaquarta de questo) etiam la linea. d, e, alla linea, e, g, in longhezza, e perche (per la sexagesima seconda) la linea, d, e, e binomio quarto, anchora (per la sexagesima quinta) la linea, e, g, serà binomio quarto, adonque (per la quinquagesima sesta) la linea, b, potente in la superficie. f. g. e la linea maggiore che è el proposito.

Theorema 51. Propositione 68.

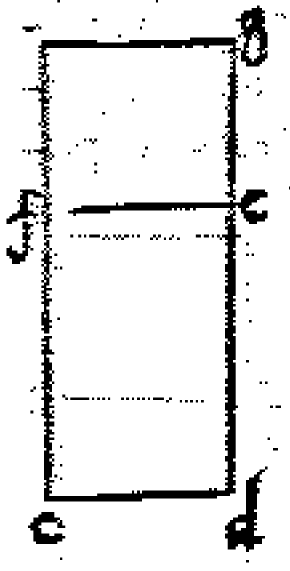


63 / 69 Se alcuna linea communicante alla linea potete in rationale & mediale el se approua quella esser potente in rationale mediale.

Anchora è il uero che a qualunque modo si uoglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouer solamente in potentia, anchora quella è una linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per auanti, in duoi modi se proua, & è necessario in quanto al primo modo che si come le due linee, c, & d, siano in potentia incommensurabile cosi sian anchora le due linee, e, & f. (per la decima quarta) & si come la, g, e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) cosi etiam. k. (per la diffinitione) si è rationale, e si come li duoi quadrati. m. & h. tolti insieme sono mediale, cosi anchora (per la uigesima quinta) li duoi quadrati. n. & l. tolti insieme seranno mediale, adonque la linea, b. (per la trigesima nona) è potente in rationale & mediale, ma quanto al secondo mo-

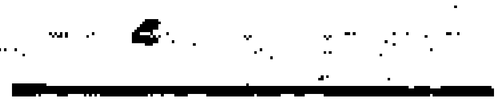


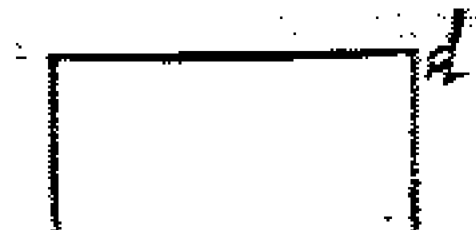
superficie composita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale. Sia la linea, c, d, rationale, e la superficie, c, e, gionta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la uigesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, &, f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e però etiam le linee d, e, & e, g, (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesima quinta) serà binomio del quale conciosia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & , e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie, c, g, (equale al composito della, a, & , b,) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaua) serà ouero bimedial secondo, ouero potēte in duoi mediale che è el proposito.



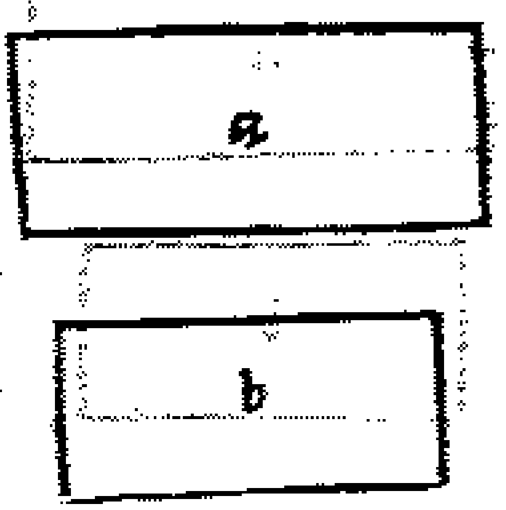
Theorema 55. Propositione 72.

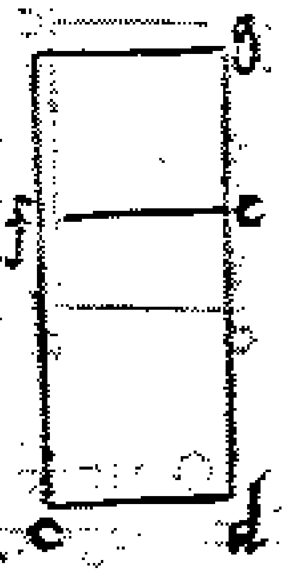
67/72 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.





El uol che se alcuna linea (uerbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale bassate per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne di quelle) quella non serà alcuna delle altre, perche se alla linea, b, c, rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà lo bimedial secondo (per la sezagesima prima propositione) la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sezagesima seconda propositione) serà binomio quarto, et se la serà potente in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la sezagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme sotto la linea d.e. serà rationale in longhezza commensurante alla linea, c, d, posta rationale & per la vigesima quarta propositione) la linea e g serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea, d, g, serà binomio del quale conciosia che l'una delle partioni binomiale (laquale è la, d, e.) sia rationale in longhezza commensurante alla linea posta rationale (laquale è la, c, d,) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomij) ouero binomio primo, ouero secondo ouero quarto, ouer quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la, c, g, (laquale è equale alle due, a, & b, insieme) serà, ouero binomio, ouero bimediale primo, ouer linea maggiore ouero potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, ouero la potente in duoi mediale, perche se la fusse la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la linea, d, g, seria binomio terzo e se la fusse la potente in dui mediale (per la sexagesima quarta) la linea, d, g, seria binomio sesto e non era alcuno di quelli per il che è manifesta la nostra intentione.





Il Tradottore.

Se la superficie rationale. a. serà maggior della superficie mediale b. la linea. d. g. serà ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie, c. g. serà (per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositiõ) ouero binomio, ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale, a, serà minore della superficie mediale. b. la linea. d. g. serà ouero binomio secondo ouero binomio. 5. & la linea potente nella superficie. c. g. serà (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) ouero la bimedial primo, ouero la potente in rationale & mediale.

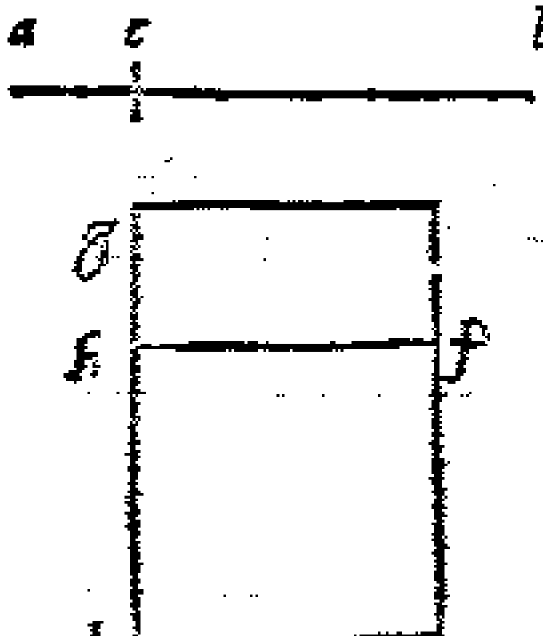
Theorema. 54. Propositione. 71.

66 Quando seran congionte due superficie mediale incommensura-
72 bile, la linea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioè ouero lo bimedial secondo, ouero la potente in duoi mediale.

Come verbi gratia se, a, & b. sian due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fussero commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la duodecima & vigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in quella seria mediale (per la vigesima terza.) Dico che la linea potente in la (per la uigesima terza) la superficie della .a.b. in la .b.c. sia mediale e però etiam el doppio di quella è mediale (per la uigesima quinta propositione) e però è irrationale (per la uigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle due linee .a.b. & b.c. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra per laqual cosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea .a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea .a.c. è irrationale concosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioè alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme (adonque per la diffinitione) etiam la linea, a, c, è irrationale che è il proposito, Essempialmente in figura si a la superficie e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie .d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la uigesimaterza propositione) serà mediale & (per la settima del secondo) la superficie .f.g. serà equale al quadrato della linea, a, c, & concìosia che la superficie, e, g, sia incommensurabile alla superficie, d, f, (per la terzadecima propositione) la medesima serà incommensurabile alla .f.g. per laqual cosa la .f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea, a, c,) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema. 57. Propositione. 74.

69 Se serà tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue media-
74 le solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimedial primo.



Sia tagliata la linea, b, c, dalla linea .a. b. & siano ambedue come se propone (lequale per la uigesima nona & trigesima) tu le truouerai & queste sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea, a, c, che rimane serà irrationale et quella è detta residuo bimedial primo, perche ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme seran medial, & el doppio della superficie dell'una in l'altra serà rationale e per tanto ambiduoi li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra: adonque perche ambiduoi li quadrati tolti insieme se cōponeno dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea .a.c. seguita (per la .13. propositione) che el quadrato della linea .a.c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per laqual cosa cosi esso quadrato (come la .a.c. lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, laqual cosa parendoti tu la puoi dechiarare essempialmente in figura si come in la precedente. A demostrarla anchora per un'altro modo.

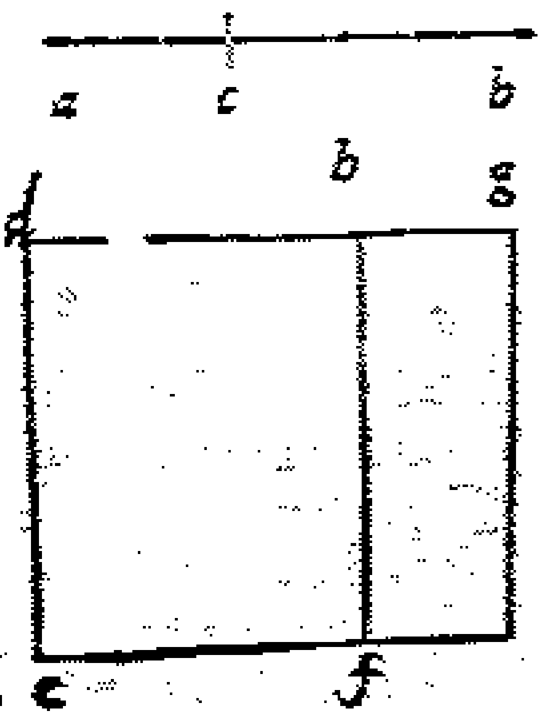
le diuerse specie de binomii (per la diffinitione) è impossibile esser la, a, insieme sotto de diuerse specie, delle sei linee irrationale hauuta per auanti, etiam della linea mediale è manifesto anchora che essa non sia alcuna delle sei sequente cioè ne binomio, ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a una linea rationale una superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la vigesima quarta) & conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, ouer de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è un binomio ouer el primo, ouer el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima nona propositione et le cinque sequente) per laqual cosa quello è irrationale è in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile una medesima linea esser rational in potentia etiam irrational si in longhezza come in potentia, pur troppo è impossibile una linea mediale esser binomiale ouer alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non vi è formata propositione, ma bene in fine della settuagesima secõda il medemo in sostantia se conchiude, ouer dimostra, ilche mi fa credere che Euclide sia stato antiquamente desregolato, & trasbalzato come interuiene, o per conto di guerre, ouero altra simile occasione & che da li a uno tempo sia dalli dellettanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trouato, & cadauno vi ha aggionto quello che a lui parea che vi se conuenisse è però molti propositioni se attribuiscono li commentatori essere da loro aggiunte, che sono pur dil medesimo auttore come ogn'uno puo considerare si nella sopra scritta propositione ma in infiniti altri luochi si della prima come della seconda tradattione.

Theorema. 56. Propositione. 73.

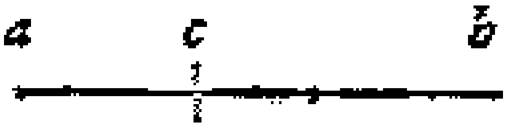
68/73 Se serà tagliata una linea de un'altra linea & seranno ambedui rationale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente serà irrationale & serà detta residuo.



Sia tagliata la linea. b. c. dalla linea. a. b. & siano ambedui rationale solamente in potentia communicãte (quale insegna di trouare la vigesimaprima & vigesimasecõda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente. a. c. è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee. a. b. & b, c, tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) & (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, con el quadrato della, a, c, & conciosia che (per *quadrati tolti insieme et (per la settima del secondo) la .f.g. serà equale al quadrato della .a.c. & perche la .e.g. e mediale (per la vigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia, similmente anchora conciosia che la .e.h. sia mediale (per la medesima) la linea .d.h. serà rationale similmente in potentia e perche la .a.b. & la .b.c. sono incommensurabile in longhezza e però etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambiduoi li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) communicano sono anchora incõmensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra seguita che la .e.g. sia incommensurabile alla .h.e. per laquale & la linea .d.g. alla linea .d.h. adõque (per la settuagesima terza) la linea .g.h. e residuo & irrationale però etiam (per la vigesima propositione dalla destruttione del consequente) la superficie .f.g. e irrational et la .a.c. lato tetragonico di quella è irrationale.*

Theorema. 59. Propositione. 76.

71/76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la restante linea serà irrationale & se chiamarà linea minore.



Se seranno la .a.b. & .b.c. quale se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea .a.c. serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore, laqual cosa che firmamente tenerà le positioni della precedente, & diligentemente attenderà in duoi modi quella facilmente approuerà si come la antecedente.

Theorema. 60. Propositione. 77.

72/77 Se una linea serà cauata fora de un'altra linea & serãno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie rationale: & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.

Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni salvo se non te seranno uscite di memoria, perche poste le due linee .a.b. & .b.c. come se propone (lequale se ritrouano per la trigesima terza) et componeno la linea potente in rationale, & mediale & cosi la rimanente .a.c. serà irrationale, & quella vien detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

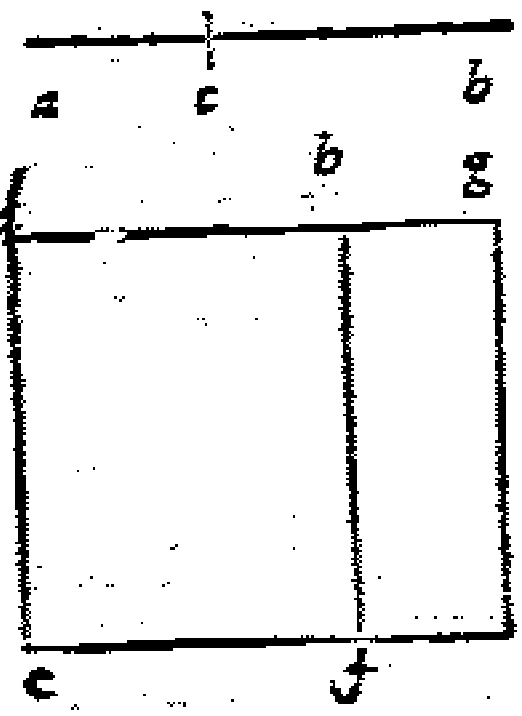
Theorema. 61. Propositione. 78.

73/78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambi-

Sia la linea.d.e.rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie.d.
f.equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie.g.e.equale a
ambiduoi li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie.f.
g.serà equale al quadrato della linea,a,c,conciosia adonque che (per el presuppo-
sito) la superficie.e.g.sia mediale (per le uigesima quarta propositione) la linea.d.
g.serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta superficie.e.b.sia
rationale (per el presupposito) la linea,d,b,(per la uigesima) serà rationale in lon-
ghezza, adonque (per la settuagesima terza) la linea,g,b,e residuo & irratio-
nale e però (per la uigesima per la destruttione del consequente) la superficie,f.g,
è irrationale & lo lato tetragonico di quelle (elqual è,a,c,) e irrationale & co-
si è manifesto il proposito.

Theorema.58. Proposirione.75.

70 Se una linea serà segata de un'altra linea,& seranno ambedue media
75 le,communicante solamente potentialmente,& che contengono super
ficie mediale,la linea restante serà irrationale & serà detta residuo me-
dial secondo.



Sia anchora in questa tagliata la linea,b,c,dalla li
nea,a,b,& l'una e l'altra delle dette.a.b.& .b.c.siano
come se propone (& quelle se ritrouano per la trigesi-
ma prima) & sono quelle che componeno lo bimedial
secondo, Dico che la linea restante (laquale è.la.a.c.)
e irrationale & quella è detta residuo bimedial secon-
do perche (dal presupposito & dalla uigesima quinta)
ambiduoi li quadrati delle due linee.a.b.et.b.c.tolti in
sieme sono mediale, similmente anchora el doppio del-
la superficie dell'una in l'altra e mediale conciosia adō
que che per (la uigesima sesta) una mediale non è dif-
ferente da un'altra mediale se non in una superficie ir-
rationale,serà lo quadrato della linea,a,c,(in elquale
per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme
eccedeno, el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale,per laqual cosa
etiam la linea,a,c,serà irrationale anchora per essempio figurale tu poi delucida-
re questo come per auanti perche se serà la superficie.e.g.equale a ambiduoi li qua-
drati della,a,b,& b.c,insieme & la,d,f,al doppio della superficie dell'una in l'al-
tra,la superficie.f.g.(per la settima del secondo) serà equale al quadrato della.a.
c.laqual conciosia che la sia la differentia dell'una mediale.e.g.la superficie me-
diale.d.f.quella è irrationale (per la uigesima sesta) & lo lato tetragonico di quel-
la (elquale è la.a.c.) è irrationale che è il proposito. A demostrare il medesimo
altramente, sia la linea.d.e.rationale alla quale sia aggionto la superficie.d.f.e-
quale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la.e.g.equale a ambiduoi li

 quadrati

ro(oltra che nelle ispositione del detto antecedente se esplica chiaramente) nelle argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono ingãnati in questo, che loro non hanno ben appresso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella communa concettione del animo, laqual in uero non è cosi communa come lo commentatore la fa quantunque el sia la verità, cioè che la differentia delli estremi e composta delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, uerbi gratia poniamo che .a. sia quindeci &, b, duodeci (la differentia di quali e tre) &, c, sette &, d, quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del, a, al, b,) hor dico che la differentia del, a, al, c, (qual e otto) e quanto quella che è dal, b, al, d, (laqual è pur otto) & questo se dimostra per la sopradetta communa concettione cioè che la differentia delli duoi estremi, a, &, c, antecedenti (laquale è otto) e composta dalle due differentie de ditti duoi estremi al, b, (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi, b, & d, consequenti (laquale è pur otto) e pur composta delle due differentie de detti estremi .b. & d. al termine di mezzo (cioè, al, c,) lequal differentie l'una e cinque l'altra e tre che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del, a, al, b, e quanto quella (che è dal, c, al, d, per el presupposito) gionto communamente all'una & l'altra la differentia che è dal, b, al, c, le dette due summe de dette due è due differentie (per communa scientia) seranno equale lequale due summe l'una uien a esser la differentia che è dal, a, al, c, l'altra quella che è dal, b, al, d, che è il proposito.

Theorema.62. Propositione. 79.

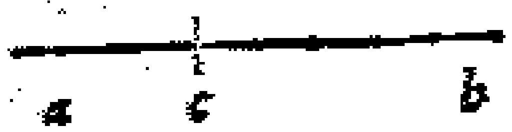
74/79 Niuna linea (saluo una solamẽte) puo esser congionta al residuo, che siano ambedue sotto al termine di quelle che erão auãti la separatione.

Sia la linea, a, c, residuo laquale sia rimasta tagliata la, b, c, dalla, a, b, & a, b, et b, c, seranno rationale solamente communicante in potentia (per la. 73.) Dico che la detta linea, a, c, a niuna altra linea che alla, b, c, (sotto questa diffinitione) po esser composta ne a una maggiore della, b, c, ne a una minore della detta, b, c, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composta con la, c, d, indifferentemente maggiore, ouero minore che la, c, b, & per questo ambedue le linee, a, d, & , d, c, seranno rationale communicante solamente in potentia, adonque perche (per la settima del secondo) li quadrati de ambedue le linee, a, b, & , b, c, tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della, a, c, similmente anchora li quadrati delle due linee, a, d, & , d, c, tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima a, c, seguita (per lo premisso antecedente) che la differentia, di duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme, alli duoi quadrati delle due linee, a, d, & , d, c, tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, al doppio della superficie della, a, d, in la, d, c, & conciosia che li duoi quadrati

dell'una

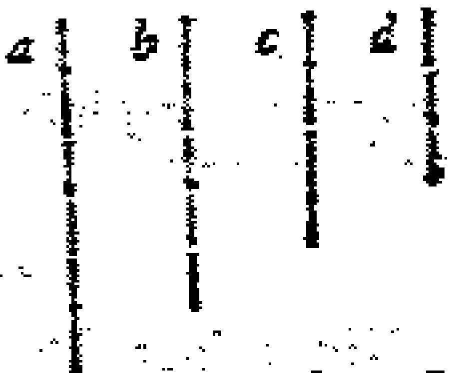
ambiduoi quadrati di quelle tolti insieme feranno mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra, la linea che rimanerà ferà irrationale & ferà detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

Siano anchora in questa la .a.b. & .b.c. quale vien proposte lequale (per la trigesima quarta) se trouaranno et quelle sono che componeno la linea potente in doi mediale & la rimanente .a.c. ferà irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, lequale acciochè facilmente tu la concludere a monisco che tu attendi diligentemẽte al processo delle due argumentationi della settuagesima quinta, Ma egliè da antiponere in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



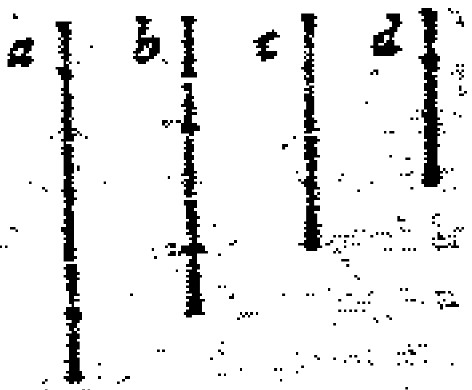
Antecedente.

74 Se feranno quattro quantità delle quale la differentia della prima alla seconda, sia si come della terza alla quarta, ferà premutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.



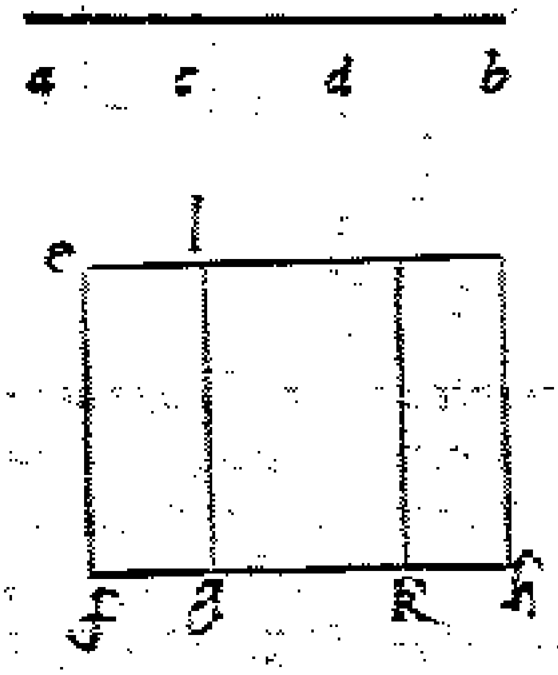
Questo si de intendere delle quantità refferte per un medesimo modo, cioè che quando la prima ferà maggiore della seconda cosi anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la ferà minore sia etiam minore, esempli gratia sia la differentia del .a. al .b. si come del .c. al .d. dico qual differentia ferà del .a. al .c. tala ferà dal .b. al .d. perche per questa concettion de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, uerbi gratia la differentia del .a. al .c. è composta di quella che è dal .a. al .b. & de quella che è dal .b. al .c. & quella che è dal .b. al .d. (per la medema concettion) è composta de quella che è dal .b. al .c. & de quella che è dal .c. al .d. & perche (per el presupposito) la differentia del .a. al .b. è si come dal .c. al .d. & quella che è dal .b. al .c. è commune seguita (per commune sciẽtia) che è la differentia del .a. al .c. sia si come dal .b. al .d. che è il proposito.

Il Tradottore.



Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione del Campano, & molti hanno applicado alle quattro linee .a.b.c.d. quattro numeri proportionali (cioè al .a. 12. & al .b. 8. al .c. 6. al .d. 4.) & uoleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo afferma medesimamẽte Frate Luca dal Borgo sopra questa medema antecedẽte, & io dico tutto al cõtrario cioè che le dette differẽtie si debbeno intẽdere, arithmetice & nõ geometrice & che'l sia il uero to el termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata auanti.

Hor sia la,a,c,el residuo medial secondo (laquale fu el residuo) tagliata la.b.c. dalla,a,d,b,& (per la settuagesima quinta) le due linee,a,& ,b,c,seranno mediale solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea,a,c,non puo esser congionta ad alcuna altra linea che alla,c,b, sotto questa diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congionta alla linea,c, d,& sia la linea,e,f,rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie, e,h.equale alli quadrati delle due linee,a,b,& ,b,c,tolti insieme.& la,e,k, equale alli quadrati delle due linee.a.d. & .d.c. tolti insieme dalla quale sia tagliata la.e.g. equale al quadrato del la linea,a,c,& la superficie.l.h.(per la settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della,a,b, in la,b,c,& la superficie.l.K.(per la medesima settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della,a,d,in la,d,c,perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme (laqual cosa lo diligente geometra elqual seruerà diligentemente le positioni non potrà ignorare) serà la superficie,e,h,mediale conciosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme,etiam la superficie.l.h.serà mediale conciosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la uigesima quarta) adonque l'una & l'altra delle due linee.f.h. & g.h.e rationale solamente in potentia,e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie.e.h.e incommensurabile alla superficie.h.l.si come li doi quadrati al doppio della superficie (per la settuagesima terza) la linea.f.g.serà residuo,per laqual cosa la linea.f.g.che è residuo se cõpone alla linea.g.h. accioche siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione, finalmente anchora tu approuerai la medesima,f,g,componerse con la linea.g.K.con la medesima conditione (per mezzo delle superficie.e.k.et.k.l. delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee.a.d.& d.c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la settuagesima nona) & questo modo de demostratione puo esser commune alla ottuagesima,& alle altre quattro che seguitano quella.



Theorema.64. Propositione.82.

77 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine, se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la in-
82 cisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato reccori alla settua-

dell'una & dell'altra sectione tolti insieme siano rationale (dal presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra (dell'una & dell'altra sectione) siano mediale (per el presupposito & per la uigesima terza) serà una medesima differentia delle due superficie rationale, & delle due mediale et questo è impossibile, perche le superficie rationale non sono differente l'una dall'altra saluo che in superficie rationale come è manifesto per la diffinitione delle superficie rationale (& per la duodecima) & la superficie mediale, non puo esser differente da un'altra mediale (per la uigesima sesta) saluo che in una superficie irrationale, & questo se fa piu manifesto in figura cioè in questo modo sia aggionta la superficie e,f, alla linea, e, g, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, tolti insieme, & la, g, h, sia equale al doppio della superficie de l'una in l'altra, e la, f, h, serà equale al quadrato della linea, a, c, (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggionta la, k, l, alla linea, k, m, equale alli duoi quadrati delle due linee, a, d, & d, c, tolti insieme & la, m, n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie, n, l, (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della linea, a, c, e però è etiam equale alla, h, f, adonque la differentia della, e, f, alla, g, h, e si come della, k, l, alla, m, n, per laqual cosa (per lo premesso antecedente) premutatamente la differentia della, e, f, alla, k, l, (e quella sia la, p.) serà si come della, g, h, alla, m, n, & perche l'una e l'altra delle due superficie, e, f, & k, l, e rationale e l'una e l'altra delle due superficie, g, h, & m, n, e mediale seguita lo impossibile cioè la superficie, p, esser rationale, & irrationale.

Theorema. 63. Propositione. 80.

75/80 Ninna linea se non solamente una puo esser congionta al residuo medial primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano auanti la separatione.

Anchora questa se approuerà per simil modo che fu approuata la passata, perche essendo ambidui li quadrati tolti insieme in l'una & l'altra settione mediale, & il doppio della superficie di l'una in l'altra rationale & perche come prima, la medesima differentia e di quadrati dell'una sectione alli quadrati dell'altra, che è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima superficie laqual cosa è impossibile.

Theorema. 64. Propositione. 81.

76/81 Ninna linea è congiongibile al residuo medial secōdo che siano sotto

& terzo residuo, cioè che quelle due che congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioè che la linea restante di tal sotrattione è detta residuo primo cosi sequita nelli altri dui.

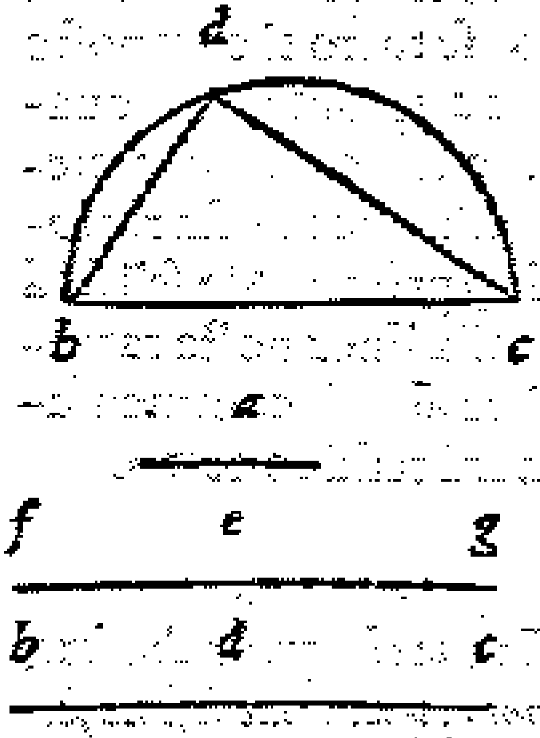
Se tutta la linea serà piu potente della linea aggionta nel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tutta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quarto, & sel serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quinto. Ma se l'una e l'altra serà incommensurabile alla linea posta rationale se adimandarà residuo sesto.

Il Tradottore.

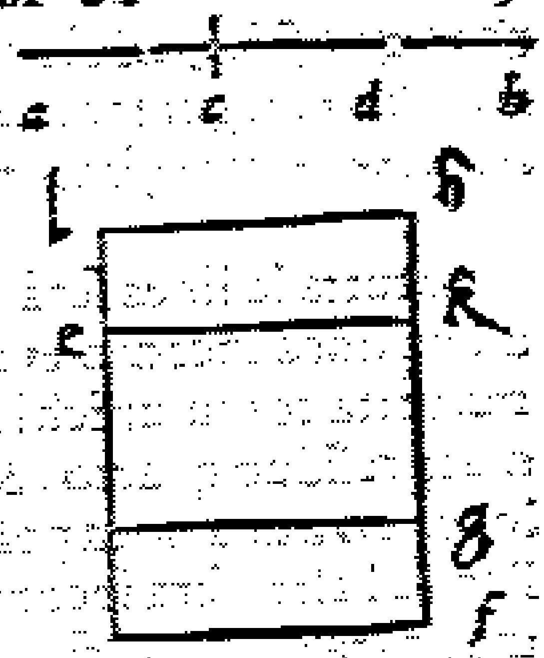
Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgionte della tre precedente, le si debbeno intendere a quelle congionte successiuamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioè sotratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioè che quella parte de linea che restarà di tal sotramento se chiamarà binomio quarto, ouer quinto ouer sesto cioè stante le conditione dette, se la summa delle due linee, serà communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioè alla nostra misura) tal residuo serà detto quarto ma se per caso serà che la linea aggionta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, serà detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra serà detto residuo sesto.

Problema. 18. Propositione. 85.

80/85 Puotemo inuestigare el primo residuo.



La inuentione per ordine de tutte le specie de binomij ne assolue facilmente dalla inuentione de tutte le specie de residui, perche in qual si uoglia specie de binomij se la minor portione serà tagliata dalla maggiore la linea restante, serà el residuo de simile specie come è manifesto (per le diffinitioni) si di binomij come di residui. tamen non se partendo dalle proprie inuentioni di residui in questo modo inuestigamo el primo, sia la linea, a, posta rationale, allaqual sia tolta la.b.c. commensurabile in longhezza, et sia, e, numero quadrato diuiso in f. non quadrato & in. g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea b, c, al quadrato della linea, c, d. si come del, e, al, f, & (per la ultima parte della nona) la, c, d, serà rationale solamente in potentia, adonque conciosia



settuagesima sesta, & senza alcuna difficultà tu concluderai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & se te apparerà tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema.66. Propositione.83.

78/83 La linea che congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo esser congionta se non solamente a una linea, che stano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu l'hai hauuto nella settuagesima settima adonque quando de quella uorrai demostrare quello che per questa ottuagesima terza è detto non te destore in cosa alcuna del processo della ottuagesima ma se tu te deletterai acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema.67. Propositione. 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po esser aggionto se non solamente una linea che stano sotto el termine di quelle che erano añanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottaua e mastra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi propone) serai costretto concludere si come concludesti del residuo medial secondo el qual per (la ottuagesima prima) è stato enonciato.

Terze diffinitioni.

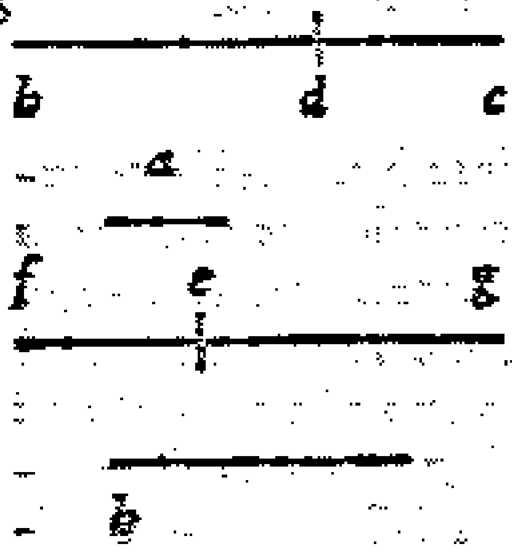
Poste due linee l'una rationale: & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composito di tal aggiongimento, serà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'una linea communicare in longhezza a esso tutto dapoi lo medesimo tutto serà commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, serà detto residuo primo. Ma se'l serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, serà detto residuo secondo, & se l'una e l'altra serà incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamarà residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le soprascritte tre diffinitione se manifesta in sostantia che quelle due linee congionte compongano el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore dalla maggiore la parte restante formano el primo, secondo, & terzo

Problema.21. Propositione.88.

83/88 Puotemo ritrouare el quarto residuo.



Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea.b.c.communicante alla linea.a.posta rationale, ma lo numero.e.quadrato sia diuiso in.f.& g. di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea.b.c. al quadrato della linea.d.c. si come del.e.al.f.& (per la diffinitione) saperai la linea.d.b. esser el quarto residuo, se tu non serai smenticheuole de quelle cose, che tu operasti in la inuentione del quarto binomio.

Problema.22. Propositione.89.

84/89 Puotemo demostrare el quinto residuo.

Quando uorrai trouar el quinto residuo la linea,c,d,serà communicante alla linea,a,posta rationale in lonbhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato,e,serà diuiso in.f.& in.g. di quali ne l'uno ne l'altro serà quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea,c,d,al quadrato della linea,b,c,serà si come del numero.f. al numero.e.dalle quale per la diffinitione tu concluderai la linea,d,b, esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

Problema.23. Propositione.90.

85/90 Finalmente uoglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, serà come prima la linea.a. posta rationale & lo numero,e, quadrato diuiso in.f.& g.non quadrati,& .h.serà numero primo.& lo quadrato della linea,a,al quadrato della linea,c,b,si come lo numero.h,al numero,e,& lo quadrato della,b,c,al quadrato della,c,d, come lo numero.e.al numero.f.& (per la diffinitione) la linea. d. b. serà residuo sesto, alla qual se l'animo tuo non assentirà plenariamente te conuiene essercitarte in la inuentione del sesto binomio.

Il Tradottore.

Similmente nella inuentione di questo.6.residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione dil sesto binomio cioè che'l non satisfa a tor il numero. h.simplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due conditioni dette sopra la inuentione del terzo residuo ideo &c.

Theorema.68. Propositione.91.

86/91 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale,& da un residuo primo,lo lato tetragonico di quella è necessario esser residuo.

Sia

cioſia che la,c,b,ſia piu potente della,c,d,nel quadrato d'una linea a ſe commenſurabile in longhezza laqualcoſa è manifeſta ſi come in la ſpimatione del primo binomio (per la diffinitione) ſe manifeſta la linea,b,d,eſſer reſiduo primo.

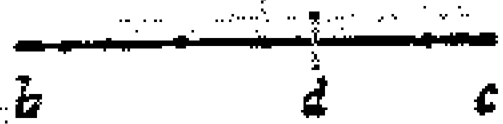
Il Tradottore.

In quanto alla operatione di queſto problema (per la linea,b,c, ſe debbe intendere quella ſopra laquale è deſcritto el mezzo cerchio, ſi come fu fatto nella inuentione del primo binomio, tal che giongendo la linea,d,c,direttamente alla linea,b,c,tutta la linea coſi compoſta ſeria binomio primo, ma in quanto alla concluſione ſi debbe intendere per la linea,c,b,la linea,c,b,inferiore (tamen però e quale alla prima cioè a quella doue è deſcritto ſopra el mezzo cerchio) & di queſta ſotrattone la detta,c,d,la parte rimanente cioè la,d,b,(per la diffinitione) ſerà reſiduo primo.

Problema.19. Propoſitione.86.

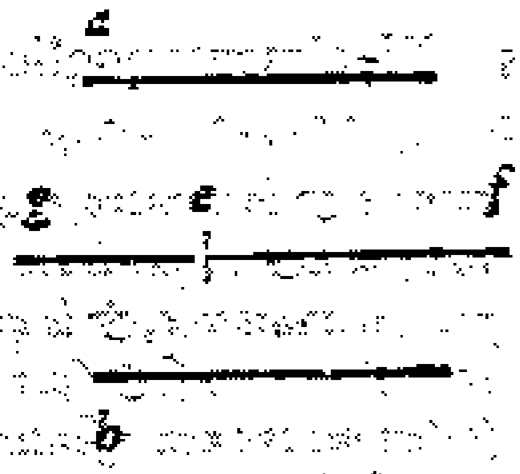
81/86 Egliè poſsibile a eſplicare el ſecondo reſiduo.

A voler hauer el ſecondo reſiduo ſia la linea,a,poſta rationale & la,c,d,a quella communicante in longhezza, & ſia del quadrato della,c,d,al quadrato della,b,c,ſi come della,f,alla,e & la,b,d,(per la diffinitione) ſerà el ſecondo reſiduo, ſe tu dubiti, ouero che tu non ſerui li preſuppoſiti poſti per auanti, puero che tu hai de biſogno della repetione del ſecondo binomio.



Problema.20. Propoſitione.87.

82/87 Potemo inueſtigare il terzo reſiduo.



El terzo reſiduo ſe trouerà in queſto modo, ſia poſta come prima la linea,a,rationale, & lo numero,e,quadrato diuiſo in,f,non quadrato & in,g,quadrato & tolto lo,b,numero primo,e lo quadrato della linea,a,al quadrato della linea,b,c,ſi come del b,al,e,e ſia el □ della linea,b,c,al quadrato della linea,c,d,ſi come del,e,al,f,& (per la diffinitione) la linea,d,b,ſerà el terzo reſiduo della qual coſa tu dubiti conſegliarati con el terzo binomio.

Il Tradottore.

In la inuentione di queſto terzo reſiduo biſogna aduertirſe di quello che fu detto ſopra la inuentione del terzo binomio cioè che il non ſatisfa a tor il numero.b.numero primo, ma ci biſogna torlo con le conditioni dette (del numero b.) ſopra la detta inuentione del terzo binomio cioè che il non ſia quadrato, & che la proportione di quello al numero,f,non ſia come di numero quadrato a numero quadrato.

solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea.p.n.laqual po in la superficie.a.c.e residuo & questo è quello che intendemo de dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo arguire (e con maggiore intelligentia) per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non truouò lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nelle sequente.

Theorema.69. Propositione.92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda parte della.17.&.12.&.23.&.19.&.74.

Theorema.70. Propositione.93.

88/93 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, e dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Seguita alla prima demostratione, & facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo, & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema. 71. Propositione.94.

89/94 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

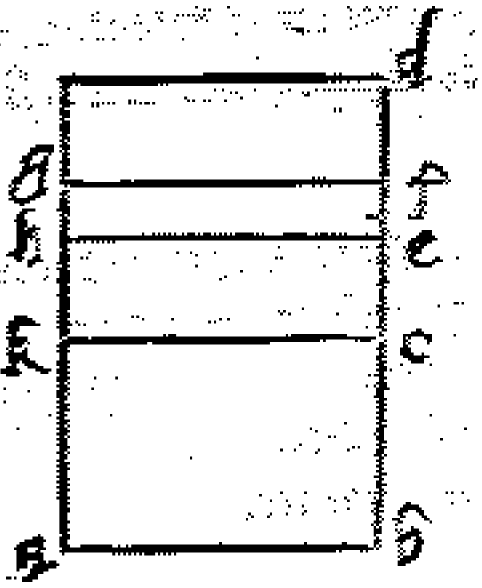
Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile concludere el proposito, se non t'harai scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & per la uigesima terza & per la decima nona & settuagesima sesta, & cosi serà manifesto il proposito.

Theorema.72. Propositione.95.

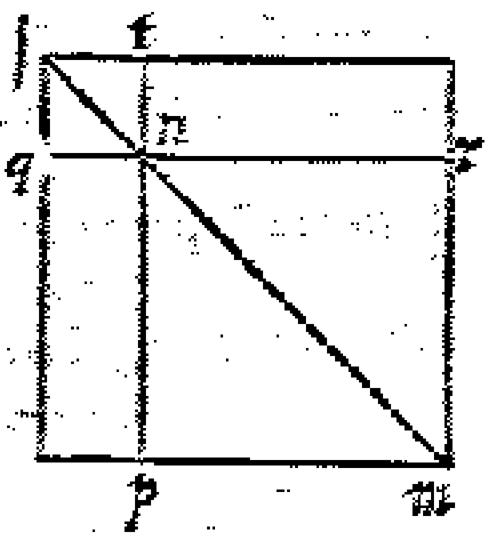
90/95 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la gionta con rationale cõ potente mediale.

Permate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e

per

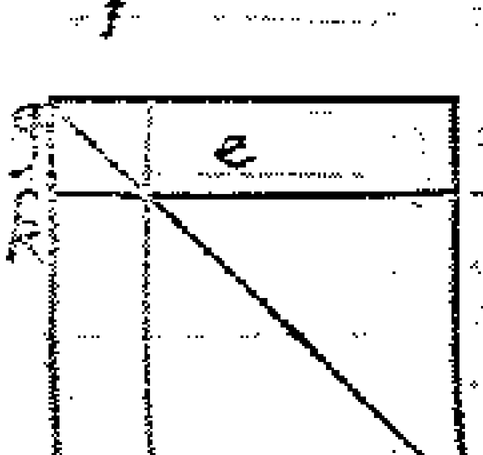


Sia la superficie .a.c. contenuta dalla linea .a.b. rationale & dalla .b.c. residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie .a.c. esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea .b.c. la linea .c.d. & sia quella per la detrattione della quale la .b.c. fu residuo primo & (per la diffinitione) la .b.d. serà rationale in longhezza & la .c.d. solamente in potentia, anchora la .b.d. serà piu potente della .c.d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque sia diuisa la .d.c. in due parti equali in ponto .e. & tutta la .b.d. sia diuisa in questa conditione in ponto .f. che fra la .b.f. & la .f.d. sia la .e.d. nel medio luoco proportionale & (per la seconda parte della decima settima) la .b.f. serà communicante in longhezza alla .f.d. adonque (per la duodecima) l'una & l'altra de quelle communica con tutta la linea .b.d. per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza & per tanto sian dutte le linee .f.g.e.h. & .c.k. equidistante alla .a.b. & (per la decima nona) l'una & l'altra delle due superficie .a.f. & .g.d. serà rationale adonque sia il quadrato .l.m. equale alla superficie .a.f. & serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, protratta dentro la linea .l.m. diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato .l.n. equale alla superficie .g.d. & quel serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, & sian protratte le due linee .n.p.q.n. equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato .p.r. esser equale alla superficie .a.c. & lo lato di quello (el quale è .n.p.) esser residuo, perche conciosia che la linea .d.e. sia (dal presupposito) nel medio luoco proportionale fra la .b.f. & la .f.d. (per la prima del sesto) la superficie .d.b. serà



in el luoco medio proportionale fra le due superficie .a.f. & .g.d. & però etiam & fra li duoi quadrati .l.m. & .n.l. & conciosia che (per la prima del sesto) la superficie .l.p. sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi duoi quadrati serà la superficie .l.p. equale alla .d.b. etiam alla .b.c. & perche lo quadrato .l.n. è equale alla .g.d. serà la .t.r. equal alla .g.e. adonque tutto el gnomone circonscritto al quadrato .m.n. è equale alla .c.g. & perche lo quadrato .l.m. era equale alla .a.f. rimanerà lo .m.n. equale alla .a.c. & che la .n.p. (lato del quadrato .m.n.) sia residuo cosi se apprende, perche l'una e l'altra delle due linee .p.t. & .t.n. è rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato .l.m. & .n.l. e rationale, e l'una di quelle è incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la decima quarta di questo) imperò che lo quadrato .l.m. è incommensurabile alla superficie .l.r. si come la superficie .a.f. alla superficie .b.d. delle quale è manifesto che quelli sono incommensurabile, perche (per la prima del sesto) una di quelle all'altra & si come la linea .b.f. (laquale è rationale in longhezza) alla linea .d.e. laquale è rationale quale etiam per questo serà rationale & (per la uigesima) la linea.m.n.serà rationale in longhezza, adonque tutta la linea, b,n, serà rationale (per la duodecima) hor sia diuisa la,c,n, in due parti equale in ponto.q.& sia dutta la.q.r.equidistante alla.a.b.e (per la prima del sesto) la superficie,c,r, serà equale alla,r,n,& è manifesto che quando tutta la superficie,a,n, sia equale alli duoi quadrati,g,b,&,e,g,tolti insieme (liquali sono li quadrati delle due linee,d,f,&,f,e,) et la superficie,a,c, sia equale al quadrato della linea,d,e, laquale è,e,b, (per la settima del secondo) la superficie residua della,a,n, (laquale è la,c,s,) serà equale al doppio della superficie della,d,f, in la,f,e, per laqual cosa & la mità di quelle lequale sono,r,n,&,d,g, è necessario esser equale & conciosia adonque che (per la prima del sesto) la superficie,d,g, sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati g,b,&,g,e,& la superficie,r,n, serà nel medio luoco proportionale fra le due superficie,a,m,& p,n, e però (per la prima del.6.) etiam la linea,q,n, serà nel luoco medio proportionale fra le due linee,b,m,& m,n,& conciosia che la,q,n, sia la mità della linea,n,c,& la linea,b,n, sia diuisa in ponto,m, in due parti communicante fra lequale cade la,q,n, nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea,b,n, sia piu potente della linea,n,c, in el quadrato di una linea communicante con seco in longhezza adonque perche la superficie,d,g,e mediale (per la uigesima terza) & la superficie,c,r, a quella equale (dal presupposito) è mediale & la linea,c,q, rationale solamente in potentia (per la uigesima quarta) & però etiam el doppio di quella (elquale è la linea,n,c,) è rationale solamente in potentia, adonque perche la,b,n, e rationale in longhezza communicante alla linea,a,b, posta rationale & piu potente della,n,c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza seguita (per la diffinitione) la linea,b,c, esser residuo primo che è el proposito.

Theorema.75. Propositione.98.



92/98 Quando che a una linea rationale serà agionta una superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà un residuo secondo.

Quiui la linea,d,e, serà residuo medial primo, & la linea,e,f, serà quella per tagliamento della quale la,d,e, era stata residuo medial primo, dico che la,b,c, serà residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti e pigli ben in pratica la demostratione della precedente e che uigilantemente tu habbi atteso quale linee bisogni esser la,d,f,& f,e, della qual cosa se tu dubbiterai in alcuna reuederai la settuagesima quarta.

Theorema.76. Propositione.99.

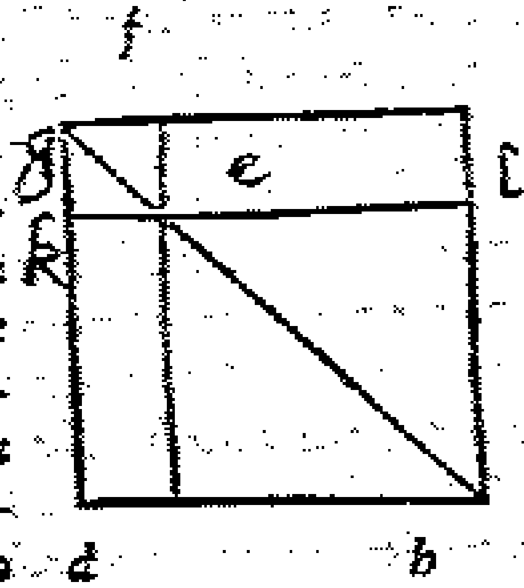
94/99 Se a una linea rationale serà applicata una superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

Quiui

per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesima terza e decima nona & settuagesima settima) che è il proposito de concludere.

Theorema. 73. Propositione. 96.

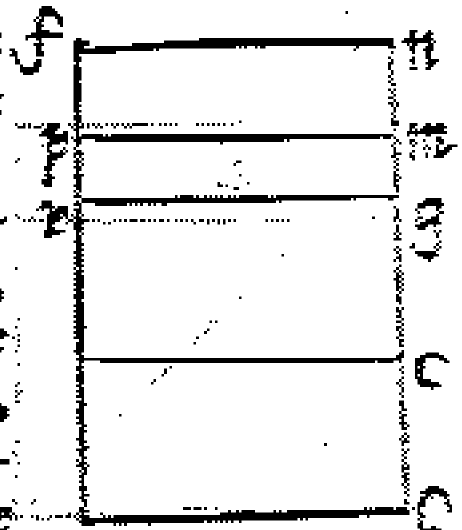
91 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto re-
96 siduo, lo lato tetragonico che puo sopra di quella, el se proua esser la linea che gionta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che ultimamente per questo è detto sia diligente di concludere (per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima ottaua,) & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria tenerai, & anchora quel che la suppone prudentemente atenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato. l. m. a te serà necessario con el tuo ingegno de recorrere al suo equale in la superficie, a, d, & seranno manifesti.

Theorema. 74. Propositione. 97.

92 Se a una linea rationale serà applicada una superficie equale al qua-
97 drato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.



Queste sei sequente propositioni, sono le converse delle sei precedēte per ordine, et la intentione di questa prima e questa che se la superficie, a, c, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo el qual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (el qual è la, b, c,) serà necessariamente residuo primo, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e, f, e (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f, & f, e, serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (el quale sia, e, g,) & lo quadrato della, d, e, laqual è posta esser residuo, el qual sia, e, h, & siano aggionti li supplimenti, d, k, et f, l, & lo quadrato, g, h, serà si come lo quadrato della linea, d, f, & lo quadrato, e, h, serà si come la superficie, a, c, etiam l'uno e l'altro di quadrati. g. h. & . g. e. serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie. a. m. alla linea. a. b. equale al quadrato. g. h. & per questo serà rationale, per laqual cosa (per la uigesima) la linea m. b. serà rationale in longhezza, & la superficie. p. n. sia equale al quadrato. e. g. laquale

Similmente quiui pone la linea,d,e,esser quella che gionta con rationale compo ne el tutto mediale,& quale linee bisogni esser la.d.f.& la.f.e,attende alla settua gesima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea.b.c.esser residuo quanto se tu seguiterai le necessarie demostratione hauute per auanti.

Theorema.79. Propositione.102.

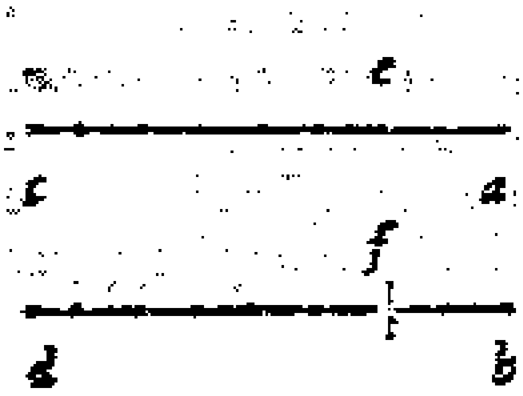
97 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadra
102 to della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella serà residuo sesto.

Hor in ultimo la linea,d,e,conuien essere quella laquale gionta con mediale compone el tutto mediale, alla qual giontovi la linea,e,f,(laqual fia quelle per il tagliamento della qual la linea,d,e,era stata quella che se propone)e qual linee bisogni esser la,d,f,& ,f,e,tu lo intenderai dalla settuagesima ottaua se la prima argumentatione firmamente tenerai senza oppositione,similmente potrà concludere la linea,b,c,esser residuo sesto,& se per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato,g,h,confreralo con la superficie,a,n,a lui equale e cosi se manifestarà el proposito nostro.

Theorema.80. Propositione.103.

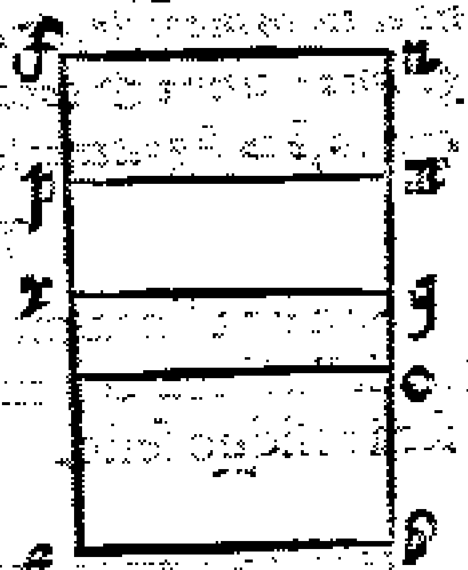
98 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella intermi
103 ne,& ordine è el medesimo residuo.

Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello queste.103.& le quattro che seguitano propeneno esser el uero del residuo & delle sue cinque compagne, che



hauerà dato opera a quelle per sina che le habbia ben in memoria nõ poterà ignorare queste,ueramente ogni cosa che è detto in quelle de communicante in longhezza,& solamente in potentia il medesimo bisogna intendere anchora in queste,perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, ouero solamente in potentia, essa anchora è residuo & se quella communica in longhezza,non solamente quella è residuo, ma etiam è residuo de quella medesima specie,uerbi gratia la linea communicante in lõghezza al residuo primo e residuo primo,& quella che è communicante al secondo e secondo, & cosi anchora delli altri ma quando la linea communicano a uno residuo solamente in potentia quella anchora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea communicante solamente in potentia a un residuo primo,ouer secondo,ouer terzo,ouer quarto ouer quinto caschi insieme con quello sotto la medesima specie ma ben è necessario che ambe cadano insieme sotto alle tre prime specie ouer ambedue insieme sotto alle tre ultime. & per tanto

Quasi anchora serà la linea.d,e, lo residuo medial secondo & seguiterà che la,c,b, sia uno terzo residuo laqual cosa accioche facilmente la concludi seguitarai alla demostratione della prima & quale linee conuien esser la,d,f,et f.e raccoglielo della settuagesima quinta.



Theorema 77. Propositione 100.

95 Quando che a una linea rationale serà aggion-
100 ta una superficie equale, al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella serà uno residuo quarto.

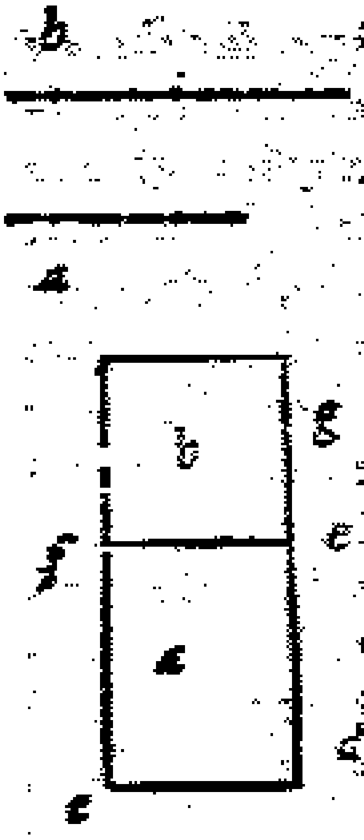
Se la.d.e. serà una linea minore come propone questa centesima. Dico che la.b.e. serà un quarto residuo,& quai linee sia necessario esser la,d,f,et la,f,e,(quando che la,d,e,serà una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta,& el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente,eccetto che in questa & in le due sequente è necessario diuiderse la linea.b.n.al ponto.m.in due parti incommensurabile,laquale in le tre precedente necessariamente se diuideua in due commensurabile,perche in le tre precedente le due linee,d,f,& f,e,erano state communicanti in potentia,è però etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per laqualcosa & le superficie,a,m,& p,n,equale alli quadrati de quelle erano state cōmunicante, per laqual causa & etiam le due linee,b,m,& m.n.e però etiam in le tre precedente la linea.b.n.fu piu potente della linea,n,c,nel quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza(per la prima parte della decimasettima,)ma in queste & in le due sequente le due linee,d,f,& f,e,sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottaua)e però etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie,a,m,& p,n,sono incommēsurabili per laqualcosa etiam le due linee.b.m,& m,n,sono incommensurabile,e però(per la prima parte della decima otaua)si in questa come in le due sequente è necessario la linea,b,n,esser piu potente della linea,n,c,nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza,nete le altre cose cerca come per auanti.

Il Tradottore.

Questa & la precedente si seruino della figura della nonagesima settima,& nonagesima ottaua cioè che nel dire se refferisse a quella, il medesimo fra le altre duoi sequente.

Theorema 78. Propositione 101.

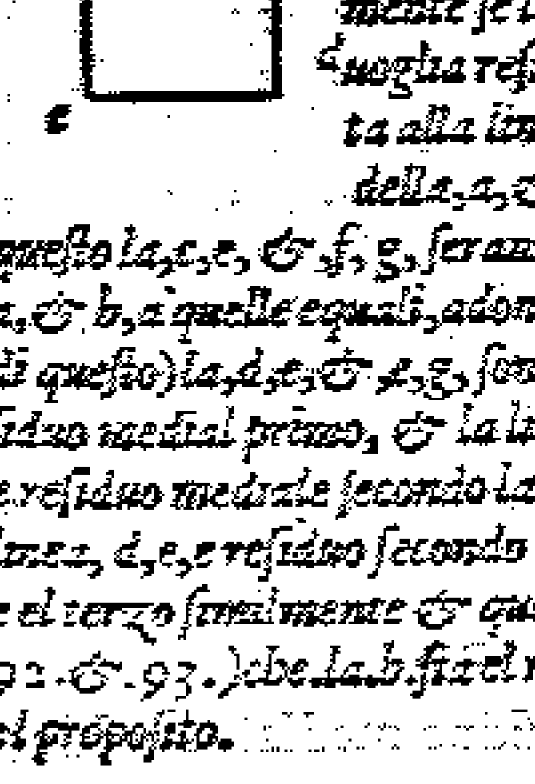
96 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al qua-
101 drato della linea con rationale constituente mediale lo lato secondo di quella serà residuo quinto.



me la.e.alla.c.& la.l.alla.b.si come la.f.alla.d. & perche eglie dalla,e,alla,c,si come dalla.f.alla.d.seguita che dalla.k.alla.g. sia si come dalla,l,alla,b, & permutatamente dalla,k. alla,l.si come dalla.g.alla,b,conciosia adonque che la,g, communichi cō la,b,seguita che la,k. communichi con la.l.adonque se la.k.serà rationale(che è el residuo medial primo)etiam la.l. (per la diffinitione) serà rationale,per laqual cosa(ꝑ la.74.) etiā la.b. e residuo medial primo, & se la.k. serà mediale(che è in el residuo medial secondo) etiam la.l. per (la.25.) serà mediale, & però etiam la.b.(per la.75.)serà residuo mediale secōdo, per laqual cosa e manifesto il proposito. A demostrar el medemo altramente se la linea,b,communica con la linea,a, (laqual è qual si voglia residuo mediale) in longhezza ouer in potentia,sia aggionta alla linea.c.d.rationale la superficie,c,e, equale al quadrato della,a,& la superficie, f,g,equale al quadrato della,b, & per questo la,c,e, & ,f, g, seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee, a,& b,a quelle equali,adonque (per la prima del sesto) & per la decima quarta di questo)la,d,e,& ,e,g, sono communicante in longhezza & perche se la,a,e residuo medial primo, & la linea,d,e,serà el secondo residuo(per la.98.)& se la,a, e residuo mediale secondo la linea, d,e,e residuo terzo (per la.99.) ma quando la linea, d,e,e residuo secondo la linea,e,g,e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & questa è el terzo (per la.103.) seguita adonque (per la. 92.& 93.)che la.b.sia el residuo medial primo ouer secondo si come serà la,a,che el proposito.

Theorema.82. Propositione.105.

100/105



Se alcuna linea communicharà alla linea minore anchora quella serà linea minore.

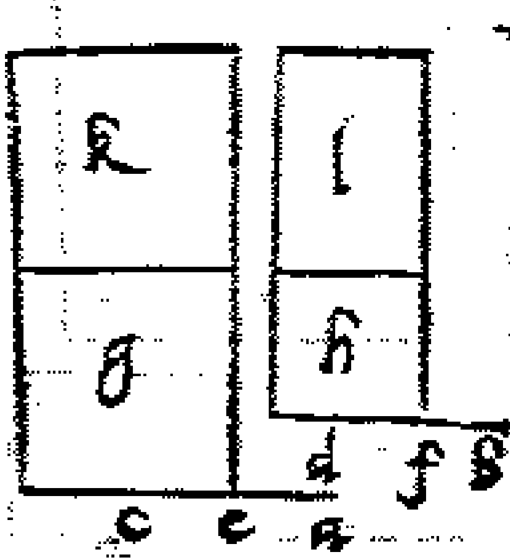
Eglie facile a prouare questa per dui modi si come la precedente,ouero sia che alcuna linea communichi con la linea minore in longhezza ouer in potentia & posto questo quanto al primo modo che quando sia della, f,alla.e.si come della,e,alla,c, (per la prima parte della.22.del sesto) lo quadrato della,f,al quadrato del d. serà si come lo quadrato della,e, al quadrato della,c, & congiuntamente li quadrati delle due linee,f, & d, al quadrato della,d, serà si come li quadrati delle due linee,e,& ,c,al quadrato della,c,& permutatamente li quadrati delle due linee,f, & d,alli quadrati delle,due linee,e, & c, serà si come lo quadrato della,d, al quadrato della,c, & lo quadrato della,d, communica al quadrato della,c,adonque li duoi quadrati delle due linee,f,& d,tolti insieme com

municano

sia la linea, a, residuo alla qual communichi la linea, b, in longhezza, dico che la linea, b, serà residuo de quella medesima specie con la, a, sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia quella per la abcisione della quale la linea, a, ie residuo & alla b, ne sia aggionta un'altra, laquale sia la, d, alla quale cosi gli sia la, b, si come la, a, alla, c, & cosi la composita della, a, & , c, sia la, e, & la composita della, b, & , d, sia la, f, & (per la premutata proportionalità) la, a, alla, b, serà si come la, c, alla, d, et (per la terza decima del quinto) la, e, alla, f, serà si come la, a, alla, b, ouer si come la c, alla, d, conciosia adonque che la, a, communichi con la, b. (per la decima quarta) la, c, serà communicante con la, d, & e, anchora serà communicante con la, f, & perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della, e, alla, c, esser si come della, f, alla, d, seguita (per la sestadecima) che se la, e, serà piu potente della, c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, ouero se la fusse per auentura incommensurabile, serà similmente la, f, piu potente della, d, ma perche ogni linea communicante in longhezza, a, una linea rationale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue seranno rationale in longhezza, ouero ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la, b, sia residuo della medesima specie che è, a, ma se la, b, communica con, a, solamente in potentia: essa anchora serà residuo tamen necessariamente non serà de quella medesima specie, ma serà si come è detto la demostratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è da esser raccolta.

Theorema. 81. Propositione. 104.

99 Ogni linea communicante a qual si uoglia residuo mediale è residuo
104 mediale sotto el termine & ordine di quello.



Vna, linea ouer communichi con qual si uoglia residuo mediale in longhezza, ouero in potentia, eglie el uero quello che se dice, hor sia la, a, qual si uoglia residuo mediale alla quale communichi la, b, in longhezza ouer in potentia. Dico che la, b, e etiam residuo mediale tal qual serà la, a, hor sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia la, c, per la incisione della quale la, a, sia residuo mediale & alla, b, ne sia aggionta una altra laqual sia, d, & sia della, b, alla, d, si come della, a, alla, c, & tutta la composita della, a, & , c, sia la, e, & della, b, & , d, sia la, f, sia descritto adonque li quadrati della, c, & della, d, liquali siano, g, & , h, & la superficie del, e, in, c, sia k. & del, f, in, d, sia, l, & perche eglie come prima del, e, al, f, & del, c, al, d, si come del, a, al, b, & la, e, & c, sono mediale solamente in potentia communicante (per la. 74. & . 75.) seguita (per la. 25.) che la, f, & , d, (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & è manifesto (per la prima del sesto) che la, k, alla, g, sia si co-

 me

ta concluderai, anchor quella esser con mediale componere mediale, quanto al primo modo la superficie .l. serà anchora mediale si come etiam la .k. & anchora li dui quadrati delle due linee .f. & .d. tolti insieme saran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee .e. & .c. & perche anchora li dui delle due linee .e. & .c. al la .k. si come li dui delle due .f. & .d. alla .l. & conciosia che li primi non communican con el doppio della .k (per la settuagesima ottaua) ne li dui secondi communicarano con el doppio della .l. (per la .14.) adonque (per la .78.) la .b.e con mediale componente mediale, ma quanto al secondo modo la d.e. serà residuo sesto (per la .102.) e però & etiam la .e.g. (per la .103.) per laqual cosa la .b.e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

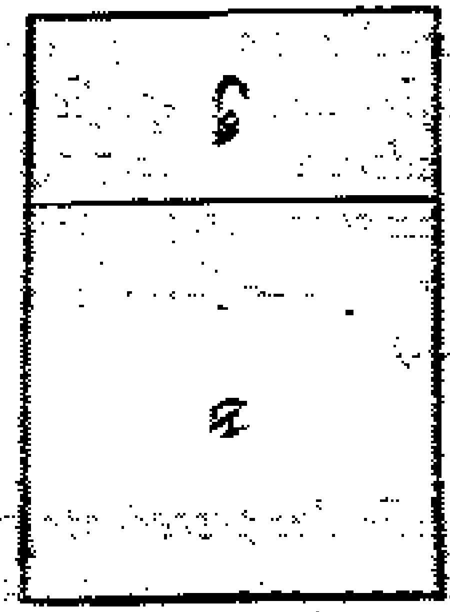
Il Tradottore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma nel arguire sopra le figure della prepositione .104 & della .105 et però a quella recorri p tuo essempio.

Theorema .84. Propositione .108.

103/108 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie mediale, la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie composta dalla .a. & .b. rationale, dalla quale sia detratta la .b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante .a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea .c.d. rationale & la superficie .c.e. a quella aggionta sia tanto quanto la .a. & la .f.g. tanto come la .b. et tutta la .c.g. serà si come tutta la .a. b. & la .c. g. serà rationale è però etiam la linea .d.g. (per la uigesima propositione) serà rationale in longhezza & la .f.g. serà mediale e però (per la uigesima quarta propositione) etiam la .e.g. serà rationale solamente in potentia, adonque la linea .d.e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonagesima quarta) la linea potente in la superficie .c.e. è però etiam in la superficie .a. (a quella equale) e residuo ouer linea minore che è il proposito.



Theorema .86. Propositione .109.

104/109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale, la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale.

Anchora questa si approua si come la precedente, perche se tutta la, a, b, serà mediale,

municano con li dui quadrati delle due linee,e,& c, tolti insieme & perche (per
la.76.) li quadrati delle due linee,e,& c,tolti insieme sono rationale & (per la dif.
finitione) etiam li dui quadrati delle due linee,f,& d,tolti insieme serà rationale,
& quando la superficie.k,sia mediale etiam la.l. a quella communicante, serà
mediale, adonque (per la.76.) la.b.e linea minore, ma in quanto al secondo modo
(per la.100.) la linea,d,e,serà residuo quarto & però etiam (per la.103.) la li-
nea,e,g,serà etiam residuo quarto & però etiam (per la nonagesima quarta) la li
nea,b,e linea minore.

Il Tradottore.

Le superficie.k.& l.se debbe intendere si come nella figura della precedéte cioè
la superficie.k.se piglia per la superficie della.e.in la.c.& per la superficie.l.se in-
tende per la superficie della,f,nella,d. & similmente per il secondo modo se arguis
se sopra la seconda figura della precedente ideo aduerte.

Theorema.83. Propositione.106.

101 Ogni linea communicante alla linea con rationale componente me
106 diale,e con rationale compoñente mediale.

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due vie, ouero
sia intesa della communicantia in longhezza,ouer della communicantia in poten-
tia solamente,ma quanto al primo modo li dui quadrati delle due linee,f,& d,tol
ti insieme seranno mediale (per la uigesima quinta) si come son li dui quadrati del-
le due linee,e,& c,tolti insieme (per la settuagesima settima) alle quale esse cõmu
nicano & la superficie.l.serà rationale (per la diffinition) si come è la superficie.K.
(per la settuagesima settima) communicante con quella, adonque (per la.77.) la.
b,e con rationale componente mediale,quanto al secondo modo la,d,e, serà residuo
quinto (per la.74.) e però etiam la,e,g,(per la.103.) per laqual cosa la, b, e, con
rationale componente mediale (per la nonagesima quarta.)

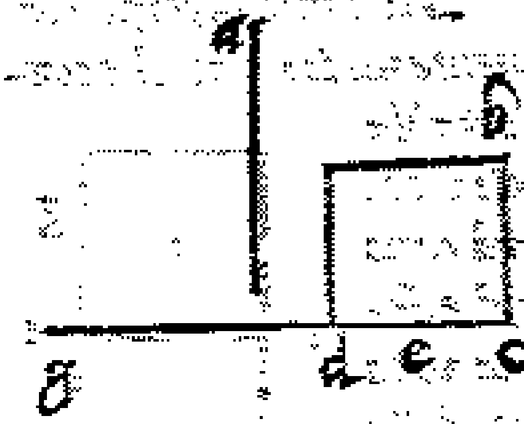
Il Tradottore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente pro-
positione el secondo modo parla ouer se ferma sopra la seconda figura della anciana
alla precedente.

Theorema.84. Propositione.107.

102 Ogni linea incommẽsurabile alla linea con mediale cõstituente me
107 diale con mediale constituente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con me-
diale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in po-
tentia come uorrai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficul-

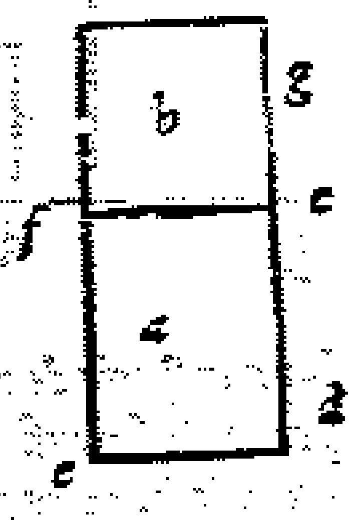


Anchora per questa .111. el vuole che'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quelli siano differente fra loro in specie & in diffinitione et in una linea una puol esser sotto a due overo a piu specie de queste sei linee irrationale, lequal sono el residuo & le cinque compagne di quello, & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne è possibile a una linea esser insieme residuo e binomio, de qualunque specie de residuo, overo binomio, la prima parte in questo modo è manifesta. perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne, quando siano aggionte a una linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diversi fra loro (per la nonagesima settima propositione & le cinque sequente quella) & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo & da qui in drietro fina al sesto, la seconda parte è manifesto in questo modo, se una medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia.a. al quadrato della quale alla linea rationale. b.c. sia aggiunta una superficie equale & sia la.b,d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea,c,d, serà binomio primo, & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo, adonque inquanto binomio primo sia diviso in le sue binomial portioni el ponto.e. & sia la.c.e. la sua maggiore portione laquale serà rationale in longhezza (per la diffinitione (ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la,d,g, per la incisione della quale quel serà residuo primo & (per la diffinitione (etiam la,c,g, serà rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee,c,g, & c,e, sia rationale in longhezza etiam la linea, e,g, (per la duodecima propositione) serà rationale in longhezza, ma perche la linea,d,e, è rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) si è la minore portione del binomio primo, la linea,d,g, (per la settuagesima terza propositione) serà residuo: & perche quella era rationale solamente in potentia conciosia, che per la incisione di quella la linea,c,d, fusse stato residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) laqualcosa acciochè piu chiaro appara sia aggiunta alla linea,b,c, rationale superficie,b,d, equale al quadrato della linea,d,g, conciosia adonque che la linea,d,g, sia rationale solamente in potentia (per la vigesima propositione) la linea,c,d, serà rationale in longhezza. & conciosia anchora che la linea,d,g. sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea,c,d, serà residuo primo laqualcosa non puol essere conciosia che la linea laquale è detta residuo è irrationale, (per la settuagesima terza propositione.

Theorema.88. Propositione.112.

107 La linea che se dice residuo over alcuna delle irrationale, che sono dapoi quella, non puo star sotto al termine del binomio overo sotto al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto al binomio, & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile

mediale, & la b rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie .a. ouero è residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale, perche conciosia che la, e, g, sia equale alla, a, b, (per la uigesima quarta) la linea, d, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la, f, g, sia equale alla b. per (la uigesima) la linea, e, g, serà rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea, d, e, serà el residuo secondo, ouero el quinto per laqual cosa (per la nonagesima seconda & nonagesima quinta) lo lato tetragonico della superficie, c, e, & però etiam della superficie, a, è residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che è el proposito nostro.



Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel arguire se refferissero alla figura della precedente.

Theorema. 87. Propositione. 110.

105 Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale, &
109 sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una o l'altra delle due irrationale, cioè ouero el residuo medial secondo, ouer la con mediale componente mediale.

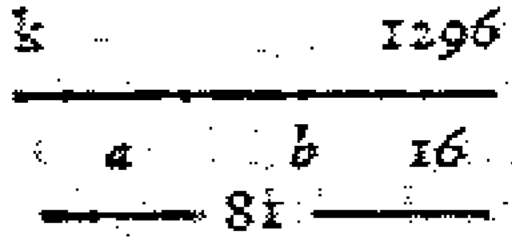
Se tu non te desterai dalla demostratione delle due precedente senza difficultà concluderai el proposito, hor sia tutta la .a.b. & la .b. mediale & sia la restante .a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la .a. seria mediale (per la uigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la uigesima terza) al presente dico che la linea potente in la .a. è residuo medial secondo ouer la cō mediale componente mediale, perche conciosia che la .e.g. sia equale alla .a.b. (per la uigesima quarta) la linea .d.g. serà rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conciosia che la .f.g. sia equale alla .b. etiam la .e.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la .a. sia incommēsurabile a tutta la .a.b. al .f.g. serà incommensurabile alla .e.g. e però (per la prima del sesto et per la decima quarte de questo) la .e.g. serà etiam incommensurabile alla .d.g. adonque (per la diffinitione) la linea .d.e. serà residuo terzo ouero sesto, per laqual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie .c.e. e però della superficie .a. è residuo medial secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema. 88. Propositione 111.

106 Delle linee irrationale, lequale sono, el residuo & quelle che seguita
111 da poi quella, è impossibile alcuna star sotto all'altra in termine, ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo.

Anchora

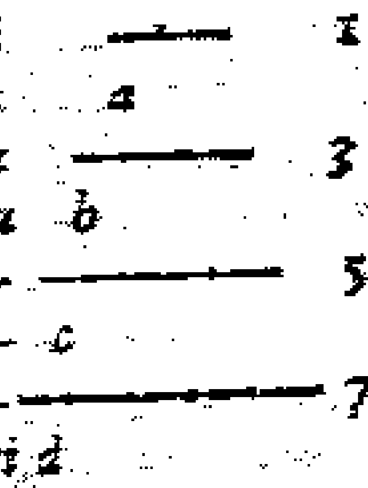
glia numeri primi come.3.5.e.7. & siano tante le linee . b . c. d. quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee, b, c, d, al quadrato della. a. si come li numeri primi alla unità & (per la uigesima quinta) le linee. b. c. d. seranno mediale, perche esse communicano in potentia con la linea. a. mediale, ma tutte seranno diuerse dalla . a . in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unità, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimasettima & ottaua & per el correlario della seconda del ottauo & per el presente presupposito) è si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la. a. & cadauna a quella communicante in longhezza serà sotto la prima specie delle linee mediale. & la. b. & cadauna a se communicante in longhezza serà sotto alla seconda: & la. c. & tutte le communicante ouero commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, anchora la. d. & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, & perche li numeri primi sono infiniti (come per la. 21. del. 9. fu dimostrato) è necessario le specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea mediale intende del binomio et delle sue cinque compagne, & del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale ouero communichi a quella in longhezza ouer in potentia come è prouato (in la uigesima quinta) cosi etiam ogni linea communicante al binomio ouero ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in longhezza ouer in potentia e sotto la medesima specie con seco (come fu prouado in la sexagesima quinta) & in le quattro che seguita drieto a quella & in la. 103. & in le quattro che seguitano quella, adonque le specie di queste tredece linee irrationale sono infinite delle quale niuna conuiene con la precedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un'altro modo le specie delle linee irrationale differentemente conuengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato è irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) conciosia adonque che tali numeri siano infiniti, anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, puo auenire la seconda parte da questa conclusione esser isposta cosi come se noi dicessimo da cadauna linea rationale solamente in potentia esser produtto infinite specie de linee irrationale delle quale niuna è possibile conuenire in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che procederanno quella, uerbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta ouer nominata da uno numero non quadrato (come seria a dir da cinque,) & lo lato tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona propositione) dico adonque



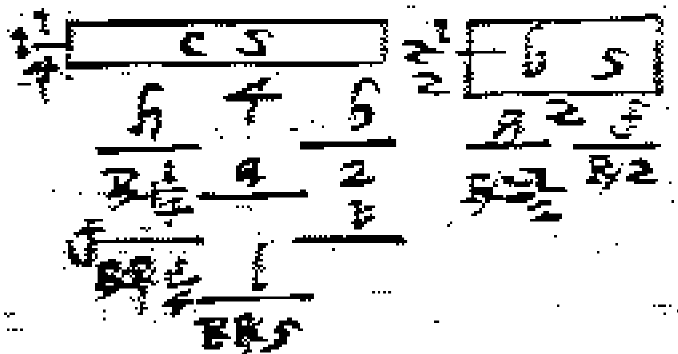
che

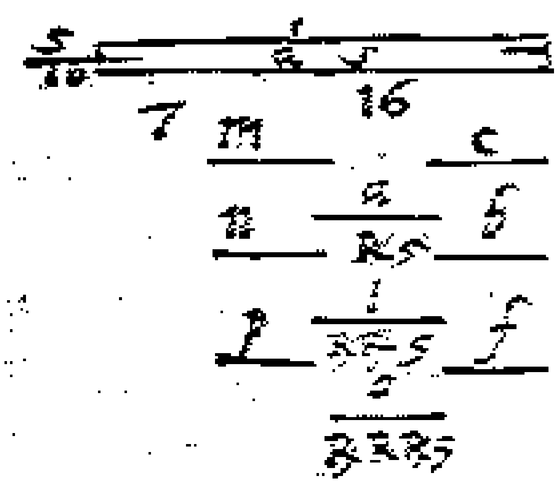
possibile esser prodotto in infinito: non è possibile alcuna di quelle cõ
uenire in termine & ordine con quella che precederà.

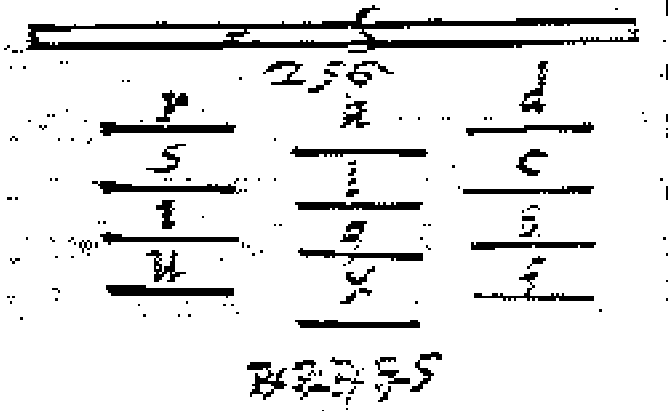
Il vole per questa propositione che le tredesse linee irrationale delle quale in que
El uole per questa propositione che le tredesse linee irrationale delle quale in que
sto decimo e stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue
cinque compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differen.
te una per una in specie, & che niuna linea, una possa essere insieme sotto a due,
ouero a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possano esser pro-
dutte in infinito delle quale niuna conuien con l'altra in diffinitione è ordine, &
che queste tredese linee (cioè la mediale, el binomio & le cinque compagne di quel-
lo, el residuo & le cinque compagne di quello) sian irrationale aricordate che egliè
stato dimostrato di sopra nella mediale in la uigesima terza & del binomio, & del
le cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le cinque che seguitano
quelle, & del residuo & delle sue. 5. compagne in la settuagesi-
ma terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di
queste tredese linee irrationale possa conuenire in specie con alcu
na delle altre linee in questo modo se aprende, ponianio che a
una medesima linea rationale in longhezza, siano aggionte le su
perficie equale alli quadrati delle predette tredese linee irratio-
nale secondo che seguitano fra loro per ordine, & (per la uige-
sima quinta) lo lato secondo della prima di queste tredese su-
perficie serà rationale solamente in potentia, & li secondi lati
della seconda de queste tredese superficie & delle cinque che
seguitano quella, seranno tutte le specie di binomij per ordine cioè el binomio
primo, secondo, & da li in dietro per fina al sesto, & questo se ben te aricor-
di fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano die-
tro a quella, & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguita-
no quella sono le specie di residui per ordine, cioè el residuo primo, & lo residuo
secondo, & da li in dietro per fina al sesto laqual cosa lo hauesti (dalla nonagesi-
ma settima, & dalle cinque che seguitano quella) concosia adonque che detta li-
nea rationale solamente in potentia non conuenga con alcuna specie di binomij
ouero con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) &
ogni residuo (per la settuagesima terza) e linea irrationale è in longhezza e in
potentia, & concosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de
binomi (per la seconda parte della precedente) seguita che tutti li secondi lati de
queste tredese superficie. siano fra loro diuerse e però (per la prima del sesto) etiã
dio quelle tredese superficie sono diuerse concosia che la altezza de ogn'una di
quelle sia una medesima per laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale pro-
poste sono a una per una diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationa-
le possono esser produtte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono in
finite, anchora infinite quelle di binomij, & cosi de grado in grado laqual cosa se
manifesta in questo modo. sia la linea. a. mediale & sia tolsa la unità & qual se uo



la superficie.e. serà uno.64.esimo & uno.256.esimo (cioè in summa cinque.256.esimi) sia adonque.f.lo lato tetragonico della.b. & la.g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie.b. & (per lo premesso antecedente) serà che dal.f.in g.sia fatto.a.linea cioè R5.un'altra uolta sia la.h.lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.c. & sia anchora.K.el lato tetragonico de.h.& per lo predetto antecedente serà che dal.b.in.h.sia fatto.a.& dal.f.in K.sia fatto el lato tetragonico de a. qual sia.l.sia ancora m.lo lato tetragonico del secõdo lato della superficie.d.& quando che.n.sia el lato tetragonico de m.& p.el lato tetragonico de n.& (per lo predetto antecedente) serà che dal.c.in m.sia fatto.a.& dal.b.in.n.sia fatto l.& dal.f.in p.sia fatto el lato tetragonico del.(qual sia.q.) ma piu sia.r.el lato tetragonico del secondo lato della superficie.e. anchora sia s.lo lato tetragonico de.r.& t.lo lato tetragonico de.s.& u.sia lo lato tetragonico de.t.& seguita (per lo detto antecedente) che dal.d.in r.sia fatto a.& dal c.in s.sia fatto l.et dal b.in t.sia fatto.q.& etiã da l.f.in u.sia fatto el lato tetragonico de q.(qual sia.x.) & cosi in infinito. Dico adonque queste linee.a.l.q.x.(dellequal la.a.è come radical principio) esser irrationale la.a.solamente in longhezza, tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che niuna di quelle conuen con alcun'altra in diffinitione, ouer in ordine. perche conciosia che dal.f.in.g.& K.uengono fatti.a.et.l.serà dal.a.al.l.si come dal.g.al.k.& perche (come è manifesto dalli detti







$\frac{5}{256}$ presuppositi) g.& K.sono incommensurabili in longhezza & in potentia, seguita etiam che.a.& l.siano incommensurabili in longhezza & in potentia & per la medesima ragione etiam.a.& q.perche dal.a.al.q.e si come dal.g.al.p.& per la medesima causa etiam.a. & x.conciosia che siano si come.g.& u.et per questa uia anchora è necessario che l.& q.siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza, perche conciosia che dal.f.in k.& p.siano fatti l.& q.serà del.l.al.q.come del.k.al.p.ma.k.e.p.non sono commensurabili in longhezza ne in potentia.perche essendo commensurabili.h.& n.seriano commensurabili.& non sono, anchora.l.& x. è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal.l.al.x.e si come dal.k.al.u.impero che dal.f.in K.& u.sono fatti.l.& x.& k.& u.sono incommensurabile in l'uno & l'altro modo, perche ponendo che fussero per l'aduersario seguiria.t.& h.esser commensurabili che è inconueniente.

che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra uolta el lato di questo terzo lato, & cosi in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle conuien in diffinitione ouer in specie con alcuna che habbia proceduto quella in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie laquale serà detta da uno numero non quadrato è si come radice è principio de tutte la altre, & quala si uoglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale uengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diuerse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie, & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo recogliere la ferma demostratione el bisogna mandare auanti a quella uno antecedente, & sia questo.

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

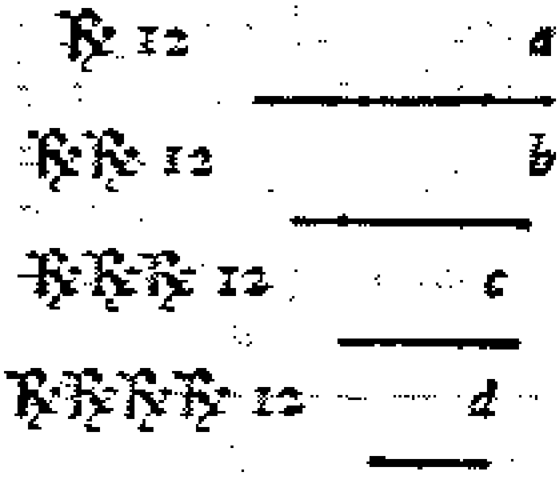
Verbi gratia poniamo che dal .a. in .b. sia produtto .k. & che .c. & .d. siano li lati tetragonici de .a. & .b. & dal .c. in .d. sia fatto .e. & da nuouo .f. & .g. siano li lati tetragonici de .c. & .d. & dal .f. in .g. sia fatto .h. dico che .h. è el lato tetragonico de .e. & similmente .e. è el lato tetragonico de .k. perche conciosia che .c. & .h. siano fatti dal .f. in se medesimo & in .g. serà dal .c. al .h. si come dal .f. .g. & cosi dal .h. al .d. si come dal .f. al .g. imperoche dal .g. in .f. & in se medesimo uien fatti .h. & .d. adonque .c. .h. .d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el produto del .h. in se medesimo quanto quello del .c. in .d. per laqual cosa .h. è el lato tetragonico de .e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal .c. in se medesimo sia fatto .a. & in .d. sia fatto .e. & dal .d. in se sia fatto .b. seranno etiam .a. .e. .b. continuamente proportionali in la proportione che è dal .c. al .d. conciosia adonque che dal .a. in .b. sia fatto .K. seguita etiã che dal .e. in se medesimo sia fatto .K. per laqual cosa .e. è el lato tetragonico de .k. adonque è manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposito, sia adonque la superficie .a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato .(come .5.) & sia la linea .a. el lato tetragonico di quella & siano tolte quãte linee si uogliano rationale in longhezza lequale siano .b. .c. .d. .e. et siano dette da numeri di quali ciascun precedẽte sia el lato tetragonico del prossimo sequẽte, come se .b. sia, dui el .c. sia quattro el .d. sedeci & lo .e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggiunto una superficie equale alla .a. et li secondi lati di cadauna seranno rationali in longhezza (per la uigesima) come lo secondo lato della .b. è dui e mezzo lo secondo della .c. è uno & uno quarto. & lo secondo della .d. è uno e uno quarto & uno sedecesimo (cioè un è cinque sedecesimi) & lo secondo lato della se-

la .g. ℞ $2\frac{1}{2}$		utrobiq;
la .f. ℞ 2		

la linea .a.	℞	5
la linea .l.	℞ ℞	5
la linea .q.	℞ ℞ ℞	5
la linea .x.	℞ ℞ ℞ ℞	5.

temente la linea,c,accade esser maggiore & minore della linea,a,si come serà etiã b.maggiore ouer minore.

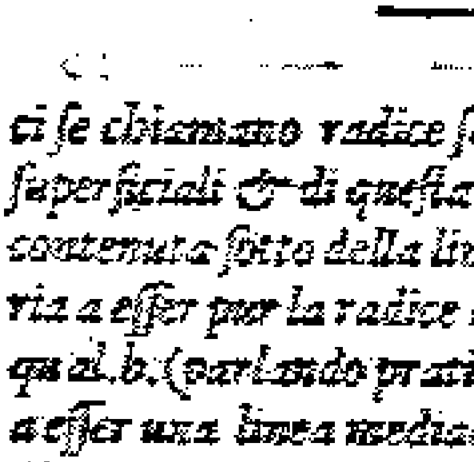
Il Tradottore.



Questa soprascritta propositione è la prima tradottione e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo di questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamẽte in la seconda tradottione. anchora bisogna notare che lo ispositore sopra la seconda parte con parole assai oscuratamẽte esprime il suo cõcetto ma in sostantia non vol inferire altro saluo che se'l serà una linea rationale solamente in potentia (che da pratti ci se chiamano radice sorde) poniamo,a, laqual sia radice quadra di duodeci piedi superficiali & di questa,a,essendo trouato il lato tetragonico (cioè della superficie contenuta sotto della linea.a.& di un'altra linea longa un pie) laqual superficie ueria a esser per la radice di duodeci cioè torne un'altra uolta la radice quala sia,b,el qual.b.(parlando praticalmẽte) serà la radice della radice di duodeci aqual ueria a esser una linea mediale incommensurabile alla,a,in longhezza e in potentia, & diuersa da quella in diffinition,hor tolẽdo un'altra uolta la radice del.b.(per il detto modo) qual sia,c,elqual serà detto ℞℞℞ duodeci e questo.c.serà differente in diffinitione dalla.a.& dal.b.e cosi procedendo cioè tolendo la ℞ del,c.quala sia,d, & cosi le potrà procedere in infinito il medesimo seguiria tollendo la,a,una delle. 13.linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema.89. Propositione.113.

o / 112

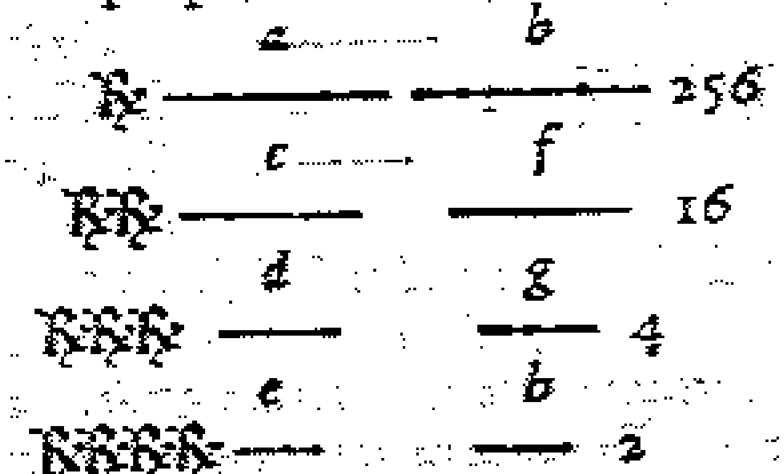


Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella serà un residuo, li nomi del quale seranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione,& oltra di questo quello che uien produtto dal detto residuo hauer un medemo ordine, a quello che uien produtto dal detto binomio.

Di quà si caua nella pratica di numeri che a multiplicar qual si uoglia binomio quadrato sia il suo reciso ouer a quello commẽsurabile,produce numero rationale.

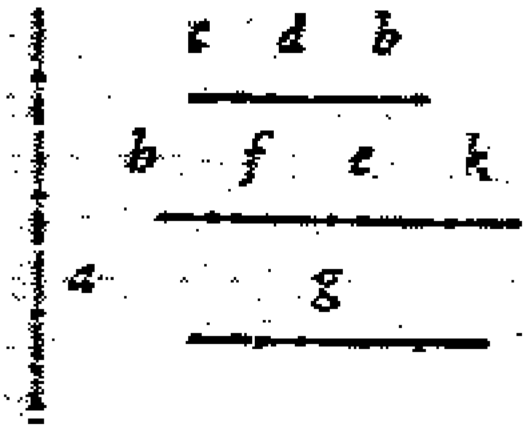
Sia la linea.a.rationale & la.b.c.sia uno binomio,el nome maggiore del quale sia,d,c, & lo rettangolo che se contiene sotto delle due linee,b,c,e,f,sia equale al quadrato della.a.hor dico che la detta,e,f,e uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioè alli detti.c.d.& .d.b.& in una medesima proportione, & oltra di questo la.e.f.ha una medesima proportione alla detta,b,c,per dimostrar questo sia un'altra uolta quello che è contenuto sotto della,d,b,et della.

Ma che.q.& .x.siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo è manifesto che dal,q,al.x.e si come dal.p.al.u.et è manifesto che.p.et.u. sono incommensurabile, perche se non sono.u.& .t.seranno commensurabili e però etiam,m,& ,s,& non sono, adonque è manifesto dalla linea.a.rationale solamente in potentia esser produtte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e però etiam differente in diffinitione e in spetie, ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano generate per questa uia da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diuerse si in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale sian generate per questa uia medesima da qualunque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano,a, & b,rationale solamente in potentia communicanti, ouero siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proportione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa uia dalla,a,siano,c,d,e,et quelle che procedeno dalla.b,siano,f,g,h,dico che niuna delle linee,c,d.e,communica in longhezza ouer in potentia con alcuna delle linee,f,g,h,perche conciosia che,c,& ,f,sian li lati tetragonici de,a,& ,b,& ,d,& g,sian li lati tetragonici de,c,& f,& ,e,& h, siano li lati tetragonici de,d,& ,g,nõ è possibile che alcuna de queste,c,d,e,cõmunichi con la sua comparata delle,f,g,h,ouer in longhezza,ouer in potẽtia, perche posto che,e,communichi o in l'uno o l'altro modo con,h,seguita che,d, cõmunichi con, g,& ,c,con,f,per laqual cosa e etiam,a,con,b,in longhezza che cõtra al presupposito,et è uniuersalmente uero dire qual se uoglia de queste esser incõmensurabile in l'uno e l'altro modo a quala si uoglia de queste impero che dato che,d,cõmunichi cõ h,etiam in potẽtia solamente, seguita che anchor.c.communichi con,g,& a,con,f, laqual cosa non è possibile ma bisogna auertir che quãdo dico el lato del lato nõ intendo altro che'l lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea,a,chiamo quella linea che po in la superficie detta ouer denominata dalla linea,a,e tal superficie e quella laquale è contenuta della linea,a, e da una linea rationale in longhezza detta ouer denominata da uno,adonque sel te pare de trouar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea,a,della qual uoglio trouar el lato tetragonico e sia.b.una linea rationale in longhezza denominata dalla unità (e questa e la minima de tutte le linee rational numerate da intreghi e la,c,sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonque,c,(per la 16.del sesto) e el lato tetragonico de,a,pche dal,a,in,b,e dal,c,in se uien fatto una medesima superficie e la superficie fatta dal,a,in,b,e detta del, a, perche cadauna quãtità laqual sia produtta da qual si uoglia quãtità dutta in uno e denominata da q̃lla che multiplica uno,e nota che quando, c,serà el lato tetragonico della linea,a,indifferẽ



della quale li nomi.f.k.K.e.sono incommensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioè a essi.c.d.d.b.& in la medesima proportione, & ha el medesimo ordine a esso.b.c.che era da demostrare.

Il Tradottore.



Per trouar la linea.f.K.che sia in proportione al.e.k.come e la.b.f.al.f.e.cauarai la.f.e.dalla.b.f.(perche la.b.f.è maggiore della.f.e.perche etiam la.c.d.è maggiore della.d.b.per el presupposito) & torai la differentia de detti.b.f.& f.e.qual poniamo sia.l.poi si come la.l.alla.b.f.trouerai la quarta in quella proportione al.f.e.qual pongo sia.f.k.dalqual ne cauaremo la.f.e.restarà.e.k.per suo consequente come uedi in figura.

Anchora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioè il produtto del residuo in se hauere uno medesimo ordine al produtto del binomio in se laqual cosa facilmente demostrarai in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secondo lato di l'un (per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro (per la nonagesima settima) serà residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo hauerano uno medesimo ordine fra loro per ilche (per la prima del sesto) le loro superficie hauerano il medesimo ordine che è il proposito.

Theorema.91. Propositione.114.

113 Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza forma uno binomio, li nomi dilquale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quel lo che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua si caua nella prattica che a dure ogni residuo nel suo binomio (ouer a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale.a.& lo residuo sia la.b.d.& al quadrato della.a.sia equale a quello che se contiene sotto delle.b.d.& k.b.acciochè quella superficie rationale fatta dalla.a.posta sopra a essa.b.d.(residuo) la larghezza di quella faccia la detta.k.b. Dico che la.K.b.è uno binomio li nomi dil quale sono commensurabili alli nomi del detto.b.d.& in una medesima proportione.& che la medesima.K.b.hauerà uno medesimo ordine alla.b.d.sia la.d.c.la linea continente

alla

g. equale al quadrato della, a, adonque quello che contenuto sotto delle, b, c, & e, f,
e equale a quello che contenuto sotto delle, b, d, & g, adonque (per la seconda parte
della sestadecima del sesto) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, g, alla, e, f, & la, c, b,
è maggior della, b, d, adonque (per la decima quarta del quinto) & la, g, è maggio
re della, e, f, sia la, e, h, equale alla, g, adonque (per la settima & undecima del
quinto,) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, h, e, alla, e, f, adonque (per la decima
settima del quinto) è manifesto che si come la. c. d. alla. d. b. cosi è la h. f. alla. f. e. &
si come la. h, f, alla, f, e, cosi sia fatta la. f. k. alla. k. e. adonque tutta la. h. k. (per la
terzadecima del quinto) a tutta la. k. f. e si come la. f. k. alla. k. e. perche si come uno
de antecedenti a uno di consequenti, cosi è tutti li antecedenti a tutti li consequen
ti & (per la undecima del quinto) si come la. f. k. alla. k. e. cosi è la. c. d. alla. d. b. ado
que per la detta undecima del quinto) & si come la. h. K. alla. k. f. cosi è la. c. d. al-
la. d. b. & lo quadrato della. c. d. e commensurabile a quello della, b, d, adonque (per
la decima quarta de questo) & lo quadrato della. h. k. è commensurabile a quello
della, f, k, & (per la decima ottaua del sesto) si come è lo quadrato della. h. k. a
quello della, k, f, cosi è la, h, k, alla. K. e. perche quelle tre linee. h. k. k. f. & k. e. sono
continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la, h, k, e
commensurabile in longhezza alla. K. e. per laqual cosa (per la duodecima di que-
sto) & la, h, e, è commensurabile alla. e. k. in longhezza, & perche (dal presuppo-
sito) lo quadrato de, a, è equale a quello che contenuto sotto delle due linee, e, b, b,
d, & lo quadrato de, a, e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle
due linee, e, b, b, d, è rationale & è posta sopra a quella, b, d, rationale, adonque
etiam la, e, h, e rationale et commensurabile in longhezza, alla detta, b, d, per la-
qual cosa la, e, k, (a quella commensurabile) e rationale è commensurabile alla me-
desima, b, d, in longhezza, adonque perche si come è la, c, d, alla, d, b, cosi è la, f, k,
alla, k, e, & le dette, c, d, d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque
etiam le dette, f, K, K, e, (per la decima quarta de questo) sono commensurabile so-
lamente in potentia, etiam la, k, e, è rationale & commensurabile in longhezza al
la, b, d, adonque la, k, f, e rationale & alla, c, d, commensurabile in longhezza,
adonque le due, f. k. k. e. sono rationale commensurabile solamente in potentia (per
la decima quarta di questo) adonque la, f, e, è uno residuo et e certo che la, c, d, e piu
potente della, d, b, over in el quadrato d'una linea a se commensurabile ouero a se
incommensurabile, certamente se la, c, d, puo piu della, d, b, in el quadrato di una li
nea a se commensurabile etiam la. f. k. (per la sestadecima de questo) puo piu della.
k. e. in el quadrato di una linea a se commensurabile, & se la. c. d. sera commensura
bile a una posta rationale in longhezza etiam la. f, k, & se la sera la. d. b. etiam
la. k. e. & se ne l'una ne l'altra delle dette. c. d. & d. b. etiam ne l'una ne l'altra del
la dette, f, x, x, e. ma se la. c. d. puo piu de essa. b. d. in el quadrato di una linea a se in
commensurabile etiam la. f. x. puo piu de essa. x. e. in el quadrato di una linea a se in
commensurabile & se la, c, d, e commensurabile in longhezza a una proposta ra-
tionale & similmente la, f, x, & se la, b, d, & la, k, e. & se ne l'una ne l'altra delle
c, d, d, b, etiã ne l'una ne l'altra delle, f, k, k, e, per laqual cosa la detta, f, e, e residuo

longhezza una posta rationale, similmente etiam la.K.f. & se la.c.d. etiam la.f.b. et se ne l'una ne l'altra delle due,b,c,c,d, similmente ne l'una ne l'altra delle due K.f.f.b. adonque la.K.b.e uno binomio del quale li nomi.k.f.f.b. sono commẽsurabili alle due.b.c.c.d. nomi del detto residuo & in una medesima proportione oltra di questo la.k.b. alla.b.c. haverà un medemo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

Doue che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la.k.f. alla.f.b. & la,f,b, alla f,e, cosi è il quadrato della.K.f. al quadrato della,f, b, uol inferir, che quelle due pportioni che giaceno fra quelle tre linee cõtinue proportional, i summa sono quanto che quella sola proportione che e del quadrato della,K,f, al quadrato della,b,f, (per la ũdecima del quinto.) Anchora doue che di sopra cõchiude che (per la decima di questo) la,k,f, e rationale e cõmensurabile alla,b,c, in longhezza tal conclusione se uerifica ĩ questo modo, perche di sopra fu demostrato che la,K,e, era rationale (per esser equale alla,g,) e commensurabile alla,b,c, in longhezza et la,k,f, uiẽ a esser commẽsurabile alla medesima,k,e, (per la duodecima di questo) adonque (per la decima di questo) le due linee,b,c, & ,k,f, uengono a esser commensurabili e perche la,b, c, e rationale (largo modo) etiam la,k,f, serà rationale (pur largo modo) cioè in longhezza, ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a uoler trouare la,b,f, alla,f,e, si come la,b,K, alla b,e, bisogna (per la terzadecima del sesto) far della,b,e, due tal parti proportionali come è anchora la,b,k, alla,b,e, laqual se pone che la sia le,e,f, & ,f,b, et la,f,b, al la,f,e, serà si come la,k,b, alla,b,e, poste in longo l'una drieto all'altra.

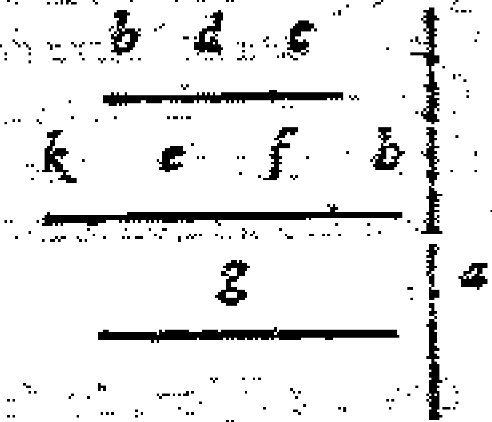
Anchora bisogna notare che'l pare che la spositione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioè doue che'l dice che quello che uien generado, ouero produtto dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che uien generado, ouer produtto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno di tali produtti è denominato secondo la denominatione è ordine del binomio primo, & l'altro seconda la denominatione & ordine del residuo primo li quali ordini sono simili ideo, &c.

Theorema. 92. Propositione. 115.

Se una area serà compresa sotto a uno residuo & a uno binomio, del
0/114 quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione, la linea potente in detta superficie serà rationale.

Sia compresa una area sotto al residuo,a,b, & al binomio,c,d, & siano li nomi de quel binomio,c,e,e,d, (per la.113. di questo) cõmensurabile alli nomi. a.f.f.b. de quel residuo & in una medesima proportione et sia la,g, la linea potente in quella superficie contenuta sotto delle,a, b, c, d, dico che la detta linea, g, e rationale

per-

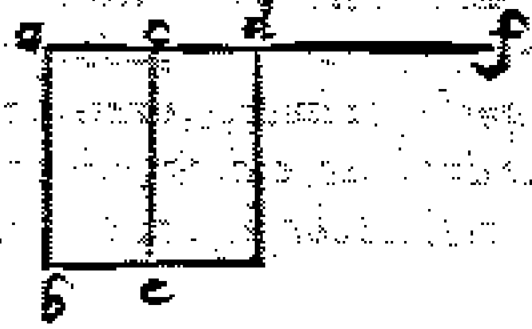


alla.b.d.(per la ſettuageſima nona di queſto) adonque le due linee.b.c.c.d.(per la ſettuageſima terza di queſto) ſono rationali commenſurabili ſolamente in potentia & a quella ſuperficie fatta dal.a.in ſe ſia equale a quella che contenuto ſotto delle due linee.b.c.& .g.& poſta ſopra alla.b.c.rationale adonque (per la vigeſima de queſto) la.g.è rationale & commenſurabile in longhezza alla detta.b.c.adonque perche quello che è contenuto ſotto delle due linee.b.c.& .g.è equale a quello che contenuto ſotto delle due.b.d.& .k.h.(per la ſeſtadecima del ſeſto) ſono proportionale cioè ſi come la.b.c.alla.b.d.coſi è la.k.h.alla.g.& la.b.c.è maggiore della.b.d.adonque etiam la.k.h.è maggiore della.g.ſia tolta ouero tagliata la.h.e.equale alla.g.adonque la.k.e.è commenſurabile alla.b.c.in longhezza, et perche ſi come è la.c.b.alla.b.d.coſi è la.h.k.alla.k.e.conuertendo adõque (per lo correlario della decimanona del.5.) ſi com'è la.b.c.alla.c.d.coſi e la.k.h.alla.h.e.hor ſi come la.k.h.alla.h.e.coſi ſia fatta la.h.f.alla.f.e.adonque & la rimanẽte.k.f.alla.h.f.e ſi come la.k.h.alla.h.e.et queſto è ſi come la.b.c.alla.c.d.et le dette.b.c.& c.d.ſono commenſurabile ſolamẽte in potentia, adonque (per la decima quarta de queſto) le dette due.k.f.& .f.h.ſono commenſurabile ſolamente in potentia.& perche ſi come la.k.h.alla.h.e coſi è la.k.f.alla.h.f.ma ſi come la.k.h.alla.h.e.coſi è la.h.f.alla.f.e.adonque (per la undecima del quinto) etiã ſi come la.k.f.alla.f.h.coſi è la.h.f.alla.f.e.per laqualcoſa (per el correlario della decima nona del ſeſto) ſi come la prima alla terza & coſi è el quadrato della prima al quadrato della ſeconda adonque (per la undecima del quinto) & ſi come la.k.f.alla.f.h.et la.h.f.alla.f.e.coſi è el quadrato della.k.f.al quadrato della.f.h.& lo quadrato della.k.f.è commenſurabile al quadrato della.f.h.perche le dette.k.f.& .f.h.ſono commenſurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de queſto) la.k.f.e commenſurabile alla.f.e.in longhezza, per laqualcoſa etiam la.e.k.(per la duodecima di queſto) e commenſurabile in longhezza alla.f.e.& (per la decima di queſto) la.k.f.è rationale & commenſurabile in longhezza alla.b.c.& perche ſi come la.b.c.alla.c.d.coſi è la.k.f.alla.f.h.anchora permutatamente (per la ſeſtadecima del quinto) ſi come è la.b.c.alla.k.f.coſi e la d.c.alla.f.h.& la.b.c.è commenſurabile alla.k.f.adonque etiam la.f.h.è commenſurabile alla.c.d.& eſſe.b.c.c.d.ſono rationale commenſurabile ſolamente in potentia, adonque etiam eſſe.k.f.& f.h.ſono rationale commenſurabile ſolamẽte in potentia, adonque la.k.h.e uno binomio, adonque (per la ſeſtadecima di queſto) ſe la.b.c.e piu potente della.b.d.in el quadrato d'una linea a ſe commenſurabile etiam la.k.f.ſerà piu potente della.f.h.in el quadrato d'una linea a ſe commenſurabile & ſe la.b.c.e commenſurabile in longhezza a una poſta rationale, & la.f.h.anchora, ma ſe ne l'una ne l'altra delle due.b.c.& .c.d.etiam ne l'una ne l'altra delle due.k.f.et.f.h.ma ſe la.b.c.è piu potente della.c.d in el quadrato di una linea a ſe incommenſurabile, ſimilmente la.k.f.ſerà piu potente della.f.h.in el quadrato d'una linea a ſe incommenſurabile, & ſe la.b.c.è commenſurabile in la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della,e,adonque la linea.c.e è irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale (per la lemma della uigesima terza de questo) è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una rationale la larghezza sarà una mediale, hor sia un' altra uolta quello che contenuto sotto delle due,b,c,e quale al quadrato della,d, adonque el quadrato della,d,e irrationale & similmente la,d, & non è simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a una rationale la larghezza di quella serà simile alla.c.similmente anchora seguitarà questo ordine, procedendo in infinito:adonque è manifesto che dalla mediale uengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

Il procedere di questa ispositione ouero propositione è simile a quello per noi posto sopra la.112.propositione & è un procedere schietto e chiaro elqual si puo applicare a caduna altra delle.13 irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.

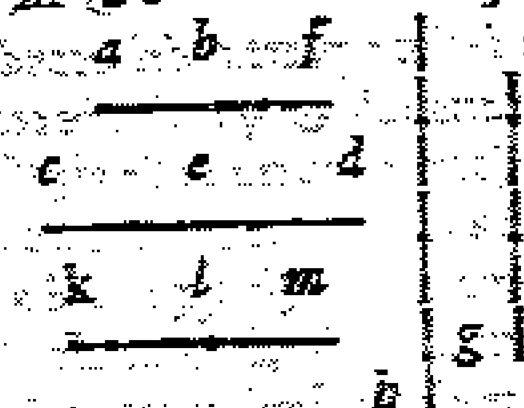


Sia la linea.a.c.mediale. Dico che dalla.a.c.uengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia estratta la linea.a.b. a angoli retti (per la undecima del primo) sopra alla,a,c,& la.a.b.sia rationale & sia compito lo rettangolo.b.c. adonque il detto rettangolo.b.c. (per la uigesima terza di questo) e irrationale & la linea potente in quello è irrationale, anchora per lo lemma auanti) la uigesima terza di questo)la potente in quello sia la,c,d,adonque la,c,d,è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational farà per larghezza una linea mediale un' altra uolta sia compito lo rettangolo.e.d. adonque lo detto rettangolo.e.d.è irrationale & la linea potente in quello è irrationale & sia la detta potente in quello la.d.f.adonque la.d.f.irrationale,e non è simile ad alcuna delle prime per che essendo posto el quadrato de alcuna di quelle: cioè d'una simile sopra una rationale farà la larghezza una simile alla.c.d.adonque da una linea mediale uengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si puol dimostrare che dal binomio uengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle serà simile ad alcuna delle anciane il medesimo se approuerà de residuo e di caduna altra delle sue compagne.

Theo-



perche essendo posta fora la linea, b, rationale et sia posto sopra la linea, c, d, una superficie equale al quadrato della, b, laqual faccia la larghezza, k, l, adonque, k, l, e uno residuo (per la 113. di questo) li nomi del quale (siano, k, m, m, l,) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le, c, e, & e, d, & in una medesima proportione per laqual cosa & le medesime, k, m, l, m, (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a, f, f, b, & in una medesima proportione, adonque si come è la, a, f, alla, f, b, cosi è la, k, m, alla, m, l, l'una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la, a, f, alla, k, m, cosi è la, b, f, alla, l, m, adonque etiam la restante, a, b, (per la decima nona del quinto) alla restante, k, l, e si come la, a, f, alla, k, m, & la, a, f, e commensurabile alla, k, m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a, b, e commensurabile alla, k, l, & per la costruttione si come è la, a, b, alla, k, l, cosi è quello che è contenuto sotto delle, c, d, & a, b, a quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, è commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, è equale al quadrato de, b, adonque quello che contenuto sotto delle, c, d, & a, b, è commensurabile al quadrato de, b, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, a, b, è equale al quadrato della, g, adonque etiam lo quadrato della, g, è commensurabile al quadrato de, b, & lo quadrato de, b, è rationale, adonque etiam lo quadrato de, g, adonque (per la diffinitione de questo) la linea, g, e rationale & quella è la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c, d, & a, b, adonque le una area serà compresa sotto a uno residuo, & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

Che la superficie contenuta sotto delle due linee, a, b, & c, d, alla superficie contenuta sotto delle due, k, l, & c, d, sia si come la linea, a, b, alla linea, k, l, facilmente se verifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale è la linea, c, d.

Correlario.

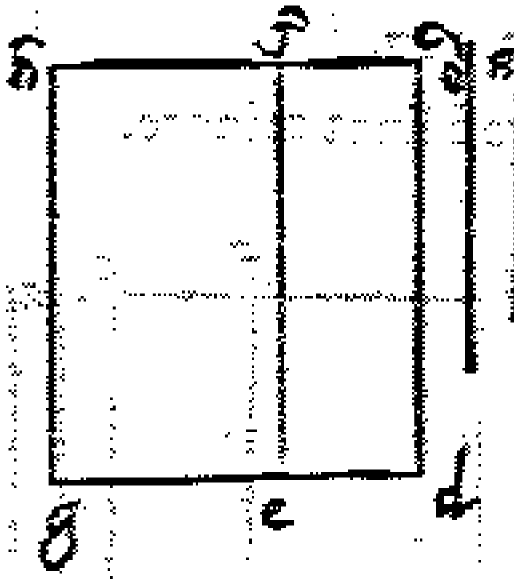
o
114 Per laqual cosa a noi è fatto manifesto che egliè possibile una area rationale esser cōtenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema. 93. Propositione. 116.

o
115 Infinite linee irrationale, uengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile ouer medesima a niuna di quelle che erano per auanti.

Sia la, a, una linea mediale, Dico che dalla, a, uengono fatte infinite irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea, b, rationale & a quello che è contenuto sotto delle due, a, b, (per

la



f.g.equale al quadrato della.b.(per la vigesima ottaua del sesto)che faccia la larghezza.f.h.adonque perche la.a.è commensurabile alla.b.adonque lo quadrato de.a.è commensurabile al quadrato de.b.& al quadrato de.a.la superficie.c.e.è equale & al quadrato della.b.è equale la.f.g.adonque la superficie.c.e.commensurabile alla superficie.f.g.perilche la linea.c.f.e commensurabile in longhezza alla.f.h.& la.c.f.e residuo quinto,adonque & la.f.h.e residuo quinto et la.f.e.è rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area,e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale(per la nonagesima quinta di questo)& la linea.b.e la potente in la detta superficie.f.g.adonque.b.e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale.che era da demostrare.

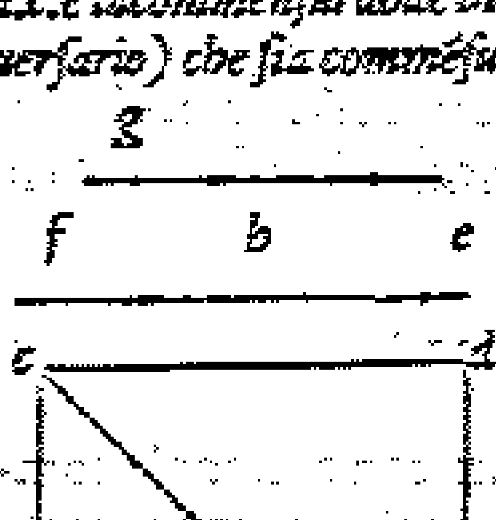
Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo espositore uole che se essequisca per la uigesima ottaua del sesto bisogna seruirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta uigesima ottaua propositione non è a proposito.

Theorema.96. Propositione.119.

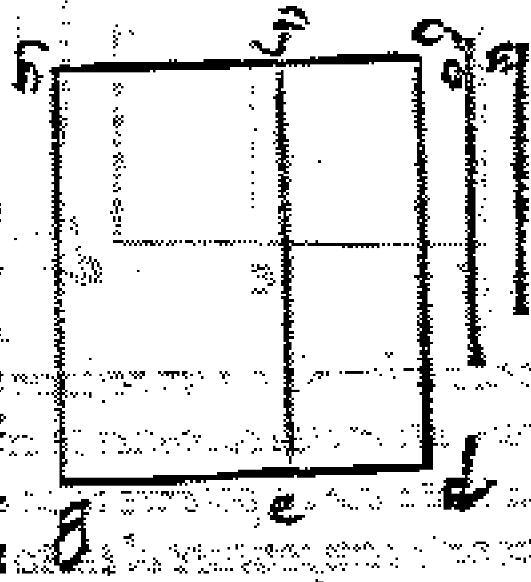
o/118 Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate el diametro è incommensurabile in longhezza al lato.

Sia el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quella sia.a.c. Dico che lo diametro.a.c.è incommensurabile in longhezza al lato.a.b.perche se eglie possibile(per l'aduersario)che sia commensurabile,dico che l'aduenirà che'l numero paro,& lo disparo seranno un medesmo,certamente egliè manifesto(per la penultima del primo)che el quadrato del.a.c.è doppio al quadrato del,a,b,et perche la,c,a,è commensurabile alla,a,b,adonque la,a,c,alla,a,b,ha proportione come di numero a numero(per la quinta di questo)hor poniamo che habbia quella che ha lo numero,e,f,al numero,g,& siano,e,f,&,g,li minimi numeri che habbiano la medesima proportione de quelli adonque,e,f,non è la unità perche se,e,f,è la unità et ha la proportione al,g,che ha la,a,c,alla,a,b,& la,a,c,è maggiore della,a,b,adonque la unità,e,f,è maggiore del numero,g,che è impossibile,adonque e,f,non è la unità,adonque è numero,et perche è si come la,a,c,al la,a,b,cosi è,e,f,al,g,adonque(per la undecima del quinto)si come lo quadrato del,c,a,al quadrato del,a,b,cosi è el quadrato del,e,f,al quadrato de,g,& lo quadrato



Theorema 94. Propositione. 117.

o
116 **Ogni linea commensurabile alla linea minore è linea minore.**



Sia a una linea minore & a questa, a, sia commensurabile la b. dico che la b. e una linea minore & per dimostrare questo sia posta la c.d. rationale & sopra quella (per la uigesima ottaua del sesto) sia posta la superficie, c, e, equale al quadrato della, a, che fa la larghezza, c, f, adonque la, c, f, e uno residuo, & sopra la, f, e, sia posta la, f, g, equale al quadrato della, b, che faccia la larghezza, f, h, adonque perche la. a. e commensurabile alla, b, etiam lo quadrato della, a, e commensurabile al quadrato della b. & al quadrato della a. è equale la superficie. c. e. & al quadrato della. b. è equale la superficie. f. g. adonque la superficie, c, e, è commensurabile alla, f, g, & si come la, c, e, alla, f, g, cosi è la linea, c, f, alla, f, h, adonque la, c, f, è commensurabile alla, f, h, in longhezza & la. c. f. (per la centesima di questo) è residuo quarto, adonque etiam la, f, h, è residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la, f, e, è rationale, & se una area sia compresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area e linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area. f. g. e la linea. b. adonque la. b. e linea minore che era da demostrare.

Il Tradottore.

A uolere mettere sopra la linea, c, d, la superficie, c, e, equale al quadrato della. a. tal problema non se puol essequire (per la uigesima ottaua del sesto) come dice la essositore anci alle due linee, c, d, & , a, b, bisogna (per la decima del secondo) trouarui una terza in continua proportionalità quala sia la, c, f, onde la superficie, c, e, serà equale al detto quadrato della. a.

Theorema. 95. Propositione. 118.

Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale componente el tutto mediale e linea gionta con rationale componente el
o
117 **tutto mediale.**

Sia. a. la linea, gionta con rationale componente el tutto mediale, & la. b. sia commensurabile a quella, dico che la, b, e una linea gionta con rationale componente el tutto mediale, sia esposta la linea. c. d. rationale & sopra la detta. c. d. sia messa la superficie. c. e. equale al quadrato della. a. che faccia la larghezza. c. f. adonque la. c. f. (per la. 101. di questo) è residuo quinto, & sopra la. f. e. sia messa la

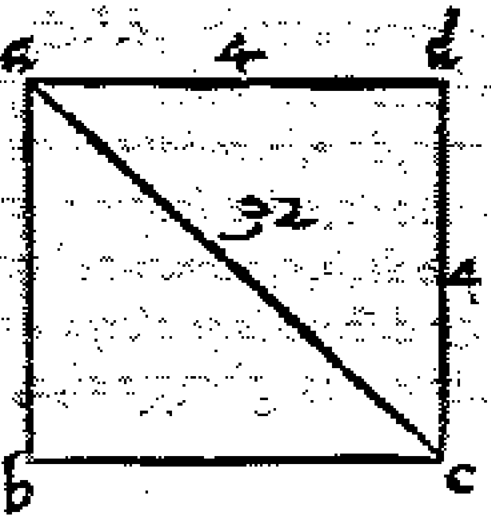
f. g.

tanto .a. non è commensurabile al .b. adonque è commensurabile, che bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

Questa medesima propositione se dimostra sopra la nona laqual nona e la settima in la prima tradottione.

Le infrascritte sono alcune postille ouer ispianationi sopra la precedente.



Sia el quadrato .a. b. c. d. & lo diametro di quello sia .a.c. & è manifesto che lo triangolo .c. d. a. è isoscelo cioè che quello lo lato .d.a. equale al lato .d.c. & similmente lo triangolo .a. b. c. è isoscelo, sia adonque el lato .d.a. de quattro unità, ouer de quattro piedi, & sia etiam .c.d. quattro, per laqual cosa è manifesto che el quadrato de .d.a. e .16. unità ouer .16. piedi & cosi etiam el quadrato de .c.d. è sedeci unità ouer piedi ma perche el quadrato de .a.c. è equale a quelli duoi quadrati de .d.a. & .d.c. si come e stato demostrato in la penultima del primo & è manifesto che el quadrato de .a.c. è doppio al quadrato de .d. a. & lo quadrato de .d. a. e de sedeci unità adonque el quadrato del diametro serà trenta duoi cioè serà el doppio, ma perche le linee commensurabile in longhezza sono quelle che alcuna quantità li misura li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato, ma facendo 32. alcuna quantità non lo misura per il lato ne etiam li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro, adonque lo diametro è incommensurabile in longhezza al lato, perche quello che fa trentaduoi il lato de .5. unità e de minuti .39. lequale cinque unità e minuti trenta noue e quattro non hāno alcuna commune misura per laqual cosa trenta duoi a sedeci si come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato.

Il Tradottore.

La sopra ascritta demostratione è assai confusa & massime doue che el lato del quadrato di trenta dui & cinque unità e .39. minuti lequale cinque unità & trenta noue minuti & quattro unità non hanno alcuna commune misura &c. laqual parte mi pare fora de proposito in due cose la prima che non so doue lui troua che el lato del quadrato di trentaduoi sia cinque unità e trenta noue minuti & se pur fussi cosi (laqual cosa non è) el detto lato de cinque unità & trenta noue minuti seria commensurabile alle quattro unità et la commune lor misura seria un minuto laqual cosa è fora del proposito, ideo &c.

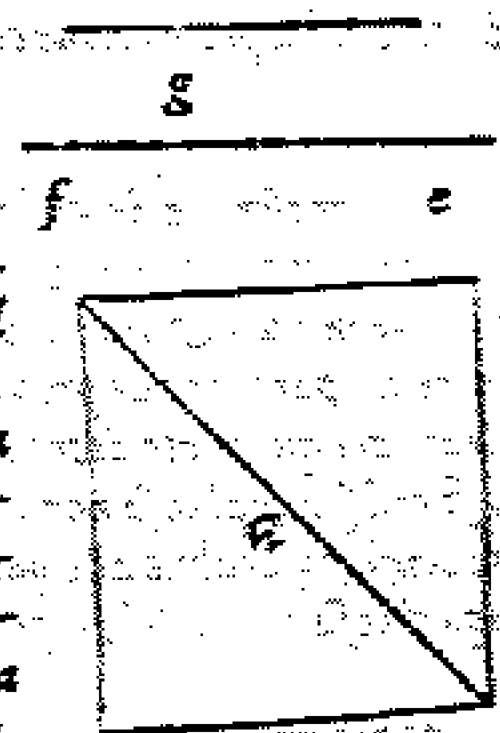
Al presente delle trouate rette linee .a.b. incommensurabile in longhezza piu altre sorte quantità ouero grandezze per le due diffinitione uengono trouate, dico

delle

drato de,a,c,è doppio al quadrato de a,b,adonque etiam lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g, adonque al quadrato de,e,f,è numero paro per laqualcosa etiam,e,f,è paro perche se'l fusse disparo el suo quadrato seria disparo (per la uigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualunque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara,etiam el tutto serà disparo,adonque,e,f,e però sia segato (per la decima del primo),e,f,in due parti equali in ponto,h, & perche li duoi numeri,e,f,g, sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la uigesima terza del settimo) sono fra loro primi, & lo,e,f,e paro, adonque, g,è disparo,perche se'l fusse paro lo numero binario misuraria tutti duoi,e,f, & g, & perche el numero paro ha le parti mediante primi fra loro laqualcosa è impossibile,adonque,g,non è numero paro & perche,e,f,è doppio,de,e,h,adonque el quadrato,de,e,f,è quadruplo al quadrato de,e,h,et lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g,adonque el quadrato de,g,è doppio al quadrato de,h,e,adonque el quadrato de,g,è paro,adonque per le cose dette el,g,è paro & disparo laqualcosa è impossibile e per tanto lo diametro,c,a,non è commensurabile in longhezza al,a,b, adonque egli è incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato,per el diametro sia,a, & per el lato sia,b,dico che,a,è incommensurabile in longhezza al,b,perche se possibile è (per l'aduersario) sia commensurabile & sia fatto un'altra uolta si come,a,al,b,cosi sia el numero,e,f, al numero,g, & sian li detti numeri,e,f,g,li minimi di quelli che hanno la medesima proportione, adonque li detti numeri,e,f,g,sono primi fra loro,primamente dico che,g,non è la unità perche se fusse possibile sia la unità & perche si come,a,al,b,cosi è,e,f,al,g, adonque (per la undecima del quinto) etiam si come el quadrato dei,a, al quadrato de,b,cosi è el quadrato de,e,f,al quadrato de,g, & lo quadrato de,a, è doppio al quadrato de,b,adonque et lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g, & g,e la unità adonque el numero binario è numero quadrato laqual cosa è impossibile e per tanto,g,non è la unità adonque è numero & perche e si come el quadrato de,a,al quadrato de,b,cosi è el quadrato de,e,f, al quadrato de,g, una altra uolta si come el quadrato de,b,al quadrato de,a,cosi è el quadrato de,g,al quadrato de,e,f,e lo quadrato de b, misura el quadrato de a, & lo quadrato de,g, misura el quadrato de,e,f, & per esser supposto per l'aduersario che il lato del quadrato de,b,cioè,b,sia commensurabile al lato del quadrato de,a, cioè al,a, perlaqualcosa etiam lo lato del medesimo,g,misura lo lato de,e,f,etiam,g,se misura se medesimo, adonque,g, misura ambidui,e,f,g, liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per



tanto.

LIBRO VNDECIMO DI EVCLIDE, DI CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

1/1 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini dil quale sono superficie.

Il Tradottore.

QVESTA prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 2.

2/2 La linea eretta sopra una superficie è quella che fa li angoli retti, con cadauna delle linee a se conterminale che se ispandano in quella superficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.

Sia intesa in la linea.a.b.elleuarse sopra el piano talmente che'l ponto.a.sia immaginato in aere &.b. in piano & dal ponto.b. sian dutte piu linee in el medesimo piano, come la.b.c, &.b.d, & quante altre si voglia, adonque se serà cosi che la linea.a.b.con la linea.b.c. & con la linea.b.d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto b. in quel piano contenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in laquale sono protratte queste linee cioè.b.c. & b.d. & altre con lequale quella è posta contenere angolo retto.

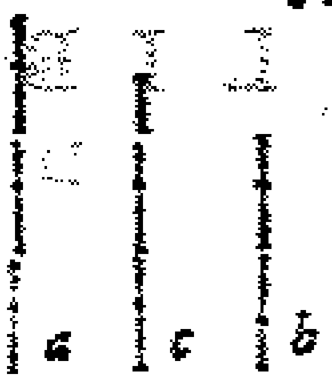
Diffinitione 3.

3/3 Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni uolta che da uno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale stiano fixe in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie.a.b.c.d.elleuata in aere & la superficie.c.d.e.f.giacere in piano & intendemo la linea.c.d.esser el commun termine de ambedue, e per tanto in quella sia signato el ponto.g.dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea.c.d.cioè una in la superficie.c.d.e.f.laqual sia

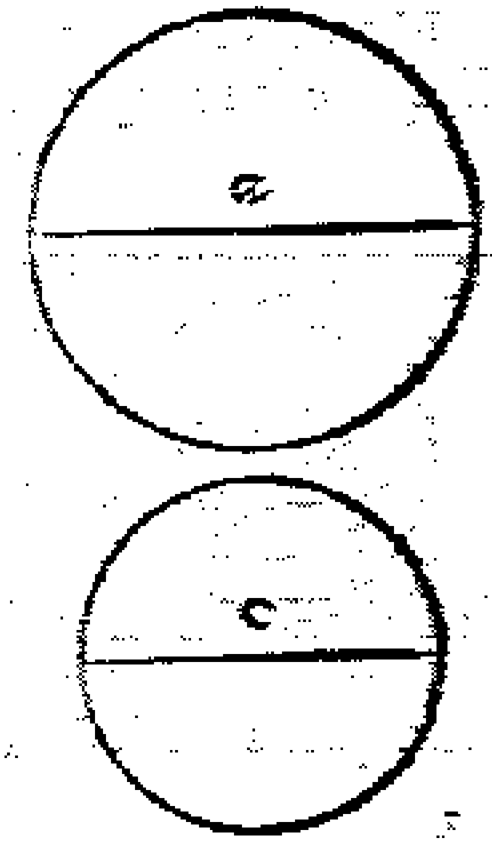
la.g.

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se trouaremo la, c, media proportionale fra le due rette linee, a, b, adonque si come è la, a, alla, b, cosi è qualunque specie de superficie descritta sopra la, a, a un'altra simile descritta sopra la, c, o siano quadrati ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchij attorno alli diametri a. & c. e perche certamente li cerchij fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.



Il Tradottore.

Anchora in questa altra soprascritta espositione tal commentatore preterisse alquanto l'ordine di l'Auttore massime in quella parte doue dice che li cerchij fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, laqual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa, uero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è licito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha hauuto notitia ne a uscir di quello che propone il testo.



E per tanto per le demostrate differentie di due diuisioni delle superficie incommensurabili, demostraremo quelle speculationi che sono per li solidi qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile, perche si sopra quelli quadrati de, a, & , b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouer pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi constituti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili et se delli duoi proposti cerchij descriueremo coni ouero cylindri de equal altezze, seranno fra loro si come le base, cioè si come li cerchi a. b. & se essi cerchij sono commensurabili, similmente & essi coni è cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchij seranno incommensurabili, anchora li coni è cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se ritruoua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le soprascritte cose sono fuora de ordine, cioè a uoler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscono nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

rette questo non è necessario, cioè ouero essere equidistante, protratte in l'una e l'altra parte concorrere certaméte quelle che non sono in una medesima superficie, nõ sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorrano.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Verbi gratia se'l fusse duoi corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambidui fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamé li detti corpi non seriano simili, perche bisogna ch'el numero delle superficie che contien l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fusseno contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambiduoi sotto a otto e però dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

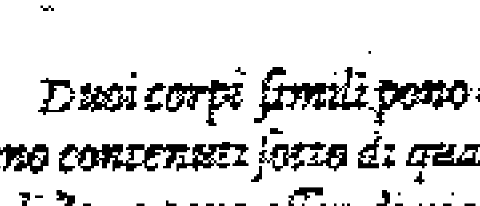
5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili & de numero & quantità equale.

Il Tradottore.

Duoi corpi simili pono esser equali et inequali perche quantunque ambidui fusseno contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli di l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e però quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fusseno equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & così si debbe intendere se fusseno contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simili de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono paralellogramme & due triangole, e detto seratile.



Vno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistante alli lati delle due superficie disopra, ha la ispressa similitudine del corpo seratile.

Il Tradottore.

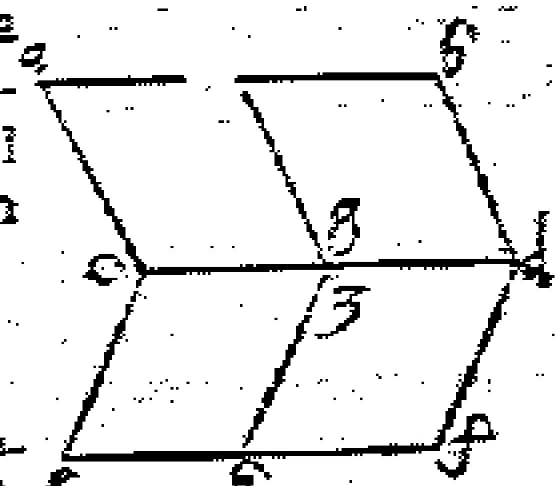
Questo corpo che disopra è detto seratile, in la seconda tradottione è detto pri-

sma,

la.g.k.& l'altra in la superficie.a.b.c.d.laqual sia la.g.h.se adonque l'angolo, che contien queste due linee perpendicolari cioè.g.h.et.g.K.serà retto la superficie.a.b.c.d.è detta orthogonalmente eretta sopra la superficie.c.d.e.f.

Diffinitione. 4.

o La inclinatione d'un piano a un piano e la
4 cōprehensione de l'angolo acutto sotto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra al commun segmento a uno médesimo ponto in l'uno e l'altro di quelli piani.



Il Tradottore.

La sopra scritta diffinitione ne aduertisse (per le cose che seguita) che cosa uoglia dire, ouer che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie laquale inclinatione nō è altro che la comprehensione dell'angolo acutto sotto a quelle due linee.k.g.& h.g.della figura della precedēte, cioè se le dette due linee cōteneranno angolo retto la superficie.a.b.c.d.serà eretta sopra alla superficie.c.d.e.f.come fu detto sopra alla pcedēte. Ma quādo le dette due linee conteneranno uno angolo acuto la superficie.a.b.c.d.se dirà esser inclinata sopra alla superficie.c.d.e.f.& la detta inclinatione non e altro (come detto di sopra) che la comprehensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritroua solamente, in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

o Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un'altro, a uno
5 altro quādo li āgoli delle predette inclinationi serāno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie: ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili ouer equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili: ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

4 Le superficie equidistante sono quelle, che protratte in qual parte si
6 uoglia non concorreno, etiam se quelle siano produtte in infinito.

Quello che è stato detto el se intende, tamen tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero che elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorrerāno in alcuno luoco & se segaranno sopra una retta linea, ma in le linee

rette

Diffinitione. 12.

0 El centro della sphera e quello che è etiam centro del mezzo cerchio.

14

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 13.

15 Dimetiente della sphera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di essa sphera.

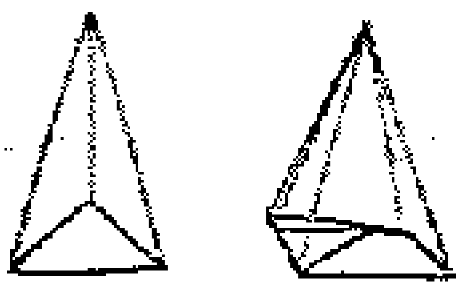
Il Tradottore.

Questa diffinitione similmente se ritroua solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra assis de sphera & dimetiente ouero diametro di sphera, hauendo di sopra nella undecima diffinitione diffinito lassis della sphera, & in questa diffinendo lo dimetiente ouer diametro perliche tengo che la intentione di l'Auttore sia che dimentiente di sphera sia nome generale & assis de sphera sia speciale cioè che ogni assis di sphera e etiam diametro, ouer dimētiente di tal sphera ma non è coquerso cioè che ogni diametto, ouer dimentiente di sphera non è assis di tal sphera, ma solamente lassis è quello sopra dil quale gira ouer si uolta la detta sphera, perliche ha uoluto diffinir lassis differentemente dal diametro ouer dimentiente.

Diffinitione 14.

11

10 Piramide de laterata e una figura corporea laquale superficie che la contien da una restante delle quale sono in suso eretta a uno ponto opposito.



In ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla basa della detta pyramide sono suleuate a un ponto elqual è detto cono della pyramide. & tutte queste superficie laterale sono triangole: e la basa frequentamente non è triangola.

Diffinitione. 15.

13

16 Piramide rotonda è una figura solida, & è el transito del triangolo rettangolo (stāte fermo è fisso l'uno di suoi lati continenti l'angolo ret-

17 to) e circondutto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al loco doue cominciò a esser mouesto, e sel lato fisso serà equal al lato circondutto la figura serà rettāgola: e sel serà piu longo serà accutiāgola, e sel serà piu corto serà occusiangola, e lassi de detta figura è il lato fisso, e la basa sua un cerchio, & questa figura è detta piramide della colonna rotonda.

ſma, uero è che queſto nome priſma e più generale del ſeratile come per la diffinitione appare in la detta ſeconda tradottione laquale dice in queſta forma.

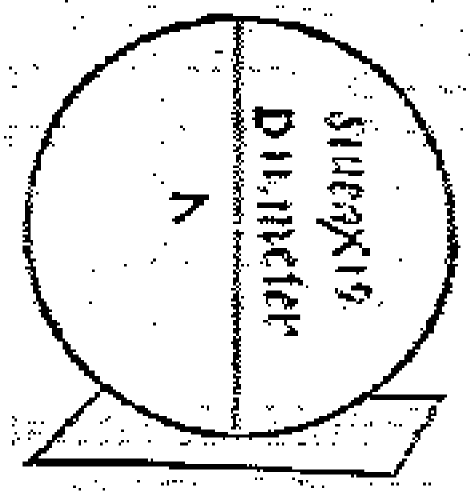
Priſma e una figura ſolida compreſa da ſuperficie piane delle, quale le due che ſono da i capi oppoſiti equale, ſono ſimile & equidiſtante, le altre ſono paralellogramme.

Perche ſeguita che non ſolamente il ſeratile ſe chiama priſma, ma etiam ogni colona laterata, onde ſeguita che ogni ſeratile è priſma ma ogni priſma non è ſeratile, perche priſma è nome generale, e ſeratile è nome ſpeciale.

Diffinitione. 10.

10/12 La ſphera è il trãſito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al luoco doue dette principio a circonuoluerſi (ſtante il diametro fermo e fiſſo.

Il Tradottore.



Cioè fatto un ſemicerchio ſopra qual ſi uoglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio ſe meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel ſe retorni al luocho doue ſi dette principio a mouerlo, quella figura ouer corpo che uien compreſo, ouero deſcritto, ſotto a tal reuolutione ſe chiama ſphera, & queſta diffinitione ha inſegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l ſia il uero el ſi fa che ſe uno artifice uol fare una palla di pietra che ſia perfettamente al ſenſo tonda lui forma prima un mezzo cerchio uacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grande, ouer piccolo ſecondo la qualità della palla, ouero palle che deſidera formare, poi ua ſcarpellando attorno attorno ſecondo l'ordine del detto uacuo di mezzo cerchio cioè giuſtando ſpeſſo quella forma ſecondo che ua ſcarpellando & coſi pian piano la reduſſe a perfettione.

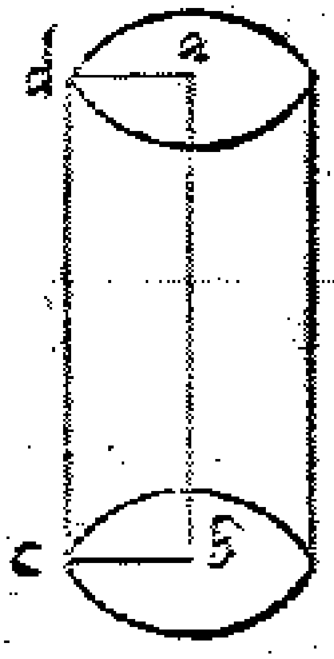
Diffinitione. 11.

0/13 Aſsis della ſphera e la linea che ſta ferma, attorno laquale uien reuoltato, el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Queſta diffinitione ſe ritroua ſolamente in la ſeconda tradottione laqual ne da ad intender qualmente quella linea: attorno della quale uien circõdutto el mezzo cerchio (nella deſcrittione della ſphera) ſe adimãda aſſis della detta ſphera laqual aſſis uien a eſſer el diametro detto mezzo cerchio circondutto.

de della colonna rotonda & della sphera & del cerchio sia uno medesi mo centro.



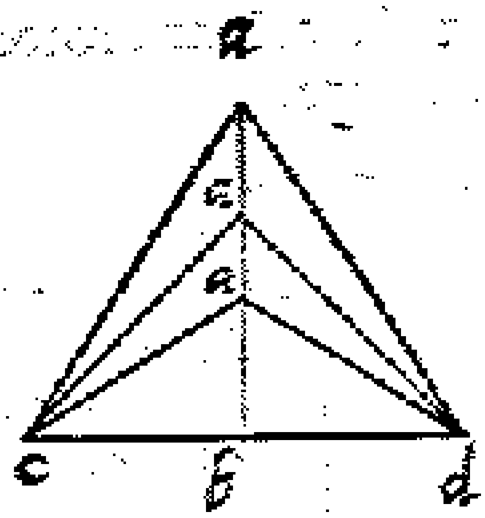
Sia lo paralellogrammo rettangolo, a, b, c, d, & sia fermado lo lato, a, b, & quello fisso sia circondutto tutto lo paralellogrammo per fina a tanto che'l cada ouer ritorni al loco suo adonque la figura corporea descritta dal moto di questo paralellogrã mo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchij l'uno di quali è quello che descriue la linea, c, b, nel moto suo el centro del quale è il ponto, b, & l'altro è quello che descriue la linea. d. a. nel moto suo el centro del quale è el ponto, a, & la linea a, b, (laqual rimane ferma nel moto del paralellogrammo) uien detta assis di questa colonna, e quando hauremo immaginato lo paralellogrãmo, a, b, c, d, quando quello serà peruenuto (nel suo girro) al sito. a. b. e. f. esser cõgiõto al sito (dal qual comincio a mouersi) secõdo la continuatione d'una superficie piana cioè che tutto sia lo paralellogrammo, d, c, e, f, e che in quello hauessemo protratto lo diametro, d, e, serà anchora lo diametro, d, e, diametro della colonna, e perche el se dice esser un medesimo el cẽtro della colonna e della sphera e del circolo, questo debbe esser inteso concisia che de questi la linea diametrale e una medesima, uerbi gratia perche hauemo detto che la, d, e, è necessario hauere il medesi mo con el centro della colonna, perche conciosia che la linea, d, e, seghi la linea, a, b, in ponto, g, et, g, serà el centro della colona. per che la diuide l'assis della colonna in due parti equale e lo diametro della colonna per in due parti equali laqual cosa è manifesta (per la. 26. del primo) perche li ãgoli che sono al. g, son equali per la quintadecima del primo e li angoli che sono al, a, & al, b. sono retti (dal presupposito) anchora la linea, a, d, è equale alla linea, b, e, adõque, d, g, equale al, e, g, & a, g, è equale al, g, b, conciosia che li angoli, c, & f, sono retti se sopra el ponto, g, serà descritto un cerchio secondo el spatio, d, g, sopra la linea, d, e, quel transirà (per lo conuerso della prima parte della trigesima del terzo) per li ponti, c, & f, adonque el ponto, g, è centro del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e però è diametro etiã della sphera, per laqual cosa è manifesto che el cerchio et la sphera de ogni colona rotonda esser circonscrittibili a ogni paralellogrammo rettangolo & cosi è manifesto quello che uol questo theorema.

Il Tradottore.

Questa figura colummale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda tradottione se chiama cylindro però bisogna notare che tanto uol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archi mede è pur detta cylindro uocabol greco.

Diffinitione. 17.

o/19 L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa laquale se uol ta



Sia el triangolo.a.b.c.el qual habbia uno angolo retto el qual sia.b. & sia ficado & fermado l'uno di duoi lati contenenti l'angolo retto.b.& sia lo lato che è ficado.a.b.el qual fisso sia circondutto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comminciò a mouersi, la figura corporea laqual vien descritta dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, della quale sono tre differentie, perche una è rettangola una altra è accutiangola la terza obtusiangola, & la prima è quando il lato.a.b.serà equale al lato.b.c. hor sia come la linea.b.c.quando dal rotato triangolo peruien al sito della linea.b.d. talmente che'l ponto.c.cada sopra el ponto d.& sia fatto una sol linea cioè come quella all'hora sia congionta al sito dal quale comincio a mouersi secondo la rettudine, & serà la linea in questo luoco come la.b.c.d.& perche (per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo) l'angolo.c.a.b. e la mità del retto & però l'angolo.c.a.d.serà retto perilche questa pyramide è detta rettangola: ma sel lato.a.b.sia piu longo del lato.b.c.serà accutiangola perche all'hora (per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medesimo) l'angolo.c.a.b. serà minor della mità del retto è però tutto l'agolo.c.a.d.è minor del retto cioè accuto.per laqual cosa la pyramide e accutiangola. Ma sel lato.a.b.serà piu corto del lato.b.c. serà lo angolo.c.a.b.maggiore della mità d'uno retto (per la trigesima seconda del primo & (per la decima nona del medemo) et tutto l'angolo.c.a.d.el qual è doppio al detto.c.a.b.è maggiore del retto, adonque è ottuso & la pyramide conueniente mente al presente se dice ottusiangola, & la linea.a.b.è detta assis de questa pyramide, & lo circolo che descriue la linea.c.b.sopra el centro.b.è detto basa de quella anchora questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioè di quella che descriueria (dal moto suo) il paralellogrammo che peruiene dal lato.a.b.& b.c.stante fermo & fisso il lato.a.b.

Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono & non pyramide, et medesimamente da Appollonio Pergeo. & Archimede Syracusano sono pur dette coni & non pyramide le specie quai com dal detto Appollonio Pergeo sono altramente diffinite & intese come nella opera sua appare, & similmente da Archimede.

Diffinitione. 16.

14/18 La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cerchii piani in le estremità & crassitudine cioè le altezze equale sia el uestigio del paralellogrammo retangolo fermato el lato che contene lo angolo retto, & la detta superficie circondotta per fina tanto che la torni al luogo suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda. Onde

Il Tradottore.

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrouano solamente nella seconda tradottione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte uolte si isprimeno (per breuiare scrittura) secondo il sermõ greco, cioè al uinti base se gli dice ycosedron, al dodeci base dodecedron, ouer dodecahedrum al otto base, octahedrum ouer octocedron al cubo, exedrum ouer exacedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedum ouer tetraedron ouer tetracedron & però bisogna in ciò aduertire.

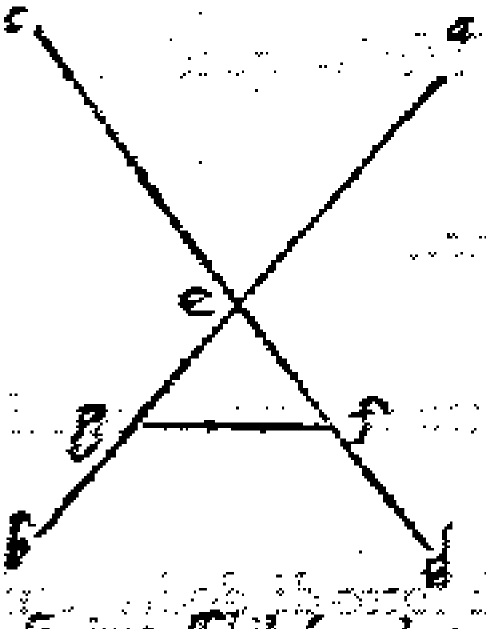
Theorema .1. Propositione .1.

1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.
1

Sia la linea retta .a.b. dico che'l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte eleuata in suso, perche se gliè possibile sia la parte .a.c. di quella sita in piano, & parte di quella laqual e .c.b. posta in alto & sia protratta la .a.c. direttamente in el piano nel quale essa e sita per fina al .d. & serà, che a una & a quella medesima linea laquale la linea .a.c. sian aggionte due linee al tutto diuerse (lequal sono le linee .c.b. & .c.d.) da una medesima parte direttamente: laqual cosa è impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema .2. Propositione .2.

2 Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie,
2 & ogni triangolo tutto sta in una superficie.



Siano le due linee rette .a.b. & .c.d. segandose fra loro in ponto .e dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia signato il põto .f. in la linea .c.d. & lo ponto .g. in la linea .a.b. et sia dutta la linea .f.g. La causa adonque cioè perche el sia impossibile che del triangolo .e.f.g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche anchora l'una ouer piu delle sue linee terminale: similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto: & conciosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) anchora serà impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo .e.f.g. e in una superficie, e per tanto da questa seconda parte, e dalla premessa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theo-

ta lo paralellogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli oppositi lati circondutti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15/9 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto a piu de duoi angoli piani constituidi a uno medesimo ponto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Duoi angoli piani non pono constituire uno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, anchora li angoli piani contenenti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien essere applicade secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione. 19.

26/20 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero se piramide quelle: sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua basa, si come l'assis dell'altra al diametro della sua basa, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0/21 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.

Il Tradottore.

El dado con el qual se gioca è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0/22 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli equali & equilateri.

Diffinitione. 22.

0/23 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci quinquangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. 23.

0/24 Lo uinti base è una figura solida compresa sotto di uinti triangoli, equali & equilateri.

ra equale all'angolo.a.f.c.adonque (per la.4.del medemo) serà la.a.g.equale alla.a.b.e però (per la.8.del medemo) l'angolo.a.b.g.serà equale all'angolo.a.b.h.per laqual cosa (per la diffinitione) l'un & l'altro e retto & la linea.a.b.perpendicolare alla linea.g.h.anchora con simil modo tu approuerai la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto b.in la superficie delle due linee.c.d.& e.f.adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea.a.b.essere perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee,c,d,e,et,f,fra loro seccante che è il proposito.

Theorema.5. Propositione.5.

5/5 Se alcuna linea retta starà eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medeme tre linee seranno poste in una superficie.

Sia la linea.a.b.eretta orthogonalmente sopra el cōmun termine delle tre linee.b.c.b.d.b.e.contingente fra lor angolarmente in ponto.b.delle quale niuna sia applicada all'altra direttamente che è el medemo e fra lor insieme se segbino in ponto.b.perche protratte se segaranno. Dico che le tre linee,b.c.b.d.b.e.sono poste in una superficie hor perche egliè manifesto che qualūque due di quelle che son poste in una superficie (per la secōda di questo) ouer (per la prima parte della.2.di questo) adonque se la linea.b.d. (per l'aduersario) nō serà in la superficie delle due linee.b.c.b.e.ma quelle due in piano e questa in alto, serà che queste superficie in lequale sono poste le due linee,a,b,et b,d,se seranno protratte (et per quello che è noto sopra la.6.diffinitione) segarà quella in laqual son poste le.b.c.& b.e.& (per la.3.di questo) la communa settione de quelle serà una linea retta & quella sia,b,f,adonque perche (per la premessa) la linea.a.b.e perpendicolare alla superficie delle due linee.b.c.& b.e.seguita (per la diffinitione) che quella sia perpendicolar alla linea.b.f.per laqual cosa l'angolo.a.b.f.e retto conciosia anchora che l'angolo.a.b.d.sia retto dal presupposito seguita l'impossibile cioè la parte esser equale al suo tutto.

Theorema.6. Propositione.6.

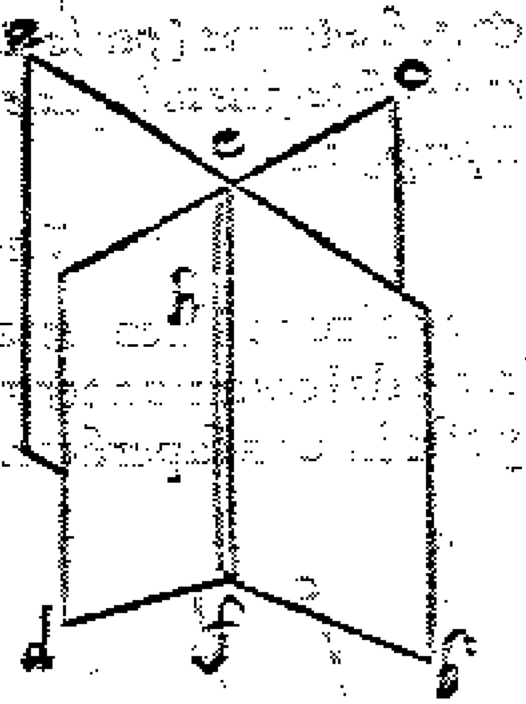
6/6 Se seranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle esser equidistante.

Siano le due linee.a.b.& c.d.perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea.b.d. (per la diffinitione) li duoi angoli.a.b.d.& c.d.b.seranno retti, adonque se le due linee.a.b.et.c.d.sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo)

Theorema 3. Propositione.3.

3/3 La commune sectione d'ogni due superficie piane fra lor segante, e una linea retta.

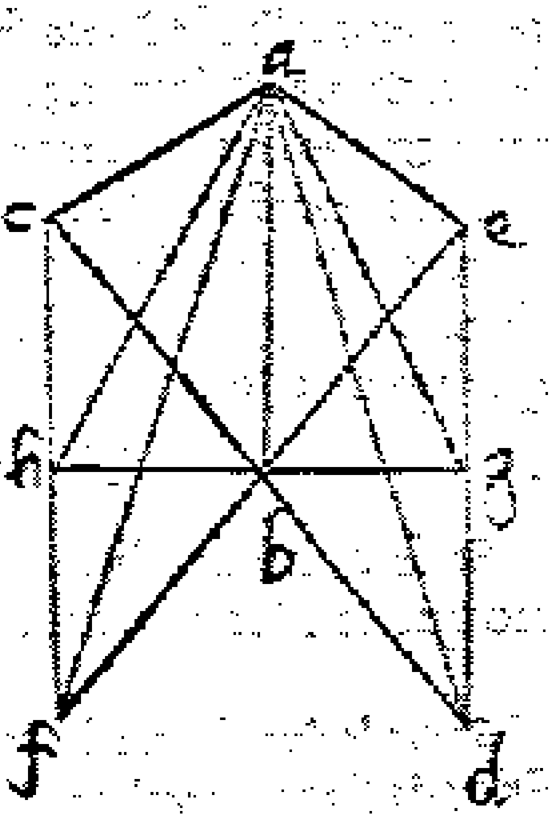
Siano adonque le due superficie piane, a, b, & c, d, lequale se seghino fra loro. Dico che la commune sectione de quelle serà una linea retta, hor sia li duoi ponti, e, & f, li termini della commune sectione de quelle liquali sian continuadi per linea retta laqual sia, e, f, se adonque la linea, e, f, e in l'una e l'altra delle due superficie, a, b, & c, d, è manifesto el proposito, ma se la non è in l'una ne in l'altra over che la sia in l'una o l'altra di quelle, conciosia che ambiduoi li ponti, e. & f. siano in l'una & l'altra delle superficie, a, b, & c, d, in quella superficie in laquale essa non serà, sia protratta una linea retta laqual sia la, e, h, f, adonque seranno due linee rette, e, f, & e, h, f, lequale hanno duoi termini communi che è impossibile, perche essendo cosi due linee rette inchiuderiano superficie laqual cosa è cõtra alla ultima petitione del primo libro.



Theorema.4. Propositione.4.

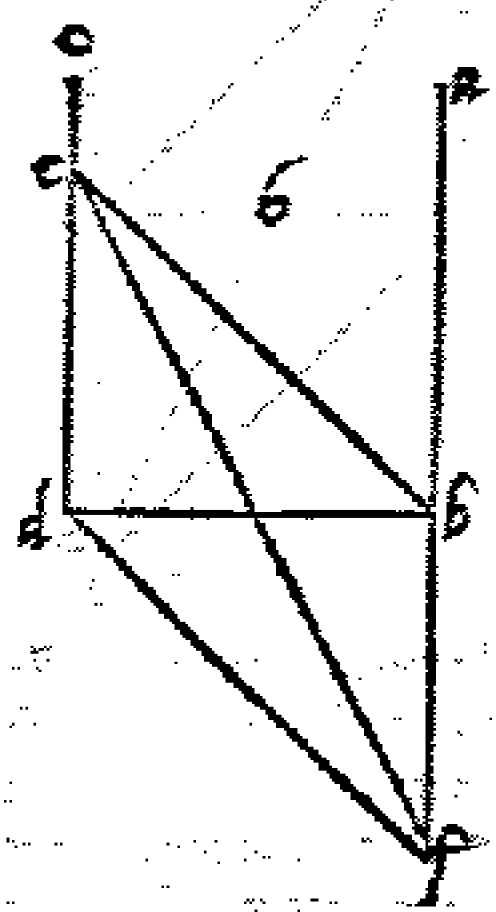
4/4 Se dalla incisione de due linee rette fra loro intersecante, serà erecta una linea orthogonalmente quella serà perpendicolare alla medesima superficie.

Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta sopra la incisione delle due linee, c, d, & e, f, serà lor segante in ponto, b, delle quale è manifesto (per la avanti alla precedente) che esse sono site in una superficie, dico che la linea, a, b, e perpendicolare alla superficie di quelle. Et per dimostrar questo siano fatte le, c, b, & b, d, equale & la, f, b, & la, b, e, equale & siano protratte le linee, e, d, & c, f, lequale seranno equale (per la quarta del primo) & equidistante per la vigesima settima del medesimo, adonque da alcun signato ponto in la linea, e, d, (el qual sia, g,) sia dutta la linea, g, b, h, & (per la 26. del primo), e, g, serà equale al, f, h, adonque dal ponto, a, (over da qual si voglia ponto in la linea, a, b,) siano protratte. ypotumissalmente le linee, a, c, a, d, a, e, a, f, a, g, a, h, & (per la quarta del primo) la, a, c, serà equale alla, a, d, & la, a, e, equale alla, a, f, anchora (per la 8. del medesimo) l'angolo a. c. d. si-



Theorema.8. Propositione.8.

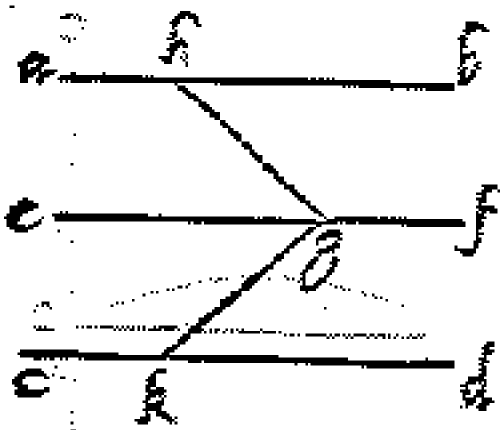
8 Se feranno due linee rette, equidistante, & una di quelle sia perpen-
8 dicolare ad alcuno piano & l'altra anchora conuien essere perpendicolare al medesimo piano.



Questa è quasi el conuerso della sesta, hor siano le due linee.a.b,& c.d.equidistanti & sia una di quelle ponemo la,c,d, perpendicolarmente sopra a qual si uoglia superficie. Dico che l'altra di quelle laquale è.a.b. esser perpendicolare alla medesima superficie, perche essendo fatto in tutto la medesima dispositione che in nella sesta, & serà (come in quella) che uno e l'altro di dui angoli.e.d.b.& f.b.e.sia retto, el primo per la positioni & lo secondo per la ottaua del primo per laqual cosa (per la quarta de questo) la linea,f,b, e perpendicolarmente eretta sopra la superficie in laquale sono le due linee.b.d.& b.e.conciosia che per la precedente le due linee.a.b.& c.d.siano in la medesima superficie cō le due linee,b,d,& b,e,seguita la linea,f,b,esser perpēdicolarmente eretta sopra la superficie in laquale è la linea.b.a.(per la diffinitione) adonque serà l'angolo.f.b.a.retto e perche etiam l'angolo,d,b,a,e retto (per la ultima parte della uigesima nona del primo) seguita (per la quarta de questo) la linea.a.b.esser perpendicolare alla superficie in laquale sono site le due linee.b.d.& b.f.per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema.9. Propositione.9.

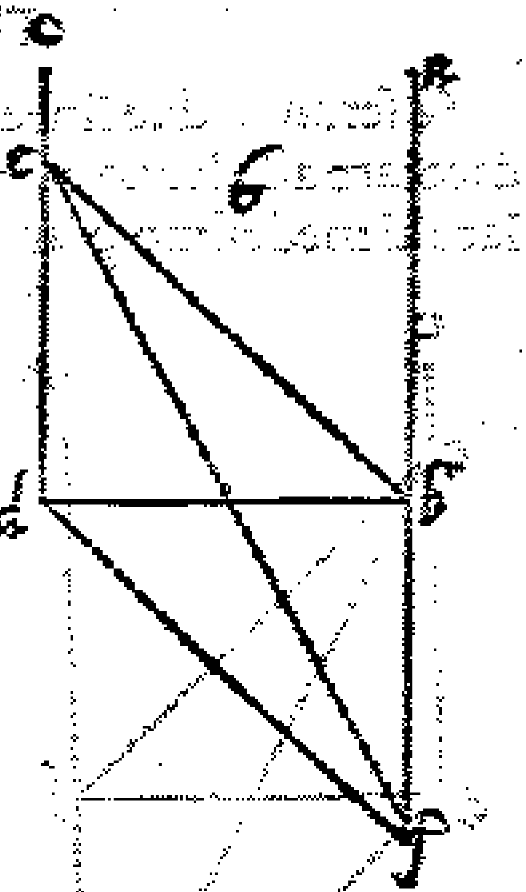
9 Se due linee feranno equidistante a una medesima linea e nō in una
9 superficie, anchora quelle è necessario esser fra lor equidistante.



Sia l'una & l'altra delle due linee,a,b,& c,d,equidistante alla linea,e,f, ne siano tutte in una superficie. Dico che le medesime āchora fra lor insieme sono equidistante (de quelle che sono tutte in una superficie egliè stato approuato per la trigesima del primo) hor in questo luoco ci resta ad approuar de quelle che non sono in una superficie come in queste che la,e,f,e intesa de suso eretta in alto, adonque sia signato in quella el ponto.g. dal qual sian dutte le due perpendicolar alle due linee,a,b,& c,d, lequal siano,g,h,& g,k,& (per la quarta di questo) la linea,e,f,serà perpendicolare alla superficie (cioè a quella in laquale sono situate le due linee,g,h,et,g,k,) adonque (per la precedente tolta due uolte) l'una e l'altra de quelle due linee,a,b,& c,d,e perpen-

dicolare

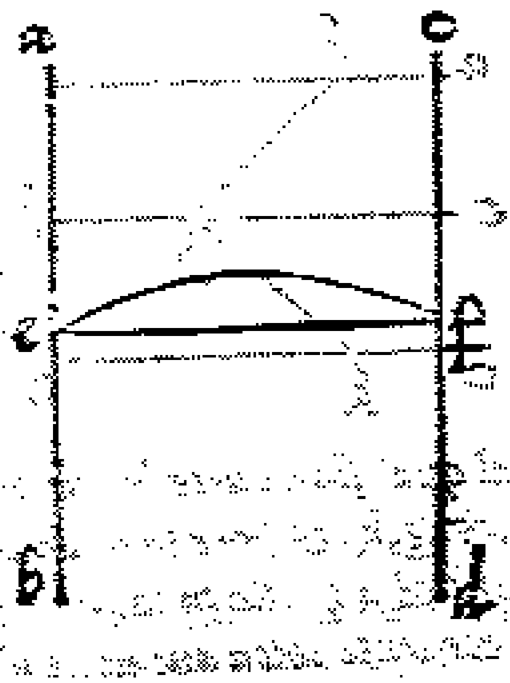
primo) et cosi se apprende quelle esser in una superficie dal ponto.b. sopra la linea.b.d. in el piano al qual stanno perpendicolarmente.a.b.& c.d. protrate orthogonalmente la linea.b.f.& dalla linea.d.c torrai.d.e.quale alla.b.f.& protrahe le linee.e.b.& e.f.& d.f. adonque li duoi lati.e.d.& d.b. del triangolo.e.d.b. seranno equali alli duoi lati.f.b.& d.b. del triangolo.f.d.b.& l'angolo.e.d.b. equale all'angolo.f.b.d.(conciosia che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea.b.e.è equale alla linea.d.f. anchora conciosia che li dui lati.e.b.& b.f. del triangolo.e.b.f. siano equali alli dui lati.f.d.& d.e del triangolo.f.d.e.& la basa.e.f. cõmuna (per la ottaua del primo) l'angolo.e.b.f. serà equale all'angolo.f.d.e. conciosia che l'uno & l'altro sia retto, perche adonque l'angolo.f.d.e.è retto (per la diffinitione) etiam l'ãgolo.e.b.f. serà retto, adõque la linea.f.b. serà perpendicolarmente è erett a sopra el commune termine delle tre linee.b.a.b.d.b.e. contigente fra loro angolarmente in ponto.b. per laqual cosa (per la precedente) quelle sono in una superficie, adõque conciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea.e.d. sia in la medesima superficie con l'una et l'altra delle linee.e.b.& b.d. seguita le due linee.a.b.et.c.d. esser in una superficie adonque è manifesto el proposito.



Theorema. 7. Propositione. 7.

7 Se da duoi ponti signati in due linee equidistante sia dutta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser constituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono constituide quelle due linee.
7

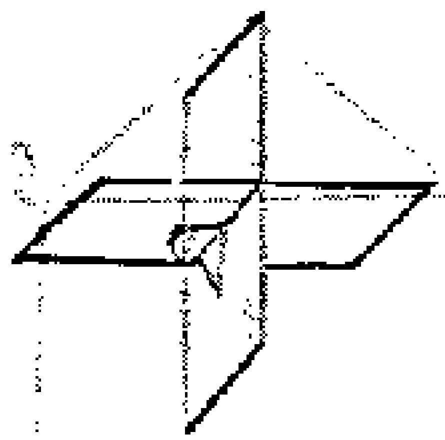
Siano le due linee.a.b.et.c.d. equidistante delle quale è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in una superficie, sia signato in quelle li duoi ponti.e.& .f. & sia produtta la linea retta.e.f. Dico adonque la linea.e.f. esser posta ouero sita in la superficie delle due linee.a.b.& c.d.& essendo altramente (per l'aduersario) sia.e.f. in una altra superficie che depende di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in laquale sono site le due linee.a.b.& c.d.& (per la terza di questo) la commune settione di quelle serà una linea retta terminata alli medesimi ponti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette conchiuderiano superficie.



sto sia tirata la linea.f.g.equidistante alla linea.b.e. & perche l'uno & l'altro di duoi angoli.b.d.a.& .b.d.f. è retto (per la quarta de questo) la linea.b.d.serà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo.a.d.f.e però etiam (per la ottaua de questo) la linea.g.f.serà perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo.g.f.a.serà retto, & conciosia anchora che l'angolo.d.f.a.sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea.a.f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee,d.f.& f.g.che è il proposito.

Problema. 2. Propositione.12.

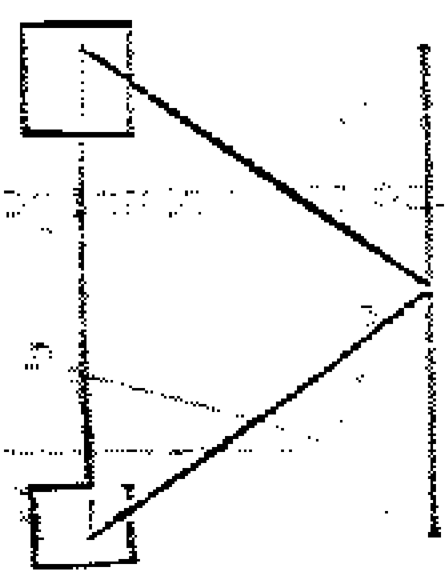
12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo
12 da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da un ponto signato in una proposta superficie desideraratii di condur una perpendicolare, da un'altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu condurai una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la cascharà nel ponto assignato lei serà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto. da quello medesimo assignato ponto tu ducerai una equidistante alla condutta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) tu approuerai esser quella che tu cerchi.

Theorema. 11. Propositione.13.

13 Eglie impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonal-
13 mente a una superficie.



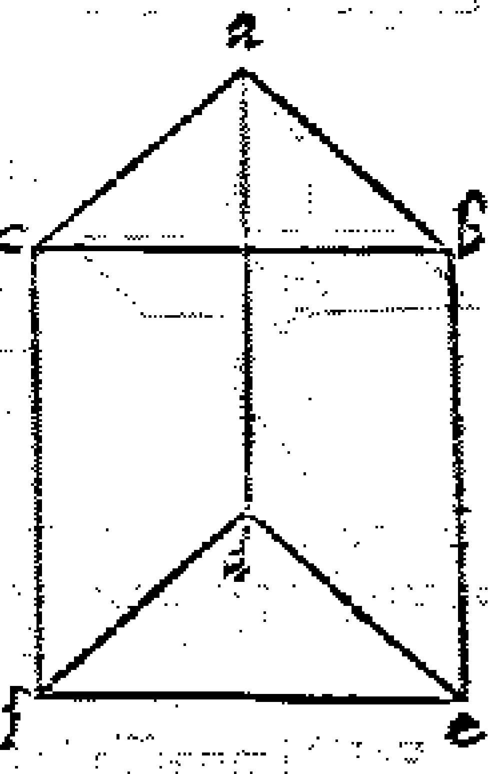
Perche se gliè (per l'aduersario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser produtta per fina a tanto che segha la superficie alla quale le dette linee stanno perpendicolarmente (& per la terza de questo) la commune sectione di quelle, serà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di queste due perpendicolare con la commune sectione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra hauemo dimostrato esser impossibile da uno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie cosi anchora demostraremo esser impossibile, da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protraere due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seriano fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee equidi-

dicolare alla medesima superficie cioè a quella in laquale sono situade le dette due linee, g, h, & g, k, (per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10/10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidistante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, e non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se prouano fra loro esser equali.

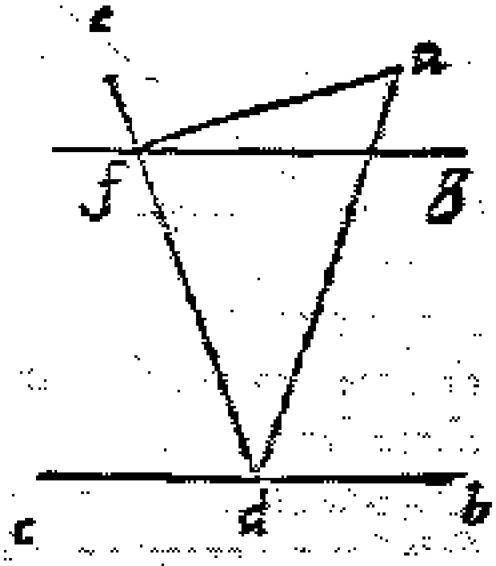
Siano le due linee, a, b, &, a, c, che se tocchino fra loro angularmente in ponto, a, equidistante a altre due lequale e siano, d, e, & d, f, fra loro anchora si tocchino in ponto, d, ne siano con quelle in una superficie. Dico l'angolo, a, essere equale all'angolo, d, hor sia fatta la linea, d, e, equale alla linea, a, b, alla quale è posta esser equidistante, e la, d, f, equale alla, a, c, allaqual etiã è posta equidistante da quella: et siano dutte le linee, d, a, & e, b, & f, c, et (per la trigesima terza del primo) pigliata due uolte l'una e l'altra delle due linee, b, e, & c, f, equale e equidistante alla linea, a, d, (adonque per la concettione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale, & equidistante adonque (per la trigesima terza del primo de nouo repetita) & le due linee, b, c, & e, f, sono etiam equale e equidistante, adonque (per la ottaua del primo è manifesto il proposito.)



Problema primo. Propositione. 11.

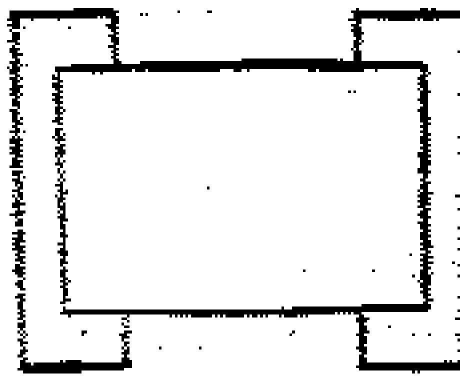
11/11 Da uno ponto signato in aere da quello puotemo condure una perpendicolare a una data superficie.

Sia el ponto. a. di sopra in aere del quale uolemo condure una perpendicolare alla subgiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea, b, c, (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto, a, sia dutta la perpendicolar, a, d, secondo la dottrina della. 12. del primo, & una altra uolta dal ponto, d, in quello piano (alquale è da esser dutta la perpendicolare dal ponto, a,) sia estratta la linea, d, e, laqual sia perpendicolare alla linea, b, c, (come insegna la. 11 del primo.)



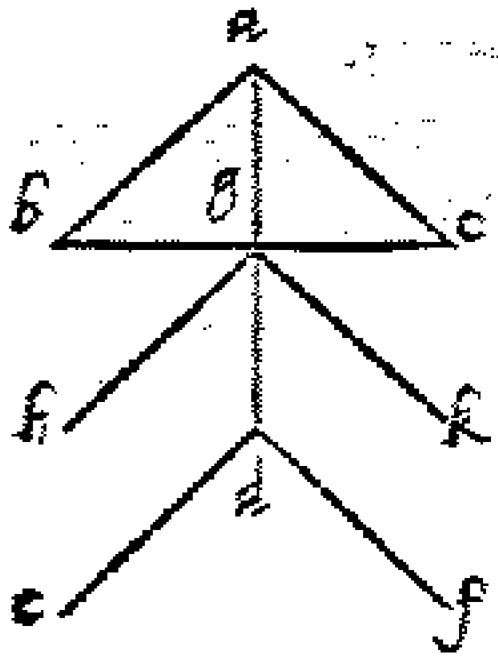
Anchora a questa linea, d, e, sia dutta una altra linea perpendicolare dal ponto, a, laqual sia, a, f, questa dico esser quella laquale intendemo, & per demostrar questo sia

Sia inteso a due superficie posti equidistanti una linea retta penetrante ambedue quelle, laquale all'una di quelle superficie stia perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra stia perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrare tal cosa sia intesa una superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune settione de questa superficie segante et dell'una delle segate cioè de quelle alla quale la linea penetrante è posta stare perpendicolarmente contenerà angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendiculare ad una superficie, adonque se l'altra commune settione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenerà angolo retto (per la ultima petitione del primo) seguirà che quelle due commune settioni in una parte protratte necessariamente concorreranno per laqual cosa etiam le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno e perche qsto è impossibile seguirà che quel angolo e retto. & per lo medesimo seguirà de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistante sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, et per questa decimaquarta è manifesto essere il vero quello che havemo detto.

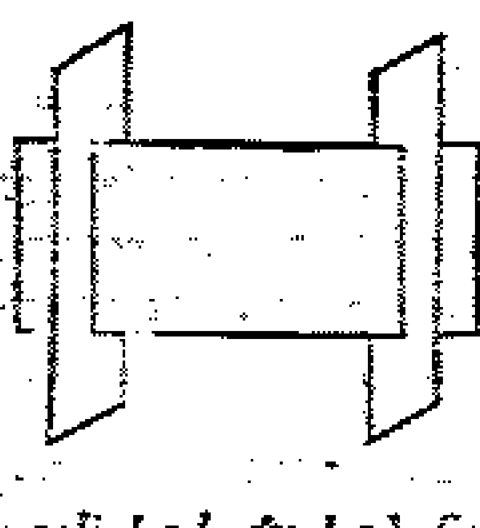


Theorema.13. Propositione.15.

15/15 Se seranno due linee che fra loro si tocchino angolarmente, equidistante a altre due che pur si tocchino angolarmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo produtte quāto si voglia in niuna parte potran concorrere.



Siano le due linee.a.b. & .a.c. lequale se tocchano angolarmente in ponto.a. equidistante alle due linee. d.e. & .d.f. che si tocchano angolarmente in ponto.d. et non siano in una superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia è necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia protratta dal ponto.d. (come insegna la quinta de queste) una perpendicolare alla superficie delle due linee.a.b. & .a.c. & sia la.d.g. & dal ponto.g. sia dutto.g.h. equidistante alla.a.b. & la.g.k. equidistante alla.a.c. & (per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli.d.g.h. & .d.g.k. serà retto & (per la nona) la linea.d.f. serà equidistante al la linea.g.k. & la linea.d.e. serà equidistante alla linea.g.h. (per laqual cosa per la ultima parte della vigesimanona del primo) l'un e l'altro di duoi angoli.e.d.



g.f.

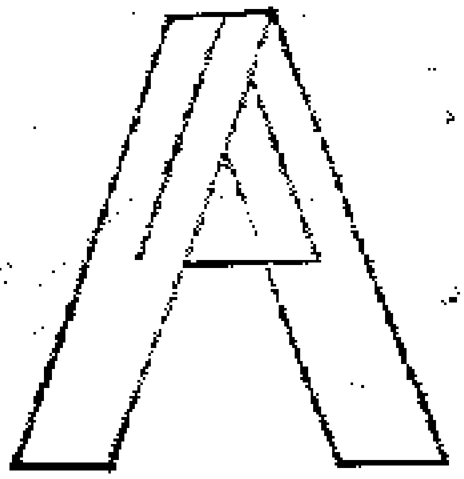
equidistante: adonque da questa è manifesto che se alcuna superficie piana, segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dutta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cadere in la commune settione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta una perpendicolare alla commune settione de quelle come insegna la duodecima del primo, & dal ponto in elqual taglia con la commune settione un'altra perpendicolare sia dutta alla medesima commune settione in la superficie seghata come insegna la undecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che conteneno queste due linee perpendicolare, e retto, per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie seghata, adonque da uno ponto sono protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si puol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol cō parole te depinge ilche non è difficile.

Theorema. 12. Propositione. 14.

14/14 Se una linea stata orthogonalmente sopra due assignate superficie. Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.



Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune settione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia signato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale super sta perpendicolarmente sopra a quelle, & serà constituto uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno & l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li stanno sopra la perpēdicolare) e retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.)

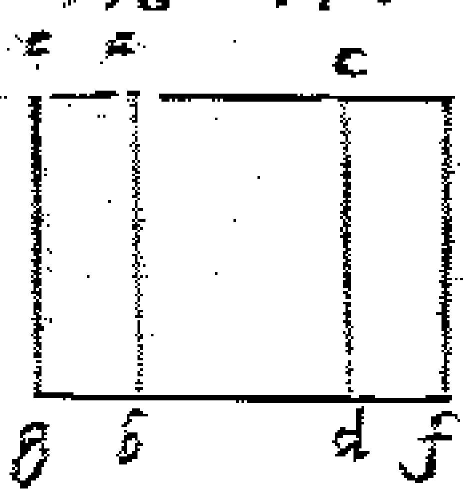
El conuerso anchora, cioè se sopra due superficie equidistanti cascarà una linea retta laqual sia perpēdicolar a una di quelle anchora quel la serà perpendicolare all'altra.

intercette da quelle superficie equidistãte. Et per dimostrare questo siano congionte le due estremità di quelle due linee, dutta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetrante: le superficie proposite in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante. adonque se con la mente tu patrarai le commune settioni di queste superficie, lequale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema.16. Propositione.18.

18 Se una linea starà orthogonalmente in una asignata superficie, ogni
18 superficie dutta da quella linea per qual uerso ne pare, serà orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assignata.

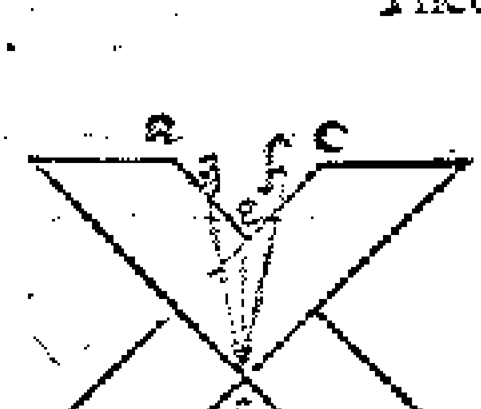
Sia la linea.a.b.eretta perpendicolarmente sopra alla figura superficie, & dalla linea.a.b.sia produtta una superficie per qual uerso si uoglia, hor sia la.e.f. laqual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie: perche concosia ch'ella segha la superficie assignata la commune sectione de quelle serà una linea



retta (per la terza di questo) & sia la.f.g.adonque signato qual si uoglia põto in questa commune settione (qual sia.d.) & da quello sia estratto in la superficie che è produtta dalla linea.a.b.una perpendicolare alla linea.f.g.laqual sia.d.c.& (per la seconda parte della uigesima ottaua del primo) la linea.c.d.serà equidistãte alla linea.a.b.e però (per la ottaua di questo) la linea.c.d.etiam perpendicolare alla superficie proposta adõque perche per questo modo qual si uoglia linea protratta orthogonalmente da qual si uoglia ponto della linea.b.d.ad essa linea.b.d.in esse superficie.e.f.che è produtta per la linea.a.b.è perpendicolare alla proposta superficie (per la diffinitione della superficie e retta orthogonalmente sopra a una superficie è manifesto esser ei uero quello che è proposto.

Theorema.17. Propositione.19.

19
19



Se due superficie che fra loro se seghino serãno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la commune sectione di quelle serà perpédicolare alla medesima superficie.

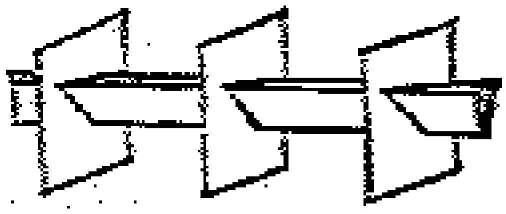
Siano le due superficie.a.b.& c.d.che insieme si seghino e rette orthogonalmẽte sopra una assignata superficie, & sia la commune settione di quelle la linea retta.e.f.hor questa.e.f.Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto.f.elquale è commun termine delle settioni delle

due

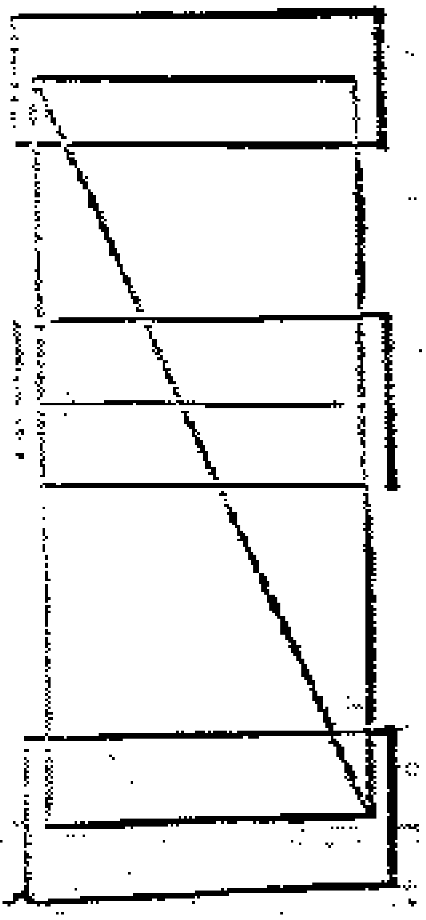
g.f.d.g. serà retto e però (per la quarta di questo) la linea d.g. serà perpendicolare alla superficie delle due linee d.e. & d.f. & conciosia che quella sia anchora (per el presupposito) perpendicolare alla superficie delle due linee a.b. & a.c. adonque per la precedente è manifesta, che è el proposito.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16/16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune sectioni seranno equidistante.



Le manifesto (per la terza) che una superficie segāte qualunque due superficie equidistante, le commune settioni de quelle seranno due linee rette, lequale conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non seranno equidistante (per l'aduersario) sia supposte concorrere a qual si uoglia ponto, adonque serà che uno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune sectioni, conciosia che una di quelle commune sectioni è in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, seguita adonque quelle superficie (che sono supposte esser equidistante) concorrere & questo è impossibile, adonque le commune sectione de quelle erano equidistante che è il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare una conclusione simile alla trigesima del primo cioè questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano segate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro segante, & per questa sestadecima le commune settioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli settioni della media, per laqualcosa per la trigesima del primo quelle sectioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune sectione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente euidentemente è manifesto quello che hauemo detto.



Theorema. 15. Propositione. 18.

17/17 Se due linee rette che si tocchino fra loro ouero, che siano equidistante seghino tre ouer piu superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si prouano fra loro esser proportionale.

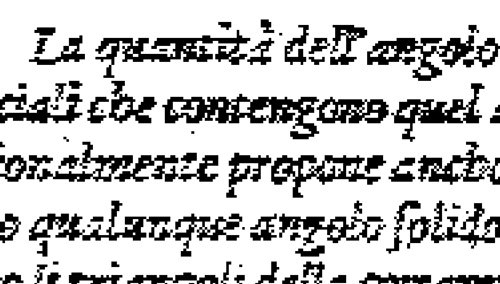
Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si uoglia, tre superficie equidistante ouer etiam piu di tre. adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si uoglia esser proportionale a qualunque due altre *sieme cosi se apprende esser maggiori di quello terzo che sia supposto esser maggiore di qual si voglia delli altri duoi. sia che delli tre proposti angoli superficiali l'angolo, e, a, d, sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adonque tagliarò de quello, e, a, d, equale all'angolo, b, a, d, protratta la linea, a, e, & tagliando da questa linea, e, la linea, a, g, & dalla linea, a, b, la linea, a, f, laquale ponerò overo farò equale & protrarò dal ponto, g, una linea in la superficie delle due linee, a, c, & a, d, cascante come si voglia per fina a tanto che quella seghi, a, c, in ponto, h, & a, d, in ponto, k, & quella sia la, h, g, k, & produrò le linee, f, h, & f, k, conciosia adonque che, a, f, sia equal al, a, g, posta, a, k, commune (per la quarta dil primo) la, f, k, serà equale alla, k, g, e perche (per la vigesima del primo) se due linee, h, f, & f, k, sono maggiori della linea, h, k, (per la quarta concettione) la, h, f, serà maggiore della, h, g, e però (per la vigesima quinta del primo conciosia che la linea, a, f, sia equal alla linea, a, g,) serà l'angolo, f, a, h, maggiore dell'angolo, h, a, g, adonque (per la cõcettione) è manifesto li duoi angoli, h, a, f, f, a, k, tolti insieme esser maggiori del angolo, h, a, k, laqual cosa era da demostrare.*

Theorema. 19. Propositione. 21.

21 Ogni angolo solido el se approua esser minore de quattro angoli retti.

21

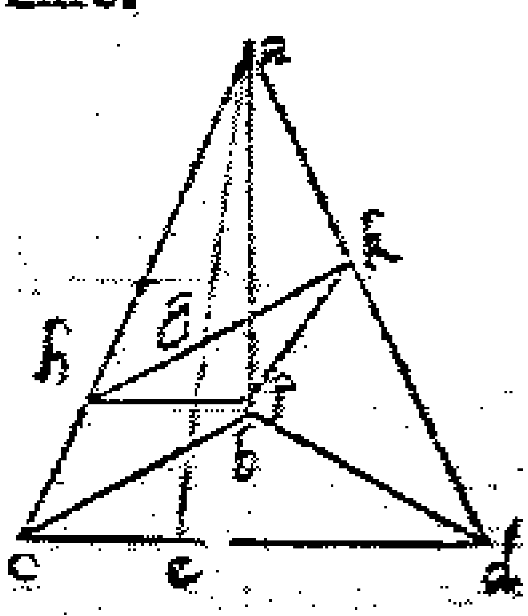
La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantità delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima proportionalmente propone anchora che quai si voglia angoli superficiali, che contenghino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori di quattro angoli retti, hor siano li triangoli della pyramide, a, b, c, d, della quale conciosia che l'angolo suppremo possi esser qual si voglia di suoi angoli tamen in questo luoco sia, a, Del qual dico che li tre angoli superficiali che conteneno il detto angolo, a, sono minori de quattro retti: perche egliè manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li noue angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono, a, b, c, a, c, d, a, d, b,) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che è il triangolo, b, c, d, e manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a duoi angoli retti, conciosia adonque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale disputiamo del suppremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolta tre volte siano maggiore di tre angoli del triangolo della basa, seguita adonque quelli sei angoli essere maggiori de duoi angoli retti adonque levado via dalli noue angoli di tre triangoli circondante la pyramide questi sei angoli li tre restanti seranno minori, de quattro retti, & quelli sono quelli che constituiscono lo angolo, a, solido, ma se l'angolo, a, suppremo in la tolta pyramide serà contenuto de piu che tre angoli superficiali, laqual cosa serà



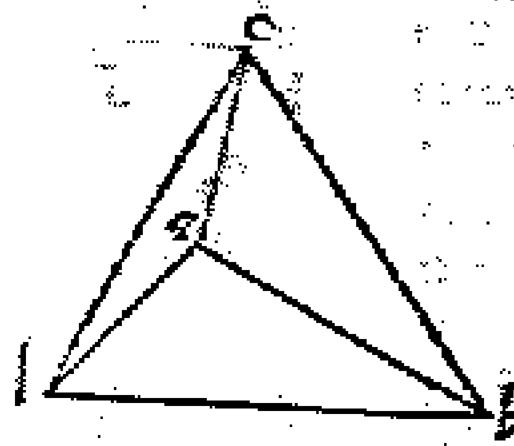
due superficie insieme segante, & della terza superficie setta, sia produtta una linea retta in la superficie, a. b, (laqual sia, f. g,) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia dutta una altra perpendiculare alla medesima superficie che sia situata la superficie, c, d, & quella sia, f, h, & le due linee f, g, & f, h, seranno assistente orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto et questo è impossibile per la 13. di questo et non bisogna dubitar che'l nõ possi esser protratte tal linee dal ponto. f. in l'una e l'altra delle superficie, a, b, & c, d, quando che, e, f, non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia intesa la linea f, b, communa settione della superficie, a, b, & della superficie assignata, & la linea, f, d, della superficie, c, d, & della superficie assignata, adonque se la linea, e, f, serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee, f, b, & f, d, quella anchora serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'aduersario) sia la, f, g, perpendicolare alla, f. b, & la, f, h, perpẽdicolare alla, f, d, dapoi dal ponto, f, protrarai in la superficie assignata, una linea perpẽdicolare alla linea, f, b, laquale (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra una altra) contenerà angolo retto con la linea, f, g, adonque (per la quarta di questo) la linea, f, g, serà perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta un'altra linea dal põto. f. in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea. f. d. seguirà (per la diffinitione predetta & per la quarta di questo) la linea. f. h. esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terzadecima de q̃sto,) ma se l'aduersario confessa la linea, e, f, essere perpendicolar alla linea, f, b, ma non alla linea, f, d, seguirà per simel modo le due, e, f, & f, h, esser perpendicolare alla superficie assignata che niente di manco è impossibile.

Theorema. 18. Propositione. 20.

Se tre angoli superficiali contengano un'angolo solido, ciascuni
20/20 duoi di quelli tolti insieme sono maggiori dell'altro.



Siano le tre linee. a. b. a. c. a. d. pyramidalmente erette sopra alla superficie, b, c, d, continente tre angoli superficiali delle quale uien compito l'angolo solido in ponto. a. Dico quali duoi angoli si uoglia de quelli angoli superficiale, constituenti lo angolo solido in ponto. a. tolti insieme essere maggiori del terzo, perche se questi tre angoli superficiali seranno fra loro equali, ouer se duoi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di duoi equali è manifesto per communa scientia essere il uero quello che è stato detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si uoglia delli altri duoi restanti, o siano posti equali, ouero non equali al presente è manifesto, quel maggiore con qual si uoglia delli altri duoi restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli duoi minori tolti insieme



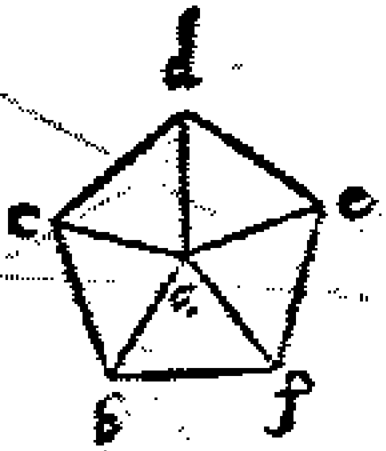
Siano li tre angoli superficiali.a.c.e.d.f.h.g.k.come se propone cioè tali che ciascuni duoi di quelli siano maggiori del terzo, & siano li sei lati continenti quelli equali liquali siano.a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k.e sian protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano, b,c,e,f,h,k. Dico adonque che da queste tre base puol esser constituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo,b,a,l,equale all'angolo,d, & la linea,a.l,alla linea,d,e,& sian protratte le,l,b,l,c,& (per la quarta del primo la linea,l,b,serà equale alla linea,e,f, & dal presupposito) è manifesto lo total angolo, a, esser maggiore dell'angolo,g, perche, ciascuni duoi(delli tre)angoli,b,a,c,d,& g, seranno maggiori del terzo adonque(per la 24. del primo) la linea.l.c.è maggiore della linea.h.k.e conciosia che(per la 20.del primo) le due linee.l.b.b.c.sian maggiori della linea.l.c.seguita le due linee.l.b.& b.c.esser molto piu forte maggiore della linea.h.k.adonque perche l.b. è equale alla.e.f.le due linee.b.c.& e.f.seranno maggiori della linea.h.k.adonque per questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee.b.c.e.f.h.k.esser piu longhe della terza,adonque(per la vigesima seconda del primo)è manifesto esser il vero,quello che è stato detto, solamente aggiontovi questo che se li duoi angoli.b.a.c.& d. tolti insieme siano equali a duoi retti,le due linee.l.a.& a.c.(per la decima quarta del primo)seranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (dal presupposito)alle due linee.g.h.& g.k.lequale(per la vigesima del primo) sono piu longhe della linea.h.k.& cõciosia che(per la medesima)le due linee.l.b.& b.c. siano piu longhe della linea.l.c.seguita come prima.b.c.& e.f.tolte insieme esser piu longhe della.h.k.ma se li duoi predetti angoli sono maggiori de duoi retti(per la vigesima prima del primo)le due linee.a.l.& a.c.e però & le due.g.h.& g.k.seranno piu corte delle due lequal sono l.b.& b.c.per laqual cosa come prima.b.c.& e.f. tolti insieme sono piu longhe della linea.h.k.

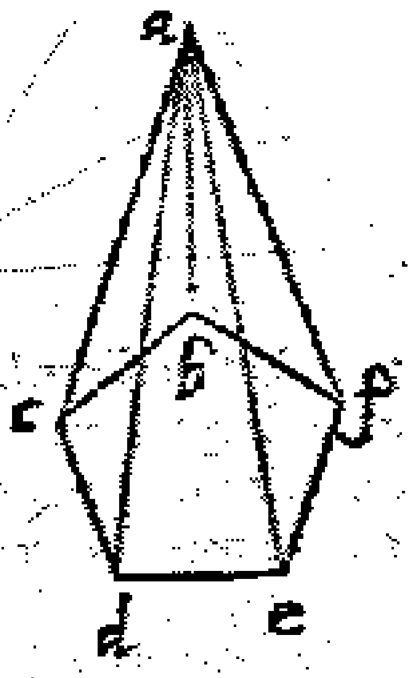
Problema.3. Propositione.23.

23 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insie-
23 me sian maggiori del terzo,& tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti,con altri tre che siano a quelli equali puotemo constituire uno angolo solido.

Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano.a.b.c.cõ tre altri a quelli equali volemo constituire uno angolo solido el bisogna adonque(per la vigesima propositione di questo)che qualunque duoi de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo & (per la vigesima prima propositione de questo)che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti.adonque siano tutte queste cose in questi, & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali , & a quelli sian sotto tendute tre base & queste siano,d,e,e,f,&,f,d,& (per la precedente) de tre linee equale a queste base serà possibile essere constituido uno triangolo.

serà secondo la moltitudine delli angoli della sua basa, concio sia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima seconda propositione del primo) siano equali a tāti angoli retti quāto è el numero di angoli della sua basa dupplicado: imperoche tanti è necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto seranno l'angoli della sua basa, et conciosia che tutti li angoli della sua basa, siano a tanti angoli retti equali, quanto è el numero dupplicado delli suoi angoli è da quelli trattone quattro (come in la trigesima seconda propositione del primo è stato dimostrado) conciosia, adonque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come euidentemente è manifesto (per la precedente) repetita tante uolte quanti angoli hauerà la basa, hor seguita necessariamente (per commune scientia) li angoli superficiali continenti l'angolo, a, solido tolti equalmēte insieme esser minor de quattro angoli retti. Dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinatamēte sopra di lati della basa della piramide eccedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.



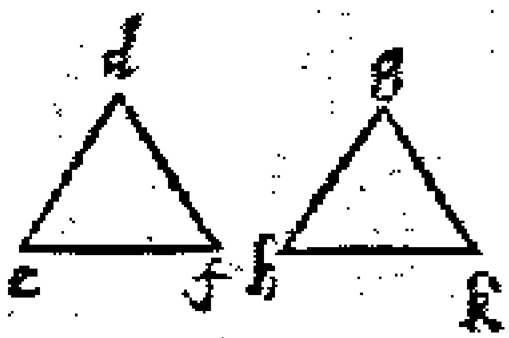


Il Tradottore.

Questa presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

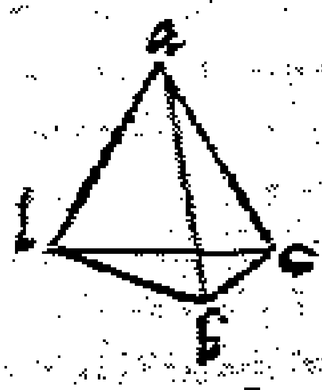
Theorema.19. Propositione.21.

Ogni angolo solido à compreso sotto men de quattro angoli retti piani.



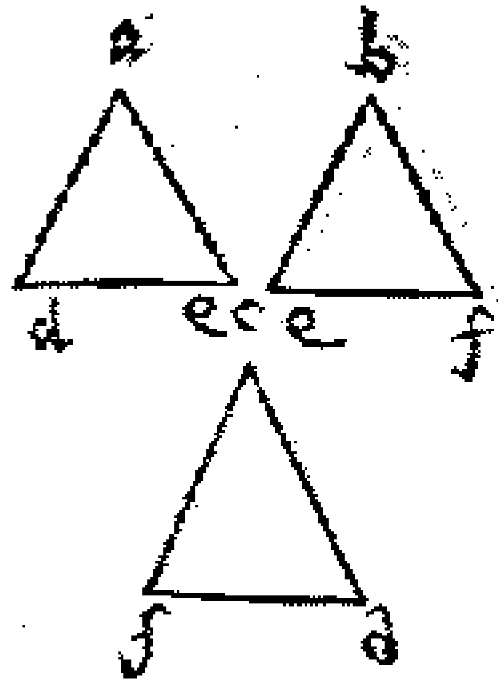
Laqual propositione parla piu corretamente di l'altra perche in uero l'angolo solido non è comparabile al angoli piani però non possiamo dir (senza reprensione) che uno angolo solido sia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti ideo. &c.

Theorema.20. Propositione.22.

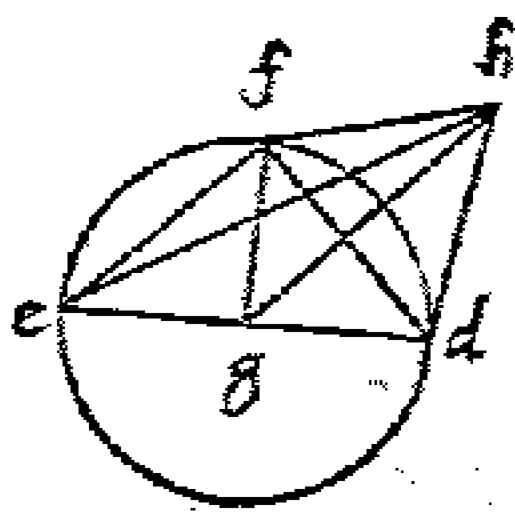


22 Se seranno tre angoli superficiali di quali ciascuni
22 duoi tolti insieme sian maggiori del terzo. & tutti fra loro siano contenuti de linee equale. delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (dalli termini di dette linee equale) egliè possibile a esser constituido uno triangolo.

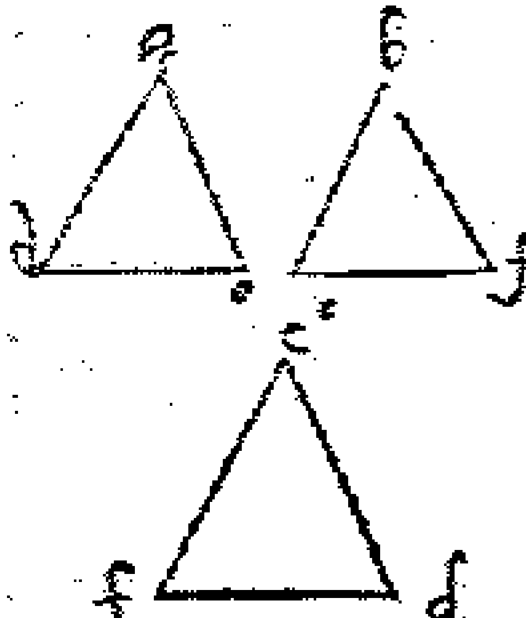
o
23



Ma se per caso el centro del cerchio serà in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato. e,d,& che sia,g,& sia tirata la linea,f,g, dico un'altra uolta che lo lato,a,d,è maggior di, f,g, & se'l non è maggiore ouer che il detto, a, d,è equale al detto,f, g, ouer che egliè minore hor poniamo (se egliè posibile) che prima sia equale adonque le due linee ouer lati, a,d,a,e, (che sono quanto che,b,e,&.b,f,ouero c,f,&.c, d,)sono equali alle due linee,e,g, &, g, f, che è come tutta la,e,g,d,ma la detta,e,g,d,e suppo-sta equale alla basa,d,e, (del triangolo,a,d,e,) adonque li dui lati, a, d,&,a,e,del triangolo a, d,e,sono equal alla basa,d, e, laqual cosa è impossibile,adonque lo lato,a,d,non è equale alla,g,f,similmente anchora se potrà dimostrare che'l nō è minore,adonque la detta,a,d, è maggior della,g,f,hora similmente se la,a,d,è maggiore della,g,f,lei serà anchor piu potente,hor sia anchora piu potente nel quadrato della linea,g,h,laquale sia posta perpendicolar alla superficie del cerchio in ponto,g,& protratte medesimamente le tre Y potumisse,h,f,h,e,h,d,& serà constituido il problema.

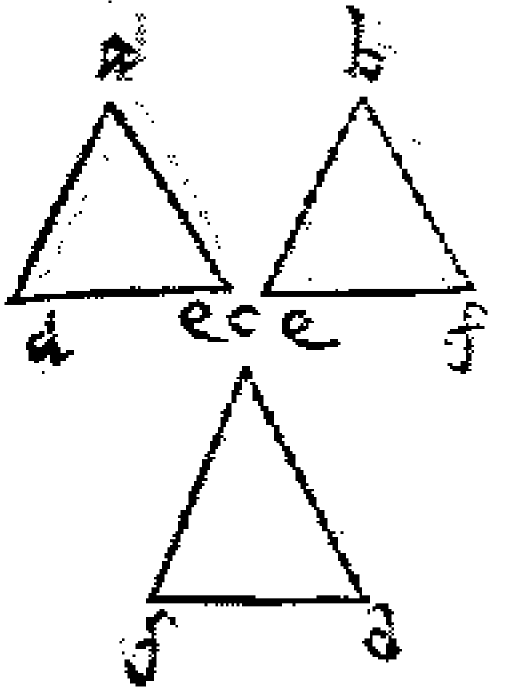


Il Tradottore.

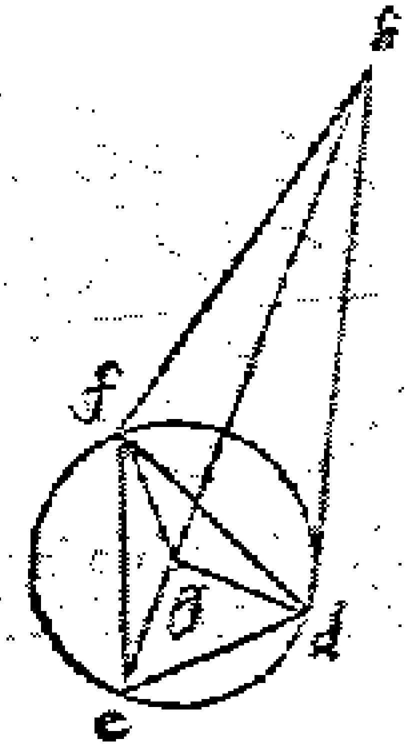


Che il lato.a.d. non possa essere minore della.g.f. se uerifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa.d.e.fusse maggiore delli duoi lati.a.d.& .a. e. laqual cosa è impossibile (per la uigesima propositione del primo.)

Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo.f.e.d.poniamo anchora nel ponto,g. & sia tirata la,g,f,& similmente le.e.g.& .d.g. Dico anchora che la,a,d,è maggiore della,g,f,& se la non è maggiore(per l'aduersario)ouer che la è equale ouer che la è minore,hor sia primamente equale , adonque le due linee,a,d,a,e,etiam le due,b,e,&,b,f, sono equale alle due.e.g.g.f.(cioè l'una all'una e l'altra all'altra)e la basa.e.f. del triangolo.b.e. f.(dal presupposito)è equale alla basa,e,f,del triangolo,e,g,f,adonque l'angolo che sotto de,e,b,f, (per la ottaua del primo) è equale all'angolo che sotto de,e,g,f,per le medeme ragioni & quello che è sotto di,f, c,d,e,equale a quello che sotto di,f,g,d, adonque tutto l'angolo sotto di,e,g,d,è equale a quelli duoi sotto di,e, b, f, &,f, c, d,ma



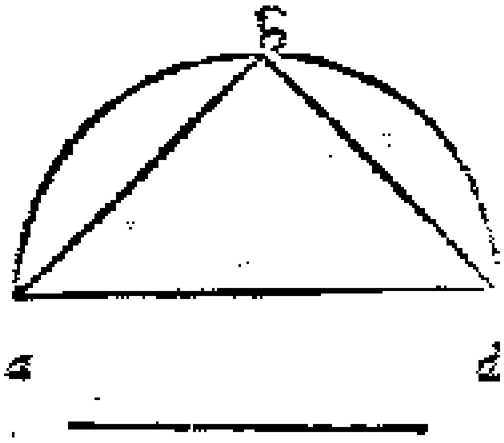
Sia adonque da queste (secondo la dottrina della uigesima seconda del primo) cõstituto lo triangolo. d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo.d.e.f. sopra il centro.g. & sian protratte le.g.d.g.e.g.f. lequale conciosia che quelle sian fra loro equale (per la diffinitione del cerchio et li lati circondanti li tre proposti angoli) sono etiam equali (dal presupposito) egliè necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauna di quelli lati, & è impossibile esser equale ouer maggiore, perche se la linea che uien dal centro.g. alla circonferentia del cerchio.d.e.f. fusse equal ad alcun di lati.a.d.a.e.b.e.b.f.c.f.c.d. seguitaria (per la ottaua del primo) li tre angoli proposti.a.b.c.esser equali alli tre angoli.d.g.e.e.g.f.f.g.d. et conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmẽte è manifesto dalla terzadecima del primo) protratta per un pocchetto una delle linee che esseno dal centro alla circonferentia in continuo & diretto, seriano etiam li tre angoli.a.b.c. anchora equali a quattro angoli retti che è contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son.a.b.c) sopra alli tre triangoli che diuideno el triangolo.d.e.f. cioè ciascun de quelli sopra quello cõ el quale communica in basa talmente che le base equale siano poste sopra alle base equal & li angoli.a.b.c.cadano alla parte del ponto.g. seguitaria (per la uigesima prima del primo) li tre angoli.a.b.c. esser maggiori delli tre liquali sono.d.g.e.e.g.f.f.g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che è molto piu contrario dalle cose supposte. adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che uien dal centro.g. alla circonferentia.d.e.f.e. però e piu potente, sia adonque piu potente in el quadrato della linea.g.h. laquale (secondo la duodecima di questo) sia orthogonalmente eretta sopra la superficie del triangolo : ouer del cerchio.d.e.f. et siano protratte le tre ypotumisse.h.d.h.e.h.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali (equali alli tre propositi.constituenti lo angolo solido in ponto.h. perche cõciosia, che'l quadrato della linea.a.d. sia equale alli duoi quadrati delle due linee. d.g. & g.h. dal presupposito : & lo quadrato della linea.d.h. sia equale alla medesima (per la penultima del primo) è necessario la linea.a.d. esser equale alla linea d.h. e per lo medesimo modo etiam la linea.a.e. alla linea.e.h. adonque (per la ottaua del primo) conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo.a. serà equale all'angolo.d.h.e. similmente anchora l'angolo.b. serà equale all'angolo.e.h.f. & lo angolo c. equale all'angolo.f.h.d. per lequal cose è manifesto esser fatto quello che hauemo disposto di fare.



lo che sotto delle.c.b.f.è equale all'angolo che sotto delle.k.g.n.adonque la basa.e.f.(per la.4.del primo)è equale alla.k.n.& per le medeme ragioni etiam la.f.d.è equale alla.k.o. & perche le due.f.e.f.d.sono equale alle due.k.n.k.o. & l'angolo sotto di.e.f.d.(nel cerchio)è maggiore, di l'angolo che sotto di.n.k.o.adonque la basa.e.d.(per la vigesima quita del primo)serà maggiore della basa.n.o.ma la detta e.d.è equale alla basa.e.d.del triangolo.a.d.e.(per la quarta del primo)adonque la detta.d,e.è maggior della medesima.n.o.perche adonque le due.a.d.a.e.sono anchora lor equale alle due.n.g.g.o.& la basa.d.e.è maggiore della basa.n.o. adonque lo angolo che sotto di.d.a.e.(per la vigesima quinta del primo)è maggiore di l'angolo che sotto di.n.g.o.ma l'angolo che sotto di.n.g.o.è equale a quelli che sotto di.e.b.f.&.f.c.d.adonque quello che sotto di.d.a.e.è maggiore di quelli che sono sotto di.e.b.f.&.f.c.d.è etiam minore(dal presupposito laqual cosa è impossibile.

Il Tradottore.

Perche el triangolo,f,e,d,(circonscritto dal cerchio)fu fatto in principio delle tre base di tre triangoli cioè delle base.d.e.e.f.&.f.d.& la basa.d.e.del triangolo.a.d.e.è supposta equale pur alla linea over basa.e.d.posta nel cerchio:& similmente la basa,e,f,del triangolo.e.b.f.se suppone equale pur alla.e.f.posta nel cerchio et cosi la.f.d.alla.f.d.perilche bisogna advertire nella soprascritta argumentatione che tal hora si parla delle base fora del cerchio e tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio ideo.Che l'angolo.e.f.d.(nel cerchio)sia maggiore dell'angolo.n.k.o.è manifesto perche lo detto angolo.n.k.o.è parte dell'angolo.l.k.m.et lo.l.k.m.è equale al.e.f.d.per le cose demostrate di sopra.

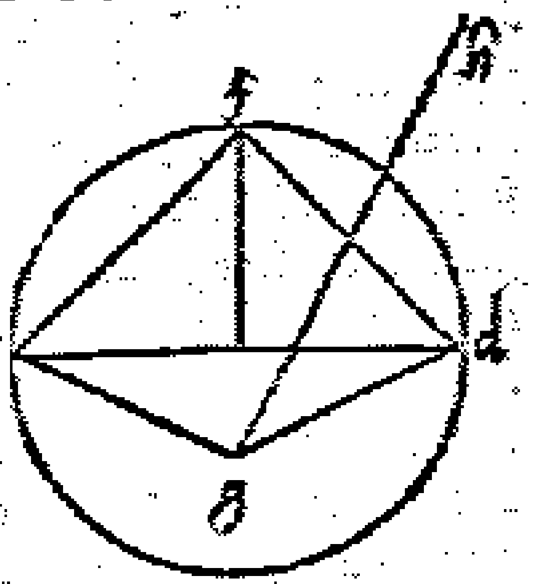


Per trovar la linea.b.g. cioè la linea potente nella differentia che il quadrato della,linea,a,d,(maggiore) eccede il quadrato della,g,f,(minore)se die procedere in questo modo.sopra alla linea,a,d,sia descritto lo mezzo cerchio,a,b,d,& nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto)sia coaptada una linea equale alla,f,g,)laqual sia la,a,b,& dal ponto.b.al ponto,d,sia tirata la,b,d, laqual,b,d, dico esser quella che cercamo:perche l'angolo,a,b,d,e retto(per la trigesima prima del terzo)& il quadrato della,a,d,(per la penultima del primo)è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,&,b,d,tolti insieme,adonque il quadrato della,a,d,è maggiore del quadrato della,a,b,nel quadrato della linea,b,d,et perche la,a,b,fu tolta,equale alla,f,g,è manifesto il proposito,e però pigliando poi la linea.g.h,equale alla,b,d,e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risolverà il proposto problema.

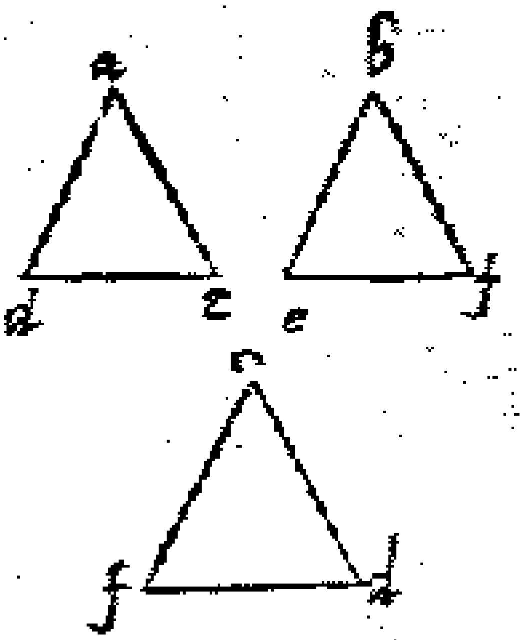
Theorema.21. Propositione.24.

24 Se uno solido serà contenuto de superficie equidistante le superficie
24 opposite di quello sono equale,& de lati equidistanti.

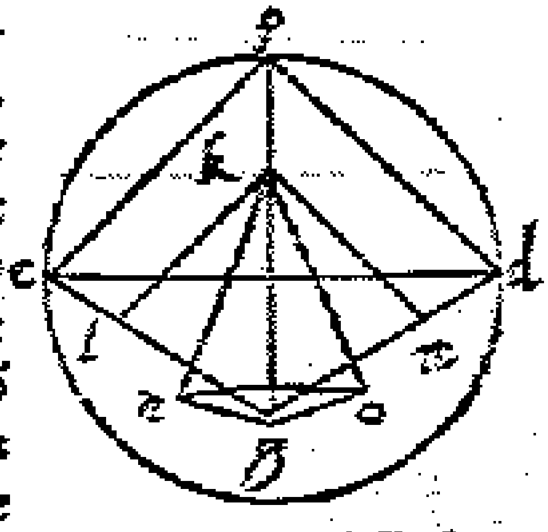
Cia-



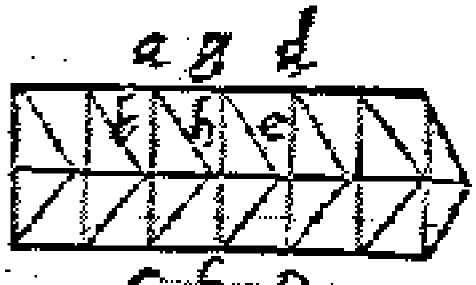
d. ma quelli che sono sotto di, e, b, f, & f, c, d, sono maggiori di quello che sotto de, d, a, e, adonque quello che sotto di, e, g, d, è maggior di quello che è sotto di, d, a, e, & perche le due, a, d, & a, e, sono anchora equale alle due, e, g, d, g, et la basa d. e. del triangolo, a, d, e, (del presupposito) è equale alla basa, e, d, del triangolo e. f. e d, adonque l'angolo che sotto alle, e, g, d, (per la ottaua del primo) è equale a quello che sotto alle, d, a, e, & è manifesto che è anchor maggiore che è una cosa absorda, adonque la, a, d, non è equale alla, f, g, anchora demostraremo che la nõ e minor, adonque lei serà maggior etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea, g, h, laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto, g, e sia constituido il problema.

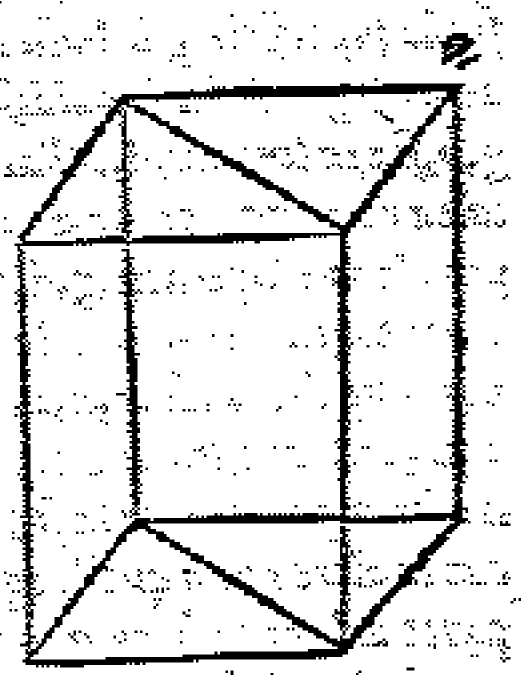


Hor dico (come di sopra è detto) che la. a. d. non è minore della. f. g. & se questo è possibile (per l'aduersario) anchora la. b. e. a lei equale serà pur minore della medesima. f. g. hor sia posto ouer fatta la. g. K. equale alla. b. e. & la. g. l. equale alla. b. f. & sia tirata la. k. l. & perche la. b. e. è equale alla. b. f. la. g. K. serà equale alla. g. l. per laqual cosa è il restante. k. f. serà equale al restante. l. e. adonque la. f. e. (per la uigesima ottaua del primo) e paralella alla. k. l. pche il triangolo. f. e. g. è equiangolo al triangolo. g. k. l. adonque (per la sesta del sesto) si come è la. g. f. al. f. e. cosi è la. g. k. al. k. l. et uicissim (cioè permutatamẽte per la decima sesta del quinto) si come g. f. al. g. k. cosi. e. f. e. al. k. l. et. g. f. è maggiore della detta g. k. adonque & la. f. e. è maggiore della. K. l. ma la. f. e. è equale alla basa. f. e. del triangolo. b. e. f. adonque & la basa. f. e. è maggiore della. k. l. (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due, b, e, b, f, sono equale alle due. k. g. g. l. (cioè l'una a l'una, & l'altra all'altra) & la basa. f. e. è maggiore della basa. k. l. adõque l'angolo che sotto delle. e. b. f. (per la uigesima quinta del primo) è maggiore dell'angolo che sotto delle due k. g. l. similmente anchora se pigliamo la. g. m. equale all'una & l'altra delle due. g. k. g. l. & tirata la. K. m. demostremo che l'angolo che sotto le. f. c. d. è maggiore di quello che sotto di. k. g. m. sia adonque cõstituido (per la uigesima terza propositione del primo) alla linea retta. f. g. nel ponto. g. l'angolo. f. g. n. equale a l'angolo. e. b. f. & l'angolo. f. g. o. equale all'angolo. f. c. d. & sia fatta l'una & l'altra delle due. g. n. & g. o. (per la terza del primo) equale alla. g. k. & sian tirate le linee. k. n. k. o. & n. o, & perche le due linee, b, e. b. f. sono equale alle due. k. g. & g. n. & l'angolo

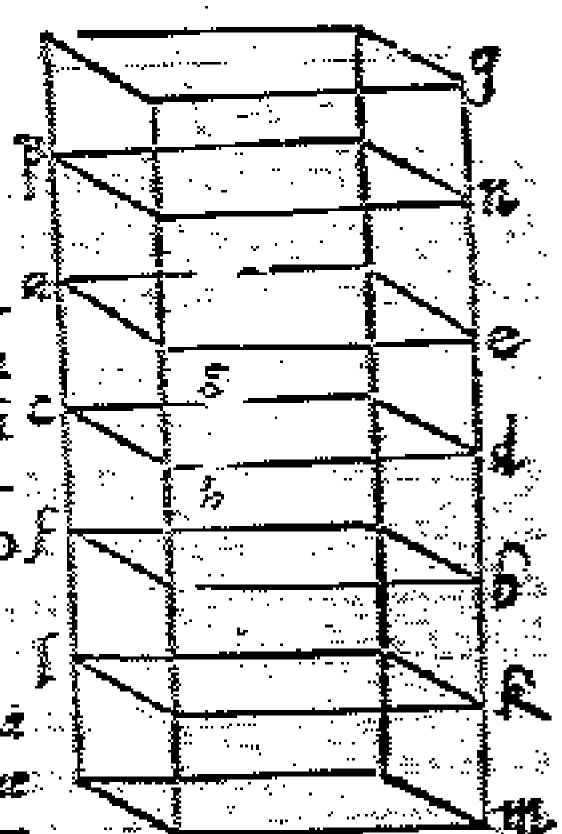


sia la superficie.g.b.basa del detto solido,a,b,della quale è manifesto(per la precedente)esser de lati equidistanti & la commune settione delle due superficie.c,d,& g,b,sia la linea,b,d,dellaqual è manifesto(per la terza)di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo)che quella è equidistante alla,g,e,et però le due superficie,g,d,et,b,b,sono de lati equidistanti,e quelle sono base di duoi corpi partiali in liquali la superficie,c,d,diuide el solido.a.b.adōque dico che la proportione del solido,a,d,al solido,b,c,e si come della basa,g,d,alla basa,b,b,hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare)dall'una e l'altra banda le quattro linee penetrante la superficie,c,d,sopra li suoi angoli & quelle sono,a,f,et,e,b, con le altre due a quelle equidistante,& sian tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto,b,quanto te pare,lequale siano posti a una per una equale alla linea,b,d,et dalla parte del ponto,e,similmente quante altre te piace,lequale siano poste equale alla linea,c,d,sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituidi li solidi paralellogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto,b,li solidi,f,k,& l,m,& dalla parte del ponto.e.li solidi.a.n.& .q.p.et(per la diffinitione di corpi equali & simili)cadauno di solidi.f.k.& .l.m.è equale al solido,c,b,& cadauno delli solidi.a.n.& p.q.è equale al,a,d,adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto:perche el solido,c,m,è cosi multiplice al solido,b,c,come la basa,b,m,alla basa,b.b,et lo solido,q,c,è cosi multiplice al solido.a,d,si come la basa,q,b,alla basa,g,d,& se la basa,b,m,è equale alla basa,q,b, lo solido,c,m, è equale al solido,q,c,(per la diffinitione di corpi equali & simili)& se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido.& se è maggiore è maggiore,laqual cosa è manifesta (per la medesima diffinitione)resegbata dalla maggiore basa alla equalità della minore,& descritto sopra a quella el solido paralellogrammo,adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità)la proportione del solido,a, d, al solido,c,b,e si come la basa,g,d,alla basa,b,b,che è il proposito & se alcuna superficie,segbarà el corpo seratile equidistantemente alle due opposite superficie triangulare di quello li duoi corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie segbante (come a commun termine)serano proportionali alle sue base,hor sia.a.f.el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano,a,b,c, d,e,f,adonque è manifesto(per la diffinitione del seratile)cadauna di quelle tre superficie,lequale sono,a,b,d,e,b,c,e,f,a,c,d,f,esser paralellogrammo,adonque la superficie,g,b,k,segbi questo seratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono,a,b,c,d,e,f.Dico adonque che la proportione del seratile.a.k. allo seratile.g.f,e si come la basa,a,k, alla basa.g.f, laqualcosa se pruoua si come del solido paralellogrammo,perche protratte in l'una e l'altra parte le linee.a.d. b.e.c.f.& fatti in tra quelle dalla parte del pōto.e. li seratili equali al seratile.g.f. & dalla parte del ponto.b.altri equali al serratile.a.K.de che numero uoi dall'una e l'altra bāda,se con la mente uigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità)non te serà difficile concludere quello che hauemo detto.





Ciascun solido che è contenuto de superficie equidistante, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come non ponno essere manco di sei, cosi ponno essere in ogni numero paro eccedente el senario, perche è manifesto la colonna essagona posser esser contenuta da otto superficie lequale le due è due opposite fra loro sono equidistanti, cosi anchora la ottogona da diese, la decagona da dodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali pronontio essere infiniti) solamente quello è detto paralellogrammo del quale tutte le superficie circondante quello sono paralellogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che ppone questa uigesima quarta douer esser intesa di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo, a, b, del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te serà manifesto cadauna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune settione de essa segante) & delle quattro segate: & siano due e due di quelle quattro segate (lequale se opponeno fra loro) equidistante dal presupposito: seguita (per la decima sesta tolte due sonde) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el secondo proposito & (per la trigesima quarta propositione del primo) è manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie essere equali. Adonque li due lati continenti l'angolo piano di cadauna di quelle seranno equali alli duoi lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli duoi & duoi lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per lo conuerso della penultima commune sententia posta nel libro) è necessario ciascune due superficie opposite in el solido a. b. essere fra loro equale che è il proposito.



Theorema 22. Propositione 25.

25 / 25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido paralellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido. li duoi corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie segante come a commun termine) sono proportionale alle sue base.

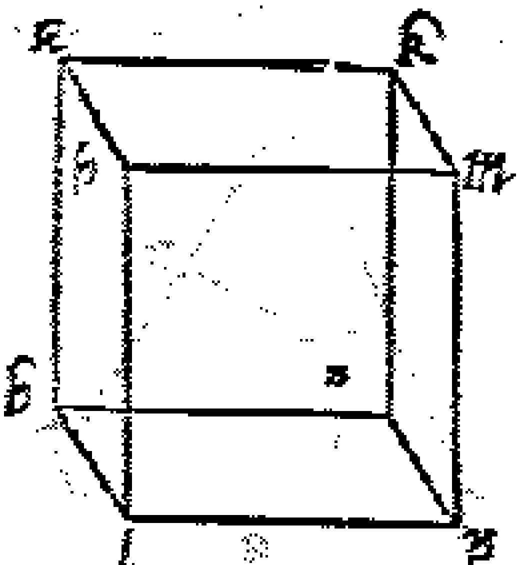
Sia il corpo, a, b, solido paralellogrammo, & la superficie, c, d, seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello lequale sono, a, e, & f, b, et sia la *to di sopra date senza impedimento potrai costituire il proposto angolo. a. (che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si voglia.*

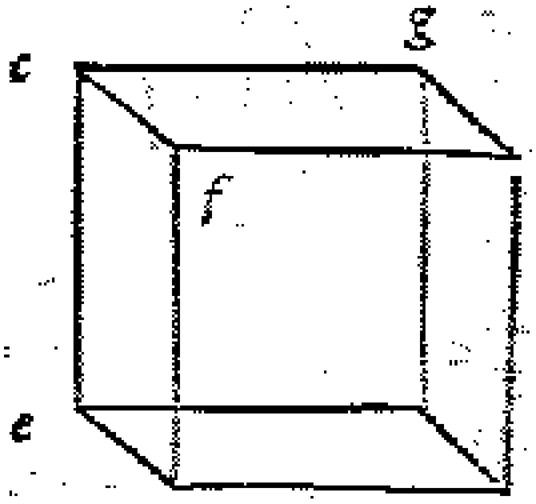
Il Tradottore.

Doue che sopra il commentatore dice che dal ponto.g.signato doue uorai produrai la linea.g.e.&c. A me non pare che il detto ponto.g. si possa tor doue ne pare anci tal parlar mi pare fora di proposito è superfluo: perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto.e.constituire (per la uigesimaterza del primo) l'angolo.f.e.g.equale all'angolo.b.a.c.è seguire poi come seguita.

Problema.5. Propositione.27.

27 Sopra a una assignata linea puotemo constituire uno solido simile a
27 uno dato solido de superficie equidistante.





Sia la assignata linea,a,b, del sito del quale over giaccia in piano, over sia in alto elleuata el non importa niente, & sia lo corpo,c,d, lo solido parallelogrammo assignato el quale sopra la linea.a.b. desideremo fabricare uno solido simile, siano adonque li tre linee continente li angoli superficiali dalli quali vien composto lo angolo.c.solido delle inscritte littere, c, e, c, f, c, g, & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto, a, della linea,a,b, sia constituido uno angolo solido equale al,c, sia contenuto dalle tre linee,a, b,a,h, a, K, & con lo aggiuto (della undecima del sesto) sia la proportione della,c,e,alla,a,b, & della,c, f,alla,a,h, & della,g,c,alla,a,k, una medesima proportione, dapoi dalli tre ponti,b,h,k,sia protratte sei linee cioè, h,l, equidistante alla linea, a, b, &,h,m, equidistante alla linea,a,k, anchor,b,l, equidistante alla linea,a,h, &, b,n, equidistante alla linea,a,K, anchor sia tirata la linea,k,n,equidistante alla, a,b, &,K, m, equidistante alla,a,h. & piu siano protratte,n, p, equidistante al, b,l, & ,p,l. equidistante al,h,m, anchora sia protratta la linea,p,n, & serà compido el solido parallelogrammo,a,p,el qual dico esser simile al solido, c, d, & questo (per la diffinitione) delle superficie simile, & (per la diffinitione di corpi simili) facilmente tu concluderai se tu te arecordi de quelle.

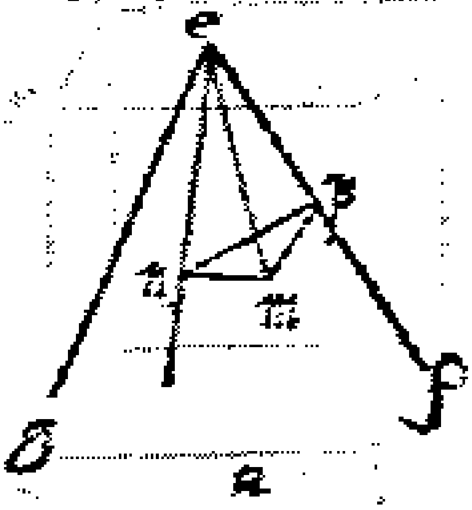
Theorema.23. Propositione.28.

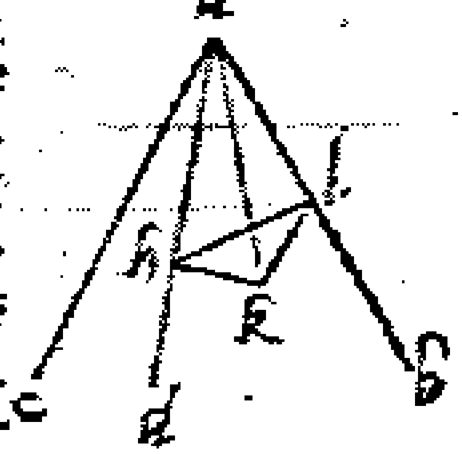
28 Se alcuna superficie segarà uno solido parallelogrammo sopra quale
28 le due opposite superficie terminale di quello si uoglia & sopra li dui dia-

Problema. 4. Propositione. 26.

26 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo constituire
26 uno angolo solido equale a uno proposto angolo solido.

Sia el proposto angolo solido .a. elquale sia contenuto delle tre linee .a.b. .a.c. .a.d. (lequale contengono li tre angoli superficiali, che costituiscono esso angolo solido) alquale sopra el ponto .e. della proposta linea .e.f. (laquale stia come pare al preponente, cioè distesa in piano ouero eleuata in suso) desideremo de constituire uno angolo solido equale. Sia el sito della linea .e.f. come si uoglia & dal ponto .g. signato doue uorai produrai la linea .g.e. & (per la seconda di questo) le due linee .e.f. & .g.e. seranno in una superficie, adonque in questa superficie sopra el dato ponto .e. in la assignata linea (secondo el modo della uigesimaterza propositione del primo) constituisse uno angolo equale all'angolo .b.a.c. e quel sia .f.e.g. dapoi dalla linea .a.d. taglia la linea .a.b. si come tu uorai & dal ponto .b. produrai la perpendicolare .b.K. alla superficie in laquale sono le due linee .a.b. & .a.c. laqual cosa come se debbia fare el te lo insegna la undecima di questo, adonque a ti non bisogna pigliar cura dal ponto .K. perche el non te importa o che la perpendicolare .b.K. (condutta alla superficie in laquale sono le due linee .a.b. & .a.c.) caschi fra esse linee ouer di fora uia, ouer in una di quelle conducerai solamente la linea .a.K. et ponerai el ponto .l. in la linea .a.b. doue uorrai & protrarai la linea .k.l. et .l.b. & mette l'angolo .f.e.m. (in la superficie delle due linee .e.f. et .e.g.) equal all'angolo .b.a.K. e la linea .e.m. equal alla linea .a.k. et dalla linea .e.f. taglia la linea .e.p. equale alla linea .a.l. & dal ponto .m. conduce la linea .m.n. perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee .e.f. et .e.g. e pone quella equale alla .b.k. & tira le linee .e.n. .n.p. & .p.m. dico adonque le tre linee .e.f. .g.e. .n. contenere uno angolo solido in ponto .e. equale al proposto angolo .a. laqualcosa dimostra in questo modo conciosia che (dal presupposito) li duoi lati .a.K. & .k.b. del triangolo .a.k.b. siano equali alli duoi lati .e.m. & .m.n. del triangolo .e.m.n. & li angoli che sono al .K. & al .m. sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmēte eretta sopra una superficie seranno (per la quarta del primo) le due linee .a.b. & .e.n. equale anchora (per la medesima) le due linee .k.l. & .m.p. seranno equale e però etiam (per la medesima) .b.l. & .n.p. seranno equale conciosia che .b.K. et .K.l. siano equale alle .m.n. & .m.p. & li angoli .b.K.l. & .n.m.p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo .n.e.p. serà equale all'angolo .b.a.l. anchora per simil modo tu approuerai l'angolo .g.e.n. essere equale all'angolo .c.a.d. adonque è manifesto noi hauer fatto quello che uolemo. O studioso lettore se ponerai bē cura a questo che hauemo operato di





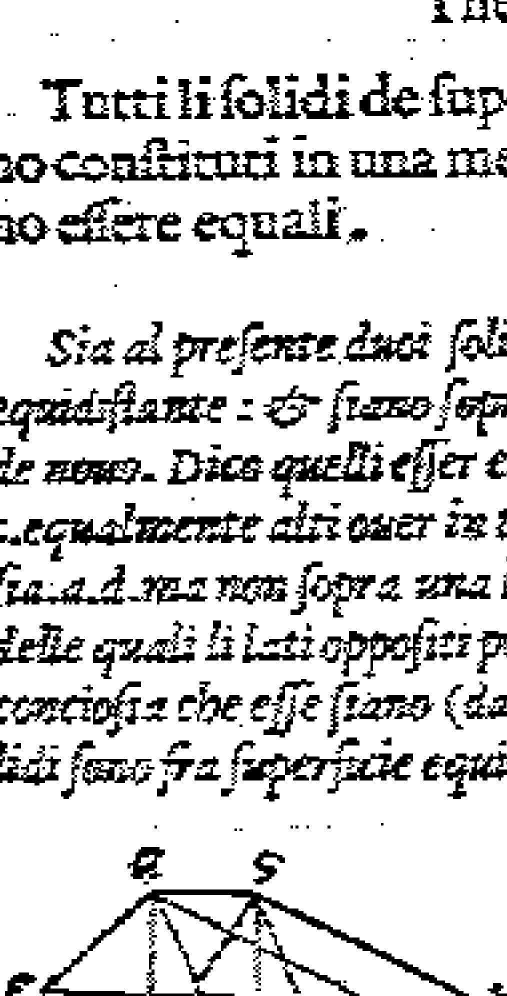
dine) siano una linea, & quelli siano.e.m.& .f.n. Dico adonque che li solidi.a.b.& a.n. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la trigesima quinta del primo facendo il medesimo qui di seratili come in quel luoco di triangoli tu potrai facilmente concludere, & la medesima diuersità a te occorre in questo luoco in li solidi, che hai uisto esser occorso iui in le superficie.

Theorema. 25. Propositione. 30.

30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equelmente alti che serano constituti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere equali.

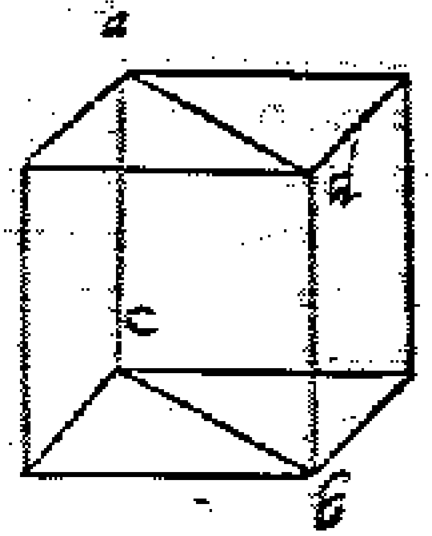
30

Sia al presente duoi solidi paralellogrammi equalmente alti, ouer in superficie equidistante: & siano sopra una medema basa, ma non constituidi sopra una linea de nouo. Dico quelli esser equali, hor siano li dui solidi paralellogrammi, a.b, & .a, c. equalmente alti ouer in tra superficie equidistanti cōstituti sopra una basa laqual sia.a.d. ma non sopra una linea & siano le supreme superficie de quelli.e.b.& .f.c. delle quali li lati oppositi protratti secondo la rettitudine non seranno una linea & conciosia che esse siano (dal presupposito) in una superficie imperoche li proposti solidi sono fra superficie equidistanti, è necessario che li duoi lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine, seghino li duoi lati dell'altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li duoi lati oppositi delle superficie.e.b. liquali siano.e.g.& h.b. & li duoi oppositi della superficie.f.c. liquali sian.k.f.& .c.l. et seghinsi sopra li quattro ponti.m.n.p.q.& la superficie.m.n.p.q. serà de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la communa basa delli proposti solidi, & quella e.a.d. & le altre due restante sono le suppreme superficie di medesmi solidi, & quelle sono.e.b.& .c.f. adonque dutte le linee da i quattro ponti.m.n.p.q. alli quattro angoli della basa.a.d. resserti secondo la diretta conueniētia lequale siano.n.a.m.r.p.s.q.d. serà uno perfetto solido paralellogrammo. a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si uoglia di duoi proposti solidi liquali sono.a.b. & . a.c. è equale al solido.a.q.



adonque (per la concettione) el solido.a.b. è equale al solido.a.c. per laqualcosa è manifesto el proposito, parendoti tu puoi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si uoglia duoi solidi paralellogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa & tu demostrarai diametri di quelle, quella medesima superficie è necessario segare quel corpo in due parti equale.

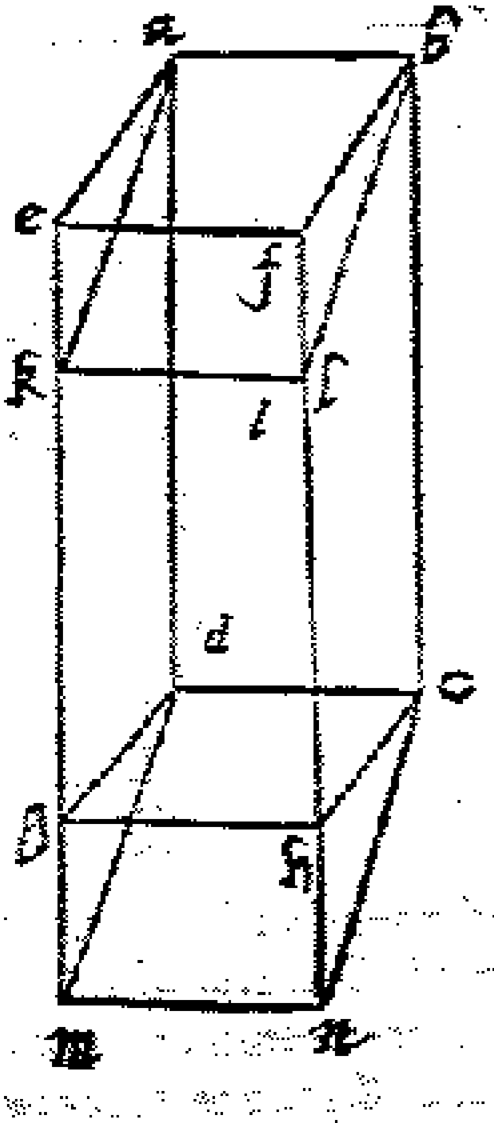
Sia el corpo. a. b. solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie. a. b. c. d. seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido, lequale siano. a. d. & c. b. Dico che la detta superficie diuide questo solido proposto in due parti equali, perche egliè manifesto che quella diuide quel solido in dui seratili di quali le due è due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati oppositi del proposito solido (per la uigesima quarta de questo) è manifesto esser equale, conciosia che'l solido del qual parlamo è posto esser parallellogrammo: anchora (per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) è manifesto le superficie trilatere di detti seratile essere equale, adonque (per la diffinitione di solidi equali) è manifesto il proposito.



Theorema. 24. Propositione. 29.

29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una medesima basa, & costituti sopra una linea se prouano esser equali.
29

Vero è che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constituide tre linee equidistanti, come in la trigesima quarta del primo è stato dimostrato; ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituidi sopra una linea, & questi tali son quelli, di quali li duoi lati oppositi delle suppreme superficie protratti secondo la rettitudine sono una sol linea: & de questi tali questa uigesima nona propone de demostrare tutti questi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono detti esser constituidi sopra una linea & sono quelli di quali qualunque duoi lati oppositi delle supreme superficie che siano tolti secondo la rettitudine protratti non sono una sol linea, et de tali la sequente propone da demostrare tutti questi anchora esser fra loro equali. Siano adonque li duoi solidi parallelogrammi equalmente alti ouer constituidi fra superficie equidistanti. a. h. & a. n. sopra una basa laqual sia. a. c. di quali li lati oppositi delle supreme superficie (quando siano protratti secondo la rettitu-



lati equidistanti (lequale sono, b, b, b, K, b, l,) siano constituidi li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa, a, b, & siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi constituidi sopra quelle chiamadi de medesimi nomi, adonque è manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi, b, b, & , c, d, sono equali & simili: ma delli solidi, b, b, & b, K, è manifesto (per la uigesima nona) che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituidi sopra una medesima basa, & quella serà la superficie eretta sopra la linea, b, f, & sopra una linea, & (per la uigesimaquinta) la proportione del solido, a, b, al solido, b, l, è si come la basa, a, b, alla basa, b, l, & (per la medesima del solido, b, K, al solido, b, l,) serà si come della basa, b, K, alla basa, b, l, & conciosia che dell'una e dell'altra delle due base, a, b, & , b, K, alla basa, b, l, sia una medesima proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi, a, b, & , b, k, al solido, b, l, serà una medesima proportione, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi, a, b, & , b, K. serano equali, & perche el solido, b, K, è equal al solido, b, b, & lo solido, b, b, al solido c, d, seguita (per communa scientia) el solido, a, b, essere equale al solido, c, d, che è al proposito.

Theorema 27. Propositione. 32.

32
31 Se li solidi de superficie equidistanti constituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli è necessario esser equali.

Fabricati duoi corpi come se propone: cioè che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma ambiduoi inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli sian dutte le perpendicolare alla superficie doue sono site le sue base lequale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna delle altre serà equidistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quel le diffiniscono la altezza di proposti solidi, et se in tra quelle sian fatti solidi de equidistanti lati, serà manifesto (per la precedente) questi duoi solidi ultimamente constituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli duoi primi & delli duoi ultimi siano in medesime base, cioè le superficie supreme de quelli, è manifesto (per la uigesima nona ouer trigesima) & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el uero quello che stato proposto. per questi medesimi mezzi se'l te pare tu poi demostrare li conuersi di questa & della precedente, ducendo queste indirettamente per lo medesimo modo & al medesimo modo inconueniente si come in li conuersi delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi paralellogrammi esser equali e sopra equal base, & tu conuencerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conuencerai quelli essere sopra base equale.

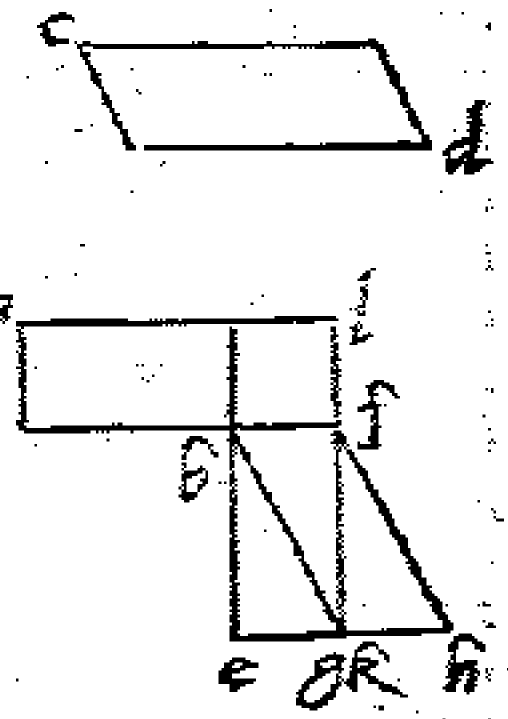
strarai quelli esser equalmente alte et questa è la precedente seranno el mezzo del la tua demostratione, & lo impossibile alqual tu ducerai, serà la parte esser equale al suo tutto, laqualcosa euidentemente appare, se de quel solido (el quale mettisse l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, & constituti sopra una medesima basa ne taglierai uno solido paralerogrãmo equalmente alto al piu basso, & questo tagliato tu conuencerai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso, e però (per communa sententia) etiam a quel tutto dal quale tu hauerai tagliato quello.

Theorema.26. Propositione.31.

31 Li solidi de superficie equidistanti constituti in base equale, se seranno equalmente alti, & le linee angulari de quelli staranno orthogonalmente sopra le base, seranno equali.

31

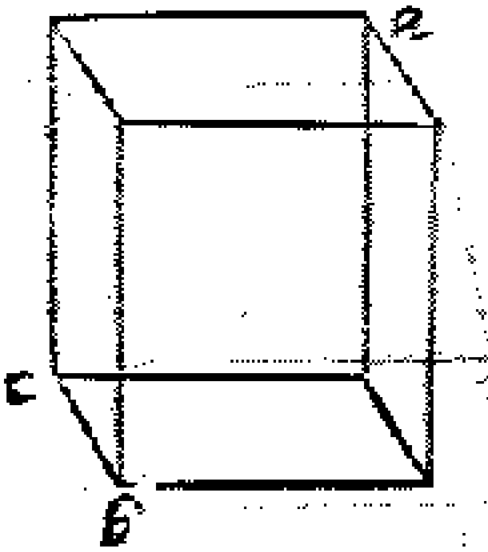
Et questo anchora è uero che tutti li solidi parallelogrammi constituti in base equale & in tra superficie equidistanti ouer equalmente alti sono fra lor equali si come (in la trigesima sesta del primo) è stato prouato delle superficie de equidistanti lati constituti sopra equal base & in tra linee equidistanti, ma de tal solidi, alcuni sono delle quale le linee angolare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de questi tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, ma poi eglie ne sono d'un'altra sorte delli quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di questi altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medemamente esser equali, adonque siano intese sopra le due base .a.b. & .c.d. liquali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano d'una medesima creatione, ma sia .a.b. tetrango longo et .c.d. un simile helmuayn li dui solidi de equidistanti lati constituti equalmente alti, & siano le linee rette sopra li angoli delle proposte base perpendicolare a quelle dico questi dui solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li dui lati della basa .a.b. (& siano quelli che contien l'angolo .b.) per fina al .f. & e. & sia fatto l'angolo .f.b.g. equale all'angolo .c. della basa .c.d. & siano tolte le due linee .b.f. et .b.g. equale alli dui lati della basa .c.d. lequale contien lo angolo .c. & sia compita la superficie de lati equidistanti .b.h. laqual serà equale & simile alla basa .c.d. & dapoi sia protratta la .b.g.e. equidistante alla .h.f. & la .f.k. equidistante alla .b.e. & la superficie quadrilatera .b.f.K. de lati equidistanti serà equale alla .a.b.

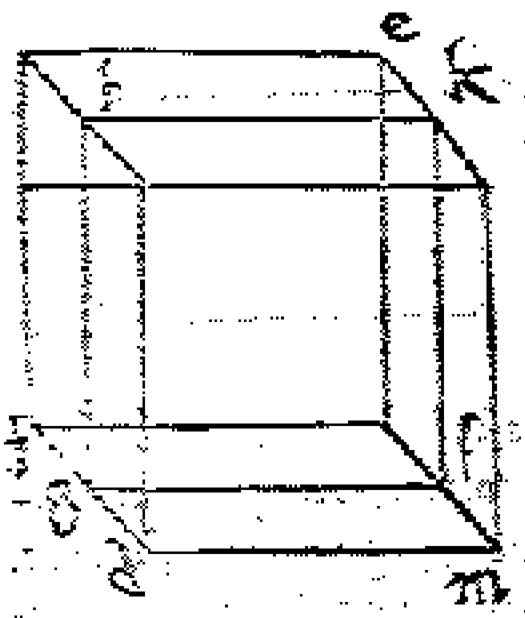


(per la trigesima quinta del primo) & conciosia che .b.h. sia equale al .c.d. (per la concettione) la .b.K. serà equale alla .a.b. adonque sia compita la superficie de lati equidistanti .b.l. protratta la linea .k.f. per fina a tanto che quella concorra in ponto .l. con uno di lati continenti l'angolo .a. adonque fa che sopra le tre superficie de

Theorema.29. Propositione.34.

34 / 34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze stiano erette orthogonalmente sopra le base seranno equali è necessario le base de quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.





Ogni uolta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutuchesie: & è conuerso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propose la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da demostrare di quelli solidi parallelogrammi in liquali le linee delle sue altezze stanno orthogonalmente, alle sue base parallelogramme, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adonque al presente li duoi solidi parallelogrămi.a.b.& .c.d. equali le base di quali siano,a,e,& c,f,& le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra queste base, & sia la altezza del solido,a,b,la linea,e,b,& del solido,c,d,la linea,f,d,adonque se le due linee.e.b.et.f.d. (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali,conciosia anchora che essi solidi per el presupposto siano equali (per el conuerso della trigesima prima) le base de quelli lequale sono.a.e. & .c.f. seranno equali,e però le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifestarà la prima parte del presupposito, & al contrario se manifestarà la seconda, come se le altezze & le base sono mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale,e però (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi è manifesta la seconda parte, ma se le linee, e, b, & ,f,d, non seranno equali sia maggiore,f,d, & da quella sia resegato.f.g. alla equalità della linea,e,b,& dalle altre tre linee lequale sono le altezze del solido,c, d,siano resegate alla medesima misura in li ponti.K.h.& sia compito el solido parallelogrammo.c.g.equalmente alto al solido.a.b. & (per la precedente) dello, a, b, allo,c,g, serà si come della basa,a,e,alla,c,f,adonque conciosia che lo solido,c,d,sia equal al.a.b. (per la prima parte della settima del quinto) del, c, d, al,c,g,serà si come della basa,a,e,alla basa,c,f,& (per la precedĕte la proportione del, c,d,al,c, g,e si come la basa,m,f,alla basa.f.l.laqual cosa è manifesta se una delle superficie di lati del solido,c,d, (& quella sia.f.m.) sia intesa basa di quello, & (per la prima parte del sesto) dalla.f.m.alla.f.l.e si come della,d.f.alla.f.g.e però (per la settima del quinto) si come la,d,f,alla,b,e,adonque la,a,e,alla,c,f,e si come la,d,f, alla,b,e,adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al

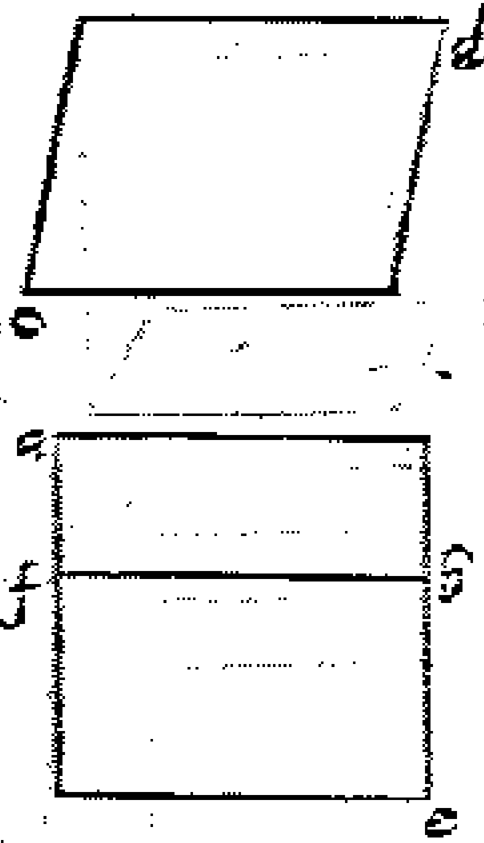
contrario

Il Tradottore.

Le due precedēte propositioni nella seconda tradottione se dimostraranno in una sola propositione cioè in la trigesima prima.

Theorema. 28. Propositione. 33.

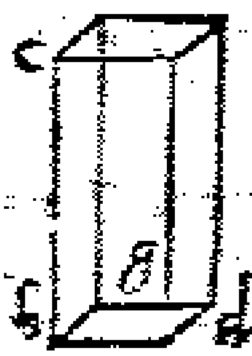
33 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono pro-
33 portionali alle sue base.



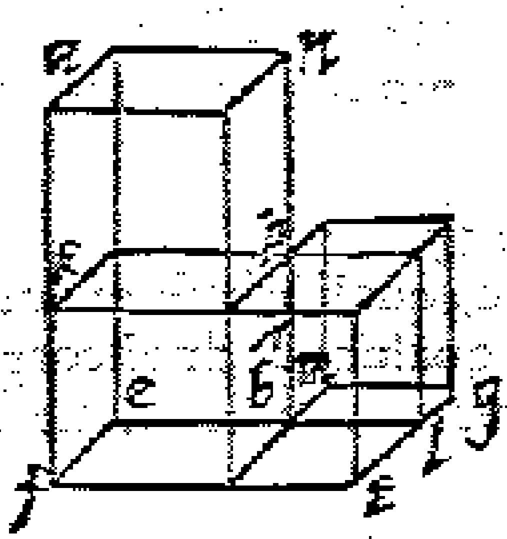
Siano dui solidi de superficie equidistanti equalmē te alti constituidi sopra le due base.a.b.et.c.d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli dui solidi, e si come la proportione delle due base (lequale sono.a.b.et c.d.) dell'una all'altra, certamente è manifesto (per la trigesima quarta) l'una & l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li duoi lati oppositi & equidistanti in la superficie.a.b. siano protratti & fra quelli sia fatta una superficie de lati equidistāti laqual sia.f.e.equale alla.c.d.dapoi sopra la superficie.f.e.sia compita uno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che è constituido sopra alla basa.a.b. & sia commun termine di ambiduoi quella superficie, che è elleuata sopra la linea.b.f. & questi solidi & le sue base siano chiamati de medesimi nomi perche adonque la basa,f, è equale alla basa,c,d,(per la trigesima prima ouer trigesima seconda)lo solido,f,e, serà equale al solido,c,d,ma perche la superficie che se elleua sopra la linea,b,f,sega el total solido.a.e.equidistantemente alli duoi lati oppositi (per la trigesima quinta)la proportione del solido,f,e,al solido,a,b,serà si come la basa.f.e.alla basa.a.b. & conciosia che si le base come li solidi,c,d,& ,f,e,siano equali,le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouero trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto) tolta due uolte una per le base & una per li solidi che la proportione di solidi,a,b,& ,c,d,& delle base,a,b,& ,c,d,sia una medesima come uoleuemo dimostrare, anchora lo cōuerso di questa non è difficile da demostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo duoi solidi paralellogrammi esser proportionali alle sue base, e tu conuincerai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario ponesse esser piu alto un solido paralellogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliato e l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) et conciosia che total piu alto (dal qual è sta tagliato el partiale) e quello che è stato supposto esser piu basso, siano proportionale alle medesime base (dal presupposito) seguita (per la prima parte della nona del quinto) el total (che l'aduersario disse essere piu alto) e lo partiale che fu tagliato da quello essere equali laqual cosa è impossibile.

Theorema.31. Propositione.36.

36/33 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportione di l'uno all'altro: serà si come la proportione treplicata, di quale si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro.



Siano li duoi solidi.a.b.& .c.d. paralellogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e si come la proportione treplicata di l'uno di lati di quello all'uno di lati dell'altro a lui relatiuo si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione dupplicata di suoi lati relatiui, come fu dimostrado in la decima nona del sesto: perche se li solidi.a.b.& .c.d. seranno equali conciosia che sono sta posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatiui dell'altro, e però conciosia che la proportione treplicada, de due quantità equale ouer tolta quante uolte si uoglia quella non fa saluo che proportione de equalità, adonque in questo caso è manifesto esser el uero quello che se propone, ma se seranno inequali sia.a.b. maggiore del quale la longhezza sia.b.e.& la larghezza.e.f. la altezza.f.a. la basa.e.r.& la supprema superficie.a.n.& del solido.c.d. la larghezza sia.d.g. la larghezza.g.b. la altezza.b.c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per lo presente presupposito) che la proportione del.a.f.al.c.b.& del.f.e.al.b.g.& del.e.b. al.g.d. sia una medesima, adonque sia tolto dalla linea.a.f. (laquale è manifesto essere maggiore della.c.b.) la linea.f.k. equale alla.b.c.& le altre tre (determinante la altezza del solido.a.b.) siano resegate alla equalità de quella & fra quelle sia compito al solido paralellogrammo.k.b. equalmente alto solido.c.d.& siano protratte le due linee della basa.e.b.per fina al.l.& r.b.per fina al.m.& sia.b.l.equale al.g.d.& b.m.equale al.b.g.& sia compito la superficie.m.l.de lati equidistanti laquale serà equale & simile alla.b.d. adonque sopra di quella sia erigato lo solido.p.q. paralellogrammo secondo le precisa altezza del solido.c.d.& lo.p.q. serà equale & simile al solido.c.d. un'altra uolta fra le linee.r.b.& .b.l. sia compita la superficie,b,e, de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia erigato lo solido paralellogrammo.x.l.equalmente alto all'uno e l'altro di duoi solidi.k.b.& .p.q. reimpiendo l'uno e l'altro di duoi angoli che sono dentro quella, & conciosia che li duoi solidi,a,b, p, q, siano simili imperoche ambiduoi siano posti simili al solido, c.d.& li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la uigesima del sesto, & è manifesto



per

contrario della prima tu la prouarai per lo modo contrario, perche sia la medema dispositione stante la proportione della.a.e.alla.d.f.si come la.d.f.alla.e.b.al presente dico li solidi.a.b.& .c.d.esser equali, perche (per la settima del quinto) della.d.f. alla.f.g.serà si come della.a.e.alla.c.f.ma (per la precedente) lo.a.b.al.c.g.e si come la.a.e.alla.c.f.adonque lo.a.b.al.c.g.è si come la.d.f.alla.f.g. & (per la prima del sesto) la.d.f.alla.f.g.e si come la.m.f.alla.f.l.& (per la precedente) lo.c.d. al.c.g.è si come la.m.f.alla.f.l.adõque lo.c.d.allo.c.g.è si come lo.a.b.al.c.g. adõque (per la nona del quinto) li duoi solidi.a.b.& .c.d.sono equali che el proposito.

Il Tradottore.

Doue che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le base, piu corretamente saria a dire, & le linee laterale che in alto se elleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base: perche le linee determinano l'altezza di solidi sempre sono perpendicolare alla basa di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue sono site le dette base & queste tal linee della altezza non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tal solidi il medesimo si debbe intendere nel commento di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema.30. Propositione.35.

35 34 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quelli alle altezze di medesimi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti, le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

Quello che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue altezze se elleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone indistintamente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima seconda & .33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente: è manifesto esser il uero quello che è detto per la precedente, ma se le non seranno orthogonalmẽte erette dalli quattro põti angulari delle superficie supprema in l'un e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base, ouer da i ponti angolari delle infime superficie ne sia erigato quattro, in tra lequale compiscono duoi solidi parallelogrammi equalmente alti alli solidi primi, (& per la.29.& trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el uero quello che propone questa.35.di quelli fatti in ultima, il medesimo serà il uero etiam di primi.

Il Tradottore.

Queste due precedente propositione in la seconda tradottione se dimostrano in una sola cioè in la trigesima quarta.

me base, ouer le base di seratili seranno subduple alle base di solidi paralellogrammi, & questo serà quadrato le base delli seratili seranno cõmunamẽte trigone, per che all'hora li solidi paralellogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili, le superficie trigone acciochè le base de seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportione di seratili sia si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communamente sopra base triangulare ouer communamente sopra le base quadrangulare, le base de quelli serãno mutue alle altezze de quelli, ma se le base de quelli seranno mutue alla altezza de quelli, essi seratili seranno equali si come proponeno la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi paralellogrammi, & questo facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta(ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno all'altro, e si come la proportione del lato de uno al suo relatiuo lato dell'altro duplicata si come di solidi paralellogrammi(propone la trigesima sesta, che per la medesima trigesima sesta) facilmente a te se manifestarà dalli paralellogrammi compidi dalli seratili simili quelli solidi prouarai essere simili laqual cosa è facile esser negotiata, per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile, per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

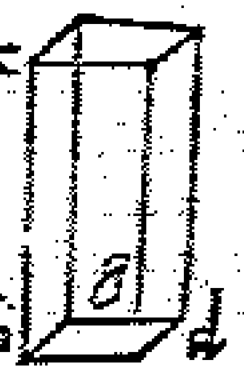
o/33 Dico che da questo è manifesto, che se seranno quattro rette linee proportionale, si come serà la prima alla quarta cosi serà el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperoche la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

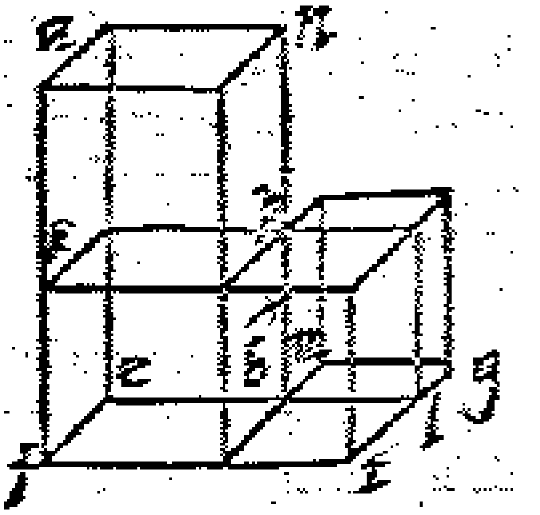
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione elquale per essere da se chiaro altramente non lo spongo aduertendoti solamente che li detti solidi descritti sopra alla prima & seconda el non satisfa che quelli siano simili ma bisogna etiam che siano similmente posti ouer descritti cioè che le base descritte dalle dette due linee doue essi corpi se riposano siano simile & relatiue de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla uigesima del sesto delle superficie simile.

Theorema 32. Propositione 37.

37/35 Se seranno duoi angoli piani equali sopra liquali siano statuide in aere due Ypotumisse che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciascaduno di lati di angoli subgiacenti, & in quelle Ypotumisse siano signati duoi ponti, dalli quali siano protrate due perpendicolare alla superficie delli propositi angoli, & dalli ponti sopra liquali cascarãno le perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli piani,



per la uigesima quinta tolta tre uolte) che fra li dui solidi.a.b.& .p.q.secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li doi solidi.k.b. & k.l. adonque constituta ouer construtta la figura.a.y.& con la memoria ferma alli laudati presupposti (per la prima del sesto) facilmente concluderai il proposito, discerne el corpo & attende diligentemente, & saperai (per la uigesima quinta de questo) la proportione del solido.a.b.al solido.k.b.esser si come della superficie.a.y. alla superficie.k.r. e però (per la prima del sesto) si come della linea.a.f.alla linea.x.f. & la proportione del solido.k.b.al solido.x.l.si come della superficie.k.r.alla superficie.x.t.e però si come della linea.f.r.alla linea.r.t. & la proportione del solido.x.l.al solido.p.q.si come della superficie.r.l.alla superficie.l.m. & per tanto è si come della linea.r.b.alla linea.b.m. & per el presupposito è chiaro che la proportione della linea.f.r.al la linea.r.t. & della linea.r.b.alla linea.b.m.è si come della linea.a.f.alla linea.k.f.e per tato (per la diffinitione della proportione treplicata posta in 12. diffinitione, & 5 è manifesto che la proportione del solido.a.b.al solido.p.q.e però etiam al solido.c.d.e si come della linea.a.f.alla linea.k.f.treplicata, & perche la linea.x.f.e posta equale alla linea.c.b.è manifesto esser il uero quello che detto: ma bisogna saper che cio che è stato dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa 36. & per le sette continue precedente a quella) il medesimo anchora se uerifica nelli seratili di quali le base communamente sono trigone ouer communamente tetragone, & questo serà manifesto allo ingenioso ispettatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continuamente precedente: perche se seranno quai si uoglia seratili equalmente alti sopra una medesima basa ouer sopra base equale tamen communamente trigone ouer cōmunamente tetragone, conciosia che quelli siano la mità di solidi paralellogrammi delle sue altezze (per la uigesima ottaua) quelli seranno equali per la uigesimanona, & per le tre che seguitano quella: Perche da queste è manifesto li solidi paralellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se saranno due seratili sopra basse communamēte trigone, ouer communamēte tetragone equalmente alti quelli saranno proportionali alle sue base, si come (per la 33.) se ha di solidi paralellogrammi, perche quelli (per la 28.) sono la mità di solidi paralellogrāmi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de quelli è una medesima proportione (per la trigesima terza) conciosia adonque che la proportione di solidi paralellogrammi sia si come quella de seratili: perche si come el sempio al sempio cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto.) & la proportione delle base di solidi paralellogrammi, e si come delle base di serratili, perche ouer che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi paralellogrammi, & questo serà quando le base di seratili seranno tetragone: perche all'hora seranno da esser compidi li solidi paralellogrammi dalli seratili sopra le mede-



la quarta del primo la linea.r.s. serà equale alla linea.t.x.& l'angolo.a.r.s. equale all'angolo.d.t.x.& lo agolo.a.s.r.all'angolo.d.x.t.per l'agolo.a.(dal presupposto) è equale all'angolo.d.adonque(per la concettione)l'angolo.s.r.q.serà equale al l'angolo.x.t.n.et l'angolo.r.s.q.all'angolo.t.x.n.perche sono li residui di duoi retti per li duoi equali tolti uia,adoque(per la uigesima sesta del primo)è necessario che la linea.r.q.sia equale alla.t.n.& la.q.s.equale alla.n.x.et conciosia che (per la penultima del primo)lo quadrato della linea.r.p.sia equale alli quadrati dalle due linee.r.q.& .p.q.& lo quadrato della linea.t.l.equale alli quadrati delle due linee.t.n.& .l.n.& essendo le due linee.r.p.& .t.l.equale,e anchora le due lequale sono.r.q.et.t.n.equale seguita(per communa scientia)le due che sono.p.q.et.l.n. esser equale,per lo medemo modo,conciosia chel quadrato della linea.a.p.sia equal alli quadrati delle due linee(che sono.a.q.& .q.p.)similmente el quadrato della linea.d.l.alli quadrati delle due linee che sono.d.n.& .n.l.et essendo.a.p.equale al la.d.l.& la.p.q.equale alla.l.n.seguita per commune scētia la.a.q.esser equale alla.d.n.adonque(per la ottaua del primo)cōcludo el proposito,cioè l'angolo.p.a.m.esser equale a l'angolo.l.d.n.

Correlario.

Da questo è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee ret-
6/3 te equali,e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale constitmente equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio,le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

Il Tradottore.

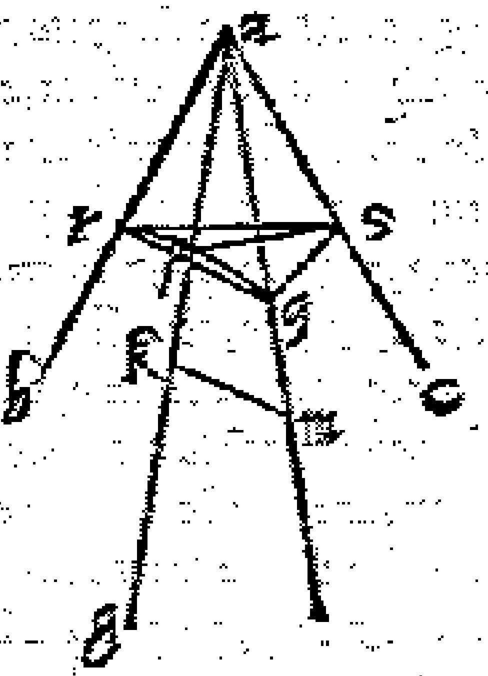
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual correlario dice che per le cose demonstrate nella soprascritta propositione che egli è manifesto che se sarāno duoi angoli piani de linee rette(si come li dui āgoli soprascritti a.et.b.)cōtenuti da linee rette equale quale sian pur le linee.a.r.a.s.et.d.t.d.x.et sopra li lor termini.a.et.d.stiano le due linee.a.p.& .d.l.equale e constituente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime proposte,dice che le perpendicolar dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li detti angoli sono fra loro equale le quale perpendicolare in questo caso sono le.p.q.et l.n.laqual cosa per le cose demonstrate disopra è manifesta.

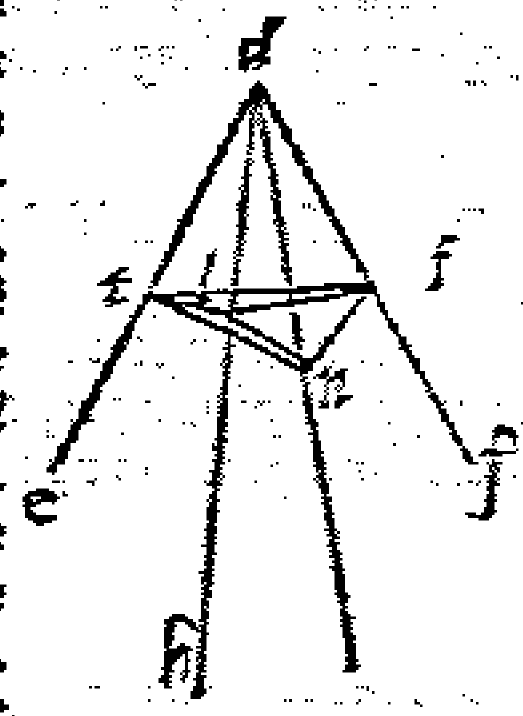
Theorema.33. Propositione.38.

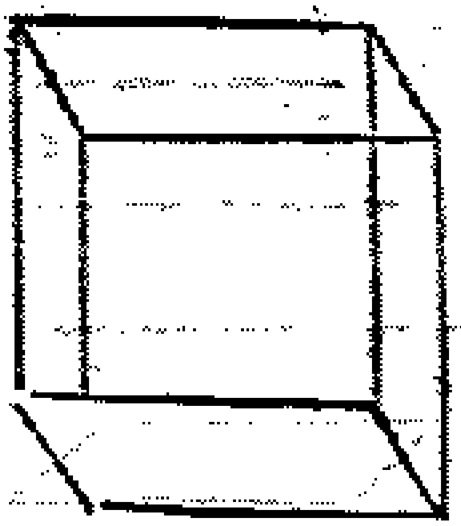
36/38 Se saranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto da quelle tre linee, sarà equale al solido de superficie equidistanti equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.

ni, Li duoi angoli che serano contenuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumisse se prouano fra lor esser equali.

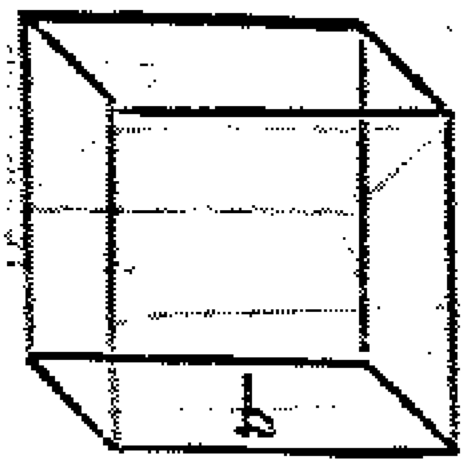
Siano li duoi angoli piani .a. & .d. equali contenuti delle linee .a.b. & .a.c. & .d.e. et .d.f. e sopra quelli sian erigate due linee (ypotumissalmēte.) a.g. & .d.h. & sia l'angolo .g.a.c. equale all'angolo .h.d.f. & lo angolo .g.a.b. equale all'angolo .h.d.e. in le due ypotumisse .a.g. et .d.h. siano signati li duoi ponti (come si uoglia .k. & .l. dalli quali secondo li precetti della undecima di questo) siano lassate due perpendicolare alla superficie de angoli .a. & .d. lequale siano .k.m. & .l.n. et siano protratte le due linee .a.m. & .d.n. dico adonque lo angolo .g.a.m. essere equale all'angolo .h.d.n. se la linea .a.k. è equale alla .d.l. bene quidem se non dalla linea .a.g. sia tolta la linea .a.p. equale alla .d.l. & dal ponto .p. sia lassada una linea perpendicolare alla superficie del angolo .a. laqual sia .p.q. adonque è manifesto che il ponto .q. è i la linea .a.m. laqual cosa (per la sesta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistante, lequale è necessario essere in una superficie) facilmente è manifesto a colui che ben studiosamente considera: dapoi dal ponto .q. sia dutte due perpendicolare una alla linea .a.b. laquale sia .q.r. & una altra alla linea .a.c. laquale sia .q.s. similmente anchora dal ponto .n. sian dutte due altre perpendicolare una alla linea .d.e. laqual sia .n.t. & l'altra alla linea .d.f. laqual sia .n.x. et sian protratte .r.s. & .t.x. & anchora dalli ponti .p. & .l. siano tirate le ypotumisse .p.q. .p.r. .p.s. & .l.n. .l.t. .l.x. adonque poste queste cose, & desposta prudentemente la figura cosi se apprēde la demostratione del proposito, eglie manifesto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea .a.p. è equale alli quadrati delle due linee, a, q, & , p. q. & (per la medesima) che il quadrato della, a, q, è equale alli quadrati delle due linee .a.s. & .s.q. adonque el quadrato della .a.p. è equale alli quadrati delle tre linee .a.s. .s.q. et .q.p. Ma per la medesima el quadrato della .s.p. è equal alli quadrati delle due linee .s.q. & .p.q. adonque al quadrato della .a.p. è equale alli quadrati delle due linee .a.s. & .s.p. e però (per la ultima del primo) lo angolo .a.s.p. è retto e per simel modo tu approuarai cadauno di tre angoli .d.x.l. .a.r.p. .d.t.l. esser retto, contiosia adonque che l'angolo .s.a.p. (per el presupposito) sia equale all'angolo .x.d.l. et la linea .a.p. alla linea .d.l. (per la uegesima sesta del primo) la linea .d.x. serà equale alla .a.s. & la .x.l. equale alla .s.p. anchora per lo medesimo modo, contiosia che (per el presupposito) lo angolo, r, a, p, sia equale all'angolo, e, d, l, (per la medesima) la linea, a, r, serà equale alla, d, t, & la, r, p, equale alla, t, l, per laqual cosa per







a



b

e

f

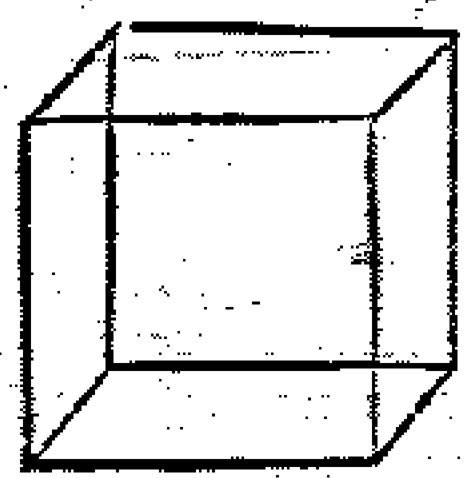
equali. anchora possemo demonstrare (parendone) lo conuerso di questa per lo modo contrario, come s'el corpo paralellogrammo .a.d. sia equale, & equiangolo al corpo paralellogrammo .b.c. & lo corpo .b.c. sia contenuto dalla media de le tre linee cōtinente el corpo .a.d. le tre linee continente el corpo .a.b. serāno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi paralellogrammi .a.d. & .c.b. siano equali, et equalmente alti (dal presupposito) essi saranno sopra base equale (per li conuersi della trigesimaprima & trigesimaseconda) et perche quelle base de quelli sono equāgole, seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati mutui, adonque la proportione della .a. b. alla .b.c. e si come della .b.c. alla .c.d. per laqualcosa è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

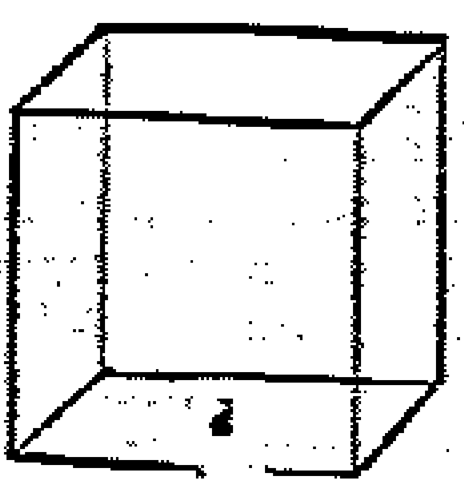
Il testo della soprascritta propositione lo hauemo tolto dalla seconda tradutione per esser piu corretto.

Theorema.34. Propositione.39.

39/35 Se saranno quante si uogliano linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante è simili di ciascuna creatione saranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti li detti solidi saranno proportionale, El simile la trigesimaseconda del sesto propone delle superficie.



c



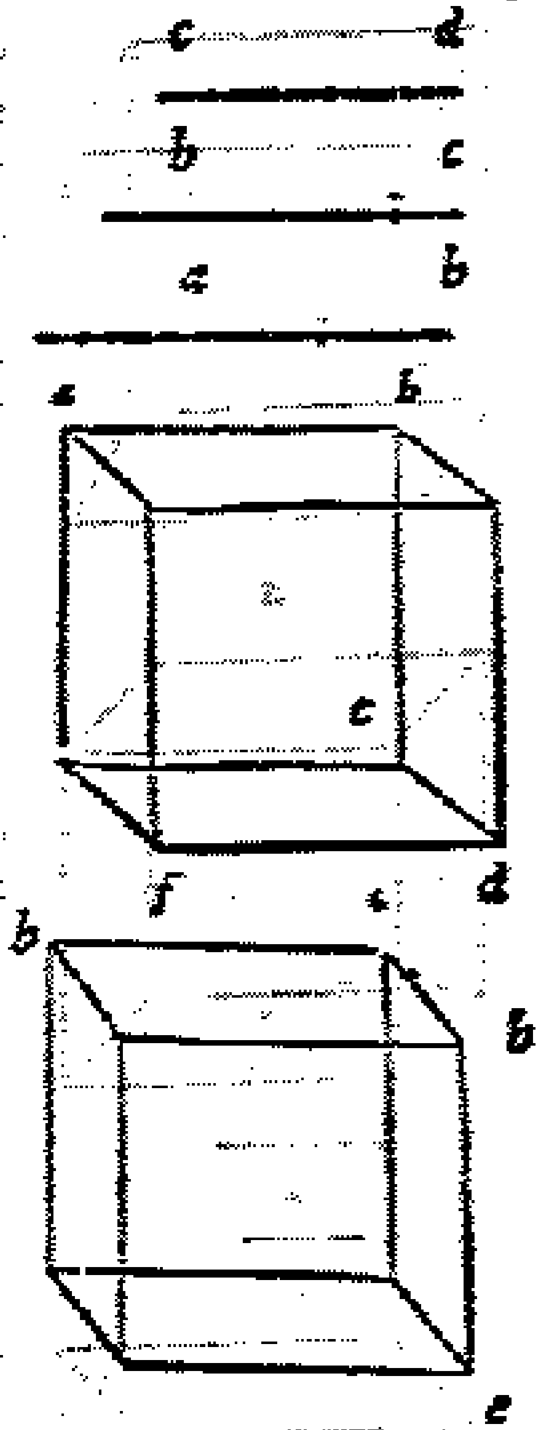
d

g

h

Hor siano le quattro linee .a.b. & .c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi paralellogrammi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamente simili. Perche dalli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee .a. & .c. & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della uigesimasettima. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & è conuerso, & per demostrar questo siano sotto aggiunto alle due linee .a.b. in continua proportionalità le due (lequal siano .e.f. si come insegna la decima del sesto,) & alle due linee .c. & .d. altre due lequale siano .g. & h. adonque

Siano adonque le tre linee .a.b .b.c. & .c.d. continue proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito il solido de lati equidistanti del quale la linea, a, b, sia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la larghezza & questo solido sia detto, a, d, anchor sia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale sia etiam chiamata, b, c, & sopra la istremita di quella (laquale è, b,) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido, a, secondo che insegna la vigesima sesta & tutte le altre linee continente lo angolo solido, b, siano resegate alla equalità della linea, b, c, & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza: larghezza, & altezza sia la linea, b, c, & quello sia detto, b, c, Dico adonque li duoi solidi, a, d, & , b, c, esser equali. Perche egliè manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relatiue superficie di lo altro laqual cosa tu puoi sufsentare (per la trigesima quarta propositione del primo libro.) Et conciosia che lo angolo solido, b, sia posto equale al solido angolo, a, è necessario che lo angolo di quala si uoglia delle superficie del solido, a, d, sia equale alo angolo della superficie a se relatiua del solido .b. c. Adonque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi saranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascheduna superficie quadrilatera: sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo lib.) egliè necessario che li duoi remanenti di l'uno siano equali alli doi remanenti di l'altro a se relatiui. Et conciosia che essi doi remanenti in qual si uoglia (di dette superficie) siano etiã fra lor equali, el se conuence necessariamẽte che ciascuna delle superficie del solido, a, d, sia equiangola alla sua relatiua in el solido, b, c, Per laqual cosa (per la secõda parte della decima settima propositione del sesto lib.) le base di duoi proposti solidi saranno equali, Perche sono equiangole, e de lati mutui, Adonque se le linee delle altezze, stanno orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto (per la 3 1. propositione) quelli esser equale. Perche cõciosia che queste linee siano equale. & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi saranno equalmẽte alti. Ma se le linee delle altezze di quegli non stanno orthogonalmente alle sue base protratte le perpendicolare dalle summità di quelle alle base. Queste perpendicolare (per la precedente) saranno fra loro equale, perche quelle saranno se come erano in la figura della demonstratione della precedente, le due linee, p, q, (et l, n, lequale demostrassimo) bisogna esser equali. Perche adonque la altezza di tutti li solidi se diffinisse per le perpendicolare descendente dalle summità di quelli alle sue base li duoi solidi, a.d. & .c.b. (per la trigesima seconda) saranno



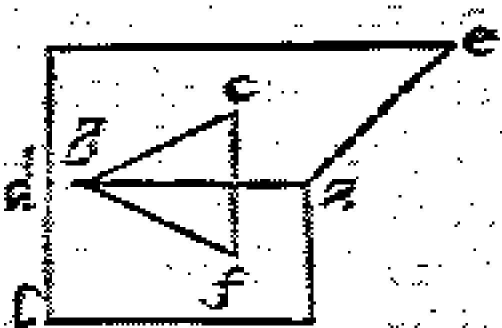
equali.

de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie)fu detto sopra alla uigesima seconda del sesto altramente la proportione pateria oppositione ideo &c.

Theorema.35. Propositione.40.

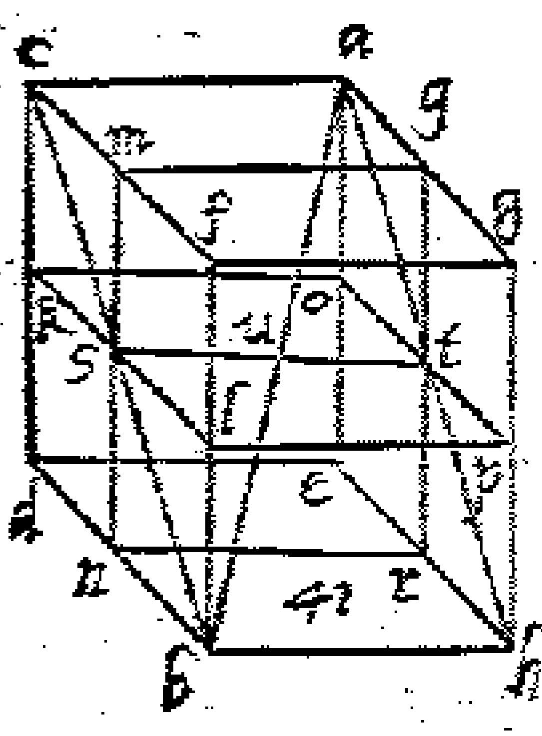
o/38 Se un piano sarà retto a un piano , & da uno ponto(stante in uno de detti piani)sarà dutta una perpendicolare in l'altro piano essa perpendicolare caderà in la communa settione de quelli medesimi piani.



Her sia el piano.c.d. retto al piano.a.b. & la commune settione de quelli sia. d . a . & sia tolto a caso el ponto.e.in esso piano.c.d. Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto.e.in el piano.a.b.quella caderà in essa settione.d.a. Perche se'l fusse possibile (per l'aduersario)ponamo che quella cada fuera si come la.e.f. & quella cascki in el detto piano.a.b.in ponto.f. & da questo ponto.f.sia protratta la.f.g.in el piano.a.b.perpendicolare alla detta settione d.a.(per la undecima del undecimo) laquale sarà ad angoli retti al detto piano.c.d. & sia protratta la.e.g. Adonque perche la.f.g.e ad angoli retti al detto piano.c.d. & la.e.g. (stante in el piano,c,d,)tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto.f.g.e, è retto. Ma etiã la.e.f.a esso piano.a.b. & ad angoli retti, adonque l'angolo che sotto.e.f, g. e retto. Per laqual cosa dui angoli de quel triangolo.e.f.g.sono equali a dui angoli retti: laqual cosa è impossibile(per la decima settima del primo.) Adonque la perpendicolare dutta dal põto,e, in el piano.a.b.non cadde fora di essa settione.a.d. adonque cade in quella che era da demonstrare.

Theorema. 36. Propositione.41.

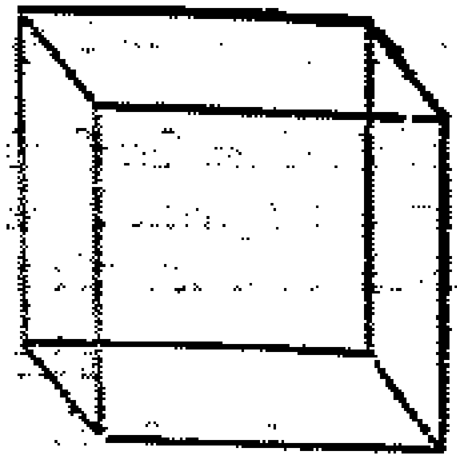
40/39



Se li lati di due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & dalli põti delle settioni, usciranno due superficie segãte el cubo etiam fra loro, la commune settione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali , & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.

Statuisse un cubo, elqual sia, a, b, del qual è manifesto (per la diffinitione)che tutte le linee che'l contiene sono equale & le sue superficie rettangole, perche a un tal

b. adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione treplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presuppositi) che li solidi. a. & b. & li solidi. c. & d. fra loro insieme sono ispressamente simili, che la proportione del solido. a. al solido. b. e si come la proportione della linea. a. alla linea. f. Anchora del solido. c. al solido. d. e si come della linea. c. alla linea. h. et perche (per la uigesima seconda del quinto) la proportione della linea. a. alla linea. f. e si come della linea. c. alla linea. h. (per la undecima



k

del quinto) el solido. a. al solido. b. e si come el solido. c. al soldo. d. adonque è manifesta la prima parte. La seconda se dimostra in questo modo. Siano li duoi solidi. a. & b. simili fra loro & li duoi liquali siano. c. & d. fra loro espressamente simili, & siano tutti paralellogrammi, et siano posti proportionali. Dico che le linee. a. b. et. c. d. (sopra lequal sono cōstituidi) sono proportionale & per demostrar questo sia (per la 10. del 6.) si come la linea. a. alla linea. b. cosi sia la linea. c. alla linea. k. e sia fatto (secondo la uigesima settima de q̄sto) sopra la linea. k. un solido ispressamente simile al solido. d. el quale sia etiam detto. K. & (per le diffinitioni di corpi simile: & delle superficie simile & per la uigesima del sesto) el corpo. k. sarà ispressamente simile al corpo. c. e però (per la prima parte de questa trigesimanona gia prouata per inanti) la proportione del solido. a. al solido. b. serà si come del solido. c. al solido. k. Et perche la medesima era del solido. c. al solido. d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido. K. sarà equale al solido. d. Et conciosia che quelli siano ispressamente simili, seguita la linea. k. esser equale alla linea. d. Perche la equalità non è produtta da alcuna proportione treplicata (ouer tolta quante uolte si uoglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi. a. b. c. d. esser simile a qual si uoglia delli altri, perche tu te inganareshi. Ma li duoi solidi. a. & b. è ben necessario esser simili fra loro, & similmente, li duoi. c. & d. Ma li solidi. c. & d. egliè accadente esser simili alli duoi solidi a. & b. ma el non e necessario. Il medesimo (per questa trigesimanona) poterai concludere facilmente di serratili.

Il Tradottore.

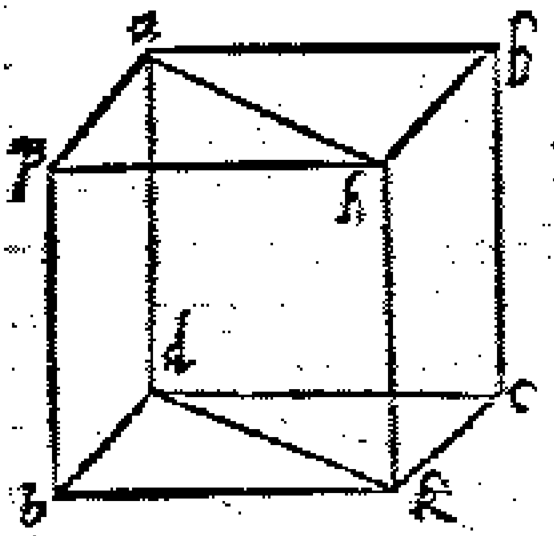
La soprascritta propositione pateria oppositione perche sopra alla linea. b. se poteria descriuere un solido simile al solido. a. & similmente un'altro sopra alla linea. d. simile al. c. & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le date quattro linee fossero proportionale) e però il testo della seconda tradottione e piu corretto assai el qual parla in questa forma.

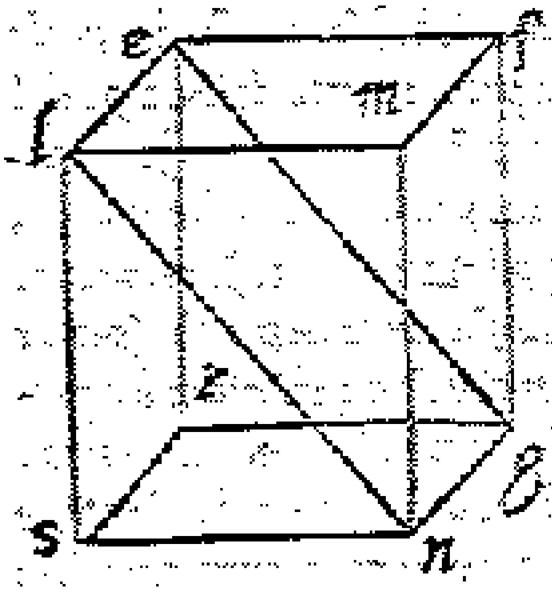
Se seranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simil & similmēte descritti da quelle: saranno proportionale, et se li solidi

de

Theorema.37. Propositione.42.

41/40 Se seranno dui corpi seratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triãgolare, seranno equalmente alti: quelli duoi corpi è necessario esser equali.





Sia la superficie.a.b.c.d.de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera,e,f,g,et sopra queste due superficie siano fatti duoi corpi seratili equalmente alti,e siano li seratili che è sopra la basa quadrãgola.a.b.c.d.h.k.la basa del quale è la superficie proposta de lati equidistanti.a.b.c.d.l'altra superficie de lati equidistãti de quella è la.a.h.d.K.& la terza.c.b.h.c.k.& le due superficie triangulare di quello,l'uno e il triangolo.a.h.b.& l'altra il triangolo.d.c.k.e lo seratile che è sopra la basa triangola.e.f.g.sia.e.f.g.l.m.n.del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predetta basa & la altra el triãgolo.l.m.n.et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la,e,f,l,m,e la seconda.e.g.l.n.e la terza la,f,g,m.n.adonque dico questi duoi seratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo sian compidi li duoi solidi parallelogrammi aggiungendo all'uno e l'altro di duoi proposti seratili un'altro seratile a se medesimo equale,& al primo seratile sopra la medesima basa sia aggiunto lo seratile.a.p.b.d.q.k.dil quale le due superficie trilatere sono.a.p.b.d.q.k.e le tre quadrilatere,la prima è,a,b,d,k,(laqual è termine commune a se medesima e a quella alla quale è stata aggiõta)e la secõda,a,d,p,q,anchor la terza.p.q.b.x.ma allo secondo seratile sia aggiõto un'altro seratile a se medesimo equale in questo modo:sia aggiõto al primo triãgolo,e,f,g,ũ altro triãgolo a lui equale el quale sia,e,g,r,talmente che tutta la superficie,e,f,g,r,sia de lati equidistanti,et sopra questo triangolo sia fatto el seratile,e,g,r,l,n,s,el qual con quello al quale è aggionto compisse uno corpo parallelogrammo,le due superficie trilatere di questo seratile aggionto sono,e,g,r,l,n,s,e le tre parallelogramme sono,la prima,e,l,r,s,la seconda,e,l,g,n,(e questa è commun termine a se e a quella alla qual è aggiõta)e la terza,g,r,n,s,adonque egliè manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili,che li doi seratili cõponenti lo solido parallelogrãmo,a,k,e,similmente li duoi componẽti lo solido parallelogrãmo,e,n,fra loro insieme son equali e(per la 31.& 32.de questo)li duoi solidi.a.k.&,e,n.sono equali fra loro,adõque perche le mità di quelli solidi sono li seratili proposti(per commune sententia)è manifesto quelli esser equali perche tutte le cose che seranno equale le mità di quelle è necessario essere equale:e per tanto è manifesto quello che sia proposto.

I L   F I N E   D E L   V N D E C I M O   L I B R O.

tal corpo dicemo cubo. Adonque la basa di questo cubo sia la superficie, a, c, d, e, & la superficie suprema di quello sia, b, f, g, h, & la destra di quello sia, a, e, z, h, & la sinistra sia la superficie, b, f, c, d, Anchora quella de quà sia la, d, e, b, h, & quella di la, la, a, c, g, f, & lo diametro di quello sia la, a, h, adonque siano divisi tutti li lati de due quali si voglian superficie opposite di quello in due parti equali, e sian per (al presente) le superficie delle quale li lati sian divisi la destra, e la sinistra. Dico che siano divisi li quattro lati, della destra, sopra li quattro ponti, liquali sono, o, p, q, r. Et la sinistra sopra li quattro liquali sono. k. l. m. n. & siano congionti li ponti in queste superficie opposite dutte le linee, o p, & q, r, lequale se segano fra lor in ponto, t. Anchora dutte le k l. & m. n lequale se segano fra loro in ponto, s, et siano anchora compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee. o. k. & p. l. q. m. & r, n, et sia la commune settione di queste due superficie la, s, t, Dico adonque che la linea, s, t, divide il diametro, a, h, e quella è divisa dal medemo diametro in due parti equali, laqual cosa è manifesta perche l'una e l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente conviene demostrar quello che è proposito. Hor sian produtte le due linee. t. a, et, t, h, similmente le due. s, c, s, h, e (per la 4. del. 1.) la a. t. sarà equale alla, t, h, & la, s, c, equale alla, s, h, et è manifesto (per la prima parte della 29. del 1.) che l'angolo, p, t, q, è equale al angolo, a, q, t, e (per la quarta del primo) l'angolo, h, t, p, è equale al angolo, t, a, q, (Adonque per la 32. del primo) tutto l'angolo, h, t, q, con l'angolo, q, t, a, vale per dui retti. Per laqual cosa (per la. 14. del. 1.) la linea, a, h, serà una sol linea, similmente anchor la linea, c, h, sarà una sol linea, e, perche (per la 9. di questo) la linea, a, e, è equidistante alla linea, b, h, perche l'una e l'altra è equidistante alla linea, d, e, & conciosia che quelle siano equale, perche son lati del cubo, seguita per la. 33. del primo, le due linee, a, b, & c, h, esser equale et equidistante, e però (per la concettione) le mità di quelle, le qual sono, a, t, & h, s, seranno equal, et (per la settima di questo) è manifesto che la linea, s, t. è in superficie delle due linee, a, h, et, h, c, e (per la medema) la linea, a, h, laquale è il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie, paralellogramma a, c, h, b. Adonque la linea, s, t, sega lo diametro, a, h, Seghi adonque quella in ponto, u, Dico adonque la linea s. u. esser equale alla linea u. t. etiam la linea. a. u. alla linea u. h. Siano intesi li dui triangoli. a. t. u. h. s. u. di quali li angoli che sono al t. & s. sono equali fra lor, similmente li angoli di medemi che son al. a. et h. son equali fra lor (per la prima parte della 29. del 1.) per questo che la linea. a. t. è equidistante alla linea. s. h. E perche anchor lor sono equal seguita (per la 26. del. 1.) il proposito. Il medemo anchora se concluderà per el medemo modo se il solido, a, h, non sia cubo ma solamente corpo paralellogrammo, over contenuto da linee equale, over non equal, over anchora sel serà eretto orthogonalmente sopra alla basa over anchor sopra quella inclinato, onde el se applica la figuratione (in questa quadragesima prima) del cubo a tutte le figure solide paralellogramme.

Il Tradottore.

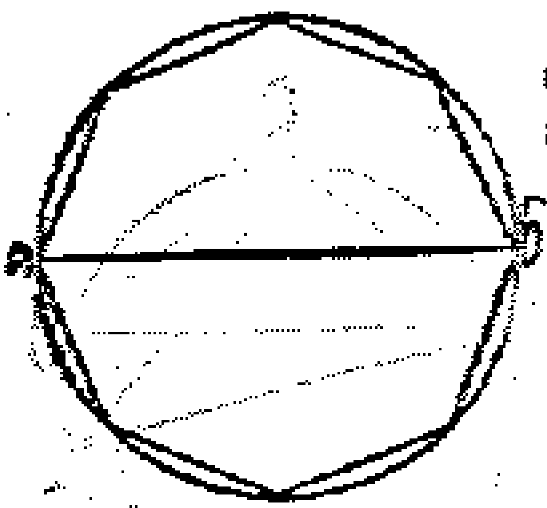
Quello che se propone nella soprascritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra uno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioè tal propositione è piu generale.

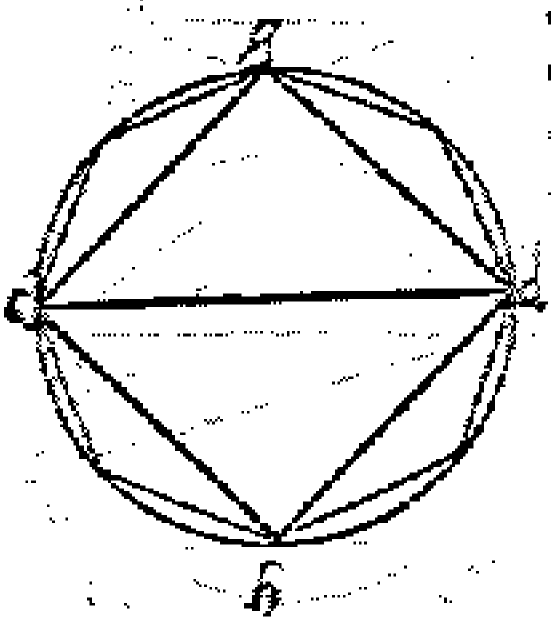
Theo-

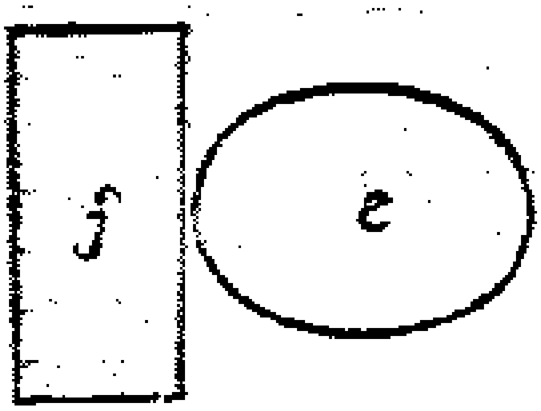
al lato.d.e. & (per la medesima) la proportione del quadrato del diametro. a.c. al quadrato del diametro.d.f. sia si come la proportione del diametro.a.c. al diametro.d.f. dupplicada (per questa commune sententia) quelle cose delle quale le loro mità sono equale: quelle anchora fra loro sono equale, è manifesto quello che sia proposito.

Theorema. 2. Proposition e. 2.

2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e si come la
2 proportione del quadrato del suo diametro, al quadrato del diametro dell'altro.







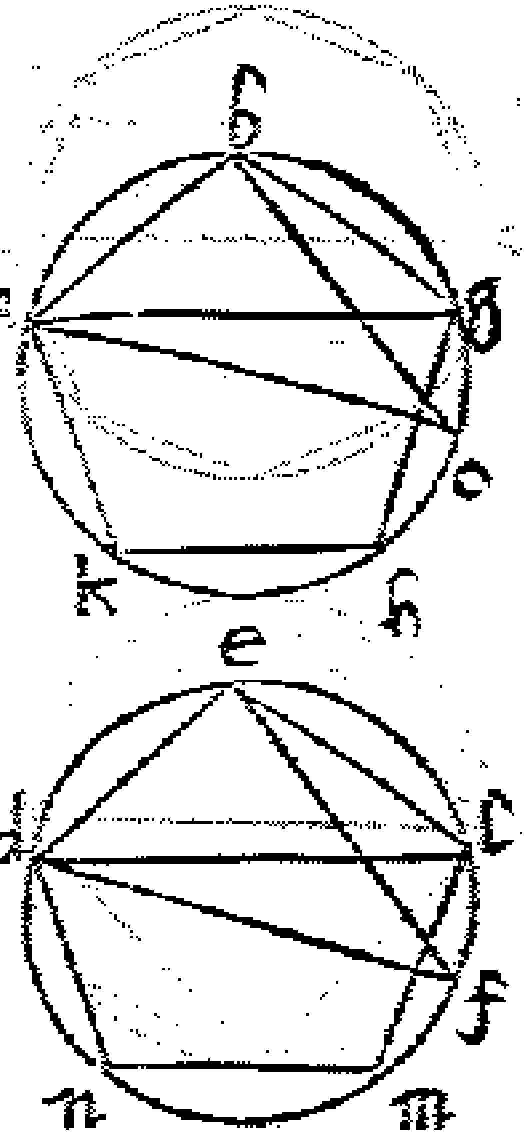
Siano li duoi circoli, a, b, & , c, d, li diametri di quali siano detti, a, b, & , c, d, dico adonque che la proportione del circolo. a. b. al circolo, c, d, e si come del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro, c, d, perche egli è manifesto (per questa commune scientia, quanta e qual si voglia magnitudine ad alcuna seconda, tanta è necessario esser qual si voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro. c. d. e si come del circolo. a. b. ad alcuna superficie laqual sia. e. laqual sia posta di qual figura over forma si voglia, & questa è impossibile esser maggior over minore del circolo. c. d. perche se egliè possibile quella essere minore del circolo. c. d. sia adonque minore in la superficie. f. e per tanto il circolo, c, d, si è equale alle due superficie, e, f, tolte insieme adonque è manifesto (per la prima del decimo) che el si pol dal circolo, c, d, (& delli suoi residui) sottrare tante volte il piu della mità per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de, f, adonque a quello sia inscritto (come insegna la sesta del quarto) lo quadrato c, d, g, h, del qual è manifesto esser piu della mità del circolo, perche el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonscrive il cerchio come è manifesto per la penultima del primo & per la settima del quarto, adonque se le portioni del circolo che stanno sopra li lati del quadrato tolte equalmente insieme seranno minori della superficie. f. el basta, ma se le non seranno minore: siano divise li quattro archi che stanno sopra li detti lati in due parti equali, & li ponti dividenti li detti archi siano continuade per linee rette con le estremità di lati contermenti, verbi gratia, lo archo, c, g, sia diviso in dui parti equali in ponto. k. & siano protratte le linee. k. c. K. g. et cosi procedere in li altri, et cadauno di triangoli descritti sopra li lati del quadrato: serà maggiore della mità della

portione

LIBRO DVODECIMO DI EVCLIDE.

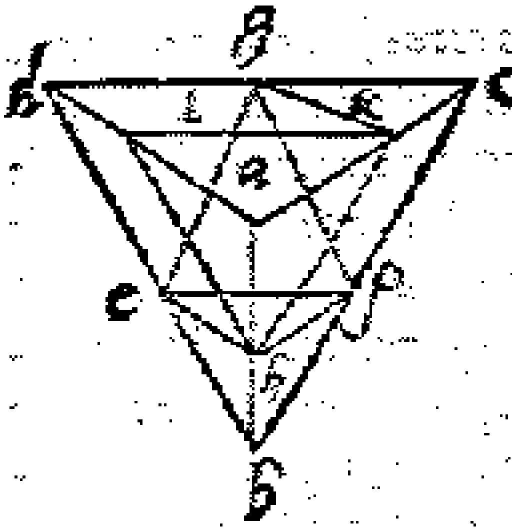
Theorema prima. Propositione prima.

1 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dẽtro di duoi cerchii, la proportione di l'una all'altra, e si come la proportione de li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchii circonscribenti quelle.



SIANO li duoi cerchij.a.b.c.d.e.f. alli quali siano inscritte due figure come si uoglia de molti angoli, liquali siano posti simili fra loro: & siano per al presente inscritte penthagone come insegna la undecima del quarto, & quelle siano.a.b.g.h.k. l'altro penthagono.d.e.l.m.n. anchora li diametri di cerchij siano.a.c. & .d.f. Dico anchora che la proportione del penthagono.a.b.g.h.k. al penthagono d.e.l.m.n.e si come el quadrato del diametro.a.c.al quadrato del diametro.d.f. et per dimostrar questo sia protratto due linee in l'uno e l'altro circulo: dalla estremità dal diametro alla estremità dell'una di lati del penthagono, non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro dil detto penthagono in l'uno sia la,a,g, & ,c,b, & in l'altra,d,l. & ,f,e, & (per la sesta del sesto) el triãgolo,a,b,g, serà equiangolo al triãgolo,d,e,l, perche conciosia che li penthagoni siano fra posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo.b.equale all'angolo.e. & li lati contenenti quelli proportionali, cioè la proportione del.a,b, al,d,e, si come,b,g, al,e,l, & conciosia che (per la uigesima prima del terzo) li duoi angoli,g, & ,l, siano fra loro equali, & similmente li altri duoi.c. & .g.equali fra loro i duoi che sono,c, & ,f, seranno fra loro equali (per commune sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo (l'uno & l'altro di duoi angoli.a.b.c.d.e.f. è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f. esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro,a,c, al diametro,d,f, è si come del lato,a,b, al lato.d.e. è per tanto conciosia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di duoi penthagoni sia si come la proportione duplicata dal lato.a.b. al lato.

in li tre ponti.e.f.g.& similmente anchora le tre ypothemisse sian diuise in due parti equali in li tre ponti.h.k.l.& siano protratte(in la basa)le due linee.e.f.& .e.g. & la basa di detta pyramide serà diuisa in tre superficie delle quale due sono li doi triangoli.b.e.f.e.g.d.liquali(per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile)è manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottaua del primo) la terza e quadrangola & paralellogramma & quella è.e.f.g.c.laquale è manifesta esser doppia al triangolo.e.g.d.(per la quadragesima & quadragesima prima del primo)siano adonque un'altra uolta dal ponto.h. protratte le due ypothemisse.h.e.f.h.& dal ponto.k.la ypotemissa.k.g.& siano protratte le linee.h.k.k.l.& .l.h. adonque tutta la pyramide.a.b.c.d.e diuisa in due pyramide che sono.h.b.e.f.& .h.k.l.& in dui seratili di quali l'uno è.e.h.f.g.K.c.& è sopra la basa quadrangola c.f.g.e.& l'altro è.e.g.d.h.k.l.& è sopra la basa triangola.e.g.d.ma delle due pyramide.h.b.e.f.a.h.k.l.che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la pyramide.a.b.c.d.è manifesto(per la diffinitione di corpi equali & simili,& per la decima del undecimo libro,& per la seconda parte della seconda del sesto)ma per li duoi seratili che quelli siano equali è manifesto(per la ultima dello undecimo) ma che ambiduoi li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la pyramide da questo è manifesto,che l'uno e l'altro di quelli è diuisibile in dui pyramide delle quale l'una è triangola equale a una delle due in lequale fu diuisa la total pyramide con li detti duoi seratili,etiam l'altra quadrangola laqual e doppia alla restante,per laqual cosa è manifesto che ambiduoi li seratili tolti insieme,esser li tre quarti di tutta la total pyramide diuisa,se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di questo duodecimo libro,ma inquanto al proposito el ti satisfa a saper quelli duoi seratili tolti insieme,eccedere le due partiale pyramide (in lequale se diuide la total pyramide,con li detti dui seratili)tolte insieme in che quantità si uoglia.



Theorema.4. Propositione.4.

Se due piramide equalmente alte,le base delle quale siano triangola-
4 re,siano diuise ciascaduna in due piramide equale,& simile fra loro
4 etiam alla totale,e in duoi seratili,equali,la proportione della basa del l'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili,alli duoi seratili dell'altra,& serà manifesto che tutti li seratili che seranno in quasa si uoglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra pyramide,hauere la medesima proportione,che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide,le base delle quale sian triangolare equalmente alte,cioè l'una la.a.b.c.d.el cono dellaquale sia el ponto.a.& la basa el triangolo. b.c.d.& le ypoportione in laquale sia dentro, imperoche ogni triangolo ysocelo è la mitade del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie. f. perche se egli non fussino minori, non cessaressimo di diuidere li archi (di quali li lati della figura della ultima descrittione sono corde) in due parti equali & inscriuer una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sottraere da esse portione del circolo maggiore della mità: per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore della superficie. f. adonque per el presente siano quelle che sono dette, & (per la concettione) lo ottogono. c. d. serà maggiore della superficie. e. adonque sia inscritto in lo circolo. a. b. per la medesima uia un simile ottogono, el qual sia detto. a. b. e così (per la precedente) la proportione del ottogono. a. b. al ottogono. c. d. e si come del quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. c. d. e però (per la undecima del quinto) si come la proportione del circolo. a. b. alla superficie. e. adonque permutatamente del poligonio. a. b. al circolo. a. b. serà si come del poligonio. c. d. alla superficie. e. & conciosia che'l poligonio, c, d, sia maggiore della superficie, e, serà el poligonio, a, b, maggiore del circolo. a. b. laqualcosa è impossibile, adonque la superficie, e, non minore del circolo. d. ne etiam è maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore: adonque conciosia, che la proportione del quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. c. d. sia si come del circolo. a. b. alla superficie. e. serà al contrario del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro, a, b, si come della superficie. e. al circolo. a. b. & è manifesto (per la commune scientia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo. c. d. ad alcuna superficie (laqual sia. f.) & (per la decima quarta del quinto) la superficie. f. serà minore del circolo. a. b. adonque la proportione del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro. a. b. serà si come del circolo, c, d, alla superficie. f. minore del circolo, a, b, ma per quello che hauemo demostrado poco auanti si trouarà seguitar lo impossibile: cioè lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie, e, non puol essere minore del circolo, c, d, ne etiam maggiore, necessariamente adonque serà equal. per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto el proposito.

Theorema. 3. Proposizione. 3.

3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser diuisa in
3 due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in duoi serratili, equali liquali ambiduoi tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la pyramide.

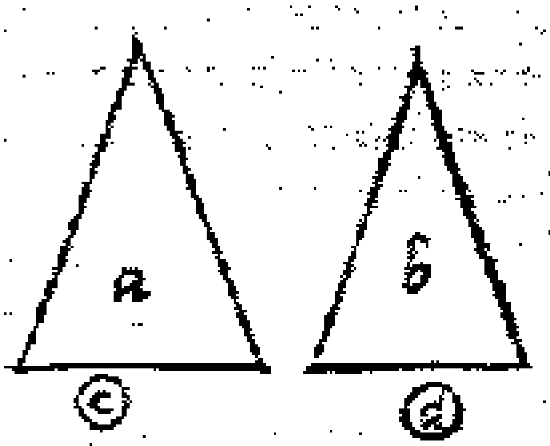
Sia la pyramide, a, b, c, d, sopra la basa triangolare, b, c, d, & lo angolo solido de la uertice di quella sia, a, dal quale siano dutte le tre ypothenusse, a, b, a, c, a, d, alli tre angoli della basa, & siano diuisi tutti li lati della basa in due parti equale *mutata proportione et per la decima terza del quinto, è manifesta esser el uero quel loche propone il correlario.*

Il Tradottore.

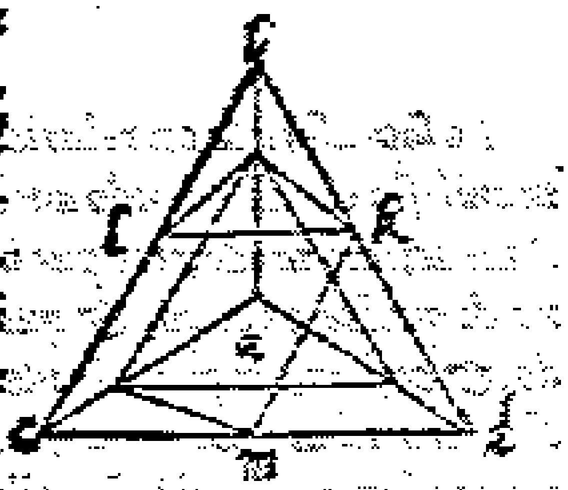
Lo soprascritto correlario uuol inferire questo, che per le ragione addute egliè manifesto che diuidendo anchora cadauna di quelle due pyramide partiale secondo il medesimo modo, cioè pur in due pyramidette, & duoi seratiletti, & dapoi cadauna di queste quattro, & quattro pyramidette diuidere anchora nel predetto modo, & cosi andar procedendo in queste altre otto & otto pyramidette, sempre tutti li seratili di quala si uoglia di queste due pyramide totale (fra grandi e piccoli) tolti insieme, a tutti li seratili dell'altra (pur fra grandi e piccoli) tolti insieme hauere la medesima proportione che ha la basa di quella total pyramide alla basa della altra total (ilche per la decima ottaua del sesto) & per la decimaterza del quinto se uerifica.

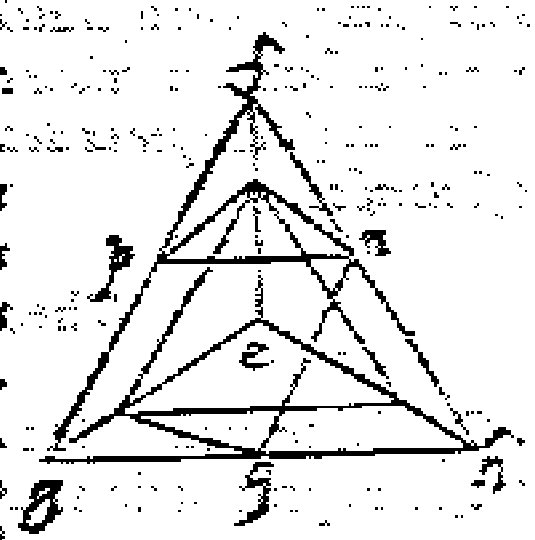
Theorema. 5. Propositione. 5.

5/5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangulare, sono proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del undecimo, di solidi paralellogrammi et in fine della trigesima sesta del undecimo hauemo dimostrato il medesimo esser di seratili: questa quinta del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare: perilche siano intese le due pyramide equalmente alte le base delle quale sono li dui trianguli. a. & .b. Dico che la proportione della pyramide. a. alla pyramide. b. e si come della basa. a. alla basa. b. laqualcosa se dimostra per lo medemo genere de demostratione, ouer argumentatione, con elquale demostrassemo la seconda de questo, per il che sia che della basa. a. alla basa. b. sia come della pyramide. a. al corpo. c. del quale dico che quello non serà ne meno ne piu della pyramide. b. perche se egliè possibil che sia meno, sia minore ha lo solido. d. acciochè la pyramide. b. sia equali alli duoi corpi. c. et. d. tolti insieme adonque diuisa la pyramide. b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li doi seratili, liquali (per la medesima terza) sono maggiori della mità di essa pyramide, similmente dall'una et dall'altra delle due partial & residual pyramide: siano detratti (al predetto modo di quelle diuise) li duoi seratili, & questo sia fatto tante uolte per fina a tanto che l'aduersario sia constretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (dalla pyramide. b.) manco del solido. d. & (per commune scientia) li seratili detratti seranno maggiori del corpo. c. adonque dalla pyramide. a. sia fatta la medesima detrattione de seratili & intendamo esser tanti li seratili detratti dalla pyramide. a. quanto quelli che detrahessimo le ypothemisse.a.b.a.c.a.d.& l'altra la.e.f.g.h.el cono della quale è el ponto.e.la basa il triangolo.f.g.h.le ypothemisse.e.f.e.g.e.h. & queste due pyramide siano diuise si come in la precedente cioè protratte nella prima le linee diuidente li lati di essa basa i due parti equali, lequale siano.k.l.& k.m.& nell'altra protratte similmente le linee.n.p.n.q. Dico adonque che la proportione della basa.b.c.d.alla basa.f.g.h.e si come di duoi seratili della pyramide.a.tolti insieme alli duoi seratili della pyramide.e.tolti insieme, & è manifesto (per la seconda parte della decimaottaua del sesto) che la proportione del triangolo.b.c.d.al triangolo.k.m.d.è si come della linea.b.d.alla linea.k.d.dupplicada & (per la medesima anchora) la proportione del triangolo.f.g.h.al triangolo.n.q.h.e si come della linea.f.h.alla linea n.h.dupplicada, & conciosia che la linea.b.d.alla linea k.d.sia si come la linea.f.h.alla linea.n.h.(perche di l'una & di l'altra la proportione è doppia) lo triangolo.b.c.d.al triangolo.k.m.d.serà si come lo triangolo.f.g.h.al triangolo.n.q.h. & premutatamēte lo triangolo b.c.d.al triangolo.f.g.h.si come el triangolo.k.m.d.al triangolo.n.q.h.& lo triangolo.k.m.d.al triangolo.n.q.h.e si come lo seratile che si riposa sopra esso medemo, al seratile che si riposa sopra a quello (per la 33.del undecimo) anchora di questo seratile a quello è si come di ambiduoi li seratili della pyramide.a.tolti insieme ad ambiduoi li seratili della pyramide.e.tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche è necessario che el doppio al doppio sia si come el sempio al sempio, adonque (per la undecima del quinto) conclude quello che è sta proposito, ma se tu dubiti li seratili di una di queste pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra pyramide tu non stai in ceruello: perche conciosia che le pyramide siano equalmente alte, & sia ancho all'una e l'altra de quelle diuisa in due pyramide equale fra loro et a tutta la pyramide simile & in duoi seratili equali et siano le due partiale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile et equale laqualcosa facilmente serà manifesta, protratte le perpendicolare dalle cime delle partiale pyramide alle base de quelle delle quale perpendicolari (per la trigesima settima del undecimo) è manifesto esser equale. & conciosia che le altezze di queste partiale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide diuisa, & ambiduoi li seratili siano equalmēte alte a una delle partiale pyramide cioè a quella laquale è composta sopra lo partiale triangolo della basa della total pyramide non è licito dubitare li seratili di una di quelle pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra. e per questo è manifesto lo correlario che similmente le base delle partiale pyramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi seratili dell'una alli duoi seratili dell'altra, & perche le base partiale cosi sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decimaottaua del sesto) et per la per-





ne, e, considerare puoi bene con la mente lo andar de quelle se trouarà (come disopra è detto) el detto seratile essere diuiso in tre piramide delle quale, due di quelle tolte per un uerso se cognoscerà essere fra loro equale perche se uederà che riposaranno sopra le due base triangolare equale (cioè sopra le due mità de una di quelle superficie paralellogramme giacente in piano) & hauerranno una medesima altezza perche ambedue termineranno nel angolo, b, del seratile la altra puoi considerandola per uno altro uerso: cioè che la sua basa sia l'uno di duoi triangoli del seratile, & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime piramide posse de l'altro capo triangular del seratile, et dandoli quel per basa hauerà per sua altezza pur la medesima longhezza del seratile, e però serà equale a quella (per la precedente) onde (per commune scientia) serà tutte tre equale che è el proposito.

Correlario.

0/7 Etiam da questo è manifesto: che ogni piramide è la terza parte d'una prisma, che habbia la basa, & la altezza equale a quella medema perche se la basa della prisma hauerà altra figura rettilinea che triangulare, sia diuisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangulare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, uero è che questo commentatore interpone piu propositioni, lequale pare che siano da lui aggionte, la prima delle quale propone in parte quello che conclude il soprascritto correlario laquale dice in questa forma uidelicet.

Theorema 12. Propositione. 12.

6/0 Se duoi solidi (diquali l'uno sia seratile, & l'altro piramide la basa della quale sia triangola) seranno constituidi equalmente alti: sopra una medesima basa, ouer sopra base equal triangulare ouer il seratile sopra una quadrangola, & la piramide sopra una triangola laquale sia la mità della basa quadrangola del seratile, lo seratile couien esser triplo alla piramide.

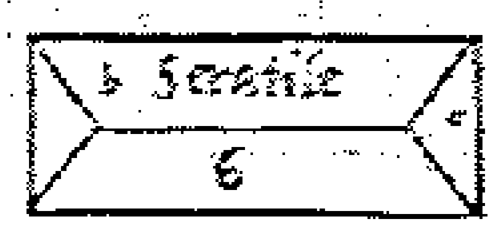
Siano il proposito seratile serà sopra una basa triangulare, all'hora dalla pyramide proposita sopra la propria basa, sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta piramide, ma sel seratile serà sopra una basa quadrãgola all'hora alla basa della piramide sia gionto un triangolo dal quale etiam sia compido alla basa della piramide una superficie de lati equidistanti sopra alla qual da essa piramide sia compido uno seratile equalmente alto alla piramide, adonque perche questo seratile è equalmente alto al primo seratile & le base dell'uno e di l'altro sono equale dal presupposito, seguita quelli esser fra lor equali et questo fu dimostrado in la quadragesima bessimo dalla piramide.b.& (per lo correlario della precedente) si come della basa a.alla basa.b.cosi serà li seratili detratti dalla piramide.a.alli seratili detratti dalle piramide.b.ma cosi era similmente della piramide.a.al corpo.c.e per tato li seratili della piramide.a.alli seratili della piramide.b.e si come della piramide.a.al corpo.c.& permutatamente, li seratili della piramide.a.alla piramide.a.serà si come li seratili della piramide.b.al corpo.c.& concosia che li seratili della piramide.b.siano maggiori del corpo.c.li seratili della piramide.a.seranno maggiori della piramide.a.& perche questo è impossibile : lo corpo.c.non serà minore della piramide.b.& similmente non serà maggiore, perche posto che sia maggiore, concosia che la proportione della basa.a.alla basa.b.sia si come della piramide.a.al corpo.c.al contrario serà della basa.b.alla basa.a.si come del corpo.c.alla piramide.a.& (per commune scientia) la medesima serà della piramide.b.ad alcun corpo, elqual sia.d.& seguitarà (per la decimaquarta del quinto) che'l corpo.d.sia minore della piramide.a.imperoche la piramide.b.e posta menore del corpo.c.adonque della basa.b.alla basa.a.serà si come della piramide.b.al corpo minor della piramide.a.ma da questo e stato demostrado seguir lo impossibile, cioè li seratili detratti da alcuna piramide esser maggiori de quella piramide dalla quale sono detratti : e però rimane il corpo.c.esser equale alla piramide.b.concosia che'l non puol esser ne minore ne maggiore, & la proportione della piramide.a.alla piramide.b.esser si come della basa.a.alla basa.b.& questo era da demostrare.

Il Tradottore.

Consequentemente e questa soprascritta propositione nella seconda tradottione se propone qualmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particularità havemo posposta quella.

Theorema.6. Propositione.6.

6/7 Ogni corpo seratile, e divisibile in tre piramide equale, & che hanno le base triangolare.

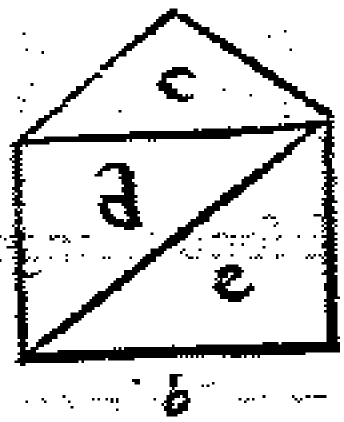


Sia lo seratile.a.b.c.d.e.f.dico quello esser divisibile in tre pyramide equale che haveranno le base triangolare, & per dimostrar questo siano protratte in cadauna delle sue tre superficie parallelogramme le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come se tu protrarai le linee.b.d.b.f.& f.a. (lequale non ho voleSto protraere perche generariano confusione) & tutto lo seratile sarà diviso in pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due volte serà manifesto esser equale.)

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formi uno prisma, over seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale come di sopra se propone, delle sue base. Adonque perche (per la precedente interposta) la proportione della piramide, c, alla piramide, a, e si come del triangolo, c, al triangolo, a, & della piramide, d, alla piramide, a, si come del triangolo, d, al triangolo, a, & similmente della piramide, e, alla piramide, a, si come del triangolo, e, al triangolo, a. seguita adonque (per la uigesimaquarta del quinto tolta due uolte) che la proportione del aggregato de tutte le piramide, c, d, e, (& quello è la total piramide, b, alla piramide, a,) e si come del aggregato de tutti li triangoli, c, d, e, (& quello è il penthagono, b.) al triangolo, a. adonque è manifesto el nostro intento.

6/6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser proportionale alle sue base.

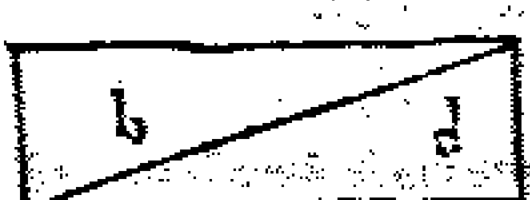


Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedéte interposita è manifesto quello che è detto: ma se le base de l'una & di l'altra sarà di molti angoli resoluta quale si uoglia delle sue base in triangoli, & quella piramide, in piramidette triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di cadauna di quelle piramidette triangolare (in tra le quale è diuisa l'una delle proposte) a l'altra è si come della basa alla basa di l'altra, e per tanto (per la uigesima quarta del quinto tolta quante uolte bisogna) è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

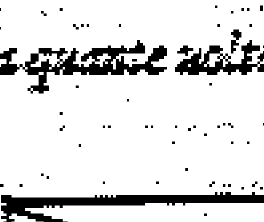
Il Tradottore.

La sopra ascritta interpositione ouer aggionta in la seconda tradutione. L'auttore ne fa una propositione laqual è la sesta come di sopra uedi notado.

Theorema. 7. Propositione. 7.



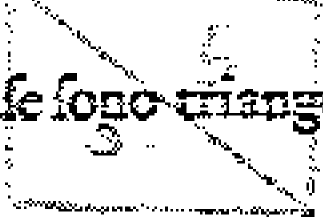
7/9 Se due piramide de base triangolare saranno equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medeme, Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme piramide è necessario essere fra loro equale.



Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) propose di solidi parallelogrammi, & noi demostrassimo la trigesimasesta del medemo di serratili, questa settima del duodecimo propone delle piramide che hanno le base triangolare, Hor siano intese due piramide equale sopra li duoi triangoli. a. & . b. lequale siano pur dette, a, & , b, E per tanto dico che la proportione della basa, a, al la basa, b, e si come la proportione della altezza della piramide, b, al la altezza della piramide, a, & se questo sarà dico che le piramide, a, & , b, esser fra loro equale. Et per demostrar questo siano agionti al li duoi triangoli a, & , b, duoi altri triangoli liquali siano, c, & , d, acciò che di trigesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo secondo seratile e triplo alla proposta piramide perche quella è una delle tre piramide in lequale se diuide quel seratile: anchora (per communa scientia) lo proposto seratile serà treppio alla proposta pyramide.

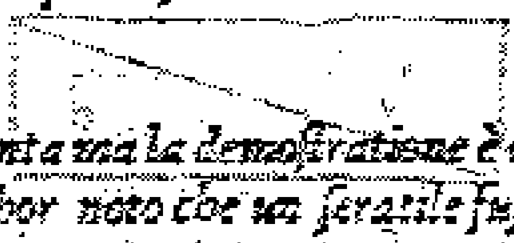
6 Se sopra una medesima basa: ouer sopra base equale seranno constituide quante piramide si uoglia equalmente alte, delle quale le base siano triangole, quelle è necessario esser fra lor equale.

Perche fabricato uno seratile equalmente alto a alle piramidie proposite, sopra una basa triangola equale a una delle base delle proposte piramide ouer sopra una basa quadrāgola doppia a una delle base delle medesime, esso seratile serà treppio a ciascuna di quelle piramide & questo è manifesto (per la precedente aggionta ouer interposta) adonque (per communa scientia) tutte le proposte piramide sono (come hauemo detto) fra loro equale.



6 Tutte le piramide equalmente alte delle quale le base sono triangole sono proportionale alle sue base.

Siano fatti sopra le base delle proposte piramide, ouer sopra altre triāgular equale ouer sopra parallelogramme doppie li seratili equalmente alti, a quelle piramide & per questo li seratili seranno fra lor equalmente alti, et perche li seratili sono proportionali alle sue base come è prouado in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo, & conciosia che (per la prima de queste aggiūte) sia manifesto questi seratili esser treppi alle proposte piramide, cioè caduno alla sua relatiua: & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio cosi è il sempio al sempio seranno anchora le proposte piramide proportionale alle sue base.



Il Tradottore.

Questa sopra scritta propositione e simile alla quinta ma la demostratione è diuersa da quella e questo è perche in quella non era anchor noto che un seratile fusse treppio a una piramide de equal basa & di equal altezze con lui.

6 Se qualunque due piramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola, & dell'altra quadrangola, ouer de piu lati, quelle piramide conuien esser proportionale alle sue base.

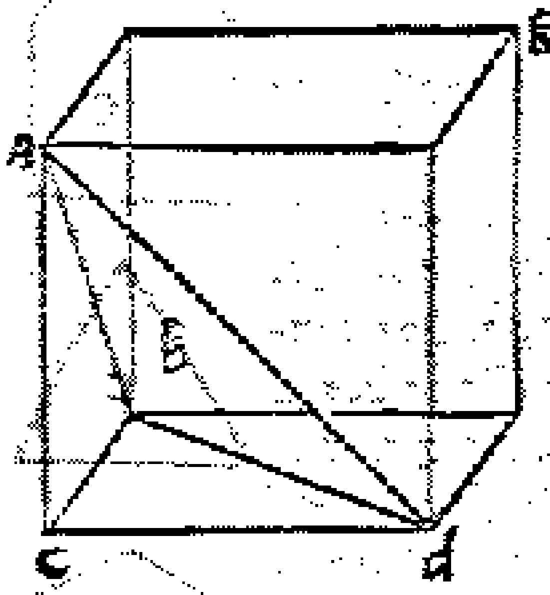
a

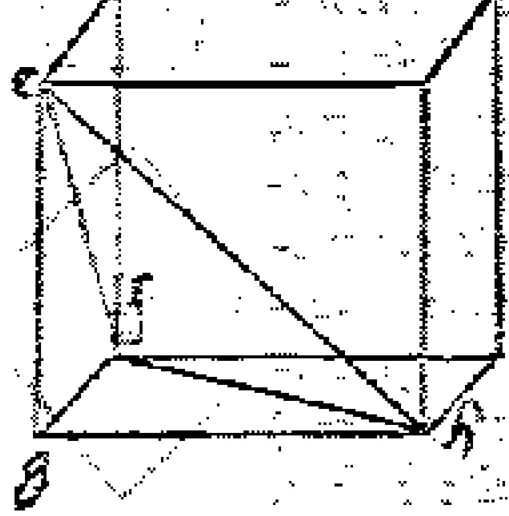
Essempli gratia, siano intese due piramide equalmente alte, sopra le due base, a, & b, et sia la basa, a, triangola et la b, penthagona. Et siano queste piramide dette, a, et, b. Adonque dico la proportione delle due piramide a. & b. esser si come delle base, a, &, b, & per demostrar questo, sia diuiso il penthagono, b, in tre triangoli, c, d, e, & tutta la piramide, b, sarà diuisa in tre piramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli, c, d, e, le quale siano etiam chiamade dalli nomi *così sarà l'altezza della piramide .c. alla altezza della piramide .a. & questo per inanti è stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa .a. alla basa .b. e si come l'altezza della piramide .b. alla altezza della piramide .a. lo converso è manifesto per lo modo contrario, perche se della basa .a. alla basa .b. sarà si come l'altezza della pyramide .b. alla altezza della pyramide .a. sarà anchora (per la settima del quinto) della basa .a. alla basa .c. come l'altezza della pyramide .c. alla altezza della pyramide .a. E però (come è manifesto dalle prime) due pyramide .a. & .c. saranno equale: per laqualcosa, etiam (per commune scientia) & le due che sono .a. & .b. saranno etiam equale & questo è il proposito.*

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 De ogni due piramide simile, che habbiano le base triangolare, la
8 proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relatiuo di l'altra.

Proposte due piramide che habbiano le base triangolare simile, da quelle compisse duoi solidi parallelogrammi si come è detto in la demostratione della precedente, & questi duoi solidi saranno simili imperoche le pyramide sono sta poste simile fra loro. Perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrammi, sono contenuti da angoli superficiali equali di numero e quantità. Et anchora le lati che conteneno quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi che constituiscono li angoli solidi communi sono equiangole & de lati proportionali, e però sono simile (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la uigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallelogrammi sono simili fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi saranno simili, per laqual cosa conciosia che la proportione di solidi & de le pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sesupli alle piramide (per la sesta di questo.) Et conciosia che la proportione di solidi sia una medesima, si come quella di suoi lati relatiui triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati che è il proposito.

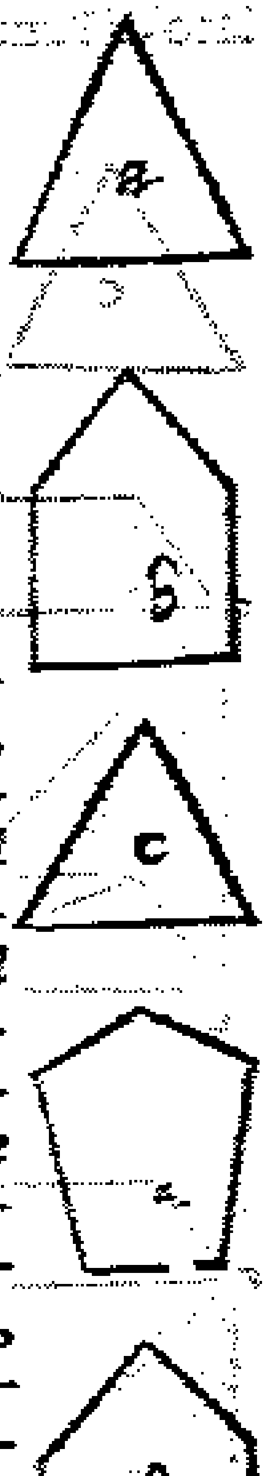




Il Tra-

ciò che facciano ambidue le superficie,a,c,& ,b,d,de equidistanti lati,& da quelle piramide, sopra le base, a,c,& ,b,d, siano compidi solidi parallelogrammi equalmé te alti alle proposte piramide li quali similmente siano detti,a,c,& ,b,d. Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto che la piramide,a,e la sesta parte del solido,a,c,& la piramide,b,la sesta del solido b,d. Adonque (per la trigesimaquinta del undecimo) sarguisse il proposito,cioè la prima parte,per la prima & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due piramide laterate saranno equale: le base di quelle alle altezze delle medesime sarãno mutue,& se le base de quelle alle altezze delle medesime sarãno mutue,le medesime piramide bisogna esser equale.

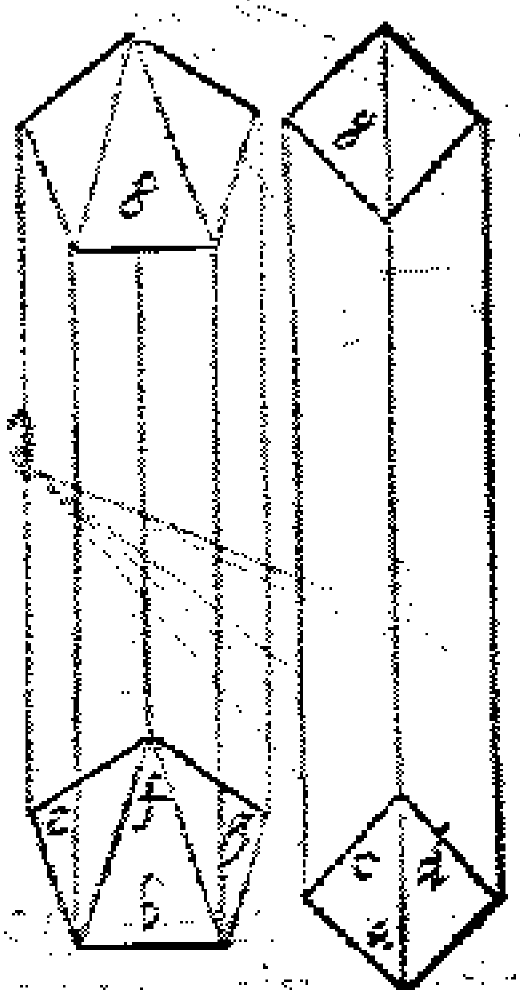


Se le base de l'una et de l'altra saranno triangole eglie stato dimostrato esser il vero quello che havemo detto: ma se solamente una sia triangolare hor sia,a,& la basa de l'altra piramide sia,b, & sia fatto lo triangolo,c,equale al poligonio,b, & sopra,c, sia fatta una piramide equalmente alta alla piramide che è sopra, b, & siano, a,b, c,nomi equivoci delle piramide & delle base. Adonque perche le due piramide,a,& ,b,(dal presupposito) sono equale: & (per la ultima delle interposte alla sesta di questo)le due piramide,b,et,c,sono equale:& (per communa scientia)le due piramide,a,& ,c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo) & concosia che le base,b,& c,siano equale,& anchora le altezze delle piramide,b, & ,c, equale(per la prima parte & seconda della settima del quinto)le base,a, & ,b,saranno mutue alle altezze delle piramide,a,& , b, La seconda parte se approva per el contrario modo. Perche se della basa,a,alla basa,b, sarà come la altezza della piramide, b, alla altezza della piramide, a, (per la seconda parte & prima della settima del quinto) della basa,a, alla basa,c, sarà si come la altezza della piramide, c, alla altezza della piramide.a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due piramide , a, & ,c, sono equale per laqual cosa (per communa scientia) anchora le due piramide , a, & ,b, sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte piramide sarà triangola: ma che l'una & l'altra sia poligonia, verbigratia l'una sia pentagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette, a, & , b, sia similmente tolto lo triangolo,c, equale, allo essagono , b, sopra el quale sia fatta una piramide equalmente alta alla piramide, b, & le due piramide , b, & , c, saranno equale,& però etiam le due che sono, a,& ,c,(per la connettione) saranno equale: per laqual cosa si come della basa, a, alla basa, c, pyramide.b.h.l.m.si come del,e.f,al l.m,triplicata,et anchora della pyramide.a.c.f.g.alla pyramide.b.h.m.n.si come del.e.g.al h.n.triplicata : conciosia che (dal presupposito) la proportione del.e.f.al.l.m.& del.e.g.al.h.n.sia si come del.c.d.al b.k.seguita (per la decimatertia del quinto) che la proportione delle totale pyramide.a.& .b.sia si come di una di quelle partiale ad una altra: adonque (per questa ottaua & per la undecima del quinto) è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda traduttione se ne fa un correlario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.

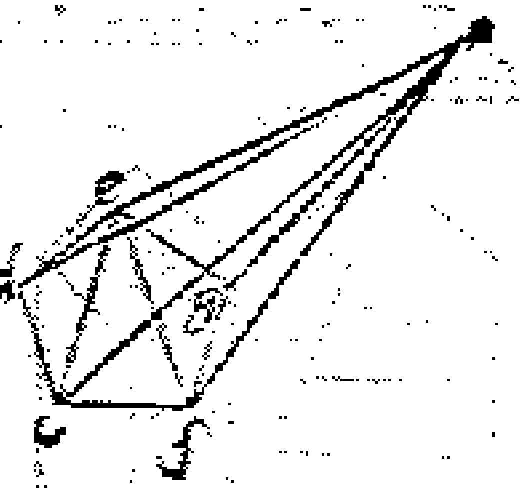


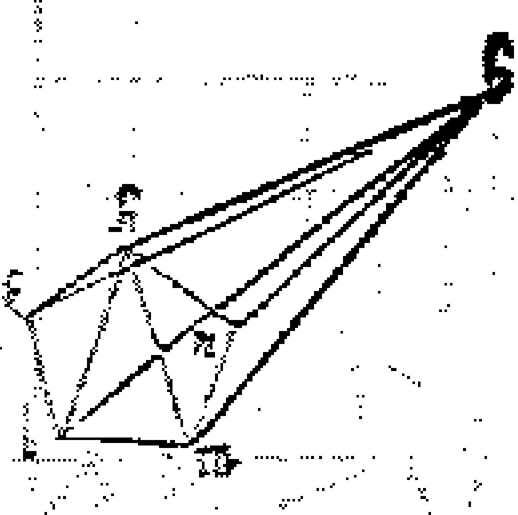
Sopra qualunque specie di basa de molti angoli siano le colonne se uerifica quello che è detto: & chiamamo colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simili, & equale, & tutte le altre superficie circonstante, sono de lati equedistanti, & la prima specie de tali corpi è il seratile, conciosia che il se intende esser statuido sopra una delle sue superficie trilatere & la secoda specie è la colonna dellaquale la basa è quadrilatera laquale è necessario esser composta da duoi seratili, & la terza è quella dellaquale la basa è penthagona, et questa se compisse da tre serratili, & simplicemente. Dico che ogni colonna laterata puol esser diuisa in tanti serratili in quanti triangoli puol esser diuisa la sua basa, & per tanto siano intese le due colonne laterate.a.& .b.constituide sopra le due base.a.et.b.equalmente alte. Dico che la proportione delle colonne,a, &,b.e si come quella delle sue base,a,& b.perche essendo diuise queste base in triangoli,et queste colonne in seratili, la basa.a.(laquale sia posta esser quadrangola) in li duoi triangoli cioè,c, &,d, & la colonna.a.in duoi seratili.c.& .d.& la basa.b.(laqual sia pẽthagona) sia diuisa in li tre triangoli,e,f,g,& la colonna,b,in tre seratili liquali similmente siano chiamati.e.f.g. Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo) e manifesto che la proportione del serratile,c,al seratile,e,e si come della basa,c, alla basa.e. Et similmente del seratile,d, al serratile,e, si come della basa,d, alla basa,e,per laqual cosa (per la uigesimaquarta del quinto) della colonna.a. al serratile,e,sarà si come della basa,a,alla basa,e,per la medesima ragione della colonna.a.al seratile.f.sarà si come della basa,a,alla basa,f. Et similmente della colonna.a.al seratile g.si come della basa.a.alla basa.g. Adonque (per la uigesimaquarta

Il Tradottore.

Per essempio figurale della sopra scritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile.a.b.c.d. & e.f.g.h. le base delle quale sono li triangoli.b.c.d. & f.g.h. & la loro cima over angolo supremo.a.& .e.& li loro solidi siano.c.k.& g.l. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente vien concluso il proposito.

Ma se qualunque due piramide laterate seranno simile, la proportione di l'una a l'altra, sarà si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.





Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale sian,a,& ,b,et siano sopra base penthagonale, le quale sono,c,d,e,f,g,h,k,l,m,n, Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui:perche eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che li pẽthagoni che sono base delle proposte piramide, e tutti li altri triãgoli circondanti esse piramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimaottaua del sesto) essere possibile protratte in questa le linee,c,e, & c,f, & in quella,h,l,& ,h,m, Dico adonque queste piramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche paragonate fra loro le due piramide,a,c,d,e,b,h,k,l, delle quale li coni sono,a, & ,b,et è manifesto dal presupposito) lo triangolo,c,a,d,esser simile al triangolo,b,h,k, & lo triangolo,d,a,e.al triangolo,k,b,l, Et perche anchora (dal presupposito) lo angolo,d,è equale a l'angolo.K. & li lati,c,d,& ,d,e, (continenti l'angolo,d,) sono proportionali alli lati,h,K,& ,k,l,(cõtinenti l'angolo,k,li duoi triangoli,c,d,e, & ,h,k,l,(per la sesta del sesto) saranno equiãgoli,et però (per la quarta del sesto) la proportione del,c,d,al,h,K,sarà si come del,c,e,al,h,l,& conciosia che (dal presupposito) la proportione del,c,a,al,b,h,& anchora del,a,e,al,b,l,sia si come del.c.d.al h.k.(per la undecima del quinto) del,c,a,al,h,b,& del,a,e,al,b,l,sarà si come del,c,e,al,h,l,adonque (per la quinta del sesto,& per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo,c,a,e,sarà simile al triangolo.h.b.l.adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la piramide.a.c.d.e. e simile alla piramide.b.h.k.l.Similmente ancor è manifesto la piramide,a,c,e,f,esser simile alla piramide.b.h.l.m.et la piramide a,c,f,g,alla piramide,b,h,m,n,adonque perche (per la ottaua) la proportione della piramide,a,c,d,e,alla piramide,b,h,k,l,e si come quella del lato,c,d,al lato,h,k,triplicata, & anchora della piramide,a,c,e,f,alla

pira-

come in la settima di questo è stato dimostrato, adonque etiam le colonne saranno equale, conciosia che quelle siano el treppio alle sue pyramide, per laqual cosa è manifesto la seconda parte di quello che stato proposito.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di l'una a l'altra e si come del lato al suo relatiuo lato la proportione triplicata.

Se le colonne saranno simile (per la diffinitione di corpi simili,) la basa di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano diuise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decimaottaua del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano diuise in seratili stanti sopra quelli triangoli, adonque studia di prouare li seratili, di l'una esser simili alli seratili di l'altra: cadauno al suo relatiuo, laqualcosa facilmente approuerai (per el presupposito & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili) et prouato questo (per la trigesimasesta del undecimo) la proportione di cadauno di seratili di una, al suo relatiuo seratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato: al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li seratili di una siano simili alli suoi seratili relatiui di l'altra, Seguita (per la undecima del quīto) che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relatiui di l'altra: per laqual cosa (per la decima terza del quinto) la proportione che è del seratile di una al suo seratile relatiuo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li seratili di l'una, & di l'altra tolti insieme componeno le colonne, & li lati relatiui di seratili, sono li lati relatiui delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relatiui che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportiō della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie simile (per la decimanona del sesto) se diuidono in triangoli simili, & inequal multiplicità, & della medema proportione di tutti, sarà si come una delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella una a se relatiua che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & cosi è tutte le piramide che ha le base triangolare che stanno in l'una a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che stāno in l'altra (per la duodecima del quinto) & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triangolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle medesime (per la

prece-

quarta del quinto l'altra quante uolte sarà necessario) tu concluderai facilmente il proposito.

Adonque da questo è manifesto, che tutte le colonne laterate consti tuide sopra una medesima basa, ouer sopra base equale, se sarāno equal mente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato prouato, qualmente le colonne laterate sia no proportionale alle sue base, et essēdo posto esser le medeme base ouer equale è ne cessario (per la uigesimaquarta del quinto) che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi paralellogrammi, seratili, & colō ne laterate, se seranno equalmente alte, quelle anchora, se approuano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colōne laterate, delle quale di sopra è stato uni uersalmente prouato esser il uero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

Sia diuisa la basa della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli: sia diuisa la colonna in seratili, & la pyramide della colōna, in pyramī de che habbiano le base triangole, cioè quelle che sono base di seratili, E per tanto è manifesto cadauno seratile esser treppio a quella pyramide laquale sta sopra la me desima basa con esso seratile, & questo è stato dimostrato in la sesta di questo duode cimo libro. Adonque (per la decimatertia del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le pyramide tolti insieme, e necessario esser treppi & conciosia che da tut ti li seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le pyramide tolte insie me uien compita la pyramide della colonna, e manifesto esser il uero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quel le saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quel le & le altezze saranno mutue le medesime colonne è necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le pyramide di quelle saranno equale per che ogni laterata colonna e treppia alla sua pyramide, & se le pyramide saranno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne: & delle sue pyramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima par te del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze dalle proposte colon ne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue pyramide le base & le altezze delle pyramide delle proposte colonne saranno mutue. Se que sto che stato posto delle colonne, sarà il uero adonque le pyramide saranno equale

come

ramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide. a. non è meno della terza parte della sua colonna, ne etiam è piu della terza parte. Perche (se eglie è possibile) sia la pyramide, a, piu della terza parte della colonna, a, in la quantità del corpo, b, talmente che detratto il corpo, b, della pyramide, a, lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna, a, (Dico adonque si come prima) della pyramide, a, sia inteso esser detratta la pyramide laterata a se equalmente, alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio. a, laqual pyramide laterata e manifesto esser piu della mitade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide, a, un'altra uolta sian intese esser detratte le pyramide equalmente alte constituide sopra li triangoli, c, d, e, f, liquali sono in le portione della basa, & questo sia fatto tante uolte (per la prima del decimo) che dalla pyramide, a, rimanga meno del corpo. b. Adonque la pyramide laterata) soprastante allo inscritto poligonio) laquale componeno le pyramide laterate detratte dalla rotonda pyramide sarà maggiore della terza parte della colonna. a. Et perche questa pyramide laterata (come a prouado in le precedente) & la terza parte della sua colonna laterata, a, finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda, a, esser minore della colonna laterata della medesima altezza la basa della quale è il poligonio inscritto in la basa della rotōda pyramide. Et questo è impossibile: perche questa colonna laterata è parte della colonna rotonda: Conciosia adonque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam piu, sarà necessariamente treppia a quella che è quello che uolemo demostrare.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10/12 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide rotonde simili, & colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa al diametro dalla basa di l'altra.

Siano li dui cerchij, a, & b, sopra liquali siano constituide due pyramide rotonde simile: & due colonne rotonde simile & siano detti li cerchij, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchij, da questi nomi, a, & b, equiuoce. Dico adonque che la proportione delle due pyramide, a, & b, & delle due colonne, a, & b, e, si come la proportione triplicata di dui diametri, a, & b, & se questo de le pyramide uien conuenuto etiam quello delle colonne sarà manifesto (per la decimaquinta del quinto) conciosia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide, sarà manifesto per la demostratione che induce a l'impossibile. perche (per quella communa scientia posta in el principio della demostratione della seconda di questo duodecimo libro) la proportione che è del diametro. a, al diametro, b, triplicata, la medesima è della pyramide, a, ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo, c, del qual dico che quello non puol esser minore ne maggiore della pyramide, b, sia primamente minore (se sarà possibile) in la quantità del corpo, d, talmente che li dui corpi, c, & d, tolti insieme siano quanto la pyramide precedente)adonque & quella che ha la basa poligonia a quella che la basa similmente poligona ha treppia proportione, che è il lato al lato.

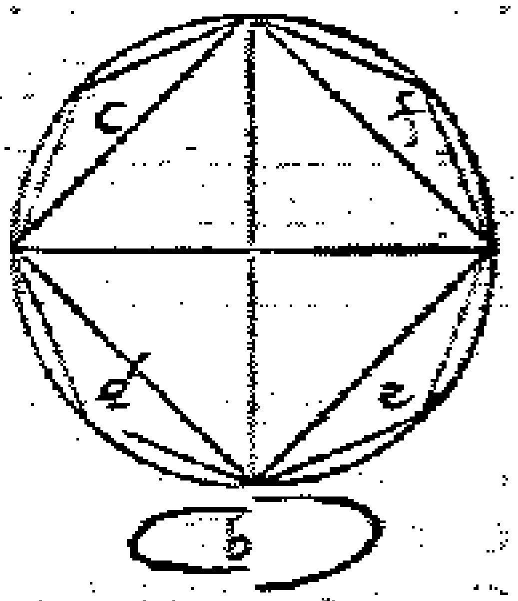
Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione elqual conclude quello che fu interposto in principio, ideo &c.

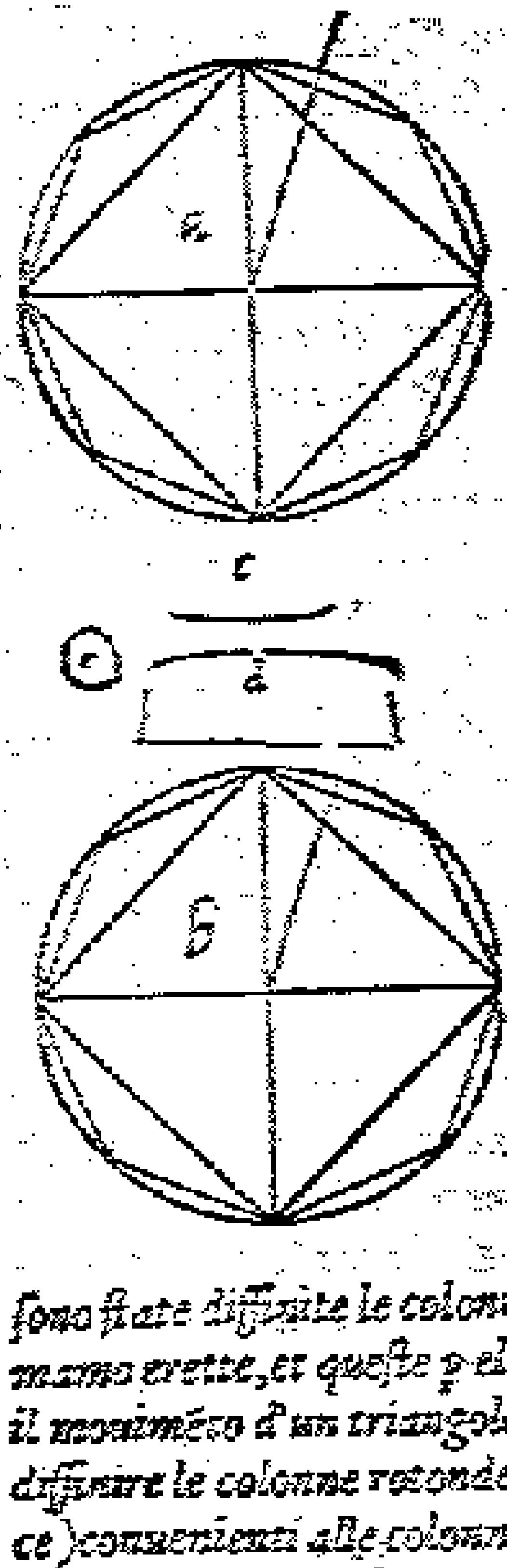
Theorema. 9. Propositione. 9.

Ogni colonna rotonda, s'approua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio.a. sia inteso una colonna & una piramide erette, secondo una medesima sua altezza, Et siano dette (equiuoce) quella piramide & la colonna, et il cerchio di uno medesimo nome cioè.a. Dico adonque che la colonna,a, e treppia alla piramide.a. la prouatione della quale e perche la non puol esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (se possibile è) sia maggiore che treppia in la quantità del corpo.b. talmente che se'l corpo.b. sia cauado fuora della colonna.a.el residuo di quella sarà treppio alla piramide.a. Sia adonque inscritto un quadrato in lo cerchio.a.sopra il quale siano descritti duoi seratili equalmente alti alla colonna.a. di quali duoi seratili tolti insieme è manifesto che sono piu della mità di la colonna,a, si come è manifesto esso quadrato essere piu della mità del cerchio.a. Perche se da questi seratili saranno compidi li solidi paralellogrammi di quali essi sono la mità de essa colonna sarà parte di essi solidi tolti insieme, et da poi sopra li lati del quadrato inscritto descriuerò quattro triangoli de duoi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di quelle portioni in due parti equali, & siano quelli triangoli, c, d, e, f, sopra liquali etiam erigerai li seratili alla altezza della colonna, a, & è manifesto che questi seratili sono maggiore della mitade delle portioni delle colonne stanze sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mità delle portioni del cerchio.



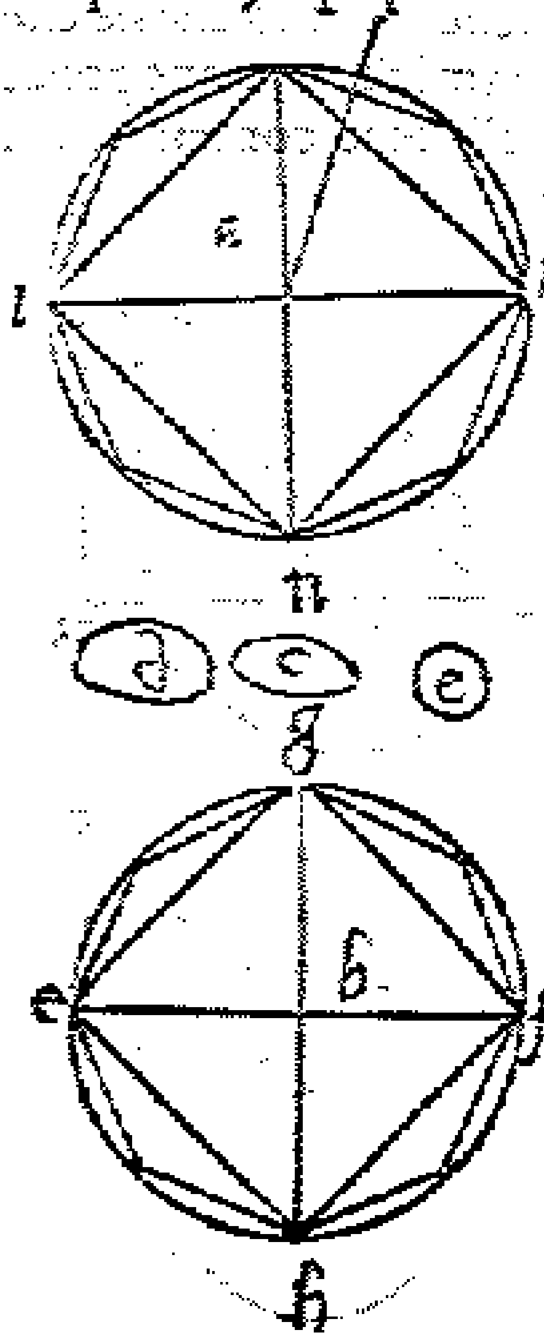
Et questo sia fatto tante uolte per fina a tanto (che per la prima del decimo) l'aduersario sia constretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme essere meno del corpo.b. Hor poniamo adonque che sia la colonna laterata ortogonia laqual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le base sono li triangoli ducenti lo poligonio inscritto in lo cerchio.a. maggior del treppio della piramide rotonda.a. & perche essa colonna laterata è treppia alla sua piramide: si come è stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedente, seguita (per la seconda parte della decima del quinto) che la piramide rotonda, a, sia minore della piramide laterata della colonna laterata della qual la basa e lo poligonio inscritto in la basa della piramide rotonda, a, laqual cosa è impossibile, perche la piramide



mide, b, al corpo che è minore della piramide rotonda, a, (cioè el, d,) è si come la proportione triplicata del suo diametro. b. al diametro de l'altra, & questo è impossibile. Perche hauemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque conciosia che il corpo. e. non possi essere minore ne maggiore della piramide rotonda. b, necessariamente sarà a lei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito.) Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne etiam piramide rotonde delle quale li assis stanno perpendicolare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno conciosia che la passione dimostrata in questo loco conuenga communamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile ouer quando le assis saranno erette orthogonalmente sopra le sue base, ouero quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne, & piramide rotonde delle quale le assis stanno orthogonalmēte sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et pche in el principio del undecimo nō sono state diffinite le colonne, ouer piramide rotōde, saluo solamēte quelle che chiamamo erette, et queste p el mouimēto d'un parallelogrammo rettangolo: et quelle p il mouimēto d'un triangolo rettangolo. Et però hauemo pensado esser conueniēte diffinire le colonne rotonde & le piramide con diffinitione (communamente uniuoce) conuenienti alle colonne rotonde, & piramide erette: & inclinate. Adonq; quando fora della superficie di alcun cerchio. Sia signato un ponto el quale sia continuado per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea dal ponto signato stante fermo e fisso sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tanto che ritorni al loco doue incommenciarà a mouersi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriuerà questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio al qual è circondutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio al quale è circondutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto fisso signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della piramide & la linea retta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis ouer sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta sarà perpēdicolare alla basa. Dico la pyramide esser eretta: & quādo sarà inclinato dico esser la pyramide inclinata. Ma quando saranno duoi cerchij equali descritti in due superficie equidistante, liquali una piana superficie (transeunte per li centri di quelli) li segarà: & le due relatiue settione delle due circonferente di essi cerchij serano continuate per linea retta. Se questa linea sia circondutta in le circonferentie

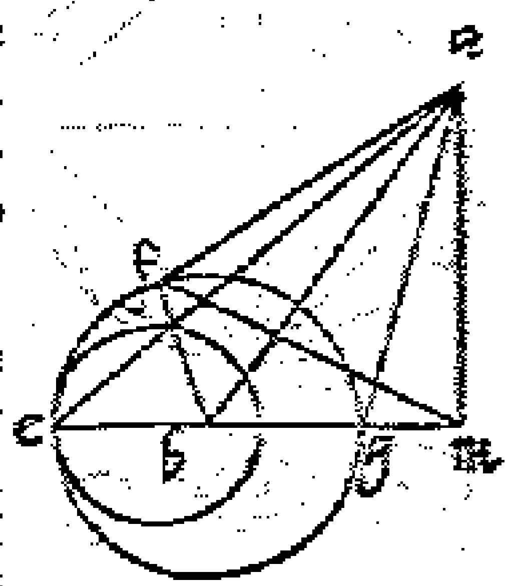
di

mide.b. Adonque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide,b,sia detratta la pyramide laterata a se equalmẽte alta la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio,b,& dal residuo di quella,sian detratte le pyramide della medesima altezza stante sopra li triãgoli delle portione del cerchio.b Adõque sia fatto questo tante uolte per fina a tanto che se constringa l'auersario a cõfessare (per la prima del 10.) che lo residuo della pyramide.b.sia minore del corpo.d. (per communa sciẽtia) la laterata pyramide,che compone le partiale pyramide detratte sarà maggiore del corpo,c,adonque sia inscritto in lo cerchio.a.uno poligonio simile a quello che è basa della pyramide laterata detratta della pyramide,b,et alli angoli di quello poligonio inscritto in lo cerchio.a.tira le linee dal cono della pyramide,a, compiendo sopra a quello poligonio,la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda,a, Adonque studia di demonstrare questa esser simile alla pyramide laterata detratta dalla pyramide rotonda.b laqual cosa farai per questo modo in l'una & l'altra pyramide tu erigerai lassis di quella laquale (per la diffinitione) sarà la linea continuante le uertice ouer cima della pyramide con il centro de la basa,& sarà perpendicolare alla basa,& dapoi delli centri delle base in l'uno & l'altro cerchio protrarai semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti,& conciosia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis de l'una a lassis de l'altra,sia si come del diametro della basa de l'una al diametro della basa de l'altra. E però etiam (per la decimaquarta del quinto: & per la equal proportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diametro: & siano tutti li angoli (che contien le assis) in l'una & l'altra (con li semidiametri) retti (per la sesta propositione del sesto libro,& per la quarta del medesimo per la diffinitione delle superficie simile,& per la diffinitione di corpi simili) è necessario che la pyramide laterata,a,sia simile alla pyramide laterata.b.per laqual cosa (per la propositione aggionta alla ottaua di questo) la proportione della pyramide laterata,a,alla laterata,b,è si come la proportione triplicata del lato di l'una al suo relatiuo lato di l'altra & però etiam si come del diametro.a.al diametro b triplicata. Et per tanto anchora si come della pyramide rotonda.a.al corpo.c. (per la undecima del quinto (per laqual cosa permutatamente,la proportione della pyramide laterata.a.alla pyramide rotonda.a.sarà si come della pyramide laterata,b,al corpo,c,& perche la pyramide laterata,b,è maggiore del corpo,c,la pyramide laterata.a.sarà maggiore della pyramide rotonda,a,laqual cosa è impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo,c,non è minore della pyramide rotonda.b. Resta adonque di prouare che'l non puo essere maggiore. Pur se lo auersario dicesse quel esser maggiore all'hora sia arguido (per la conuersa proportionalità) la proportione del diametro,b,al diametro,a,triplicata esser si come della pyramide rotonda.b.ad alcun'altro corpo il quale sia,d,Et perche) dal presupposto) el corpo.c.è maggiore della pyramide rotonda.b.seguita (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda,a,sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo,d,alla pyramide rotonda,a,& rimanga il corpo,e,& seguitar come prima. Adonque la proportione della pyraramide, c, d, e per tanto li duoi archi, f, g, & , k, l, siano simili: & siano intese le due superficie. a. b. f. c. d. K. uegnir fuora da li assis , & segar le piramide, a, b, & , c, d, simile. Dico adonque li duoi angoli, a, b, f, c, d, k, esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee, f, m, & , k, n, adonque perche le due piramide, a, b, & , c, d, sono simile, & le due superficie, a, b, m, c, d, n, che stanno orthogonalmente sopra le base uengono fuora dalle assis di quelle, & (per la diffinitione delle piramide simili) l'angolo. a. b. m. sarà equale al angolo, c, d, n, et perche (dalla diffinitione delle linee perpẽdicolarmẽte erette sopra una superficie) l'uno et l'altro di duoi angoli, a, m, b, c, n, d, eretto, (per la. 32. del primo et per la. 4. del. 6.) li duoi primi triangoli, a, b, m, et, c, d, n, saranno de lati proportionali cioè che la proportione della linea, a, b, alla linea, c, d, sarà si come della, b, m, alla, d, n, & si come dalla, a, m, alla, c, n, et perche (dalla diffinitione delle piramide simile) la proportion del assis. a. b. al assis. c. d. e si come del mezo diametro. b. f. al mezzo diametro. d. k. (per la. 11. del quinto) la proportione del, b, f, al, d, K. sarà si come della, b, m, alla, d, n, et conciosia che li duoi angoli, f, b, m, & , K, d, n, siano equali imperoche li duoi archi, f, g. & . k. l. sono simili (dal presupposito) la proportione della, f, m, alla, k, n, (per la sesta et quarta del sesto) sarà si cõe della, b, m, alla, d, n, E però et si come della, a, m, alla, c, n, et pche un'altra uolta (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno e l'altro di duoi angoli. a. m. f. c. n. k. e retto (per la 6. e 4. del. 6.) la proportione della. a. f. alla. c. k. sarà si come della. a. m. alla. c. n. e però (per la undecima del quinto) si come della. a. b. alla. c. d. et si come della. b. f. alla. d. K. Adõque (per la quinta del sesto) li duoi angoli. a. b. f. & . c. d. K. sono fra loro equali cõ'è il proposito. il medesimo facilmente prouerai delle colonne rotonde simile. adõque per questo che stato dimostrato dico che ogni due piramide rotonde simile siano come si uoglia, ouer erette ouer inclinate. la proportione di l'una a l'altra. e si come la proportion triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di l'altra. Perche essendo come prima le due piramide rotonde, a, & , b, delle quale le base sono li cerchi, a, & , b, & li diametri di questi siano anchora, a, & , b, et sia la proportione della piramide, a, al corpo, c, si come la proportione triplicata del diametro, a, al diametro, b, adõque il corpo, c, nõ sarà minore ne maggior della piramide rotonda. b. Et per dimostrar questo sia (se possibile è) minore in la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano quanto la piramide rotonda b. Adonque dalla assis della piramide, b, sia produtta una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra il cerchio, b, Et sia la commune settione di questa superficie & del cerchio, b, la linea.

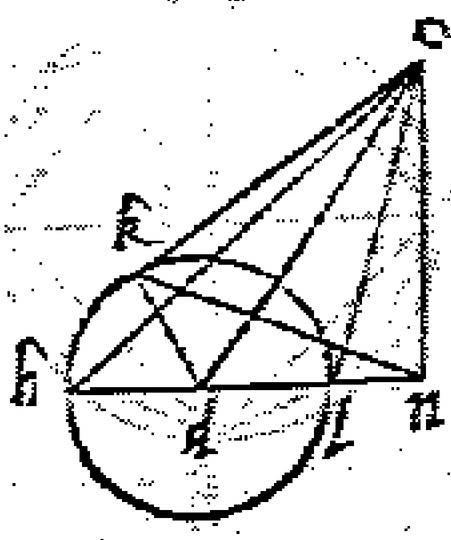


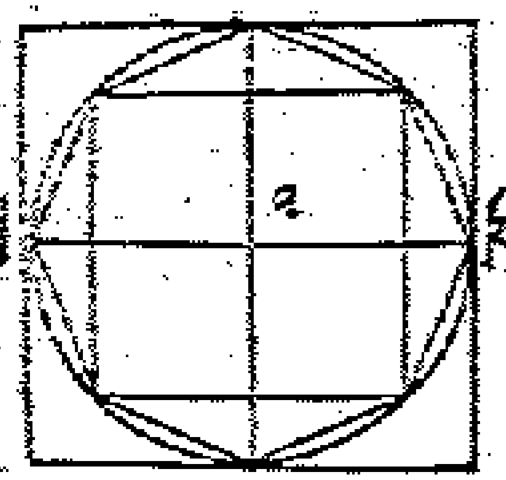
di essi cerchij equidistantemente al loco del quale incomminciarà a mouersi per fina a tanto che la retorni al loco suo, El corpo che è contenuto dalla superficie curua (che descriue questa linea nel moto suo) & dalli duoi propositi cerchij: lo chiamo colonna rotonda, lo assis, ouer sagitta della quale è la linea retta continuante li centri del li duoi cerchij. Et quando questa sagitta sarà perpendicolare alla superficie de l'uno et l'altro di duoi cerchij, Dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando seranno due piramide rotonde ouer colonne dalle base delle quale per l'assis usciscano due superficie orthogonalmente erette sopra le base di quelle et li angoli che contiene le commune settioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione della assis di l'una al assis di l'altra, sarà si come della mità del diametro di la basa di l'una alla mità del diametro della basa di l'altra. All'hora quelle due piramide fra loro: ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Poste queste diffinitioni egliè da dimostrare che de ogni due piramide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer se saranno rette ouer inclinate la proportione di l'una a l'altra è si come la proportion triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra laqual cosa delle erette sole è stato dimostrato. & questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

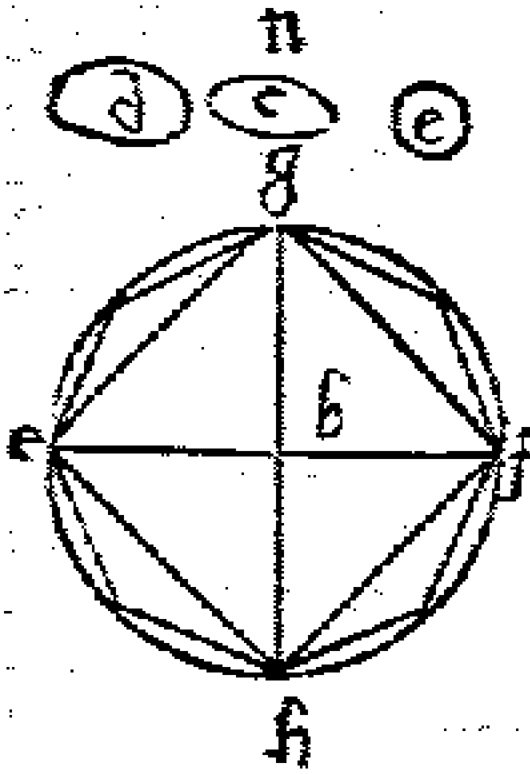
10 Se saranno due piramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino l'una e l'altra di quelle sopra lo assis: e che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune settioni delle base e di quelle superficie che sono state poste nõ orthogonalmente erette sopra le base saranno fra loro equali.



Sia le due piramide rotonde, a, b, & c, d, (delle quale le base sono li cerchij, e, f, g, & h, k, l, et le assis le due linee, a, b, & c, d, & li diametri delle base, e, g, & h, f, li centri delle base sono li duoi ponti, b, & d, li coni delle piramide, a, & c,) simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base lequale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li ponti, m, & n, con li centri delle base protratte le linee b, m. & d, n, & la superficie, a, b, m, laqual vien fora della assis a, b, (per la. 18. del. 11.) sarà eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual vien fora della assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della py-







Sopra li dui cerchij a, & ,b, ſiano ſtatuide (come per auanti) due piramide rotonde equalmente alte le quale ſiano dette ſimilmente .a. & .b. etiam due colonne rotonde equalmente alte aſſignate dalle medeſime lettere .a. & .b. dico adonque che la proportione delle due piramide .a. & .b. & delle due colonne .a. & .b. è ſi come di dui circoli .a. & .b. ſe primamente, queſto delle piramide ſarà demoſtrato etiam quello delle colonne ſarà manifeſto, perche ogni colonna rotonda è tripla alla ſua piramide, ma queſto delle piramide ſarà manifeſto per dimoſtratione indiretta in queſto modo. perche (per communa ſcientia) la proportione della piramide rotonda .a. ad alcun corpo e ſi come del cerchio .a. al cerchio .b. ſia quel corpo .c. Dico adonque che'l corpo .c. non puol eſſer maggiore ne minore della piramide rotonda .b. perche (ſe poſſibile è) ſia primamente minore in la quantità del corpo .d. adonque ſia inſcritto uno quadrato in lo cerchio .b. & ſia detratto dalla piramide rotonda .b. la piramide laterata, della quale la baſa ſia el quadrato inſcritto lo cerchio, b, e dalle portione della piramide ſiano detratte le piramide che ſtiano ſopra li triangoli delle partioni del cerchio, e q̃ſto ſia fatto tante uolte per ſina a tanto che il reſiduo della piramide .b. ſia minore del corpo, d, & la piramide laterata detratta (che compone le piramide partiale detratte) ſarà maggiore del corpo, c. adonque in lo cerchio .a. ſia deſcrito un poligonio ſimile a q̃l poligonio che è baſa della piramide laterata, b, et ſopra q̃llo ſia compudo una piramide laterata ducte le linee dalla uertice della piramide laterata .a. alli angoli dei poligonio inſcritto, & le due piramide laterate .a. & .b. ſaranno equalmente alte : perche queſto è il propoſito delle rotonde, per laqual coſa la proportione della piramide laterata .a. alla piramide laterata .b. e ſi come di la ſua baſa alla baſa di quella cioè ſi come del poligonio .a. al poligonio .b. & queſto è ſtato demoſtrato in la ſeſta di queſto, & del poligonio .a. al poligonio .b. e ſi come del cerchio .a. al cerchio, b. laqual coſa è manifeſta (per la prima & ſeconda di queſto.) Adonque della piramide laterata .a. alla piramide laterata .b. e ſi come della piramide rotonda, a, al corpo .c. per laqual coſa premutatamente della piramide laterata, a, alla piramide rotonda, a, e ſi come della piramide laterata .b. al corpo .c. & conciosia che la piramide laterata .b. ſia maggiore dil corpo .c. ſeguita la piramide laterata, a, eſſer maggiore della piramide rotonda .a. & queſto è impoſſibile perche lei è parte di quella, adonque el corpo .c. non ſarà menore della piramide rotonda .b. Ma ſe l'aduerſario ponerà che ſia maggior demoſtreremo un'altra uolta conſeguire il medeſmo impoſſibile perche (per la conuerſa proportionalità) la proportione del corpo, c, alla piramide rotonda, a, ſarà ſi come del cerchio .b. al cerchio .a. ſia anchora

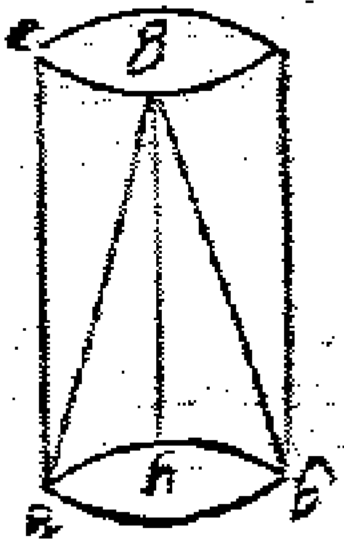
la me-nea.e.f.transiente per il cerchio.b.laquale sarà diametro del cerchio.b. & dentro del cerchio.b. sia protratto un'altro diametro. segante questo primo orthogonalmente elquale sia.g.h. Et cosi i lo cerchio.b. sia inscritto lo quadrato.e.g.f.h. Et dalla piramide rotonda.b. sia inteso esser detratta la piramide laterata la basa della quale è il quadrato inscritto in lo cerchio.b. laquale come di sopra è stato prouato sarà maggiore della mità della piramide rotonda. & dal residuo di quella siano detratte le piramidette di quella medesima altezza stante sopra li triangoli delle portioni del cerchio.b. & sia fatto questo tante uolte per fina a tanto che'l residuo della piramide rotonda.b. sia minore del corpo.d. (per la prima del decimo) & (per la concettione) la piramide laterata detratta laquale componeno le piramide laterate particole detratte sarà maggiore del corpo.c. Adonque al presente sia produtta dal assis della piramide.a. un'altra superficie che sia orthogonalmente eretta sopra il cerchio.a. Et la linea.k.l.sia la commune settione di questa superficie, & del cerchio.a.laquale per questo sarà diametro del cerchio.a. Et sia protratto in el cerchio.a. un'altro diametro segante questo primo orthogonalmente elqual sia.m.n. & cosi sia inscritto in lo cerchio.a.lo quadrato.k.m.l.n. Et diuidendo li archi delle portioni del cerchio.a.in due parti equali componendo in lo cerchio.a. un poligonio simile a quello che è inscritto in lo cerchio.b. & a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della piramide.a. componendo sopra quel poligonio la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide.a. e tu prouerai. questa piramide laterata esser simile alla piramide detratta dalla piramide rotonda.b. laqual cosa farai in questo modo produrai con la cogitatione ouer in atto li axis di l'una e l'altra in l'una e l'altra piramide.a. & b. & dalli centri delle base protrarai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per la premessa antecedente) tutti li angoli che cótiene lassis della piramide.a. con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio.a.alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relatiui. che contiene lassis della piramide.b. con cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio.b.alli angoli del poligonio a se inscritto e perche (per la diffinitione delle piramide rotonde simile) la proportione del assis della piramide.a.al assis della piramide.b. è si come del semidiametro del cerchio.a.al semidiametro del cerchio.b. seguita (per la.6.& .4.del sesto) & per le diffinitioni della superficie & di simili corpi) che le due piramide laterate.a. & .b. siano simile tutte le altre cose arguisse si come per auanti in la decimaadonque è manifesto de tutte le piramide rotonde simile che la proportione di quelle, sia si come di diametri delle sue base triplicata.e perche ogni colonna rotonda e treppia alla sua piramide perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne et sue piramide erette ouer inclinate seguita (per la.15.del.5.) che etiã la proportione di qual si uoglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

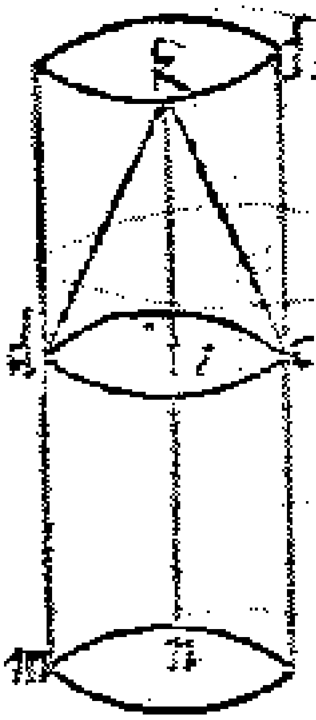
Theorema.11. Propositione.11.

11 Ogni due piramide rotonde ouer colonne equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base. 11

Il Tradottore.

Di questa soprascritta parte (laquale pare che sia una aggionta del comentatore) nella seconda traduttione. L'Auttore ne fa due propositione lequale l'una è la decimatertia & l'altra è la decimaquarta. Et per la detta decimatertia figuralmente adasse la colonna, a, d, segata dalla superficie. g. h. equidistantemente alle





due base cioè alle due base, a, b, & , c, d, & conclude il medesimo che se fa nella soprascritta agionta cioè che si come che è la colonna partiale. b. g. all'altra colonna partiale. g. d. cosi sarà laxis. e. K. al axis. k. f. et per dimostrar tal cosa el uole che sia alongato da l'una & l'altra parte laxis. e. f. per fina in li ponti. l. m. & di quelle uol che ne sia tolte quante parte ne pare equale alla sua conterminale poniamo le due. e. n. & n. l. equale alla parte. e. k. & cosi le due. f. x. & x. m. (ouer piu) equale alla. f. k. & similmēte el uole che per li ponti. l. n. et. x. m. sia estese le superficie. p. o. s. r. t. y. q. u. equale & equidistante alle. a. b. & c. d. et uole che siano intesi le colonnette partiale. p. r. r. b. d. t. t. u. Et perche le axis. l. n. n. e. e. k. sono fra loro equale adonque le partiale colonne. p. r. r. b. b. g. (per la undecima) sono equale fra loro & similmente sono de equal multiplicità alla colonna. b. g. si come laxis k. l. al laxis. e. k. Et per le medesime ragioni se die intendere della colonna. u. g. alla colonna. g. d. esser cosi multiplice come che è laxis. m. k. al. axis. k. f. et perche se laxis. k. l. sarà equale al axis k. m. etiam la colonna. p. g. sarà equale alla colonna. g. u. & se sarà maggiore sarà maggiore & se sarà menore sarà menore, per il che (per la diffinitione delle quantità proportionale cioè per la sesta diffinitione del quinto) se conclude che le quattro quantità sono proportionale cioè le due axis. e. K. & . k. f. & le due colonne partiale. b. g. & . g. d. che è il proposito. Et bisogna notar che quella figura che di sopra chiamamo colonna nella predetta seconda traduttione è detta cylindro.

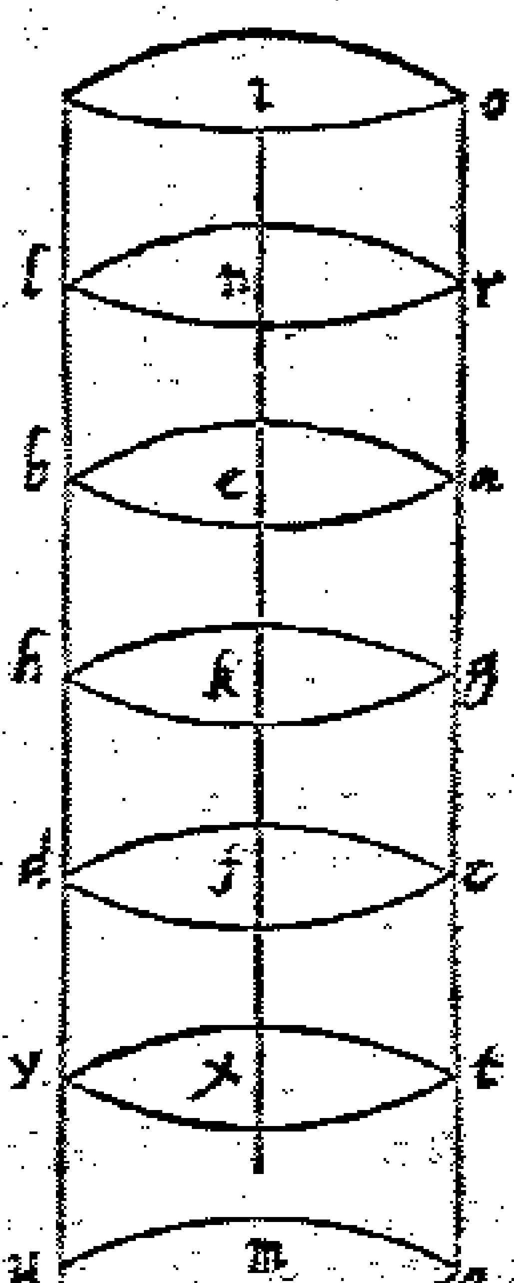
La decimaquarta propositione propone che li coni etiam li Cylindri che stano sopra base equale che la proportione di l'uno a l'altro & si come la altezza di l'uno alla altezza di l'altro.

Et per essempio figurale sia sopra le due base. a. b. & . c. d. equale. Li duoi cylindri, f, d, e, b, Dice che il cylindro, e, b, al cylindro, f, d, e si come la axis. g. h. al axis k. L. & per dimostrar tal cosa uol che sia estesa ouer alongata la axis. k. l. per fina in ponto. n. talmente che la. l. n. sia equale alla axis, g, h. & atorno al axis. l. n. uol che se gli intenda il cylindro. c. m. poi arguisse in questo modo. Adōque perche li doi cylindri, e, h, et c, m, sono di equal altezza è sopra base equale (p la. 11. di questo) sono fra loro equali, & perche il cylindro. f. m. è segato dal piano, c, d, equidistan-

la medesima della piramide rotonda,b,ad alcun corpo elqual sia,d, Conciosia adonque chel corpo,c,sia maggiore della piramide rotonda.b.(per el presupposito) la piramide rotonda. a. (per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo,d, Adonque la proportione del cerchio,b,al cerchio,a,sarà si come della piramide rotonda.b.ad alcun corpo menor della piramide rotonda.a. Ma questo è stato dimostrato per auanti esser impossibile, perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque il corpo.c. non è ne minore ne maggiore della piramide rotonda,b,ma solamente equale: E per tanto(della seconda parte della settima del quinto conclude il proposito.) Ma acciò che piu facilmente & fermamente sia demonstrata la proposttione che seguita: eglié necessario di mandare auanti uno antecedente a quella utile: elquale è questo.

11 Se una superficie segarà alcuna colonna rotonda equidistantemente alla basa di quella,li duoi corpi partiali liquali terminano a quella superficie saranno proportionali alle parti de lasis della colonna.

13
14

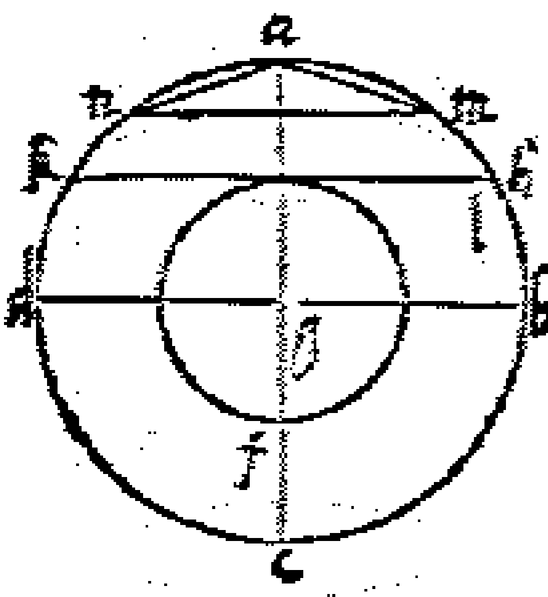


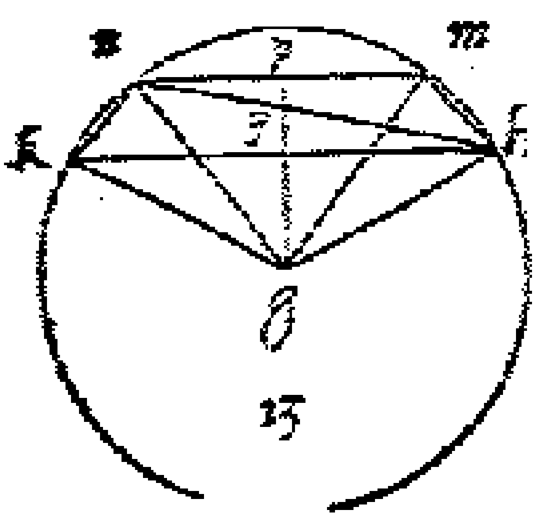
Questo è simile a quella che se propose in la uigesimaquinta dal undecimo libro di solidi paralellogrammi ne solamente questo delle colonne rotonde e il uero: anci piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterati ouer rotonde,laqual cosa(chi tenirà fermamente la argumentatione di la prima del sesto(ouer della uigesimaquinta del undecimo)facilmente potrà dimostrare, perche in questo loco nō altramente che in quello eglié di argumentare il proposito (per la diffinitione della incontinua proportionalità: laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna auertire che qualunque superficie seghi una colonna equadistantemente alla basa di quella: sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascune superficie. lequale siano equadistante a una medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le base sono equale, sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & similmente anchora delle piramide rotonde etiam delle laterate, laqual cosa essendo prouato prima delle colonne delle piramide sarà manifesto, perche ogni colonna è treppia alla sua piramide la rotonda (per la nona di questo) & la laterata (per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottaua.

que è manifesto la prima parte, la seconda se manifestarà (per il modo contrario) stante la medesima dispositione. Hor sia si come della basa.e. alla basa.a. cosi l'altezza.a.b. alla altezza.c.d. Dico che le due colonne.a.b.& c.d. sono equale, perche (per la secōda parte della settima del quinto) la altezza.a.b. alla altezza.a.e. sarà si come della basa.c. alla basa.a. Et perche (per la precedente) la colonna.c.d. alla colonna.a.e.e si come della basa.c. alla basa.a. & (per lo premisso antecedente) la colonna.a.b. alla colonna.a.e.e si come la altezza.a.b. alla altezza.a.e. seguita (per la undecima del quinto) che la colonna.c.d. alla colonna.a.e. sia si come la colonna.a.b. alla medesima.a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due colonne, a,b, & c,d, sono equale, per laqual cosa è manifesto etiam la seconda parte.

Problema. 1. Propositione. 13.

13/16 Quando seranno proposti duoi cerchii circondutti sopra uno medesimo centro, egliè possibile dentro il maggiore descrivere una superficie de molti angoli, de lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.





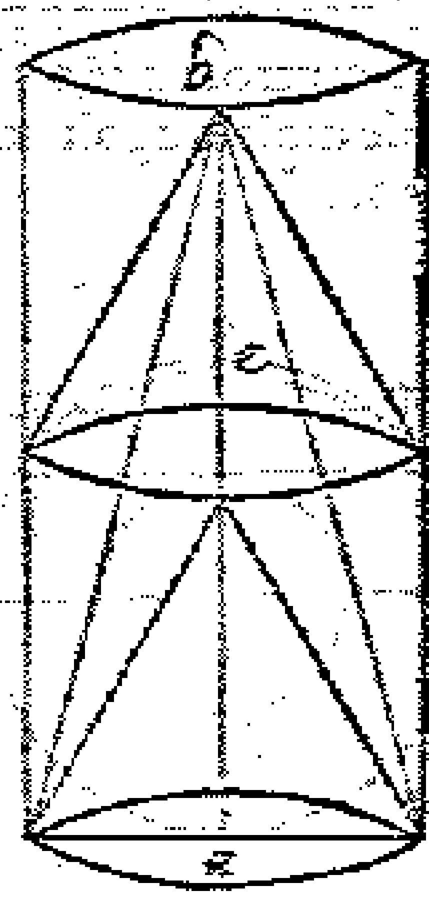
Siano li duoi cerchij,a,b,c,d,& ,e.f, circondutti sopra uno cōmun centro ilqual sia.g. Dico che dentro al maggior cerchio (qual sia,a,b,c,d,) egliè possibile esser descritto un poligonio che sia equilatero, che niuno de suoi lati tocchi il cerchio minore ilquale è,e,f, & per far questo siano divisi questi duoi cerchij in quattro parti equali da duoi diametri fra loro segādosi orthogonalmente sopra il centro di quegli liquali siano,a,c,& b,d,et sia,e,f,(diametro del minore) parte del diametro a,c,che è diametro del maggiore, & cosi adonque dal ponto,e,sia dutta (da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore) una linea orthogonalmente sopra del diametro.e.f. laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto.h.e di la in ponto.k. & (per lo correlario della decimasesta del terzo) la linea.h.e.K.e contingente il cerchio minore, & dapoi divide il quadrante,a,b, del cerchio maggiore in due parti equali in ponto,l, (secondo la dottrina della uigesimanona del terzo) dapoi un'altra uolta divise lo arco,a,l,in due parti equali in ponto.m.et cōciosia che facendo questo piu uolte, di necessità tu perueniral finalmente a uno arco ilquale sarà minore di l'arco,a,b,& sia in questo loco,a,m, percioche questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cauado la mità di quella, & similmente dal restāno la mità egliè possibile far questo tante uolte per

fina

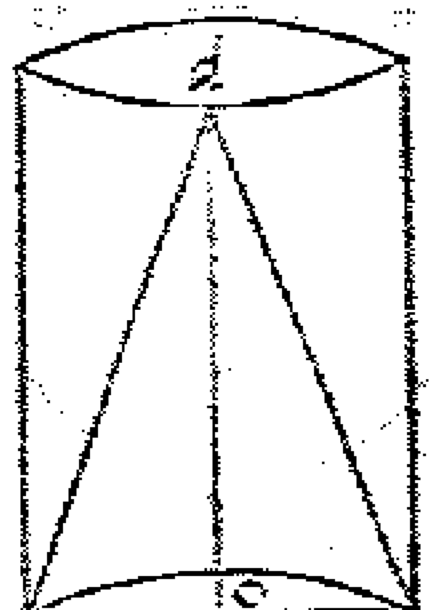
temente alle due base opposite adonque (per la precedente) si come è il cylindro.c.m. al cylindro.f.d. cosi è la axis.l.n. alla axis.k.l. Et perche el cylindro.c.m. è equale al cylindro.e.h. & la axis.l.n. alla axis.g.h. Adonque si come è il cylindro.e.h. al cylindro.f.d. cosi è la axis.g.h. alla axis.K.l. et si come il cylindro.e.h. al cylindro,f,d, cosi è il cono.a.g.b. al cono.c.K.d. perche li cylindri de quelli sono tripli di ditti coni (per la nona di questo) adonque (per la undecima del quinto) si come la axis,g,h, al axis,k,l, cosi è il cono,a,b,g, al cono,c,d,K, & lo cylindro,e,h, al cylindro,f,d, che è il proposito.

Theorema.12. Propositione.12.

12 Se due piramide rotonde ouer colonne saranno equale le sue base sa
15 ranno mutue alle sue altezze, & se le sue base, & altezze saranno mutue quelle piramide, ouer colonne è necessario esser equale.



Le linee che discendeno dalla ponta alle base perpendicolarmente determinano la altezza della pyramide: & delle colonne dalle superficie supreme di quelle alle base, siano adonque le due piramide rotonde.a.b. & .c.d. equale, & le due colonne rotonde.a.b. & c.d. equale: & siano le commune base si delle piramide come delle colonne li doi cerchij.a. & c. anchora le commune altezze si delle piramide come delle colonne, siano determinate per le due linee.a.b. & .c.d. Dico che la proportione del cerchio, c, al cerchio, a, è si come della altezza, a, b, alla altezza, c, d, & al contrario, & si sarà prouato questo delle colonne, delle pyramide sarà certo. Perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua piramide adonque se le due altezze, a, b, & c, d, saranno equale (per la precedente) è manifesto il proposito, ma se sarāno inequale sia, a, b, maggiore & sia tolto.a.e. equale alla, c, d, & sia segata la colonna, a, b, dalla superficie, e, equidistantemente alla basa, a, di quella: & (per lo premesso antecedente) la colonna, a, b, alla colonna.a.e. sarà si come la altezza.a.b. alla altezza.a.e. e però (per la prima parte della settima del quinto) la colonna c, d, alla colonna, a, e, sarà si come la altezza, a, b, alla altezza, a, e, per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) si come la altezza, a, b, alla altezza, c, d, (per la precedente) & la colonna, c, d, alla colonna, a, e, e si come il cerchio, c, al cerchio, a. Adōque (per la undecima del quinto) la altezza, a, b, alla altezza, c, d, e si come della basa, c, alla basa, a, adon-



que

(per la prima parte della uigesimanona del primo) li duoi angoli .h.n.m. & .n.h.k. saranno equali e però (per la ultima del sesto) li duoi archi .n.k. & .m.h. saranno etiam equali.

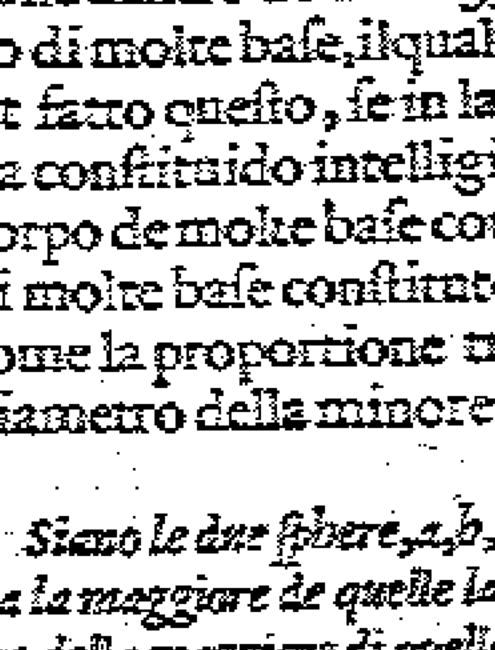
Correlario.

0/16 Et da qui è manifesto che la perpẽdicolare dutta dal ponto .m. alla .a.c, non tocca il cerchio.

Problema .2. Propositione .14.

14/17 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, egliè possibile dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte base, ilquale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, ouer in qualunque altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituto dentro della minor sphera, ouer altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore ouer d'altra sphera.

Siano le due sphere, a, b, c, d, & e, f, che habbia uno istesso centro ilquale sia, g, et sia la maggiore de quelle la sphera, a, b, c, d, & la minore la sphera .e.f. uolemo dentro della maggiore di quelle constituire un corpo di molte base, delle quale non intendemo che quelle base siano equale ouer simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quando uolemo far questo segaremo l'una et l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun centro di quelle & (per la diffinitione della sphera & per la diffinitione del cerchio) le commune settioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee continente circoli. Adonque siano li duoi circoli, a, b, c, d, & e, f, el centro di quali, è il centro della sphera delquale è sta proposito che quello sia el ponto .g. Quadraremo adonque questi duoi cerchij con duoi diametri fra loro seganti orthogonalmente sopra il commun centro di quelli, liquali siano, a, c, & d, b. Dapoi dentro del maggior cerchio (secondo li precetti della precedente) inscriuemo un poligonio equilatero, ilquale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di essempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodeci angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (elquale è .c.d.) siano tre lati di questa figura duodecagona, liquali siano le corde, d, h, k, h, & k, c, le quale conciosia che le siano equale. Anchora (per la prima parte della uigesimaottaua del tertio) li archi di quelli saranno equali. Et da



poi

fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo è stato dimostrato. Quando adonque (diuidendo cosi) se sarà peruenuto a uno arco (quanto si voglia) minore di, a, b, del qual modo (in questo loco) e l'arco. a. m. sia tolto lo arco. n. equale a l'arco, a, m, & sian dutte le due linee, a, m, & n, m. Adonque perche l'arco, a, k, è equale al arco, a, b, el quale (per la. 2. parte della 3. del 3. & per la. 4. del primo, & per la. 28. del 3.) è manifesto. Et perche l'arco, a, n, è equale al arco, a, m, (per cõmuna scientia) l'arco n. k. sarà equale al arco. m. b. adonque le due linee. m. n. & , k b, sono equidistante. adonque la linea, m, n, non puol toccare il cerchio, e, f, per laqual cosa molto piu forte ne la linea. a. m. puol toccar quello. Perche adonque è manifesto il cerchio. a. b, c, d, esser diuisibile p archi equali a l'arco, a, m, e però (per la uigesimaottaua del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio posser esser coaptado continuamente cordette equale alla cordetta, a, m, cordãte esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore posser esser inscritto un poligonio equilatero del quale uno lato e la linea, a, m, et perche la linea, a, m, non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del tertio & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo iscritto poligonio con niuno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubiti in questo, le due linee. m. n. & . K. b. esser equidistante essendo li duoi archi. n. K. & m. b equali ma questo per ferma verità e proseguido per forte: perche due linee in uno cerchio: lequale non si segbino fra loro: se dalla circonferentia equali archi da l'una e l'altra banda siano fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro. g. conduce la linea. g. p. perpendicolare alla linea. m. n. laqual seghi la linea. b. K. in ponto. q. & tira le linee. g. m. g. n. g. K. g. b. & alli duoi archi, n, k, & m, b, tirarai sotto le due corde, lequale etiam siano dette. n. k. m. b. & (per la uigesimanona del terzo) queste corde, n, K, et, m, b, sarãno equale, imperoche li archi saranno equali & (per le seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea, n. p, sarà equale alla linea, m, p. Conciosia adonque che l'uno e l'altro di duoi angoli, che sono al. p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo, n, g, p, (per la quarta del primo) sarà equale al angolo, p, g, m, & (per la ottaua del primo) l'angolo, k, g, n, e equale all'angolo, b, g, m. Adonque (per communa scientia, laquale è se a cose equale tu aggiongi cose equale le summe saranno equale l'angolo, k, g, q, sarà equale a l'angolo. q. g. b. & però (per la quarta del primo) la linea, k, q, sarà equale alla linea, q, b, per laqual cosa (p la prima parte della terza del terzo) la linea. g q. sarà perpendicolare alla linea. K, b. Adonque (per la prima parte della uigesimanona del primo) le due linee, n, m. & , k, b, sono equidistante: et questo e quello doue tu dubitaui. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per questo altro modo. Sia dutta la linea, n, b, & (per la ultima del sesto) l'angolo. b. n. m. sarà equale al angolo, n, b, K, imperoche l'arco, b, m, è equale al arco, n, k, e però (per la uigesimasettima del primo) la linea, m, n, sarà equidistante alla linea, b, k, el conuerso anchora se uorrai tu lo approuerai per lo conuerso modo, perche se la linea, m, n, è equidistante alla linea, b, k, l'arco, n, K, sarà equale a l'arco, m, b, perche

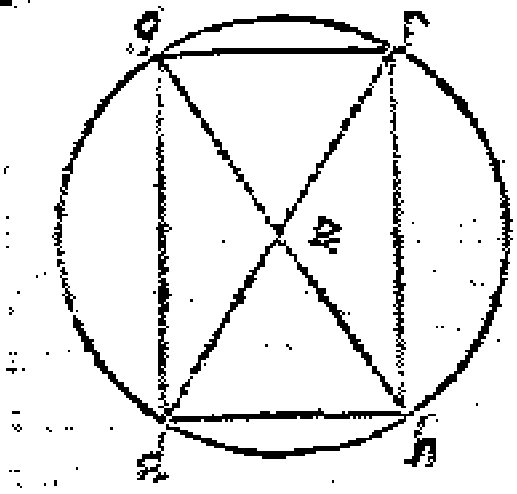
(per

Adonque (per la 33 del primo il coraufto q.s. e equale & equidistante alla linea y.z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea y.z. è equidistante alla corda d.h. e però è minore di quella, seguita (per la nona del undecimo) che lo coraufto q.s. sia etiam equidistante alla corda d.h. & minor di quella (per la concettione) adonque conciosia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda d.h.) non toccano la sphera minore e necessario che niuno lato di queste base del corpo inscritto (o siano le quadrangole ouer triangole) non tocchi la medesima minor sphera conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori di esse corde, & simplicemente dico, che etiam niuna di queste base de tutte le quale è manifesto, (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie, puo con alcun suo põto toccare la minor sphera impero che ogni linea retta dutta sopra a qual si uoglia ponto di cadauna di quelle equidistantemente al coraufto necessariamẽte è minore della corda del cerchio prostrato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggior sphera si della mezza sphera superiore come della inferiore siano sotto tessute (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatere, et alla maggior sphera sarà iscritto un corpo di settantadoi base lequale nõ toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia statuido un'altro simil corpo: la proportione di l'uno a l'altro, sarà si come la proportione treppiata del diametro de l'una sphera al diametro di l'altra. Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante piramide laterate le uertice ouer ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & queste piramide compirai, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (liquali sono le istremità delle corde & di corausti) produrai le linee alli centri delle sphere, E per tanto studia di prouare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le piramide di uno esser simile alle sue relatiue piramide di l'altro: ilche prouato (per la 8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relatiua di l'altra sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere (perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le piramide (& perche la proportione di semidiametri & di diametri è una medesima (per la decimaquinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la 13 del medesimo.

Il Tradottore.

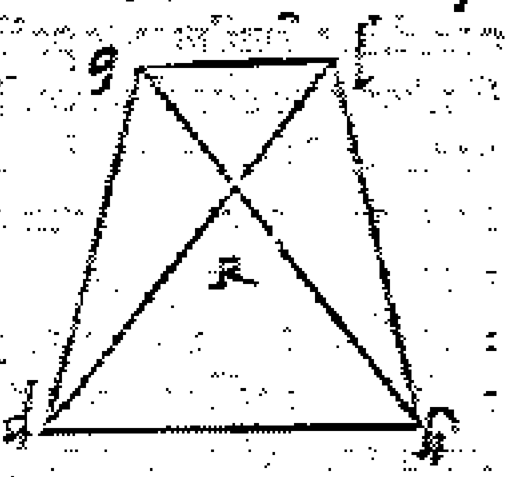
La demostratione del soprascritto primo proposito patisse oppositione, perche la non dilucida a sufficientia il detto proposito, egliè ben uero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano (liquali sono tutti equali alla linea, d, b.) non toccano la minor sphera per ilche è necessario anchora che niuno lato di quelle 72. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole ouer triangole) tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali ouer minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera non pol toccare alcuno di detti lati (per le cose dimostrate) non siamo però certi che quella non possi toccar le base quadrangole nelli lor centri (massime le maggiore) uerbi gratia pigliamo per essempi la bapoi dalli dui ponti. h. & . K. (liquali sono le estremità delle corde di mezzo) produremo dui diametri liquali sono. h. m. & . K. l. & sopra il centro. g. tiraremo la linea. g. n. perpendicolare alla superficie del cerchio, a, b, c, d, laquale produremo per fina a tanto che la peruenga alla superficie della maggior sphera sopra il ponto. n. & da poi intenderò quattro superficie seganti le sphere proposte, delle quale cadauna seghi quelle sopra la linea. g. n. Et la prima di quelle sopra la linea. g. n. & lo diametro. d. b. La seconda sopra la linea. g. n. & lo diametro. h. m. & la terza sopra la linea. g. n. & lo diametro. K. l. & la quarta la linea. g. n. & lo diametro. c. a. & (per le diffinitioni della sphera, & del cerchio) le settioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore, saranno linee continenti circoli, Et le parte inscritte, come fra el ponto. n. & li quattro ponti, che sono, d. h. k, c. saranno quadranti di questi cerchij liquali quadranti sono, d. n. h. n. & . K. n. & c. n. e però questo aduiene imperò che tutti li angoli che contiene la linea. g. n. con cadauna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio, a, b, c, d, sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolare a una superficie, & li angoli retti in el centro: se stendono sotto alla quarta parte della circonferentia: laqual cosa (per la ultima del sesto) euidentemente appare, & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che cadauno di questi quattro cerchij: è equale al cerchio, a, b, c, d, Perche il diametro di cadauno di quelli è il diametro della maggior sphera. Adonque (per la decimaquinta del quinto) li quadranti di quelli sono equali, per laqual cosa li cinque archi, liquali sono, d, n, h, n, k, n, c, n, & d, c, sono equali. Adonque in cadauno di quattro quadranti di circoli eretti siano assettade le corde ypotumissale, delle quale cadauna sia equale alla corda del cerchio prostrato, lequale sono li lati del poligonio a quel inscritto & una di quelle corde. e. d. b. & siano in el primo, d, q, q, r, & r, n, & in lo secondo, h, s, s, t, & t, n, & in lo terzo, K, u, u, x, & x, n, & in el quattro siano, c, o, o, p, & p, n, & siano protratti li corausti congiongenti li capi delle corde ypotumissale, lequale sono, q, s, s, u, u, o, & r, t, t, x, x, p, tu uedi adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera superiore (laqual quarta parte e, d, n, c,) esser inscritto un corpo di. 9. base delle quale, le tre che se congiongeno al ponto, n, sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati ypothumissali di quelle quadrãgole superficie sono equali ma nõ equidistãti. Et li corausti (tolti fra qualũque dui cerchij) & le corde del cerchio prostrato sono fra loro, equidistãte: ma nõ sono, fra loro equale, e, questo saperai se protrarai perpẽdicolare dalle estremità di corausti alla superficie del cerchio giacente delle quale è manifesto chi esse cadeno sopra li diametri di circoli, liquali corausti continuano, laqual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimatertia del undecimo, uerbi gratia, siano lassade le due perpendicolare, q, y, & , s, z, cadente in li diametri, d, b, & h, m, dalli dui termini del corausto, q, s, & siano tirate le linee, q, d, s, h, & y, z, Et li dui triangoli, q, y, d, et, s, z, h, (per la quarta del sesto) sarãno simili, per laqual cosa la proportione delle due perpendicolare, q, y, & s, z, sarà si come delle due corde, q, d, & s, h, & conciosia che le corde siano equale, etiã le perpendicolare saranno equale & quelle sono equidistanti (per la. 6. del. 11.)

Adon-nea.d.k.e similmente posta come è la linea.n.m.in la figura della detta.13. di questo.hor dico che il ponto.k.e piu remoto over lontano dal ponto.g.(centro de ambedue le sphere proposte) chi non è il ponto.q.cioè che la linea.g.k.è piu longa che la linea.g.q.& se la minor sphera non tocca la detta linea.d.k.in ponto.q. manco toccarà la basa.q.d.s.h.in ponto.k.laqualcosa se dimostrarà in questo modo. Egliè manifesto che la linea.m.q.e piu della mità di tutta la linea.m.h.per il che la linea m.h.vien a esser manco del doppio di la linea.m.q. & tal proportione qual è della linea.m.h.alla linea.m.q.tala serà del rettangolo contenuto sotto della linea.m.h. & della q.h.al rettangolo contenuto sotto delle due linee m.q.& q.h.(& questo facilmente prouarai per la prima del 6.)adonque il rettangolo di m.h.in q.h.sarà men che'l doppio del rettangolo di m.q.in q.h.& perche il quadrato della linea,d,q.è equal al rettangolo della.m.q.in.q.h.per la.35.del 3.seguita che'l rettangolo della,m,h,in,q,h,sia men del doppio del quadrato della,d,q,& se al quadrato della,d,q,(elquale è quanto il rettangolo della.m.q.in,q,h,)gli aggiongi il quadrato della q.h.tal suma(per la penultima del primo)sarà equale al quadrato della,d,h,et perche il rettangolo della.m.q.in.q.h.gionto con il quadrato della.q.h.tal summa(per la 3.del 2.)sarà equale al rettangolo di tutta la,m,h,in,q,h,seguita adonque che il quadrato de,d,h,sia men del doppio del quadrato di d.q.et se ben ti ricordi gia fu prouato che il quadrato della medema.d.h.era piu che doppio al quadrato di,d,k.ouer di k.h.seguita adonque che il quadrato.d.k.sia minore dil quadrato di.d.q.& perche cadauno delli dui angoli,d.q.g.& d.k.g.è retto et la linea.g.d.è ypothumissa communa a l'uno e l'altro se del quadrato di quella ne cauamo il quadrato della linea.d.q.lo residuo,(per la penultima del primo)sarà equale al quadrato della linea.g.q.& similmente se del quadrato della medema linea.g.d.ne cauemo il quadrato della linea.d.k.questo secondo residuo sarà equale al quadrato della linea.g.k.& perche lo quadrato della.d.q.era maggiore del quadrato della.d.k.(per commună scientia)lo quadrato della linea.g.k.sarà maggiore del quadrato della linea.g.q.per il che la linea,g.k.è maggiore della linea.g.q.seguita adonque che il ponto.k.sia piu lontano dal centro.g.che non è il põto.q.& se la minor sphera non tocca il ponto.q.manco toccarà la bassa,q,d,s,h,in ponto.k.& non toccandola in ponto.k.manco lo toccarà in altro ponto perche questo è il piu propinquo al centro.g.di qualunque altro & se la detta minor sphera non puol toccare la detta bassa quadrangola(laquale è una delle maggior del detto corpo)manco potrà toccare alcuna delle altre minore perche le minore sono piu remote,ouer lontane dal centro.g.delle maggiore per le ragione adutte in la decimaquarta del terzo che è il proposito.

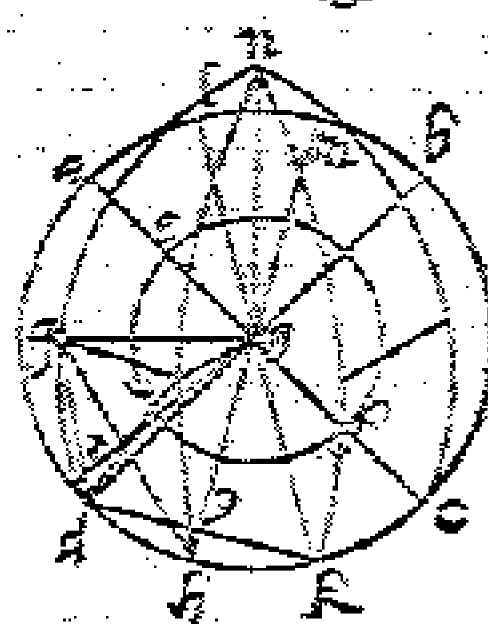


Theorema.13. Propositione.15.

15/18 Di ogni due sphere la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione treppiata del suo diametro al diametro di l'altra.



sa,q,d,s,b,laquale è una delle quadrangole maggiori. Dico che se ben niun di suoi quatro lati (cioè,d,b,d,q,b,s,s,q,) non puo toccar la minor sphera (per esser,d,q,& b,s,equali al,d,b,et q,s,minore pche le linee equale sono equalmente distante dal centro della sphera,& le minore sono molto piu lontane dal detto centro (tamen non siamo per certi che la detta sphera minore nõ possa toccare la detta basa.q.d.s.b.(& le altre simile) nel cẽtro k perche il detto cẽtro k è molto piu propinquo al detto centro della minor sphera che non sono alcun di detti quattro lati, il che si manifesta tirando li doi diametri.q.b.& d.s.cadauno di quelli è maggiore di qual si voglia di detti quattro lati per il che cadauno di loro è piu propinquo al centro della sphera di alcuno di detti quattro lati (per la.14.del 3.) seguita adonque che li detti diametri potriano forsi toccar la detta minor sphera e consequentemente la basa,q,d,s,b,nel suo centro k. adonque la demostratione dal commentator addutta patisse contraditione: ma a voler rettamente provarlo,cioè demostrare a sufficientia che la minor sphera non puo toccar in conto alcuno, alcuna di quelle 72.base, Sia tirata dal centro,g,una linea (per la 11.del 11.) perpendicolare alla basa,d,q,b,s,del detto corpo (come che in quest'altra seconda figura appare) laquale sia.g.k.dapoi dal ponto.k.sia tirate quattro linee alli quattro angoli di detta basa lequal linee veranno a esser.k.q.k,d,k,b,k,s,lequale tutte conteneranno angolo retto con la perpendicolare.g,k.(per la 2.diffinitione del 11.per il che le dette quattro linee,k,q,k,d,k,b,k,s,saranno equale (per la penultima del primo & per la communa scientia) perche le loro ypotenuse sono equale cioè le linee tirate mentalmente del centro,g,a cadauno di quattro angoli.q.d.b.s. Adonque se sopra il ponto.k.sarà descritto mentalmente un cerchio secondo la quantità di.k.b.la circonferentia di quello transirà p li altri tre angoli,d,q,s,(come in la terza figura appare) & perche li tre lati,d,b,d,q,b,s,sono equali, & lo q,s,è minore adonque l'arco,d,b,sarà piu del quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, per il che l'angolo,d,k,b,sarà ottuso,e però il quadrato dello lato,d,b,sarà piu che doppio al quadrato della,d,k,over della,b,k,& questo terrai in mente da puoi imaginaremo la detta basa secondo il suo debito star nella sphera maggiore della figura che già fu in principio descritta: li circoli giacenti si della maggiore come della minore poniamo siano li infrascritti con la detta basa quadrangola,q,d,s,b,stante secondo il suo conveniente star con la sua protratta perpendicolare dal ponto.g.(centro di ambedue le sphere) al ponto k.centro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto,d,al ponto,k,tiraremo la linea,d,k,laquale segarà la linea,g,b,orthogonalmente in ponto.o.& non toccarà il cerchio,f,e,della minor sphera (per lo correlario posto sopra la.13.di questo) perche questa li-



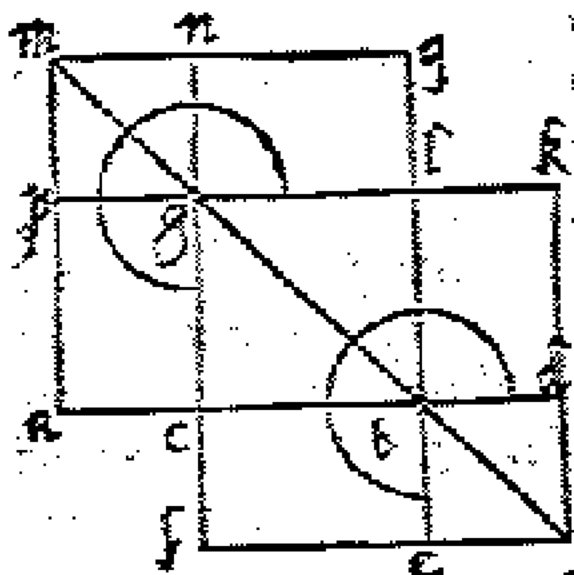
nea

LIBRO DECIMOTERZO DI EVCLIDE, DELLA LINEA diuisa secondo la proportione hauente il mezzo: & duoi estremi & della formatione di cinque corpi regolari.

Theorema prima. Propositione prima.

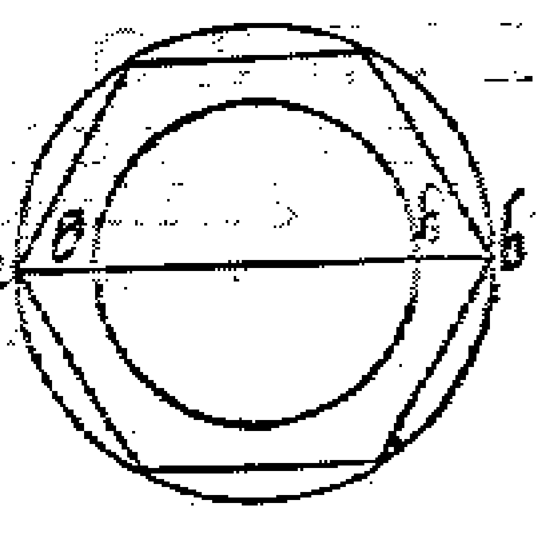
Quando sarà diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi. se alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea cosi proportionalmente diuisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea composta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mità della medesima linea diuisa.

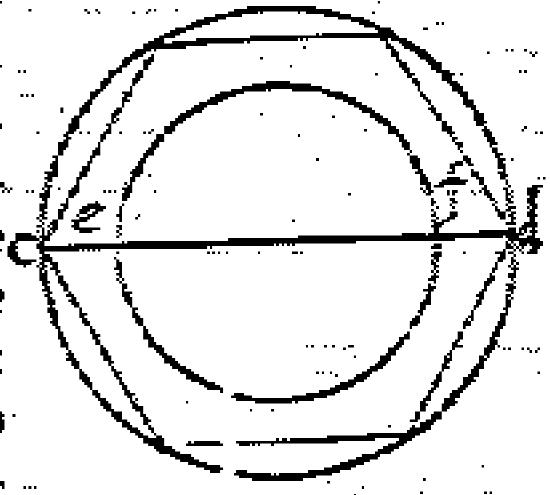
SIA la linea, a, b, diuisa in ponto, c, come insegna la trigesima del sesto: et sia la sua maggior parte la linea, b, c, alla quale sia aggionto direttamente la linea, b, d, laqual sia equale alla mità di tutta la linea, a, b. Dico che'l quadrato della linea, c, d, sarà quincuplo al quadrato della linea, b, d, (cioè cinque uolte tanto) & per demostrar questo quadrato la linea b, d, & sia il suo quadrato, d, e, & circoponesto a questo quadrato un gnomone secondo la quantità della linea, b, c, protratto il diametro, f, b, g, & sia il circomposto gnomone, e, g, d, & (per la 23. del 6.) la superficie composta da questo laqual sia, b, k, sarà si come il quadrato della linea, c, d. Dico adonque el quadrato, b, k, esser cinque uolte tanto del quadrato, d, e, cioè quincuplo a quello. A donque al quadrato, c, l, (del circompostogno mone) sia circomposto un'altro gnomone alla quantità della linea, a, c, protratto el diametro, f, b, per fina al, m, & sia questo gnomone, c, m, l, & siano protratte le linee, c, n, & p, l, equidistantemente alli lati oppositi segandosi sopra il diametro, f, m, in ponto, g. Et è manifesto (per la 23. del 6.) che il composto di questo secodo gnomone et del quadrato, c, l, elquale è il quadrato, a, q, et il quadrato della linea, a, b, elquale (per la quarta del 2.) è necessario esser quadruplo al quadrato, d, e, imperoche la linea b, d, è la mità della linea, a, b, & conciosia che la superficie, a, n, (per la 17. del 6.) sia equale al quadrato, c, l, & similmente la superficie. m. l. (per la 43. del 1.) perche la superficie, a, n, & similmente la m. l. perviene dal a, b, in a, c, & lo quadrato, c, l, perviene dalla, c, b, in se medesima, & conciosia che (per la 1. del 6.) la, a. l, sia doppia alla, l, d, e però sarà equale alla l. d. & c. e. tolte insieme (per la 43. del 1.) Lo quadrato. a. q. (per questa commune sententia se a

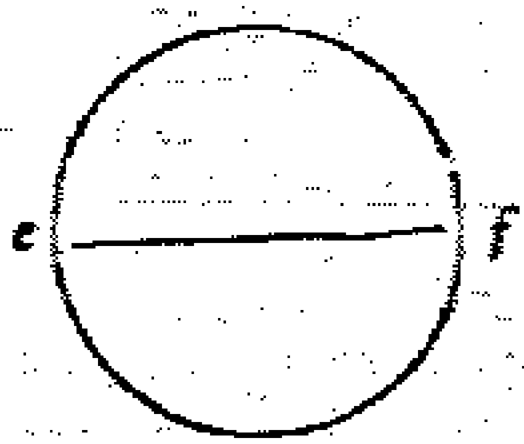


quantità

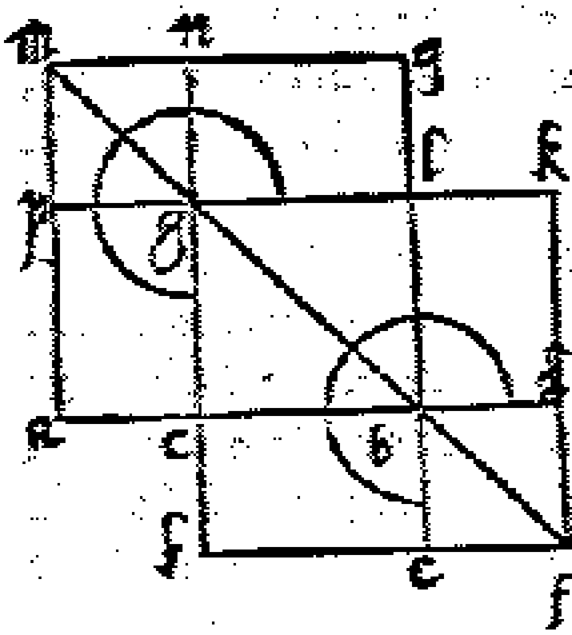
Siano le due sphere.a.b.& .c.d.delle quale li diametri siano,a,b,& ,c,d. Dico che la proportione di quelle è come la proportione di suoi diametri treppiata la demostratione di laquale è perche ne a una sphera che sia minore della sphera,c,d, ne a una maggiore: la proportione della sphera. a. b. è si come del diametro.a.b. al diametro.c. d.treppiata . Hor sia la proportione della sphera.a.b. alla sphera.e.f. si come del diametro. a.b. (della sphera.a.b.) al diametro.c.d.treppiata. Demostrarò adonque che la sphera.e.f.non puol esser minore ne maggiore della sphera.c.d.perche affirmando l'adversario quella esser minore imaginarò quella esser inclusa nella sphera c.d. & esser circondutta al medesimo cētro,et inscriuerò (con la imaginatione)in la sphera.c.d.uno corpo di molte base ilquale nō tocchi la sphera.e.f.elquale sia etiam detto,c,d, & inscriuerò in la sphera,a,b,un'altro corpo di molte base simile al corpo di molte base.c.d. elquale sia etiam chiamado del nome della sua sphera, cioè.a.b.adonque è manifesto (dal la seconda parte della precedente & della.11.del.5.) che la proportione della sphera.a.b.alla sphera,e,f,è si come quella del corpo di molte base.a.b.al corpo di molte base,c,d, perche l'una e l'altra è si come quella del diametro,a,b,al diametro,c,d,treppiata (l'una dal presupposito e l'altra per la.2.parte della precedente) per laqual cosa premutatamente la proportione della sphera.a.b.al corpo di molte base a.b.e si come della sphera e,f,al corpo di molte base,c,d,conciosia adōque che la sphera,a,b, sia maggiore del corpo di molte base,a,b,etiam la sphera,e,f,sarà maggiore del corpo di molte base, c,d,& questo è impossibile,perche quella è parte di quello , adonque la sphera,e,f, non è minore della sphera.c.d. Ma se l'adversario dicesse quella esser maggiore: lo confondaremo in questo altro modo:perche (per la conversa proportionalità) dalla sphera,e,f,alla sphera.a.b.sarà si come del diametro,c,d,al diametro,a,b,treppiata. E per tanto sia la medesima della sphera,c,d,alla sphera,g,h. Et (per la.14.del quinto) la sphera,g,h,sarà minore della sphera.a.b.imperoche la sphera,c,d, fu posta minore della sphera,e,f,per laqual cosa la proportione della sphera.c.d. ad alcuna sphera minore della sphera,a,b,e si come del diametro,c,d,al diametro,a,b,treppiata,& questo è impossibile , perche da questo seguita che la parte sia maggiore del suo tutto,come per avanti fu dimostrato.adonque la sphera,e,f,non è maggiore ne minore che la sphera a,c,d,adonque(per la.7.del quinto) conclude la proposta conclusione laquale mette fine al duodecimo libro.







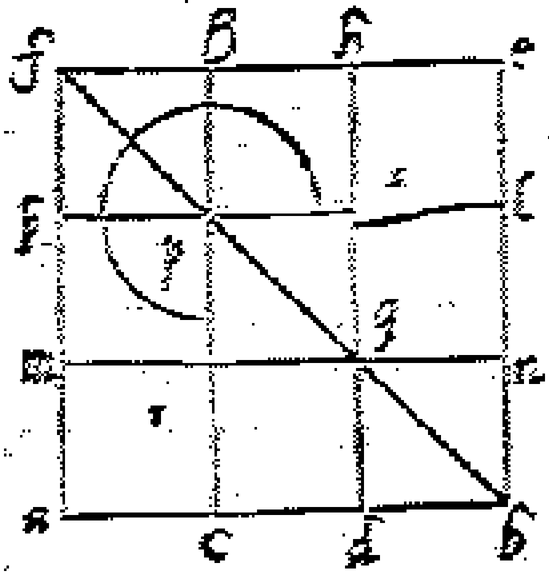
IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.



del sesto libro) conclude il proposito, anchora se puol di mostrare il medesimo per questa altra uia. Cociosia che il quadrato della, c, d, sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della, a, d, & lo quadrato della, a, b, (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della, c, d, (per la medesima) si è equale al quadrato della, c, b, & al quadrato della, b, d, et a quella che uien fatto dalla, b, d, due uolte in la, c, b, seguita che quello che uien fatto della, b, d, due uolte in la, c, b, con el quadrato della, c, b, sia equale al quadrato della a, b, ma quello che uien fatto solamente dalla, b, d, due uolte in la, c, b, è quanto quello che uien fatto dalla, a, b, in la, b, c, imperoche la, a, b, è doppio alla, b, d, adonque quello che uien fatto dalla, a, b, in la, b, c, con lo quadrato della a, c, è equale al quadrato della, a, b, et perche (per la. 2. del secondo) quello che uien fatto dalla, a, b, in la, b, c, et in la, a, c, è equale al quadrato della, a, b, seguita) per communa scientia che il quadrato della linea, b, c, sia equal a quello che uiē fatto dalla, a, b, in la a, c, adonque (per la seconda parte della decimasettima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 Quando una linea sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore sarà che el quadrato della linea cosi composta sia quincupla del quadrato che uiē descritto dalla mità di essa maggior parte.



Sia la linea, a, b, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi in ponto, c, et sia la maggior parte di quella la linea, c, b, la quale sia diuisa in due parti equali in ponto. d. Dico che il quadrato della linea, a, d, e quincuplo al quadrato della linea, c, d, perche essendo descritto el quadrato della, a, b, el quale sia. a. e. in el quale sia protratto lo diametro, b, f, & le linee, g, c, & d, h, & similmente le. k. l. & m. n. equidistantemente alli lati oppositi segandose fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti. p. & q. & fuora del diametro in li duoi altri lochi. r. & s. Adonque è manifesto (p la. 23. del sesto, ouer per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stāno in el quadrato, a, e, che il diametro diuide per mezzo (sono quadrate, & le quattro superficie) che sono, a, r, m, p, p, h, & s, e, (per la quadragesima tertia del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime. p. h. & s. e. sono fra loro equale (per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo &

duoi

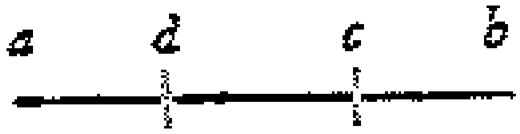
quantità equale sia aggionto quantità equale le summe saranno etiam equale) sarà equal al gnomone.e.g.d.adonque questo gnomone è quadruplo al quadrato.d.e, si come era al quadrato.a.q. Adonque tutto il quadrato.b.k.conciosia che quello sia composto dal semplo & dal quadruplo (per communa scientia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente (per la quarta del.2.) è manifesto che il quadrato della linea,a,b,è quadruplo al quadrato della linea.b.d. Et per la 2.del medesimo) quello che vien fatto dalla,a,b, in la,b,c, & in la,a,c,è equale al quadrato della,a,b,& quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c,è equale a quello che vien fatto dalla,b,d,due volte in la,b,c, laqualcosa (per la 1.del 2.è manifesto) conciosia che la,a,b,sia doppia alla,b,d,ma quello che vien fatto dalla,a,b,in,a,c,(per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della.b.c.adonque (per communa scientia) quello che vien fatto dalla.b.d.due volte in la.b.c.& quello che vien fatto dalla.b.c.in se medesima è equale al quadrato della.a,b.E però è quadruplo al quadrato della.b.d.per laqualcosa gionto il sopra lo quadrato della.b.d.tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della.b.d.cioè quello che vien fatto dalla b.d.due volte in la,b,c,con el quadrato della,b,c,& con lo quadrato della,b.d. Et perche (per la 4.del 2.) questo tutto è equale al quadrato della.c.d.e manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema.2. Propositione.2.

Se a qualunque linea (divisa in due parti) dellaqual el quadrato sia
2 quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una li-
2 nea in longo per fina a tanto che l'altra parte insieme cõ la linea aggiõ ta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte de quella sarà la linea media.

Questa è il converso della precedente, et stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drietro per la medesima via, se dimostrarà ãcbora lei in duoi modi si come quella. verbi gratia sia el quadrato,b.k.quincuplo al quadrato.d.e.et la linea,a,b,doppia alla linea.k.d. Dico che la linea.a.b.è divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi in ponto,c,& la maggior parte di qũlla è la linea media che è la.c.b.perche egliè manifesto (per la 4.del.2.) che'l quadrato,a,q, è quadruplo al quadrato,d,e. Adonque el gnomone.e.g.d.è equale,al quadrato,a,q.per laqualcosa li duoi supplimenti.l.d.& c.e.tolti insieme son quãto el gnomone.c.m.l. Ancor li medesimi supplementi tolti insieme (per la 1.del 6.) sono quãto.a.l. E però sono etiã quãto.c.q.seguita che.c.q.sia equale al gnomone.c.m.l.adõque levato via da l'uno e da l'altro la superficie.l.n.sarà el quadrato.c.l.equale alla superficie.a.n.cõciosia adõque che la superficie.a.n.sia fatta dalla.a.b.in la.a.c.et lo quadrato.c.l.sia lo quadrato della linea.c.b.(per la 2.parte della 17 del 6.) la proportione della.a.b.alla.b.c.sarà si come della.b.c.alla.c.a.adoque (per la diffinitione della linea divisa secõdo la pportione havẽte il mezzo e duoi estremi posta nel pricipio

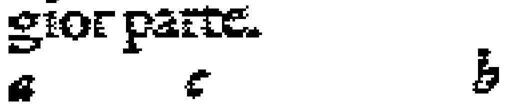
Sia la linea.a.b.diuisa secondo la proportiõne che se suppone in põto.c.et sia la maggior parte di quella la,c,b, & a tutta la.a.b.sia aggionto direttamẽte la linea,b,d,laquale sia equale alla.c.b.Dico che tutta la linea.a.d.è diuisa secondo la medesima proportione in ponto,b, & la maggior parte di quella è la linea,a,b,(che è la prima linea)perche(per la diffinitione)della,a,b,alla,b,c,si è come della,b,c, alla.c.a.Ma perche(per la settima del quinto)della,a,b,alla,b,d,è si come alla.b. c.Adõque(per la undecima del medesimo) della,a,b,alla,b,d,è si come della,b,c, alla,c,a,per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della,b,d,alla,b,a,è si come della,a,c,alla,c,b. Et cõgiontamẽte della d,a,alla,a b,e,si come della,a,b,alla.b.c. Et conciosia che(per la settima del quinto)della,a,b,alla,b,c,sia si come alla,b d,(per la undecima del medesimo)della,d,a,alla,a,b, sarà si come della,a, b, alla,b,d. Adonque(per la diffinitione) la linea,a,d,è diuisa in ponto.b.secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi , & la maggior parte di quella è la linea,a,b,che è il proposito.Anchora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi istremi sia detratta una parte equale alla minore esser maggiore parte sarà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sarà la linea detratta uerbi gratia sia la linea,a,b,diuisa si come se propone in ponto,c,et la,a,c,sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la,c,d,equale alla,c,b.Dico che la,a,c, è diuisa secondo la medesima proportione in ponto,d,& che la maggior parte di quella è la linea,d,c,perche essendo (per la diffinitione) della,b, a, alla.a. c.si come della,a, c,alla,c,b.Et(per la settima proposisione del quinto libro)della,a,c,alla,c,b,si come alla,c,d, (per la undecima propositione del medesimo) della,a,b,alla,a,c,sarà si come della,a,c,alla,c,d,& però(per la 19.propositione del quinto libro) & si come lo residuo,c,b,al residuo,d,a,ma(per la settima propositione del medesimo)della,c,b,alla,d,a,è si come della,c,d, alla,d,a.



Adõque della,a,c,alla,c,d,è si come della,c,d,alla.d.a.Adonque (per la diffinitione)è manifesto quello che hauemo detto.adonque ne quella agiontione che propone l'auttore, ne quella detrattione che hauemo proposta al contrario se descorda dalla proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo qual atto ne pare quanto si uoglia.

Theorema.5. Propositione.5.

5 Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mez
4 zo.& duoi estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato dalla sua minor parte sarà treppio al quadrato della maggior parte.



Sia la linea,a,b, diuisa in ponto.c.secondo la proportione piu uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea.c.b.Dico che li quadrati del

le

duoi estremi: & per la prima parte della decimasettima del sesto) lo quadrato, c, l, è equale alla superficie, a, g, e però etiam al gnomone, r, f, s, per questa causa che la superficie, a, r, è equale alla superficie, p, b. Et perche (per la quarta propositione del secondo libro) lo quadrato, c, l, è quadruplo al quadrato, r, s, ilquale è si come il quadrato della linea, c, d. Sequita adonque (per communa scientia) che il quadrato, m, b, sia quincuplo al quadrato, r, s, perche è composto dal gnomone quadruplo & dal r, s, semplice, & questo è il proposito. A demonstrare il medesimo altramente, conciosia che la linea, b, c, sia diuisa in due parti equali in ponto, d, & a quella sia aggionta la linea, a, c, (per la sesta propositione del secondo libro,) quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con il quadrato della interiacente, c, d, sarà equale al quadrato della, a, d. Ma perche quello che vien fatto dalla, a, b, in la, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la decima settima propositione del sesto libro) & questo è quadruplo al quadrato della, c, d. Euidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Parendoti anchora tu puoi etiam in duoi modi (dal consequente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado, perche essendo la medesima dispositione, stante il quadrato, m, b, quincuplo al quadrato, r, s. Et lo gnomone, r, f, s, sarà equale al quadrato, c, l, perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato, r, s, ma perche la superficie, a, g, è equale al predetto gnomone è necessario, che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro (& per la diffinitione) la linea, a, b, è diuisa in ponto, c, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & la sua maggior parte è la linea, c, b, a demonstrare il medesimo altramente: essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea, a, d, quincuplo al quadrato della linea, c, d. Et (per la sesta propositione del secondo libro) esso medesimo quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d. Sequita che quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d, sia quincuplo al medesimo quadrato della, c, d, e però leuado via quello: el residuo cioè (quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c.) sarà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea, c, b, è quadruplo al medesimo, è necessario che quello che vien fatto dalle, a, b, in la, a, c, sia equale al quadrato della, c, b, per laqualcosa un'altra uolta (per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione) la linea, a, b, e diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi istremi in ponto, c, & la maggior parte di quella è la linea, c, b.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4 5 Se sia diuisa (qual si uoglia) linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & a quella sia aggionto direttamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi estremi, & la sua maggior parte sarà la prima linea.

do tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia,d,e,laquale etiam sia diuisa in ponto,f,secondo la predetta proportione,laqual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositione che seguita non uien stabilita con ferma demonstratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della,a,b,alla,d,e,è si come della,a,c,alla,d,f,& si come della,c,b,alla,f,e. Conciosia adonque che la,a,b,communichi in potētia con la,d,e,seguita(per la prima parte della, decimaquarta del decimo)che la,a,c,communichi con la,d,f,& la,c,b,con la,f,e,in potentia,& perche l'una e l'altra parte della linea,d,e,è residuo come è manifesto dalle cose predette,seguita(per la.103.del decimo)che l'una e l'altra parte della linea,a,b,sia etiam residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato. Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in longhezza:ouer solamente in potentia, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi istremi, l'una & l'altra parte è residua: Et nota che la prima parte della presente demostratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi sia residuo(se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemēte,o sia posta tutta la linea rationale in longhezza: ouer solamente in potentia. Ma la secōda parte con la quale se dimostra questo medesimo della minor parte:cioè che anchora quella sarà residuo(se tutta la linea sarà rationale)non se estende sufficientemente se non quādo che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approua che la minor portione è residuo.Seguita sufficientemente,o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia.adonque a concludere della maggior parte(della linea diuisa al predetto modo)che quella sia residuo:basta a poner tutta la linea diuisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora questo dalla minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minore parte per mezzo de tutta,e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza,ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro si come è stato dimostrato.

Theorema.7. Propositione.7.

7 Se alcuno penthagono,che habbia tre angoli equali, sia equilatero,
7 anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo.

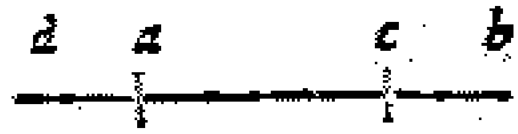
Siano el penthagono,a,b,c,d,e, equilatero, & siano quali tre angoli si uoglia di quello fra loro equali(cioè o siano tolti continuamente, ouer desc ontinuamente.) Hor poniamo che prima siano tolti discontinuamente:cioè poniamo che li tre angoli,a,c,d,siano quelli tre che uengono supposti fra loro equali. Dico tutto el penthagono esser equiangolo,& per dimostrar questo siano tirate le corde,b,e,b,d,& ,e,c,sotto a questi angoli,et tutto el penthagono sarà diuiso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le duē diagonale saranno le corde di duoi prossimi angoli equali segādosi fra loro dentro di esso quadrilatero il ponto,f,& (per la quarta del primo)

la

le due linee, a, b, & , c, a, tolti insieme sono treppij al quadrato della linea, c, b, Perche questi duoi quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della, c, b, & il doppio di quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c. Et perche similmente quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la diffinitione et per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposito.

Theorema. 6. Propositione. 6.

6 / 9 L'una & l'altra parte, di ogni linea rationale, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi è necessario esser residuo.



Siano la linea. a. b. rationale diuisa secondo la nostra solita proportione in ponto. c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la, a, c, la maggior parte di quella alla quale sia aggionto la, a, d, equale alla mita di tutta la linea, a, b, etiam la, d, a, sarà rationale (per la sesta propositione del decimo libro, & per la diffinitione) & è manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea, d, c, è quincuplo al quadrato della linea. d. a. Adonque la linea, d, c, è communicante alla linea, d, a, in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.) per laqual cosa (per la setantesima tertia propositione del decimo libro) la linea. a. c. è residuo. Conciosia che le due linee, c, d, & , d, a, siano ambedue rationale communicante solamente potentialmente. Et perche anchora se alla linea, a, b, (rationale) sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea. a. c. (che è residuo) lo secondo lato di quella sarà la linea. c. b. (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) è necessario (per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea. c. b. sia residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposito.

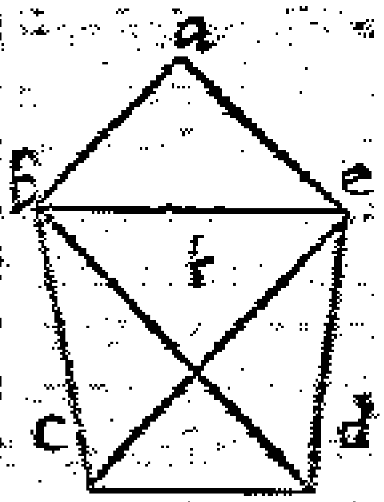
Ma piu se della linea cosi diuisa come se propone: la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo, verbi gratia sia la, a, b, come prima diuisa in, c, secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (quale è la. a. c.) sia rationale: laquale sia diuisa in due parti equali in ponto. d. et (per la terza propositione di questo libro) lo quadrato della. d. b. sarà quincuplo al quadrato della. d. c. Et perche la. d. c. è rationale conciosia che essa sia la mità della, a, c, seguita che le due linee, d, b, & , d, c, siano rationale communicante solamente in potentia, per laqual cosa (come prima) la linea, c, b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, anchora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la, a, b, rationale solamente in potentia diuisa si come le proportione in ponto, c, & essendo

gli (lequale sono li lati del triangolo) sono equale (dal presupposito) l'arco.b.e. sarà la sesta parte della circonferentia: e però la corda.b.e. sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio: per laqual cosa (per el correlario della decimaquinta del quarto) la linea.b.e.è equale al mezzo diametro.a.d. Et è manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo) che l'angolo.a.b.e. è retto & però el quadrato della linea.a.e.è equale alli quadrati delle due linee.a.b.&.b.e. tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della.a.e.è quadruplo al quadrato della.b.e. (per la quarta del secondo) conciosia che la linea.a.e. sia doppia alla.b.e. resta adonque lo quadrato della.a.b. esser treppio al quadrato della.b.e. e però etiam al quadrato della.a.d. che è il proposito, & acciochè a mi sia chiaro che la linea.b.c. (che è il lato del triangolo) divida lo semidiametro.d.e. in due parti equali, sia.f.el ponto della divisione. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che la.b.f.è equale alla.f.c. e però (per la prima parte della terza del tertio) tutti li angoli che sono al.f. sono retti, per laqual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato della.b.d. è equal alli quadrati delle due linee.d.f.&.f.b. ma lo quadrato della.b.e.è equale alli quadrati delle due linee che sono la.b.f.& la.f.e. Et perche la.b.d.e.equale alla.b.e. (per communa scientia) li duoi quadrati delle due linee.b.f.&.f.d. tolti insieme saranno equali alli dui quadrati delle due linee.b.f.&.f.e. tolti insieme, levado adonque uia da l'una e l'altra banda lo quadrato della b.f. (per communa scientia) lo quadrato della.f.d. (residuo) sarà equale al quadrato della.f.e. (residuo) per laqual cosa & la linea.f.d. alla linea.f.e. (per questa communa sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equali. Adonque per questo è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro del medesimo cerchio alla circonferentia di quello.

Theorema.9. Propositione.9.

9 Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilate-
9 ro (liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

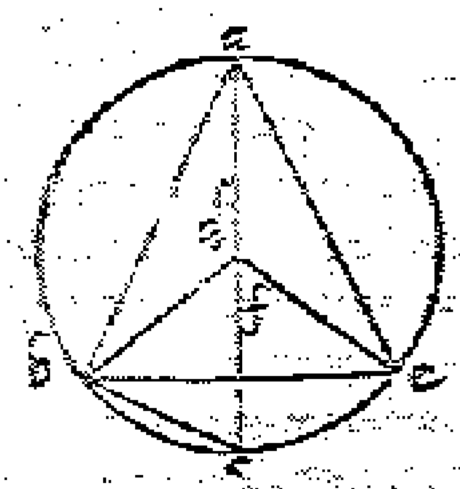
Sia el cerchio.a.b.c.el centro dil quale sia.d.& lo diametro.a.c.& sia l'arco.c.b.la quinta parte del arco del mezzo cerchio.a.b.c. sotto alquale sia tirata la corda.c.b.laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea.c.b.in continuo & diretto la linea.b.e. laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea.c.e.esser divisa in ponto.b.secõdo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella: dico esser la linea.b.e. laquale è il lato del exagono. Et per dimostrar questo sian dutte in el centro le due linee.e.d. & b.d.& l'angolo.e. sarà equale al angolo.b.d.e. (per la quinta del primo) per questo che la linea.e.b. è equale alla linea.b.d. (per el correlario della decimaquinta del quarto.) Anchora l'angolo.d.b.c.è equale al angolo.c. (per la quinta del primo)



la basa,b,e,sarà equale alla basa,b,d,& l'angolo,a,e,b,equale a l'angolo,c,d,b,& conciosia che (per la quinta del primo) l'angolo,b,c,d,sia equale a l'angolo,b,d,e,(imperoche li duoi lati,b,e.& b.d.sono equali (per communa scientia) lo total angolo,e,sarà equale al totale angolo.d. Similmente tu aprouerai lo total angolo,b,e,esser equale allo total angolo,c, perche (per la quarta del primo) la basa,b,e,e equale alla basa,c,e,& l'angolo,a,b,e,è equale a l'angolo,d,c,e,et (per la quinta del medesimo cioè del primo) l'angolo,e,b,c,è equale a langolo.e.c.b. adonque (per communa scientia) lo total angolo,b,e,è equale al total angolo.c. Et cosi essendo li tre angoli.b.c.d.tolti continuamente equali: & similmente anchora lo penthagono sarà equiangolo, perche (per la quarta del primo) la basa.b.d.sarà equale alla basa.c.e.& l'angolo.c.d.b.a l'angolo.d.e.c.adonque (per communa scientia) l'angolo.c.d.b sarà equale a l'āgolo.e.c.d.per laqual cosa (per la.6.del primo) le due linee.c.f.& f.d.sarãno equale conciosia che li duoi angoli del triangolo.f.c.d.che sono alla basa,c,d,sieno equali. Adonque (per questa communa sententia se da quantità equali sia tolto quantità equale &c. sarà la linea.f.b, equale alla linea,f,e,perche tutta la,b,d,era equale a tutta la,c,e,e però (per la quinta del primo) l'angolo.f.b.e.sarà equale a l'angolo,f,e,b,(per la medesima) l'angolo.a.b.e.è equale al angolo.a.e.b.adonque (per communa scientia) l'angolo.b.totale è equale al total angolo,e, perche li tre angoli partiali componenti l'uno sono equali alli tre angoli partiali componenti l'altro cadauno al suo relatiuo.adonque è manifesto che li tre angoli,e,b,c.tolti discontinuamente in el proposto penthagono sono equali & conciosia che in tal modo eglie stato dimostrato tutto el penthagono esser equiangolo.adonque per l'uno e l'altro modo è manifesto il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

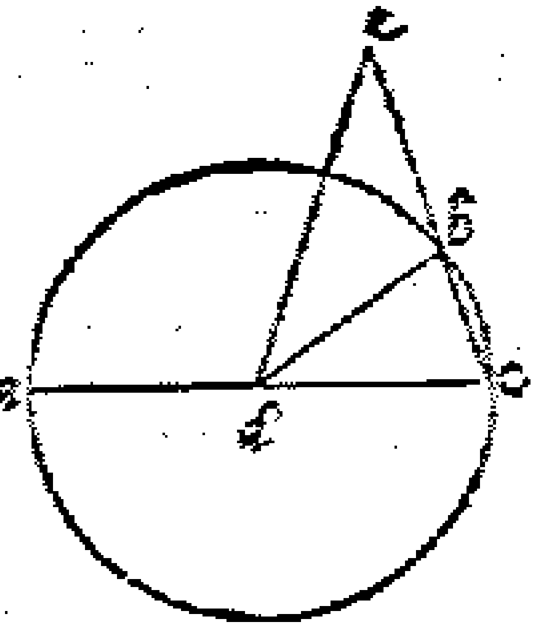
Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato è treppio al quadrato della mita del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sarà circonscritto.

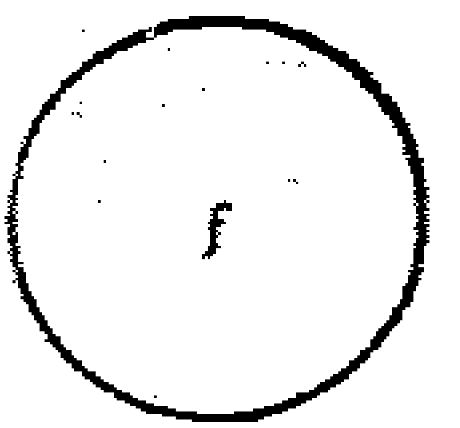


Sia il triangolo,a,b,c,equilatero alqual sia circonscritto lo cerchio,a,b,c,sopra al centro,d,(si come insegna la quinta del quarto libro) & sia protratto in quello lo diametro a.d.e. Dico adōque che il quadrato della linea,a,b, è treppio al quadrato del mezzo diametro.a.d.& per demostrar questo siano dutte le due linee.b.d.& d.c.& l'arco.b.e.sia protratto sotto la corda.b.e,& (per la ottaua del primo libro) l'angolo.b.a.d.sarà equale à l'angolo.c.a.d.per laqual cosa (per la ultima del sesto) l'arco.b.e.equale al arco.e.c.& perche (per la uigesimaottaua del terzo) li tre archi.a.b.b.c.& c.a.sono fra loro equali imperoche le corde di quegli t e. alla. e. b. è si come della e. b. alla. b. c. (dal presupposito) sarà (per la settima del quinto) della. c. e. alla. d. c. si come della. d. c. alla. c. b. adonque (per la sesta del sesto) li duoi triangoli. e. d. c. & . d. c. b. sono equiangoli adonque l'angolo. e. è equale al angolo. b. d. c. perche quelli risguardano li lati proportionali. & concosia che l'angolo. a. d. b. sia quadruplo al angolo. e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo. a. d. b. sia quadruplo al angolo. b. d. c. E però (per la ultima del sesto) l'arco. a. b. è quadruplo al arco. b. c. Adonque la linea. b. c. è il lato del decagono inscritto in lo cerchio. a. b. c. Ma se la linea. b. c. sarà il lato decagono del cerchio. a. b. c. la. e. b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'adversario) sia adonque la medesima linea. e. b. lato del exagono del cerchio. f. onde (per le cose per avanti dette) la. b. c. sarà il lato del decagono di quel medesimo: Siano adonque intesi esser inscritti in li duoi cerchij. a. b. c. & f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea. b. c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu provado in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di duoi decagoni esser equiangoli. Et concosia che tutti li angoli di l'uno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di l'altro tolti insieme si come evidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa communa scientia le parti decime di qualunche due quantità equale over qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che l'uno di questi decagoni sia equiangolo a l'altro e però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se seranno iscritte due figure simile in duoi cerchij: la proportione di duoi relativi lati di quelle figure sarà si come delli duoi diametri di quelli cerchij (come appare per il correlario della decimanona del sesto libro & per la prima del duodecimo) & concosia che li lati di decagoni simili inscritti in li duoi cerchij. a. b. c. & f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però anchora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo correlario della decimaquinta del quarto) adonque la linea. e. b. sarà el lato del exagono iscritto in lo cerchio. a. b. c. si come che è lato del exagono del cerchio. f. a quello equale & questo e quello che volevamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro esser di novo venuto fuora la decima del quarto libro laquale propone de descrivere uno triangolo di duoi lati equali del quale l'uno e l'altro di duoi angoli che stanno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'uno e l'altro di duoi triangoli. e. d. c. & . d. c. b. simplicemente ogni triangolo del quale li duoi lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, overamente quello del quale li duoi lati siano equali al lato del exagono equilatero iscritto in alcuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che è il proposito.

Theo-

mo) per laqual cosa l'angolo.a.d.b. (per la trigesimaseconda del primo) sarà doppio al angolo.d.b.c. & perche (per la medesima) l'angolo.d.b.c.è doppio al angolo.e. Sequita che l'angolo.a.d.b.sia quadruplo al angolo.e.perche (per communa scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del sempio.essendo etiam il medesimo angolo.a.d.b.quadruplo al angolo.b.d.c. (per la ultima del.6. imperoche l'arco,a,b,è quadruplo a l'arco,b,c,(per cōmuna sciētia)è necessario che l'angolo.e.sia equale al angolo.b.d.c. Adonque siano intesi li duoi triangoli.d.e.c,totale & b.d.c partiale & concio sia che l'angolo.e.del totale sia equale al angolo.b.d.c. del partiale: & l'angolo.c.sia commune a l'uno & l'altro (per la 32.del primo) è necessario che lor siano equiangoli: per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di duoi lati.e.c.&.c.d.continenti l'angolo.c. in el total triangolo è si come di duoi lati.d.c.&.c.b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della.e,c.alla.c.d.è si come alla.e.b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della.d.c.alla.c.b.è si come del.a.e.b. alla medesima) per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della.c.e.alla.e.b.sia si come della.e.b.alla.b.c. Adonque (per la diffinitione) conclude il proposito cioè la linea.e.c.esser divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è sia necessario da dimostrare. Anchora convien dimostrare la cōversa, laqual cosa se fa facilmente per uia retrograda cioè tornando in dietro per la medesima uia perche quella piglia Ptolomeo al nono capitolo della prima distintione del almagesto a demostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si uoglia linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per demostrar questo sia la prima dispositione cioè siante la linea.e.c.divisa in ponto.b.secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la.e.b. Dico che di quel cerchio il quale la linea,e,b,e lato del exagono di quel medesimo la linea,b,c,e il lato del decagono: & di quel cerchio che la linea,b,c,e lato del decagono di quel medesimo la linea,e,b,e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la,e,b,el lato del exagono inscritto in lo cerchio,a,b,c, (per el correlario della decimaquinta propositione del quarto) la,e,b,sarà equale alla,d,c, & perche la proportione della c,e,al-

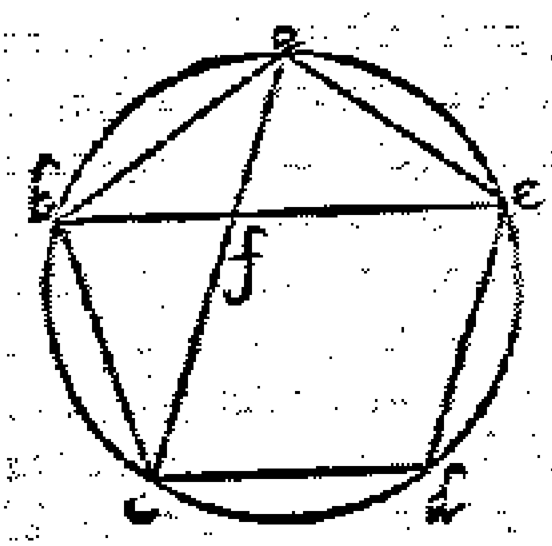




rà doppio a tutto l'arco.b.h.k. E però (per la ultima del sesto) l'angolo.c.d.b.è doppio al angolo.b.d.l. & conciosia che il detto angolo.c.d.b. (sopra il centro) sia similmente (per la uigesima del terzo) doppio al angolo.b.a.d. (sopra la circonferentia) adonque (per la communa scientia) l'angolo.b.d.l. sarà equale al angolo.b.a.d, onde (per la trigesimaseconda proportione del primo) lo triangolo.b.d.l. sarà equaangolo al triangolo.b.a.d. Perche l'angolo.d. del minore è equale al angolo, a, del maggiore, & l'angolo, b, e commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della, a, b, alla, b, d, è si come della, b, d, alla, l, b, per la qual cosa (per la prima parte della decima settima del sesto) quello che perviene dalla, a, b, in la, b, l, equale al quadrato della, d, b. Et prima fu prouato che quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, è equale al quadrato della. a.b. Adonque quello che perviene dalla, a, b, in la, a, l, & in la, l, b, è equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, & in la, l, b, è equale al quadrato della linea, a, b. Et la linea, a, b, è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio, & la linea, a, b, è il lato del decagono equilatero & la linea, b, d, (per el correlario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio per laqual demostratione uien a esser uerificado quello che fu detto.

Theorema .11. Propositione .11.

Se a duoi propinqui angoli di un penthagono equilatero descritto dentro di un cerchio, dalli termini di suoi lati sian sotto tese ouer tirate due linee rette, l'una, e l'altra di quelle segharà l'altra secondo la proportione hauēte il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.



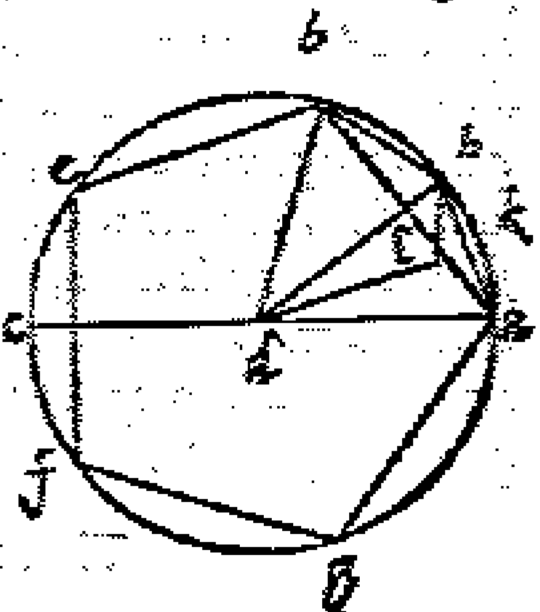
Sia lo penthagono equilatero.a.b.c.d.e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a duoi propinqui angoli di quello (i quali sono, a, & , b,) siano sotto tese ouer tirate le due linee rette, a, c, & , b, e, segandose fra loro in ponto.f. Dico adonque l'una & l'altra di quelle esser diuisa in ponto.f. secondo la proportione hauente il mezzo è di dui istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è equale al lato del pēthagono: pche (p la uigesimaottaua dil terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscriue il proposito penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la ultima del sesto) li quattro angoli.a.e.b.a.b.e.b.a.c. & .b.c.a. sono fra loro equali. Perche li archi.a.b.a.e. & .b.c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco.c.d.e. sia doppio al arco.b.c. Anchora (per la ultima del sesto) lo angolo.c.a.e. sarà doppio a lo angolo.c.a.b. & (per la prima parte della trigesima seconda del

primo)

Theorema.10. Propositione.10.

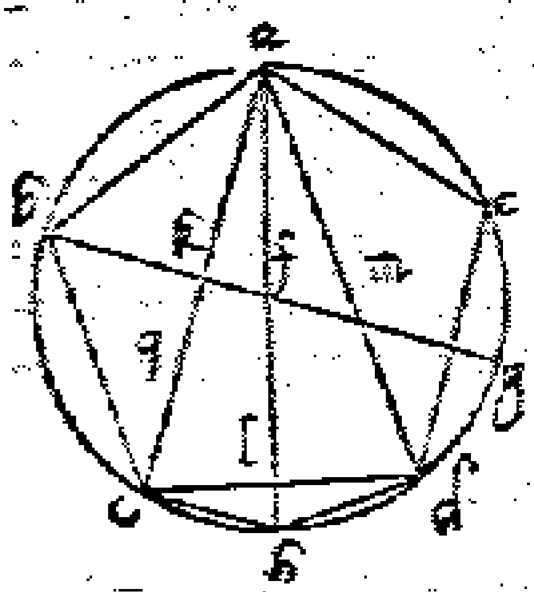
Ogni lato d'un penthagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

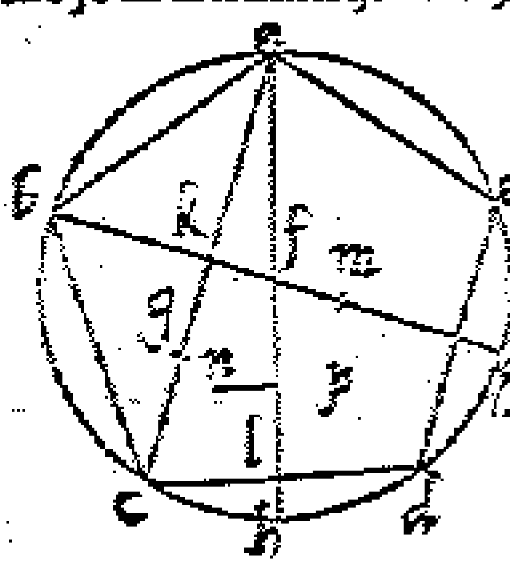
Sia il cerchio.a.b.c.el centro del quale sia el ponto,d,& lo diametro la linea,a,d,c,Hor sia iscritto a quello uno penthagono equilatero qual sia,a.b,e.f.g,& dal centro,d,sia protratta una perpẽdicolare al lato,a,b,laquale sia produtta per fina alla circonferentia in ponto,h.& sia la.d.h.& siano protratte le due corde,a,h,et h,b,lequale saranno equale fra loro(per la seconda parte della tertia del terzo,& della quarta del primo.E però etiam li duoi archi,a,h,& ,h,b,saranno equali fra loro(per la uigesimaottaua del terzo.)Adonque l'una & l'altra delle due corde.a.h,& ,h,b,è lato del decagono equilatero iscritto in lo proposto cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea,a,b,)che è il lato del pẽthagono)è equale alli duoi quadrati delle due linee,b,d,& ,a,h,tolti insieme delle quale la prima è equale al lato del exagono(per el corelario della decimaquinta del quarto)& la seconda è lato del decagono & per demostrar questo sia protratto del centro,d,una perpendicolare alla linea,a,h,(la

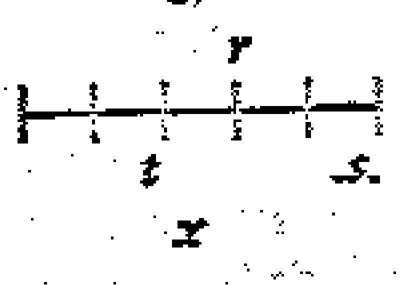


quale è lato del decagono)laquale sia produtta per fina alla circonferentia,;& sia la,d,k,laqual seghi la linea.a.b.(che è lato del penthagono)in ponto.l.& sia protratta la linea h,l.Et è manifesto(per la seconda parte della terza del terzo,et per la quarta del primo:& uigesimanona del terzo,)che la linea,d,k,(che è perpendicolare alla corda,a,h,)diuide in duoi parti equali la corda insieme con l'arco,& però l'arco a,k,è equale al arco,k,h.Per laqual cosa (per la ultima del sesto)l'angolo,a,d,l,è equale al'angolo,l,d,h,E però(per la quarta del primo)la basa,a,l,è equale alla basa,l,h,adonque (per la quinta del primo)l'angolo,l,a,h,è equale a l'angolo.l,h,a,& conciosia che (per la medesima)l'angolo,h,a,b,sia equale a lo angolo.h.b.a.seguita che l'angolo l.h.a.sia equale al angolo.h.b.a.Adonque (per la trigesimaseconda del primo)li duoi triangoli.b.a.h.& a.h.l.sono equiangoli, perche l'angolo,h,del maggiore è equale al angolo,b,del minore,& l'angolo,a,è commune a l'uno & l'altro adonque(per la quarta del sesto)la proportione della b.a.alla.h.a.e si come della.a.h.alla.l.a. Per laqual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto)quello, che peruiene dalla.b.a.in la.a.l,è equale al quadrato della linea.a.h.laquale è il lato del decagono,& conciosia che'l mezzo cerchio.a.c.e.sia equale al mezzo cerchio.a.f.c.& l'arco.a.e.a l'arco.a.f.l'arco.e.c.(residuo)sarà equale al arco.f.c.(residuo)per laqual cosa l'arco.e.c.è la mità del arco.e.f.E però è equale al arco.a.h.& doppio al arco.h.k.Et perche l'arco.e.b.è doppio al arco.b.h.(per la decimatertia del quinto)tutto l'arco,c,e,b,sarà dop-

ciosia che li duoi archi.a.d.b. & .a.c.b.siano equali & l'arco.a.c.sia equale al arco a.d.li duoi residui di semicerchij (che sono.c.b. & .d.b.) saranno equali, alli quali essendo sotto tese, ouer tirate le due corde, che sono.c.b. & .d.b.quelle anchora (per le uigesimanona del terzo) saranno equale, & perche l'arco.a.c. è equale al arco. a.d. (per la ultima del sesto) l'angolo.c.b.l.sarà equale al angolo.d.b.l. E però (per la quarta del primo) la basa.c.l.è equale alla basa.d.l. & tutti li angoli che sono al.l.sono retti (per la prima parte della tertia del terzo.) Adonque li duoi triangoli.a.c.l. & a.f.K.sono equiangoli (per la.32.del primo) perche l'angolo.l.del maggiore è equale al l'angolo.k.del minore (imperò che l'uno e l'altro e retto.) Et l'angolo.a.e.è commune a l'uno e l'altro per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione della.l.c.a.è si come de la.K.f.alla.f.a. Sia tolto adonque del diametro.b.g. la linea.f.m. equale alla quarta parte del semidiametro: et (per la equal proportionalità) la proportione de la.c.l.alla quarta parte della linea.a.c. (laquale sia.c.q.) sarà si come della.K.f.alla quarta parte della linea.f.a. laquale e.f.m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della.c.d.alla.c.K.è si come della.c.l.alla.c.q. (perche cosi è il doppio al doppio: si come il sempio al sempio (p la 11.del quinto) della.c.d.alla.c.K.sarà si come della.k.f.alla.f.m. Et coniontamente della linea composta dalla.d.c. & dalla.c.k.alla.c.k.si come della.k.m.alla.m.f. E però (per la prima parte della uigesimasecconda del sesto) la proportione del quadrato della linea composta dalla.d.c. & .c.K.al quadrato della linea.c.K.è si come del quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f. Et (per la precedente) è manifesto che se la linea.a.c.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella, sarà equale alla linea d.c.adonque la linea che è composta dalla linea.d.c. & .c.k.è composta dalla maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & della mità di tutta la linea cosi diuisa: perche la.c.K.e la mità della.a.c.adonque (per la prima di questo decimoterzio libro) lo quadrato della linea cōposta dalla.d.c.et.c.k.è anchor quincuplo al quadrato della linea.c.k.e però lo quadrato della linea.k.m. è anchora quincuplo al quadrato della linea.m.f.conciosia che la proportione di questi quadrati & de quelli sia una medesima & la linea.h.m.è quincupla alla linea.m.f.Perche la.m.f.era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio. Adonque el quadrato della linea.k.m.al quadrato della linea.m.f.è si come della linea.h.m.alla linea m.f. & perche (per la seconda parte della decimanona del sesto) lo quadrato della linea.k.







primo) l'angolo.a.f.e, è doppio al angolo.f.a.b. adonque l'angolo,a,f,e, è equale a l'angolo,f,a,e.per laqual cosa (per la sesta del primo) la linea,a.e,è equale alla linea.f.e. & li dui triangoli.a.b.e. & .a.f.b. sono equiangoli (per quelle cose che sono state dette & per la trigesimaseconda del .1.) perche lo angolo.e.del maggiore è equale al angolo.a.del minore: & lo angolo,b,e, commune a l'uno & l'altro, adonque (per la quarta del sesto) la proportione della,e,b, alla,b,a, sarà si come della, b,a,alla,f,b. Et conciosia che la.e.f. sia equale alla.a.b.imperoche quella (come sta pronado) è equale alla.a.e. Seguita (per la settima del quinto) che la proportione della,b,e,alla, e,f, sia si come della, e,f, alla. f. b. Per laqual cosa (per la diffinitione) la linea. e. b. è diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e dui estremi & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo è il uero de la linea. e.b. Anchora (per la settima del quinto, & quinta del medesimo & per la diffinitione) il medesimo sarà uero della linea,a,c, perche tutta la b.e.è equale a tutta la,a,c,(per la quarta del primo) etiam le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commune scientia) perche le parti,a,f,& ,b,f, sono equali (per la sesta del primo) & però li residui,f,e. & ,f, c, saranno fra loro equali (per la concettione) o ueramente sel te pare tu puoi (& piu facilmente) dimostrare il proposito della linea,a,c.negotiando cerca a quello come è stato fatto circa alla linea.e.b.

Theorema. 12. Propositione. 12.

$\frac{12}{11}$ Sel diametro d'un cerchio che circonscriua uno penthagono equilatero sarà rationale lo lato di quel penthagono sarà una linea irrationale, cioè quella che è detta linea minore.

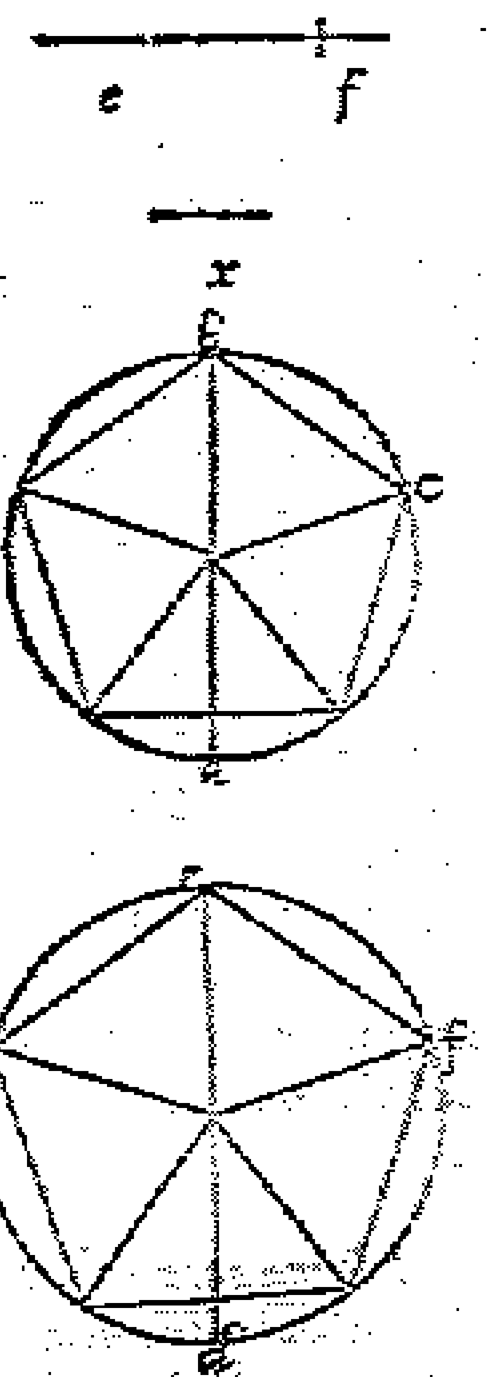
Sia il penthagono equilatero, a, b, c, d, e, iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto, f, & li dui diametri, b, g, & , a,h, & sia l'uno & l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del detto penthagono iscritto sarà una linea irrationale, cioè quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta ouer tirata la linea,a,c,laqual seghi il diametro,b,g,in ponto.k. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea,a,c, sarà diuisa dal diametro.b.g. orthogonalmente & in due parti equali in ponto. K. perche conciosia che il semicerchio, b, a, g, sia equale al semicerchio, b, c, g,& l'arco,b,c,al arco.b. a. si come è manifesto (per la uigesimaottaua del terzo) sarà l'arco,a,g,(residuo) equale al arco.c.g, (residuo) & però (per la ultima del sesto) lo angolo a,b,g, sarà etiam equale a lo angolo,c,b,g, adonque conciosia che li dui lati, a, b, & ,b,k, del triangolo,a,b, k, siano equali alli dui lati, c, b,& ,b,K, del triãgolo.c.b.k. & l'angolo,b,de l'uno a l'angolo,b,di l'altro, (per la quarta del primo) la basa,a,k, sarà equal alla basa,k,c, & tutti li angoli che sono al,K, sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro,a,h, seghi lo lato del penthagono,c,d, in ponto, l. Et similmente la linea, c, d, sarà diuisa dal diametro,a,h,orthogonalmente & in due parti equali in ponto,l,& conciosia te al quadrato della,b,c, Et perche (per la prima del secondo) quello che uien fatto dalla,b,k,in se & in la,K,g,è equal a quello che uien fatto della,b,k,in la,g,b, la linea,b,c,sarà il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee g,b, & ,k,b,& perche la linea,g,b,e rationale:& la linea,b,k,e residuo quarto, E per che la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da un residuo quarto,e linea minore (come è manifesto) per la nonagesima quarta del decimo libro) è necessario la linea.b. c.(che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore, che in principio fu proposto da demostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore, sel diametro del cerchio (alquale era inscritto) sarà rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio sarà rationale solamente in potentia, anchora è necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore. Perche poni che la linea,a,b, sia rationale solamente in potentia, sopra laquale sia descritto un cerchio, & a quello che sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia la.b.c.& lo cerchio & lo penthagono sian detti.a.b. Dico che la linea.b.c.è linea minore, perche essendo tolto alcuna linea rationale in longhezza (laqual sia.d.e.& sopra a quella sia lineado un cerchio, alquale sia inscritto uno penthagono equilatero, & sia uno lato di quello la linea.e.f. & el cerchio & lo penthagono sian detti.d.e. Adonque è manifesto (per questa duodecima) che la.e.f.è linea minore: conciosia che lo diametro.d.e. sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono.a.b. al penthagono.d.e.è si come el quadrato della linea.b.c.al quadrato della linea.e.f. Perche l'una & l'altra (per la seconda parte della decimanona del sesto) è si come quella della linea.b.c.alla linea.e.f.duplicada. Et del penthagono.a.b. al penthagono.d.e.è si come del quadrato del diametro.a.b.al quadrato del diametro.d.e.(per la prima del duodecimo) sarà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea.c.b.al quadrato della linea.e.f. si come lo quadrato del diametro.a.b. al quadrato del diametro.d.e. Et conciosia che li quadrati di dui diametri.a.b. & .d.e.siano communicanti. perche ambidui sono rationali (dal presupposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee.b.c. & .e.f. saranno communicanti, adonque la linea.b.c. communica in potentia con la linea.e.f. & perche la linea.e.f. è linea minore seguita (per la centesima quinta del decimo) che etiam la.b.c. sia linea minore, che è il proposito, adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza ouer solamente in potentia è necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

Il Tradottore.

Bisogna notare che quella parte adutta et approbata in fine del commentatore, se uerifica medesimamente nella prima argumentatione, cioè supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia (che cosi si debbe intendere la propositione) se concluderà il proposito.

Pro-

nea.k.m.al quadrato della linea.m.f.è si come della linea.k.m. alla linea.m.f.dupplicada,et(per la undecima del quinto)la linea.b m.alla linea.m.f.sarà si come la linea.k.m.alla linea.m.f.dupplicata. Adonque la linea,k,m,è media proportionale fra le due linee.b.m.& .m.f.laqual cosa così è manifesta,perche essendo la linea.n.p.media proportionale fra quelle,tolta secondo la dottrina della nona del sesto,et (per la diffinitione della proportione dupplicada che è posta in el principio del quinto)la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.b.m.alla.n.p. dupplicada: & perche la.b.m.alla.n.p.è come la,n,p,alla.m.f. Etiam (per la undecima del quinto)la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.n.p.alla. m.f. dupplicada: adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee,k,m,& ,n,p,sono equale , & però(per la prima parte della settima del quinto & per la seconda parte della medesima)la linea.k.m.è media proportionale fra la.b.m.et m.f.per laqual cosa (per el correlario della decimaottava del sesto) la proportione del quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k. è si come è della linea.b.m. alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.è quincupla alla linea.m.f. el quadrato della linea.b.m. sarà quincuplo al quadrato della linea, m,k, & la linea,b,m,è rationale in longhezza . Adonque(per la ultima parte della nona del decimo) la linea.m.k. è rationale solamente in potentia,& perche la linea.b.m.è piu potente della linea.m.k in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approuerà)la linea.b.k.sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di prouare in questo modo se manifesta sia el numero.r.quincuplo al numero.s.& t.& s. siano quanto.r.& se.r.fusse cinque.s.saria uno & .t.quatro.E sia la linea.b.m.piu potente della linea.m.k.in el quadrato della linea.x.Conciosia adonque che il quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.sia si come el numero.r,al numero.s.per la disgionta proportionalità lo quadrato de la linea.b.m.al quadrato della linea x.sarà si come el numero r.al numero.t. per laqual cosa(per la ultima parte della nona del decimo)la linea.x.è incommensurabile a la linea.b. m. in longhezza. adonque non è dubbio che la linea.b.k.sia residuo quarto: & è manifesto (per la trigesimaquinta del terzo) che quello che uien fatto dalla b.k.in la.k.g.e equale a quello che uien fatto dalla.a.k.in la.k.c. E però etiam quel medesimo è equale al quadrato della.k.c. imperoche la.a.k.è equale alla.k.c. adoque agionto a l'uno & l'altro lo quadrato della.b.k. (per la penultima del primo)quello che uien fatto dalla.b.k.in se medesima & in la.k.g.sarà equale al



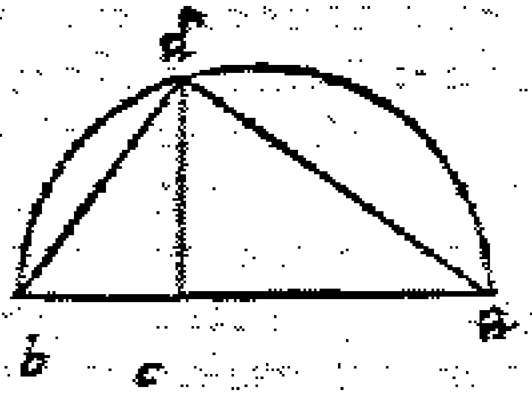
a.d. Adonque è manifeſto la fabricata piramide eſſer di quatro baſe triangolare
equilatera. Ma che quella ſia circõſcrittibile dalla aſſignata ſphera tu l'hauerai in
queſto modo. Sia inteſo alla linea.e.K.eſſerui aggionto ſecondo la rettitudine)la li-
nea.e.l,equale alla linea.c.b.accio che tutta la.K.l.ſia equal alla.a.b.(che è il dia
metro della aſſignata ſphera.) Dico che queſta linea.e.l.tu la imaginarai eſſer ſot-
to al cerchio.f.g.h.etiam perpendicolare alla ſuperficie di quello dalla parte di ſot-
to:ſi come è la.e.K.dalla parte di ſopra. Et cadauna delle tre linee.e.f.e.g.e.h.(Et
ſimplicemente qualũque ſemidiametro del cerchio.f.g.h.)ſarà media proportiona
le fra la.K.e.et la.e.l.ſi come è la.d.c.fra la a.c.& la.c.b. Perche queſte ſono equa
le a quelle(cadauna alla ſua relatiua.)Adonque ſe ſopra la linea.l.K.ſia deſcritto
un mezzo cerchio & quello ſia circondutto per fina a tanto che'l ritorni al loco do
ue incõminciò a mouerſi.la ſphera deſcritta da queſto mezzo cerchio nel moto ſuo
(per la diffinitione delle ſphere equali)ſarà equale alla ſphera aſſignata, perche le
ſphere ſono equale, quando il diametro di quelle ſono equali,ſi come fu detto di cer-
chij in el pricipio del terzo. Et queſto ſemicerchio è neceſſario tranſire per li tre põ
ti,f,g,h, liquali ſono li angoli della ſolida piramide fabricata & ſimilmente dico
che queſto ſemicerchio che ſarà deſcritto ſopra la linea.k.l.ſe ſerà circondutto ꝑ fina
chel ritorni al loco doue quello hauerà cominciato a mouerſi toccarà el cerchio,f,g,
h, ſopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual coſa ſe approua da
queſta antiqua verità. Se una linea retta ſtarà perpendicolarmente ſopra una li-
nea retta laqual ſia poſta media proportionale fra le parti di quella alla quale ſo-
praſta,ouer alle due parti che li ſta atorno,& ſia deſcritto un mezzo cerchio ſopra
a quella linea (ſopra laquale ſta la perpendicolare)la circonferentia di quello ne
ceſſariamẽte tranſirà per la eſtremità della linea media proportionale poſta perpẽ
dicolarmente. Conciosia adonque che tutti li ſemidiametri del cerchio,f,g, h, ſiano
perpendicolari alla linea.k.l.& medij proportionali fra le parti di quella lequal ſo
no, K,e,& ,e,l.Seguita che il ſemicerchio deſcritto ſopra la,k,l,eſſendo circondutto
tranſiſſe per tutti li ponti della circonferentia,f,g,h,& per tutti li angoli ſolidi del
la fabricata piramide. Adonque(per la diffinitione di quella che è d'una figura in
ſcritta in una figura)la fabricata piramide è inſcrittibile a quella ſphera che deſcri
ue el ſemicircolo(lineato ſopra la linea.k.l.nel moto ſuo. Et perche queſta ſphera de
ſcritta è equale alla ſphera aſſignata (per la diffinitione delle ſpere equale) ſeguita
(per communa ſciẽtia)che queſta piramide fabricata ſia circonſcrittibile dalla aſ-
ſignata ſphera:che è il propoſito. Lo correlario anchora in queſto modo ſe manife-
ſta. Hor conciosia che la linea,a,b,ſia treppia alla,b,c,(per la euerſa proportionali
tà)la,a,b, ſarà ſeſquialtera alla,a,c. E però(per la ſeconda parte del correlario
della ottaua del ſeſto, & correlario della decima ottaua del medeſimo)el quadra-
to della linea,a,b,ſarà etiam ſeſquialtero al quadrato della linea.a.d. Et perche la
linea ,a, d, è equale al lato della fabricata piramide: & la,a,b,è il diametro della
ſphera è manifeſto eſſer il vero quello che per el correlario è detto.

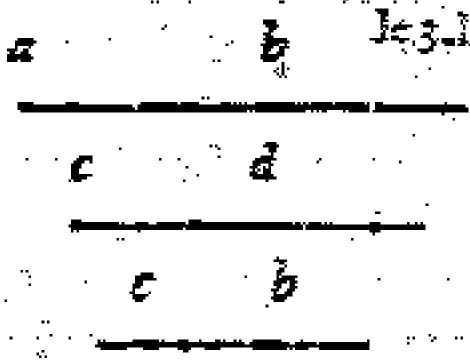
Et accio che non accadi in alcuno a dubitare della propoſta antiqua verità,
volemo quella con demonſtratione affermare in queſto modo. Sia adonque ſo-

ſtra

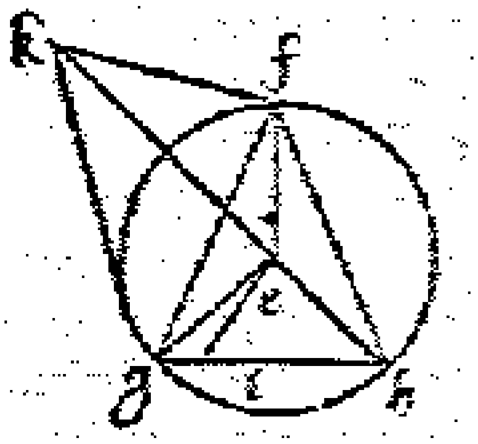
Problema. 1. Propositione. 13.

13 Possemo fabricare una piramide di quattro base triangolare equilatere circonscrittibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potencialmente al lato di essa piramide.





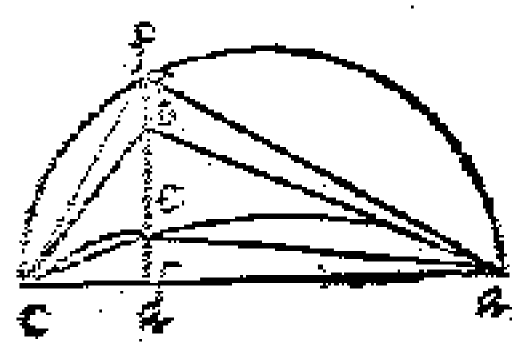
Ciascuna delle 3. linee e.f. e.g. & e.h. è equale alla c.d.

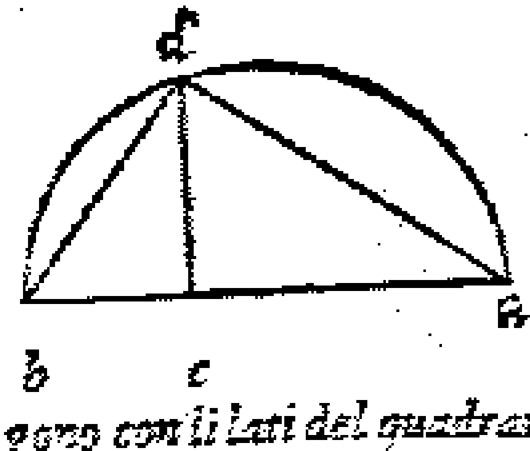


Sia la linea, a, b, el diametro della assignata sphera laquale sia divisa in ponto, c, talmente che la, a, c, sia doppia alla, b, c, & sopra quella sia lineado lo semicerchio a, d, b, & sia produtta la linea, c, d, orthogonalmente sopra la linea, a, b, & siano produtte le linee, b, d, & , d, a, e dapoi sia fatto el cerchio, f, g, h, sopra il centro, e, el semidiametro delquale sia equale alla linea, c, d, in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triangolo equilatero elquale sia, f, g, h, alli angoli delquale (dal centro) siano protratte le linee, e, f, e, g, e, h, e da poi sopra il centro, e, (secondo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea, e, k, perpendicolarmente a la superficie del cerchio, f, g, h, laquale sia posta equale alla, a, c. Et dal ponto, k, siano tirate le ypothumisse. k. f. k. g. k. h. et sarà compita la piramide di quattro base triangolare equilatere, laquale dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera, etiã dico el quadrato del diametro della proposta sphera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata piramide, perche egliè manifesto (per la prima parte del correlario della ottaua del sesto) che la linea, c, d, è media proportionale fra la, a, c, & la, c, b, per laqual cosa (per el correlario della 18. del medesimo) el quadrato della linea, a, c, al quadrato della linea, c, d, e si come la linea, a, c, alla, c, b, adonque congiontamente lo quadrato dalla, a, c, & lo quadrato della, c, d, al quadrato della, c, d, e si come la, a, b, alla, b, c. E però (per la penultima del primo) el quadrato della, a, d, al quadrato della, d, c, sarà si come la, a, b, alla, b, c. Concio sia adonque che la linea, a, b, sia treppia alla, b, c, (perche la, a, c, era doppia a quella) ancora lo quadrato della, a, d, sarà si treppio al quadrato della, d, c, et (per la ottaua di questo) lo quadrato della, f, g, e treppio al quadrato della, e, f. Per laqual cosa concosia che (dal presupposito) la linea, d, c, sia equale alla e, f, (per communa scientia) la, a, d, sarà equale alla, f, g. Et perche (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) la linea, e, k, contiene angoli retti con cadauna delle linee, e, f, e, g, e, h, delle quale cadauna è equale alla linea, c, d, & perche quella medesima è equale alla linea, a, c, & l'angolo, c, è retto (per la quarta del primo) cadauna delle tre linee. k. f. k. g. k. h. sarà equale alla linea a.f.e.in põto.f.et siano produtte le linee.f.a.f.c.(Et per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'angolo,a,f,c,sarà retto. & conciosia che etiam l'angolo.a.b.c.(dal presupposito) sia retto seguita lo impossibile (per la uigesimaprima del primo) si come in el principio. Rimane adonque il proposito. & questo è necessario alla cognitione delle cose che seguitano.

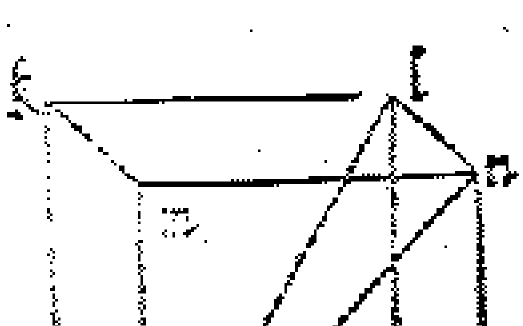
Problema.2. Propositione.14.

14/5 Egliè possibile a constituire un cubo circonscrittibile da una assignata sphera,& dimostrare il diametro dalla medesima sphera esse potentialmente treppio al lato di quel cubo.

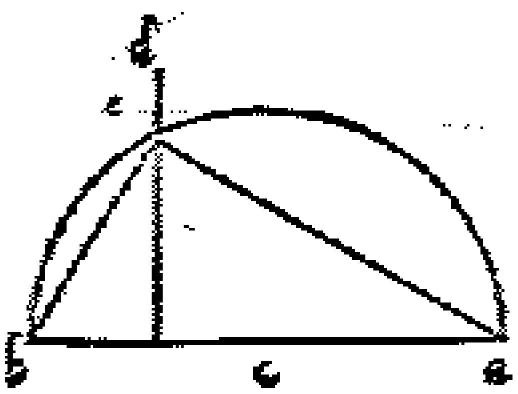


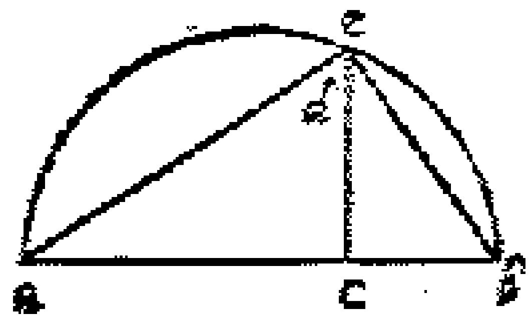


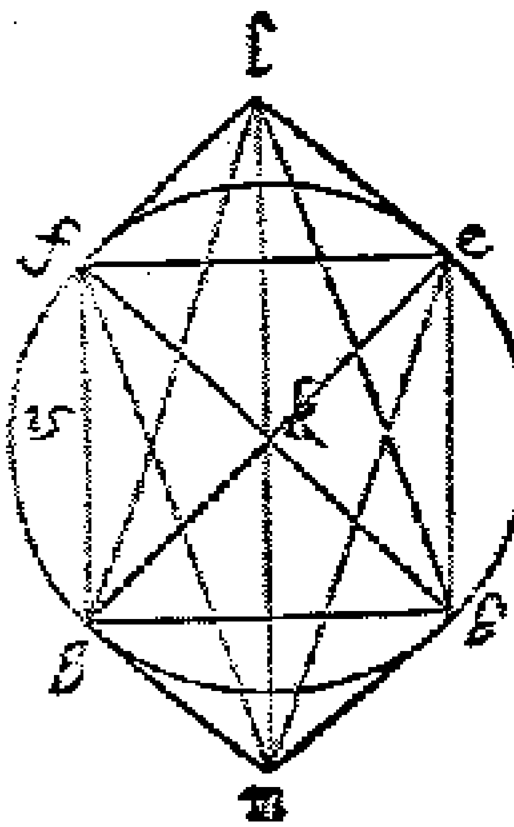
Sia la.a.b.el diametro della assignata sphera sopra laquale sia lineado lo semicerchio.a.d.b. & sia diuiso il diametro in ponto.c.secondo la conditione della precedente,cioè che la linea,c,sia doppia alla linea,c,b,et sia produtta la,c,d, perpendicolarmente alla,a,b, & siano protratte la.d.b. &,d,a,è da puoi sia fatto uno quadrato dilquale tutti li lati siano equali alla linea.b d. & sia.e.f.g.h.sopra li quatro angoli del quale siano erigate(come insegna la duodecima del undecimo)quatro linee perpendicolare alla superficie di esso quadrato, delle quale cadauna sia etiam posta equale alla linea.b.d. & siano,e,k,f,l,g,m,h,n, & queste quatro perpendicolare (cadauna a cadauna saranno equidistante(per la sesta del undecimo)li angoli che contengono con li lati del quadrato saranno retti(per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie)& da puoi siano congionte le istremità de queste perpendicolare dalle protratte linee.K.l.l.n.m.n.m.k. & sarà compido il cubo contenuto da sei superficie quadrate.



Perche egliè manifesto(per la trigesimaterza & trigesimaquarta del primo)che le quatro superficie che circondano quello(& quelle sono delle quali li lati oppositi sono le quatro perpendicolare)siano tutte quadrate,questo medesimo fu posto della basa.Ma della superficie di sopra(che è la.K.l.m.n.)che quella sia quadrato è manifesto(per la trigesima tertia del primo et decima del undecimo)& però(per la quarta del undecimo)egliè manifesto tutti li lati del medesimo cubo stare orthogonalmente in le due superficie opposite di quello. Ma accio che demostremo questo cubo esser circonscrittibile dalla assignata sphera,sia protratto la diagonale in una delle sue superficie,uerbi gratia in la superficie.g.h.m.n.& sia la.g.n.& da una delle istremità di questa diagonale sia protratta il diametro del cubo.l.g.& (per la penultima del primo) pra a la linea.a.b.la linea.c.d.perpẽdicolare,laquale sia posto medial proportionale fra le parti della linea.a.b. lequale siano.a.c.& .c.b.talmente che la proportione della.a.c.alla.c.d.sia si come della.c.d.alla.c.b. Et sopra la linea.a.b.sia descritto lo mezzo cerchio.a.e.b.Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto.d.che è la istremità della perpendicolare: & essendo altramente(per lo aduersario)ouer segarà la linea.c.d.ouer transirà di sopra di quella cioè transiendo & includendo & non toccando tutta quella: seghi adonque primamente quella in ponto.e.& siano dutte le linee.e.b.& .e.a.Et (per la prima parte della trigesima prima del terzo)lo total angolo.a.e.b. sarà retto: Adonque (per la prima parte del correlario della.8.del sesto)la proportione della.a.c.alla.c.e.è si come della.c.e.alla.c.b.& (per la seconda parte della ottaua del quinto)la proportione della,a,c,alla,c,e,è maggioee che dalla.a.c.alla.c.d.imperoche la,c,e,è minore che la.c.d.Essendo adonque della,c,e,alla,c,b,si come della,a,c,alla,c,e,& della,c,d,alla,c,b,si come della,a,c,alla,c,d,(per la duodecima del quinto) della,e,c,alla,c,b,sarà maggiore che della,c,d,alla,c,b.E però(per la prima parte della decima del quinto,)la,e,c,saria maggiore che la,d,c,cioè la parte saria maggiore del suo tutto,laqual cosa è impossibile,adonque la circonferentia del semicerchio non segarà la linea,c,d,transisca adonque disopra:& sia produtta la,c,d,per fin alla circonferentia,& sia tutta la,c,e,& siano protratte le linee,e,b,& ,e,a,& seguitarà,come prima la linea,c,d,esser maggiore che la linea,c,e,che è impossibile adonque è manifesto il proposito: & similmente dicemo che se'l sarà alcun angolo retto alquale sia sottotesa(ouer tirata)una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio,la circonferẽtia di quello è necessario transire per l'angolo retto, & la conuersa di questa(propone la trigesima prima del 3.) & quello che hauemo detto se manifesta in questo modo,Sia l'angolo,a,b,c,retto alquale sia tirata sotto la basa,a,c,et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio. Dico che la circonferentia di quello transirà per il ponto,b,in el qual uanno di compagnia le linee che cõtene no l'angolo retto,la demostratione della quale è che nõ transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile(per lo aduersario)quella transisca primamente di sotto et sia la,a,e,c,& dal angolo,b,sia produtta la linea,b,d,perpendicolare alla basa,a,c,laquale seghi la circonferentia del semicerchio in ponto,e,et siano protratte le linee,e,a,& ,e,c. Et l'angolo,a,e,c,sarà retto(per la prima parte della 31.del 3.)& quello è maggiore del angolo,a,b,c,(per la 21.del 1.)Et questo è impossibile(per la 3.petitione)cõciesia che l'uno e l'altro sia retto,l'uno dal presuppositione l'altro per la prima parte della 31. del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sotto l'angolo,b,transisca adonque di sopra(se possibile) & sia la,a,f,c, & sia produtta la perpendicolare,d,b,per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio,







linea.k.l.perpendicolare alla superficie del quadrato: laquale sia posta equale alla mità del diametro.e.g. ouer.f.h.& siano leuade ouer tirate le ypothumisse.l.e. l.f.l.g & l.h.& (per le cose che sono sta poste. & per la penultima del primo repetita quante uolte bisognarà) ciascune di queste ypothumisse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, tu hai adonque una piramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto sotto a quel quadrato metterai una simile piramide in questo modo produrrai la linea.l.k.(preforando el quadrato) per fina al.m.talmente che la.k.m.che sta sotto al quadrato: sia equale al.l.k. che sta disopra, & congiongi il ponto,m, con cadauno di quatro angoli del quadrato. producédo quattro altre ypothemisse lequale siano.m.e.m.f.m.g.m.h.delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte disopra) che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato. adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolare & equilatere che questo sia circonscrittibile della assignata sphera tu l'hauerai in questo modo. perche egliè manifesto che la linea. l. m. è equale al diametro della assignata sphera: perche l'una & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea.l.m.sarà lineado un mezzo cerchio, el quale sia circonuolueto per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphera che quel descriue con el suo moto: sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quattro angoli del quadrato, & simplicemente: per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato che è la linea.f.k.& le parti della linea.l.m.lequale sono.l.k.&.k.m. sono fra loro equale: per laqual cosa (per la diffinitione di quello che è una figura esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la concettione) è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee, d, b, &, d, a, sono equale (per la quarta del primo) e però lo quadrato della,a,b, è doppio al quadrato della,b,d, (per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea.b.d.adonque el correlario è uero.

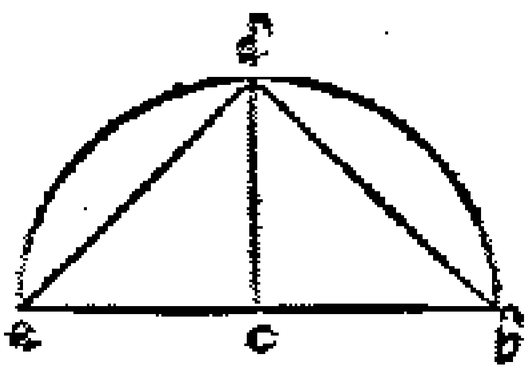
Problema.4. Propositione.16.

16
16 Prouemo fabricare el corpo de uinti base triangolare equilatere, circonscrittibile da una data sphera, che habbia el diametro rationale, & sarà manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioè quella che se dice linea minore.

primo) lo quadrato della, n, g, sarà doppio al quadrato della, n, h. E però etiam al quadrato della, l, n, imperoche la, n, h, è equale alla, n, l, (perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (un'altra volta per la penultima del primo) lo quadrato della, l, g, e equale alli quadrati delle due linee, l, n, & n, g, per questa ragione che l'angolo, g, n, l, è retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della, l, g, sarà treppio al quadrato della, l, n, perche è composto del doppio & del sempio. Et conciosia che (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto libro, & per el correlario della decima ottaua del medesimo) Anchora lo quadrato della, a, b, sia treppio al quadrato della, b, d, imperoche la linea, a, b, è treppia alla linea, b, c, & la linea, b, d, sia equale alla linea, l, n, (dal presupposito) seguita (per communa scientia) che la, l, g, (che è el diametro del cubo) sia equale alla, a, b, (che è il diametro della sphera.) Adonque se sopra la, l, g, sia lineado un mezzo cerchio, et sia circondutto per fina che ritorni al loco doue fu il principio del moto la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata. Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el ponto, n, (imperoche l'angolo, g, n, l, è retto) & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri angoli retti del cubo laqual cosa (per la antecedente posto immediate auanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque egliè manifesto esser constituido del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera: (imperoche egliè circonscrittibile della sua equale) laqual cosa bisognaua dimostrare: & la demonstratione del correlario è manifesto per il processo di queste demonstrationi.

Problema.3. Propositione.15.

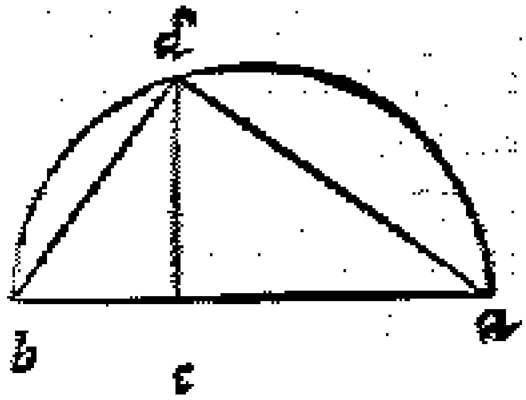
15 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere
14 circonscrittibile da una proposta sphera. Et sarà manifesto el diametro
della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.



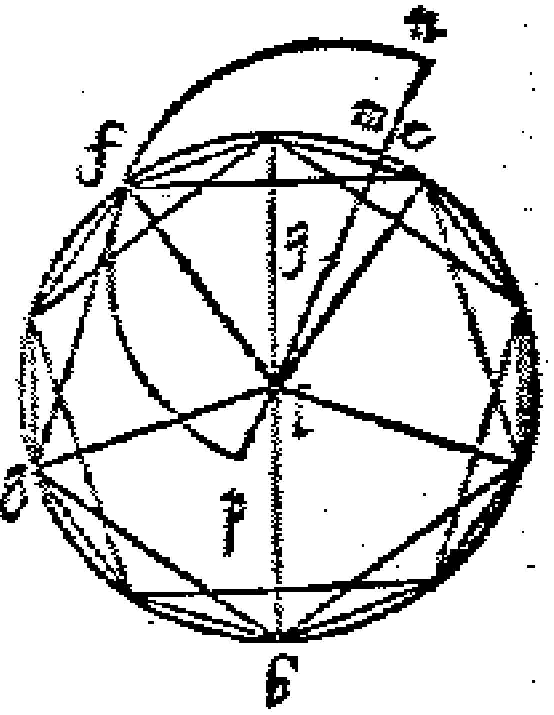
Sia el diametro della sphera proposta la linea, a, b, laqual sia diuisa in due parti equali in ponto. c. & sopra a quella sia lineado lo mezzo cerchio, a, d, b, et sia produtta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia congionto el ponto, d, con, a, & con, b, & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea, b, d, & questo sia lo quadrato, e, f, g, h, in el quale siano protratti li duoi diametri, e, g, & f, h, liquali si segano insieme in ponto, k. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi duoi diametri sia equale alla linea, a, b, che è el diametro della sphera, conciosia che l'angolo, d, sia retto (per la prima della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli, e, f, g, h, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Anchora è manifesto che li medesimi duoi diametri, e, g, & f, h, se diuidono fra loro in due parti equali in ponto. k. Et questo facilmente se manifesta (dalla quinta del primo & della trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto. k. sia erigata la linea.

sono li lati del penthagono equilatero (descritto la seconda volta nel cerchio) overo che sono a quelli equali, adonque li triangoli sono equilateri, ma piu sopra il centro del cerchio (che è il ponto .l.) tira un'altro catheto equale alli primi el quale sia l. m. & la superiore estremità di quello (che è il ponto .m.) giongi con cadauna estremità di primi: con cinque corausti) & per la sesta del undecimo) questo central catheto sarà equidistante a ciascuno di catheti angolari. E però (per la trigesimatertia del primo) questi cinque corausti saranno equali al mezzo diametro del cerchio, & (per el correlario della .15. del quarto) ciascun de quelli è si come el lato del exagono, adonque sia aggionto al catheto centrale da l'una & l'altra parte, una linea equale al lato del decagono: de sopra a quello sia aggionto .m.n. & di sotto cioè sotto el cerchio sia aggionto a quello la .l.p. dal centro del cerchio, e dapoi dal ponto .n. siano tirate cinque ypothenusse alli cinque superiori angoli di diece triangoli che sono in el circuito: & dal ponto .p.n. siano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di sotto, & queste diece ypothenusse saranno equale fra loro, et alli lati dello inscritto penthagono (per la penultima del primo, & decima di questo, si come delle altre diece prime fu dimostrato. Tu hai adonque un corpo di venti base triangolare equilatere: del quale tutti li lati sono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello è la linea .n.p. Et di questi venti triangoli dieci ne stanno in circuito sopra il cerchio & cinque se elleuano di sopra li quali concorrano al ponto, n, & li altri cinque restanti si sommerseno de sotto & vanno insieme a terminare al ponto .p. Ma che questo corpo de venti base sia circonscrittibile dalla data sphera in questo modo sarà manifesto. Conciosia che la linea .l.m. sia equale al lato del exagono, & la, m, n, lato del decagono equilateri che circonscrive il cerchio, e, f, g, tutta la linea, l, n, (per la nona del presente libro) sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi in ponto .m. & la maggior parte di quella sarà la linea .l.m. Adonque sia divisa la .l.m. in due parti equali in ponto .q. & la .p.q. (per commune scientia) sarà equale alla .q.n. Perche la .p.l. fu posta equale al lato del decagono, si come la .m.n. per laqual cosa la, q, n, e la mità della, n, p. si come la .q.m. e la mità della .m.l. Conciosia adonque che il quadrato della, n, q, sia quincuplo (per la terza di questo) al quadrato della .q.m. Anchora lo quadrato della .p.n. (per la decimaquinta del quinto) sarà quincuplo al quadrato della .l.m. perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della, p, n, è quadruplo al quadrato della .q.n. Anchora lo quadrato della .l.m. è quadruplo al quadrato della .q.m. (per la medesima) & lo quadruplo al quadruplo è come el sempio al sempio (come testifica la detta decimaquinta del quinto.) Ma lo quadrato della .a.b. e quincuplo al quadrato della .b.d. (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto: & per lo correlario della decima ottava del medesimo,) perche etiam la, a, b, è quincupla alla, b, c, imperoche la .a.c. fu posta quadrupla a quella medesima. Adonque perche la .l.m. (dal presupposito) è equale alla .b.d. (per commune scientia) la .a.b. sarà equale alla .n.p. Adonque se sopra la linea .n.p. sia descritto uno mezzo cerchio el quale sia circonvoluto per fina a tanto che quel ritorni al suo primo loco: la sphera dal suo moto descritta, (per la diffinitione delle sphere) equale sarà equale alla sphera proposita, & perche

la linea.

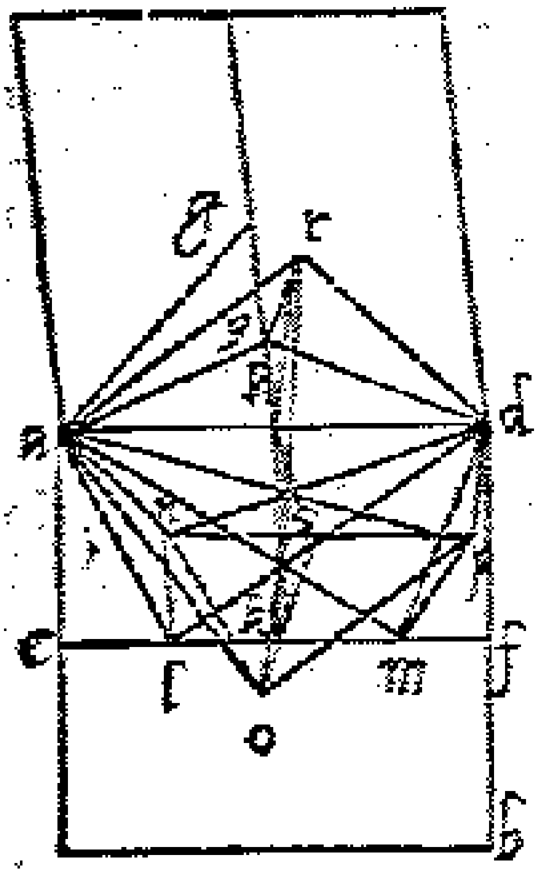


Sia ancora in questo loco el diametro della assigna ta sphera la linea, a, b, laquale sia posta esser rationale, ouer in longhezza ouer solamente in potentia, & sia diuisa in ponto, c, talmente che la, a, c, sia quadrupla alla, c, b, & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio, a, d, b, & sia produtta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia protratta la linea, d, b, dapoi secondo la quantità della linea, d, b, sia lineado lo cerchio, e, f, g, h, K, sopra el centro, l, alqual sia inscritto uno pēthagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro, l, siano dutte le linee. l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del penthagono sono corde) in due parti equali, & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del penthagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del penthagono sia erigato uno catheto secondo che insegna la 12. del 11. liquali cadauno sia etiam equale alla linea. b. d. Et siano continuade le estremità di questi cinque catheti con cinque corausti et li 5. catheti eretti (per la 6. del 11.) saranno fra loro equidistanti: et cōciosia che quelli siano equali. Anchora li corausti (per la 33. del 1.) che cōgiongono le estremità di quelli saranno equali alli lati del penthagono, adonque dalla summità di cadauno di detti catheti tirarai due, e due ypothemisse alli dui circonstāti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypothemisse (che terminano alli cinque pōti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono) siano continuade con linee rette informando un'altra uolta a un'altro penthagono in esso cerchio. Elquale sarà anchora equilatero (per la 34. del 3.) adonque quando che tu hauerai fatto questo tu uederai hauer compido diece triangoli di quali li lati sono diece ypothemisse, & li cinque corausti, & li cinque lati di questo secondo penthagono inscritto. Adonque questi dieci triangoli in questo modo se apprende esser equilateri, perche concosia cosa che si el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di catheti eretti sia equale alla linea, b, d, (dal presupposito) (per el correlario della. 15. del quarto) cadauno di detti catheti sarà equale al lato, del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale il mezzo diametro e equale alla linea. b. d. Et perche (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothemisse è tanto piu potente del catheto quanto puol el lato del decagono (& per la. 10. di questo) anchora lo lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo quanto puol il medesimo lato del decagono (per communa scientia) cadauna di queste ypothemisse sarà equale al lato del penthagono. Di corausti anchora è manifesto che quelli sono equali alli lati del penthagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli ouer che



sono

quelle di lati, sia la linea.a.d.commune a queste due superficie. Adonque sian diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie.a.b.) in due parti equali cioè el lato.d.b. in ponto.f. & lo lato a quello opposito in ponto.e. & li ponti delle diuisione sian continuadi con la linea.e.f. Anchora sia diuiso lo lato.a.d. & quello che egliè a l'incontro in la superficie.a.c. in due parti equali, & li ponti delle diuisione siano continuadi con una linea retta la mità della quale sia,g, h, & sia el ponto.h. al ponto medio della linea.a.d. Similmēte sia diuisa la linea.e.f. in due parti equali in ponto.k. & sia protratta la.h.K. adonque diuide cadauna delle tre linee.e.k.k.f.et.g.h. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in li tre ponti.l.m.q.& siano le maggiore parti di quelle.l.k K.m.&.g.q. lequale è manifesto esser equale fra loro: conciosia che tutte le linee diuise sono equale cioè cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi dalli duoi ponti.l.&.m. eleuerai le perpendicolare (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie.a.b. delle quale l'una e l'altra ponerai equale alla linea.k.l. & siano.l.n.&.m.p.& similmente dal ponto.q.tira la.q.r. perpendicolarmente alla superficie.a.c. laquale pone equale alla.g.q. Tira adonque le linee,a,l,a,n,a,m,a,p,d,m,d,p,d,l,d,n,a,r,a,q,d,r,d,q, Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee,k,e,&,e,l, sono potentialmente triple alla linea,k,l, E però etiam alla linea,l,n, cōciosia che la,K,l,et,l,n, sono equale. Et la,x,e,è equal alla,e,a, Adonque le due linee.a.e.&.e.l. sono in potentia treppie alla linea.l.n. per laqual cosa (per la penultima del primo) la.a.l.e in potentia treppia alla.l.n. E però (per la medesima) la,a,n, e in potentia quadrupla alla.l.n. Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mità, Seguita (per communa scientia) che la,a,n, sia doppia in longhezza alla.l.n.& perche la,l,m, è doppia alla,l,K,& le,K,l,&,l,n, sono equale, la,a,n, sarà equale alla.l.m. perche le mità di quelle sono equale.& perche (per la trigesimatertia del primo) la.l.m. è equale alla.n.p. la.a.n. sarà equale alla.n.p.& per lo medesimo modo tu approuerai le tre linee.p.d.d.r.&.r.a. esser fra loro equale: etiam alle due predette, adonque hauemo da queste cinque linee uno penthagono equilatero: elquale è.a.n.p.d.r. Ma per auentura tu dirai quello non esser penthagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie: laqual cosa è necessario in questo acciochè sia penthagono. Adonque: che quello sia tutto in una superficie, tu l'hauerai in questo modo. Dal ponto.k.sia produtta la linea.K.s. perpendicolare alla superficie.a.b. che sia equale alla.l.k.& per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee.l.n.&.m.p.& conciosia che quella sia equale, & equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo.) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che'l ponto.s.



sia

la linea.l.m.è media proportionale fra la.l.n.et.n.m.e però etiam fra la.l.n.et.p.l. Anchora qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la.l.n. & l.p. Et conciosia che la.l.m.sia equale al mezzo diametro del cerchio: adonque e mezzo cerchio descritto sopra la.p.n. transirà per tutti li ponti della circonferentia del cerchio,e,f,g. E però transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, Et perche (per la medesima ragione) tutti li catausti, che continuano, ouer colligano le estremità di catheti angolari con la estremità del catheto centrale sono medij proportionali fra la.p.m.: & m.n imperoche ciascun di quelli è equale alla.m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della statuita figura de uinti base. Adonque questo corpo è inscrittibile alla sphera della quale la.p.n.è diametro. E però è etiam inscrittibile alla sphera de laquale la,a,b,è diametro, Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche eglié manifesto che la linea,b,d,è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea.a.b. laqual fu posta rationale ouer in longhezze, ouer solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio,e,f,g,e etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea.b.d. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio è la linea minore, & lo lato di questa figura (come è sta manifestado in el processo di questa demostratione) è quanto el lato del penthagono. Adonque lo lato di questa figura de uinti base è la linea minore si come se propone.

Correlario.

0/16 Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscriue il corpo di uēti base, & che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Tradottore.

Per il cerchio che circonscriue il detto corpo de uenti base se piglia per il cerchio, e,g,h,k, della figura antiposta el mezzo diametro delquale uien a esser equale alla linea.d.b. della prima figura & alla,l,m, della seconda figura.

Problema 5. Propositione.17.

17/17 Puotemo constituire el corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale, Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale, che è detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegna la 14. di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera: & siano due superficie di questo cubo le,a,b,et a,c. Et immaginemo al presente che la,a,c,sia la superficie di sopra del cubo & la,a,b, sia una di

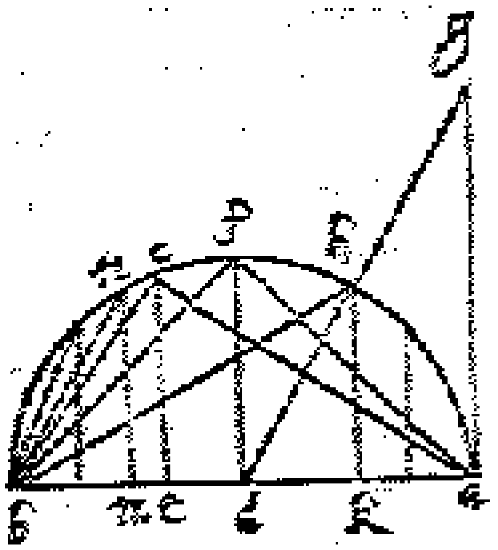
quelle

drati delle due linee.o.s.& s.k. tolti insieme sono treppij al quadrato della linea.o,k,& similmente li quadrati delle due,o,s,et,s,p,tolti insieme sono treppij al quadrato della medesima.o.k.(imperoche la,s,p,è quale alla,k,s,)& però sono etiam treppij al quadrato della mità del lato del cubo. Per laqual cosa(per la penultima del primo) la linea,o,p, è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et (per el correlario della decimaquarta di questo) è manifesto che el mezo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscriue la medesima sphera.adonque la,o,p,è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscriue il proposito cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto.o,a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprij di penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioè li proprij,liquali in el penthagono statuido sono li tre angoli,n,p,r. Ma di quelle linee che uenen dal ponto.o. a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li duoi angoli, a, & ,d, è manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscriue il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è si come il mezzo diametro della sphera chel circonscriue si come appare (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee dutte dal ponto,o,a tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera.Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera ouer del cubo, essendo circondutto trāsirà per tutti li angoli di quello.per laqual cosa(per la diffinitione)quello è circonscrittibile dalla assignata sphera.ancbora dico che il lato di questa figura è una linea irrationale,cioè quella che è detta residuo se il diametro della sphera chel circonscriue sarà rationale in longhezza ouer in potentia.perche conciosia che il diametro della sphera sia(per la decimaquarta di questo)treppio in potentia al lato del cubo, onde sel diametro della sphera sarà rationale in longhezza ouer in potentia, el lato del cubo sarà etiam rationale in potentia.Et è manifesto(per la undecima che la linea,r,p,diuide la linea,a,d,che è il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (per la sesta di questo)è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo: come uolemo demostrare. Adonque (per la decima terza e per le quattro che seguitano quella)sono fabricadi cinque corpi equalateri & equiangoli di quali cadauno è circonscrittibile da una assignata sphera. Et questi solidi sono questi,cioè el primo è di quattro base triāgolare,equilatere(e chiamasi Tetracedon(el secondo è di sei base quadrate(& è detto cubo ouer exacedrō) il terzo e di otto base triangolare(& è detto ottocedrō)& lo quarto solido è detto ycocedron)& è de uenti base triangolare,) Et lo quinto è di dodeci base penthagone(& è detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari,perche quegli sono equiangoli : & equilateri,& circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro. Et è impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli,per

che

sia in linea.n.p. & che diuida quella in due parti equale. Siano adonque protratte le due linee.r.h.& h.r.adonque li duoi triangoli.k.s.h.& q.r.h.sono constituidi sopra uno angolo, cioè sopra l'angolo.k.h.q. Et la proportione della.k.h.alla.q.r.e si come la.k.s.alla.q.h.pche come la.g.h.alla.q.r.cosi è la.k.h.alla.q.r.(per la settima del quinto) & come la.r.q.alla.q.h. cosi è la.h.s.alla.q.h. (per la medesima,) ma la.g.h.alla.q.r.e come la.q.r.alla.q.h.imperoche la.q.r.è equale alla.g.q. adonque (per la 31.del sesto) la linea.r.h.s.e una sol linea, per laqual cosa, (per la seconda del 11.) tutto lo penthagono del qual disputamo è in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo: perche conciosia che la.e.k.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & che la.K.m.sia equale alla maggior parte di quella, anchora (per la quarta del presente) tutta la.e.m.e diuisa secondo la porportione hauente il mezzo e duoi estremi, & anchora la maggior parte di quella è la linea.e.s. E però (per la 5.) le due linee.e.m.& m.s.è anchora le due.e.m.& m.p.(perche la.m.p.è equale alla.m.k.) sono in potentia treppie alla linea.e.k. è però etiam alla linea.a.e.(perche la.a.e.è equale alla.e.k. Adonque le tre linee. a.e.e.m.& m.p.sono in potentia quadruple alla linea.a.e.& (per la penultima del primo tolta due uolte) è manifesto che la linea.a.p.e in potentia equale alle tre linee.a.e.& e.m.& m.p.adonque la.a.p.è in potentia quadrupla alla linea.a.e. & conciosia che'l lato del cubo sia doppio alla linea.a.e.in potentia anchor quadruplo a quella (per la quarta del secondo.) Adonque (per communa scientia) la.a.p. è equale al lato del cubo, & conciosia che la.a.d.sia uno di lati del cubo, la.a.p.sarà equale alla.a.d.e però (per la 8.del primo) l'angolo.a.r.d.è equale al angolo.a.n.p.per lo medesimo modo tu approuerai l'angolo.d.p.n.esser equale al angolo.d.r.a.perche tu approuerai la linea.d.n.esser potentialmente quadrupla alla mità del lato del cubo. Conciosia adonque che per queste cose lo penthagono sia equilatero et habbia tre angoli equali (per la.7.del presente) quel sarà equiangolo, adonque se per questa uia è con simile ragione, fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero et equiangolo, sarà compido un solido contenuto da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha dodeci lati. Hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonscrittibile dalla data sphera, adonque dalla linea.s.k.siano protratte due superficie segante el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea.h.k.& l'altra sopra la linea.e.f. Et (per la quadragesima prima del 11.) sarà che la commune settione di queste due superficie seghi lo diametro del cubo, & quella similmente sarà segata dal detto diametro in due parti equali: sia adonque la commune settione di quelle per fina al diametro del cubo. la linea.K.o.talmente che.o.sia il centro del cubo, et sia dutte le linee.o.a.o.n.o.p. o.d.o.r. Et è manifesto che l'una e l'altra delle due linee.o.a.et.o.d.e mezzo diametro del cubo è però sono equale, & della linea.o.k.è manifesto (per la quadragesima prima del undecimo) che quella è equale alla.e.K.(cioè alla mità del lato del cubo.) & perche la.x.s.è equale alla.k.m. la.o.s.sarà diuisa in ponto.K.secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella sarà la linea.o.K.che è equale alla.e.k. Adonque (per la quinta di questo li qua-

Sia la.a.b.il diametro di alcuna sphera a noi proposta, della qual desideremo di trouare li lati di premessi cinque corpi. Diuidemo adonque questo diametro in ponto.c.talmente che la parte, a, c, sia doppia alla, c, b, anchora deuidemo, b, in due parti equali in ponto. d. & lineamo sopra di quello lo mezzo cerchio. a. f. b, alla circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea. a. b. lequali siano, c, e, & d, f, & congiongemo, e, con, a, & con, b. Et, f, con, b. Adonque è manifesto (per la demonstratione della decima tertia) che la.a.e.e il lato della figura di quattro base triangolare & equilatere. & (per la demonstratione della decima quarta) e pur manifesto che la. e.b. e il lato del cubo, & per la demonstratione della decima quinta) che la, f, b, e il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto.a. sia tirata la linea, a, g, perpendicolare al la.a.b. etiam equale alla medesima.a.b. Et sia congionto.g.con.d. & sia.h.el ponto in elquale la linea.g.d.sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta



la linea.h.K.perpendicolare alla.a.b. et perche la.g.a. e doppia alla.a.d. (per la quarta del sesto) la.h.k. sarà doppio alla.k.d. perche li duoi triangoli, g, a, d, et, h, K, d, sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) impero che l'angolo.a.del maggiore e equale al angolo. k.del minore (perche l'uno e l'altro e retto) et l'angolo, d.e commune a l'uno e l'altro. Adonque (per la quarta del secondo la.h.K.e quadrupla in potentia alla. K.d. Adonque (per la penultima del primo) la.h.d e quincuplo in potentia alla.K.d. Et conciosia che la d.b. sia equale alla.h.d. (perche il ponto.d.e il centro del mezzo cerchio) Anchora la.d.b. sarà quincupla in potentia alla.k.d. Et conciosia che tutta la.a.b. sia doppia a tutta la.b.d si come la.a.c. (detratta della prima.a.b.) e doppia alla.c.b. detratta dalla seconda.b.d.) & (per la decimanona del quinto) la.b.c. (residuo della prima) sarà doppia alla.c.d. (residuo della seconda.) E però tutta la.b. d. e treppia alla.d.c. Adonque el quadrato della b.d.e nonuplo al quadrato della d.c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della.K.d. (per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della.d.c.e manco del quadrato della.k.d. E però la.d.c.e minore della.k.d. Sia adonque la.d.m.equale alla K.d. & sia tirata la.m.n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla.a.b. & sia congionto il ponto.n.con il ponto.b. tirata la linea.n.b. Concio sia adonque che.d.k. & .d.m. siano equale (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee. h.K. & .m.n. serano equalmente distante dal centro. E però saranno equale fra loro (per la seconda parte della 14.del terzo) & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la.m.n.è equale alla.m.k. perche la.h.k.era equale a quella. Ma perche la, a, b, è doppia alla, b, d, & la, k, m, è doppia alla, d, k, & lo quadrato della, b, d, è quincuplo al quadrato della, d, K, (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della, a, b, sarà similmente quincuplo al quadrato della. K.m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è si come el quadrato del sempio

al

che alla constitutione di qual si uoglia angolo solido, è necessario concorrere al manco tre angoli superficiali: perche di duoi soli angoli superficiali, non puol esser compido un angolo solido, Adõque perche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del eptagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati: sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fuora della trigesima seconda del primo.) Et ogni angolo solido è minore di quattro angoli retti (come testifica la uigesima prima del undecimo) è impossibile con li tre angoli del exagono, & del eptagono, & simplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire un angolo solido, & però niuna figura solida equilatera et equiangola puol esser cõstituida da superficie exagonale, ouer de piu lati: perche se li tre angoli d'un exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto piu fortemente li quatro & li piu di quatro, eccederanno il medesimo, ma li tre angoli di un penthagono equilatero: & equiangolo è manifesto esser minori di quatro angoli retti, et li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, egliè possibile esser cõstituido uno angolo solido da li tre angoli d'un penthagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu egliè impossibile, E però solamente uno solido da penthagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioè quello che è detto duodecedron in el qual li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscono li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole: che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera: se la sarà equilatera & equiãgola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata, perche tutti li suoi angoli sarãno retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque da tre angoli di tal superficial figura, egliè possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro ouer da piu egliè impossibile, per laqual cosa: da tal figure superficiali, lequal sono quadrilatere: equilatere & equiangole, e sta fabricado uno unico solido, elqual noi chiamassimo cubo. Ma di triãgoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti et li piu di sei sono maggiori. Adonque dalli sei angoli de tal triangoli ouer da piu egliè impossibile essere fatto un angolo solido. ma da cinque, da quatro, & da tre: egliè possibile a constituire un angolo solido. Adonque quando li tre angoli d'un triangolo equilatero, fanno uno angolo solido uien fatto de triangoli equilateri el corpo di quatro base triangolare: & equilatere: ma quando li quatro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne dãno il corpo di otto base, elquale chiamassimo ottocedron. Ma se li cique angoli de triangoli equilateri cõtegono un angolo solido, uien fatto lo corpo ycocedron, de uinti base triangolare, et equilatere, per laqual cosa adonque tanti et tali sono li solidi regolari: & perche nõ siano piu di questi è detto di sopra.

Problema. 6. Propositione. 18.

18 Puoteremo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima
18 sphera circonscrittibile & compararli fra loro della qual sphera solo il
diametro a noi sia proposto, & per esso diametro possemo trouarli.

Sia

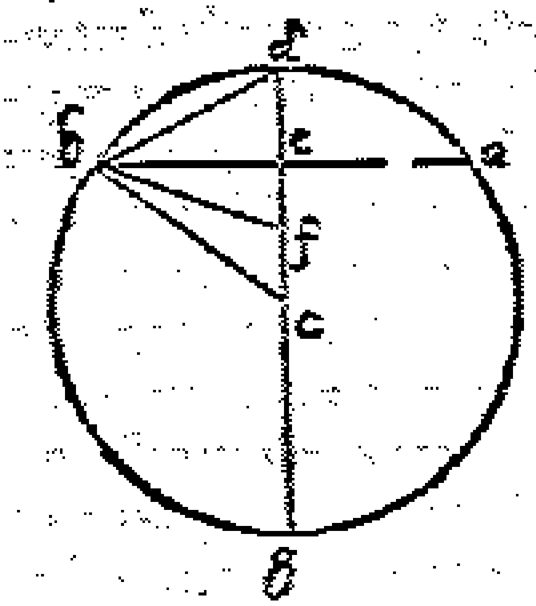
desima proportione cioè hauente il mezzo e dui estremi: la maggior parte di quella è la linea, p, b, Conciosia adonque che tutta la. a. m. sia maggiore di tutta la, b, e, sarà la, m, n, (che è equale alla maggior parte della, a, m,) maggiore de la. p. b. (che è la maggior parte della. b. e.) & questo è manifesto (per la seconda propositione del decimoquarto libro) laqual cosa senza agiuto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demostratione adonque (per la decimanona del primo) per forza la, n, b, è maggiore che la, p, b, per laqual cosa è manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi: eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preteriscono a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo abenche il cubo antecedi lo ottocedron. Ma metteno el cubo auanti al ottocedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quatro base triangole) e il lato del cubo, Adonque la, a, e, (lato della pyramide) è maggiore delli lati de caduno delli altri corpi. Et da poi quello la. f. b, lato del ottocedron è maggiore di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la. e. b. (lato del cubo) & in lo quarto loco e la, n, b, (lato de ycocedron) e lo minimo de tutti è la. p. b. (lato del duodecedron.)

Il Tradottore.

In la seconda tradottione: la construttione del ottocedron è anciana a quella del cubo, per ilche li lati di detti corpi se ueneriano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro construttioni.

Il Tradottore.

A uoler dimostrare che la linea. n. b. (lato del uinti base) sia maggior della linea. b. p. (lato del duodecimo base) senza agiutto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra propositione che seguita (come uuol el debito.) Arguimento in questo modo, Perche la linea, a, e, (dal presupposito) è doppia alla, b, e, adonque tutta la. a. b. sarà treppia alla medesima, b, e. Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto & per il correlario della decimaottaua del medesimo) el quadrato della detta linea. a. b. sarà treppio al quadrato della. b. e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima. a. b, è quincuplo al quadrato della. k. m. & similmente al quadrato della. m. n. (per esser la. m. n. equale alla. m. K.) seguita adonque che cinque quadrati della. m. n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della. b. e. tolti insieme) perche l'una & l'altra somma è equale al quadrato della. a. b. Hor perche il rettangolo di tutta la. e. b. nella parte. e. p. gionto con il rettangolo della medesima. b, e, ne l'altra parte. b p. la detta somma (per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea, b, e, Et perche il rettangolo della, b, e, nella, p, e, è minore di quello della, b, e, nella altra parte, b, p, (per esser la parte, b, p, maggiore della parte, p, e, E però duoi rettangoli della. b. e. nella, p, e, saranno minori delli duoi rettangoli della. b. e. nelle due parti. b. p. & p. e. onde (per cōmuna scientia) li detti duoi rettangoli fatti dalla, b, e, nella al quadrato del sempio. (Et per la demostratione della decimasesta è manifesto che il diametro della sphera potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de vinti base come alla .k. m. adonque la, K, m, è equale al lato del exagono del cerchio della figura dei vinti base. perche lo diametro della sphera che è la, a, b. e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio di quella figura: come alla K. m. un'altra volta (per la demonstratione della medesima) è manifesto che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de vinti base. Conciosia adonque che la, k, m. sia si come el lato del exagono: & la, a, K, sia equale a la, m, b, (perche quelle son li residui delle quantità equale tolte via dalle equale (la, m, b, sarà si come lato del decagono. Adonque perche la, m, n, è si come el lato del exagono, perche quella è equale alla, k, m, (per la penultima del primo & per la decima di questo) la, n, b, sarà si come el lato del penthagono del cerchio della figura dei vinti base. Et perche (per la demonstratione della decima sesta) appare, che el lato del penthagono del cerchio della figura dei vinti base e il lato della medema figura de vinti base è manifesto la linea, n, b, esser il lato di questa figura. sia adonque divisa la, e, b, (che è lato del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera) secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi in ponto, p, & sia, p, b, la maggior parte di quella, adonque è manifesto (per la demostratione della precedente) che la, p, b, è il lato della figura del. 12. base. Adonque sono trovati li lati di, 5, precedenti corpi dal diametro della sphera a noi proposto. Perche la, a, c, è il lato della pyramide di quattro base: la. e. b. el lato del cubo, la, f, b, lo lato del ottocedron & la, n, b, el lato del ycocedron, & la linea, p, b, el lato del duodecedron equali de questi lati siano maggiori de li altri, se haverà in questo modo. Perche eglie manifesto che la, a, e, è maggiore della, f, b, (perche l'arco, a, e, è maggiore del arco, f, b,) Et similmente la, f, b, è maggiore della, e, b, & la, e, b, è maggiore che la, n, b, Dico anchora la, n, b, esser maggiore che la, p, b, Perche conciosia che la, a, c, sia doppia alla, c, b, (per la quarta del secondo) lo quadrato della, a, c, e quadruplo al quadrato della, c, b, Et (per la seconda parte del correlario della ottava del sesto, & per el correlario della decimaottava del medesimo) è manifesto che il quadrato della, a, b, e triplo al quadrato della, b, e, Ma (per la vigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, b, al quadrato della, b, e, è si come el quadrato della, b, e, al quadrato della, c, b, per questo che la proportione della, a, b, alla, b, e, e si come della, b, e, alla, b, c, (per la seconda parte del correlario della 8. del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della, b, e, e triplo al quadrato della, c, b, Et perche lo quadrato della, a, c, è quadruplo al medesimo quadrato (come è sta dimostrado) lo quadrato della, a, c, (per la prima parte della decima del quinto) sarà maggiore del quadrato della, b, e, E però la linea, a, c, è maggiore della linea, b, e, E però la, a, m, e molto piu maggiore della, b, e, Et è manifesto (per la nona di questo) che se la linea. a. m. sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quella sarà la linea, k, m, laquale è equale alla, m, n, Et quando che la, b, e, sia divisa secondo la me-



Sia la linea, a, b, lato del penthagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el ponto. c. & sia dutto dal centro, c, una perpendicolare alla linea, a, b, laquale (per la secõda parte della terza del terzo) diuiderà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo, & uigesima ottaua del terzo) & sia questa perpendicolare la linea, c, d, segante la linea, a, b, in ponto, e, & lo arco di quella in ponto. d. Adonque la linea, a, e, (come hauemo detto) è equale alla linea, e, b, & l'arco, a, d, al arco, d, b. Sia protratta la linea, d, b, della quale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposto cerchio: conciosia che quella sottotẽde alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea, e, c, è equale alla mità della linea, c, d, et alla mità della linea, d, b, congiõte directamẽte in longo: sia compido il diametro. d. c. et sia. d. c. g. et sia fatta la. e. f. equale alla, e, d, et sia protratta la. b. f. E (per la 4. del 1.) la. b. f. sarà equale alla, b, d, et però (per la quinta del primo l'angolo, b, d, f, sarà equale al angolo. b, f, d, E (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo, g, c, b, è quadruplo al angolo, b, c, d, imperoche l'arco, g, b, è quadruplo al arco, b, d, & l'angolo, g, c, b, (perche la 32. del primo) è doppio al angolo, b, d, c. Perche quello extrinseco è equale alli duoi che sono, b, d, c, d, b, c, Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo, b, d, c, è doppio al angolo, b, c, d, per laqual cosa anchora lo angolo, b, f, d, è doppio al angolo. b. c. f. Ma lo angolo, b, f, d, e equale alli duoi intrinseci, liquali sono, b, c, f, & c, b, f, (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li duoi angoli, b, c, f, & c, b, f, sono equale, e però (per la sesta del primo) la. c. f. è equal alla. b. f. E però etiam la. c. f. è equal alla, b, d, perche la, b, d, et la, b, f, sono equale fra loro, per laqual cosa la mità della, c, d, con la mità della, b, d. è quanto la mità della, c, d, con la mità della. c. f. & la mità della, c, d, con la mità della, e, f, è quanto la mità della, c, f, due uolte con la mità della. f. d. E la mità della. c. f. tolta due uolte è quanto la. c. f. e la mità della. f. d. è quanto la. e. f. Adonque la, e, c, è quanto la mità della, c, d, con la mità della, d, b, che è il proposito: e così el correlario è manifesto, perche (per la ottaua del decimoterzo libro) è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto è equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrado di sopra, così è concluso el correlario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare dutta del centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono, descritti dentro al medesimo cerchio, & questo è quello che propone el correlario, adonque le da esser iplicado al presente quello che dice Aristeo, in el libro intitolado. La ispositione della *e, nella minor parte, p, e, saranno minori del quadrato della, b, e, & perche il retangolo della, b, e, nella detta minor parte, e, p, è equale al quadrato de l'altra maggior parte, b, p. (per la diffinitione della linea così divisa) adonque duoi quadrati della, b, p, saranno minori del quadrato della, b, e, per il che il treppio delli dutti quadrati della, p, b, saranno anchora minori del treppio del quadrato della, b, e, cioè che tre quadrati della, b, e, saranno maggiori de sei quadrati della, b, p. Et perche cinque quadrati della, m, n, (come di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della, b, e, seguita (per communa sententia) che li cinque quadrati della, m, n, sieno maggiori delli sei quadrati della, b, p, & se li cinque sono maggiori delli sei molto più un quadrato solo della, m, n, sarà maggiore d'un quadrato solo della, b, p, & se il quadrato della, m, n, è maggiore del quadrato della, b, p, etiam la linea, m, n, (per communa scientia) sarà maggiore della linea, b, p. Et se la linea, m, n, è maggior della, b, p, molto più la linea, n, b, sarà maggiore della medesima b, p, per che la detta, n, b, (per la penultima del primo over per la decimaottava del medesimo) è maggiore della maggiore, cioè della, n, m, è però sarà molto più maggiore della, b, p, che il proposito senza aussilio di alcuna delle propositioni, che seguitano come è il dovere. Nella seconda tradottione credo che voglia arguire per questa medesima via, ma tal argumentatione è tutta corrotta.*

IL FINE DEL DECIMOTERTO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVARTO
DI EVCLIDE, DELLE CONVENIENTIE
che hanno li triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.

Thorema. 1. Propositione. 1.

1 OGNI perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio, se approva esser equale alla mità del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue direttamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta del centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mità del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.

due linee.c.d.& .d.b.gionte insieme tal somma sia doppia alla linea,c,e, adonque la perpendicolare,c,e,vien a esser la mità della somma delle due linee,c,d,&,d,b, & perche la,d,c, è equale al lato del exagono,& la,d,b,al lato del decagono, seguita il proposito.

Theorema.2. Propositione.2.

2 Ciascuna cosa laquale interuenghi a una linea diuisa secōdo la pro
o portione hauente il mezzo, & duoi istremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee,a,b,&,d,e,diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi:la,a,b,in ponto,c,& la,e,d,in ponto,f,& la maggior parte della,a,b,sia la,a,c,& di l'altra la,d,f, Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et anchora delle maggior parti alle minori una medesima:& al contrario:& permutatamente:& congiontamente,& disgiontamente,& euersamente, & questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle,il medesimo anchora accaderà a l'altra, perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,c, è equale al quadrato della,a,c, Et per lo medesimo modo quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,f,è equale al quadrato della,d,f, E però la proportione di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c, al quadrato della,a,c, è si come di quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,f,al quadrato della,d,f,(perche l'una e l'altra e proportione di equalità)adonque el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c, al quadrato della,a,c, è si come el quadruplo di quello che vien fatto dalla,d,e, in la,e,f,al quadrato della,d,f,laqual cosa (per la decimaquinta del quinto e per la permutata:& equal proportionalità) è manifesto,per laqual cosa congiontamēte el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,la,b,c,con el quadrato della,a,c,al quadrato della,a,c,è si come al quadruplo di quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,f,con el quadrato della,d,f,al quadrato della,d,f, Et sia aggionto (secōdo la terza del primo) alla linea,a,b,una linea che sia equale alla,b,c,laqual sia detta, b,g,& alla,d,e,sia aggionto un'altra equale alla,e,f,laquale sia detta,e,h, Adonque è manifesto(per la ottaua del secondo)che el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,g,con el quadrato della,a,c, è equale al quadrato della linea,a,g, Et similmēte al quadruplo di quello che vien fatto dalla,d,e,in la,e,h,con el quadrato della,d,f,è equale al quadrato della,d,h, Et (per communa sententia) el quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,c,è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla,a,b,in,b,g,imperò che la,b,c,&,b,g,sono equale. Similmente anchora

la scientia di cinque corpi. E similmente Apollonio in el secondo dono, in la proportionalità della figura del dodeci base alla figura del uinti base el qual dice, che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha uenti base e cosi come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de uenti base, perche anchora la linea dutta dal centro del cerchio del penthagono della figura delle dodeci base del dodecedron, alla circonferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle uenti base del ycocedron alla circonferentia di quello. e queste sono le parole del grãde Apollonio, et sono da esser intese della figura del dodeci base & della figura dei uinti base circonscrittibile da una medesima sphera, perche la proportione del corpo duodecedron al corpo ycocedron (quando una medesima sphera li circonscriue,) e si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: come commemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual cosa etiam per la decima di questo decimoquarto lib. uien stabelida cõ ferma demonstratione. Et lo cerchio che circonscriue un pẽthagono del duodecedrõ, e equale al cerchio che circonscriue un triangolo del ycocedron, quãdo che una medesima sphera circonscriue il duodecedron, & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, laqual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quinta di questo libro. adonque li ditti de tanti grandi huomini sono da esser mandati auanti per antecedẽti a fortificatione della stabile uerità.

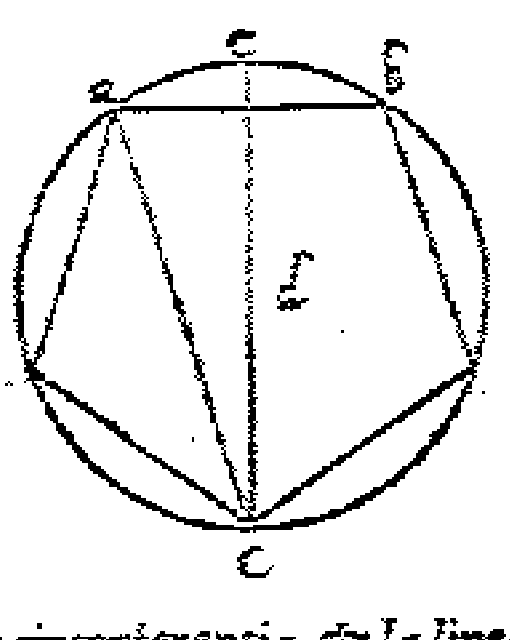
Il Tradottore.

La demonstratione della soprascritta propositione è alquanto oscura & tal argumentatione hauete debisogno di un'altra propositione laqual è questa.

De ogni due quantità inequale: la mità della maggiore gionta con la mità della minore, e quanto la mità della minore tolta due uolte giontoli puoi la mità della differentia nella quale la maggiore auanza la minore uerbi gratia la mità della, c, d. (maggior) gionta con la mità della, c, f, (minore) è quanto due uolte la mità della, c, f, (minore) giontoui poi la mità della, f, d, (cioè dalla differentia nella quale la, c, d, (maggiore) auanza che la, c, f, (minore) ma per non abondar in tante propositioni ne demostrationi. Demostraremo la medesima con demonstratione piu euidente senza la presente propositione. Perche la, c, f, è equal alla. b. d. (come nel principio fu approuado) giungẽdo alla, c, f, la. f, e, & alla, b, d, la, e, d, (p la. 2. communa sentẽtia) le due somme sarãno anchora equale cioè le due linee, b, d, et, e, d, sarãno equale alle due. c. f. & f. e. e perche le dette due linee. c. f. & f. e. sono equale a tutta la linea c. e. seguita adõque che la detta perpẽdicolar, c, e, sia equale alle due linee. d. b. et d. e. Adõque se a q̃ste due linee. d. b. et d. e. gli agiõgemo la linea. c. e. (che è equal a lor due) tutta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, etiã alla medesima. c. e. et pche la somma delle dette tre linee. d. b. d. e. et c. e. sono quãto le due. c, d, & d, b, (perche la, c, d, è composta delle due, c, e, & e, d.) Seguita adonque che le *gior parte di quella e la linea, a, b. Adõque (per la conuersa della nona del decimo terzo laquale dimostrassimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la linea, a, b, e lato del exagono di quel medesimo la linea, b, d, E però (etiam la linea, b. c a se equale) e lato del decagono, Anchor parendone possemo dimostrare il medesimo per un'altra uia. Hor sia la. e. f. equale alla, a, b, laquale anchora sia diuisa in ponto. g. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi: & sia la maggior parte di quella la linea. f. g. Adonque (per la precedente) è manifesto che si come la. a. b. è equale alla. e. f. cosi la. a. c. è equale alle. e. g. & la, c, b, è equale alla, g, f. Et quando che alla. a. b. sarà aggionta la. b. d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la. a. b. è lato del exagono: sarà (si come per auanti fu detto per la nona del decimoterzo) tutta la. a. d. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, et la maggior parte di quella sarà la linea. a. b. Adonque (per la precedẽte) della. a. b. alla. b. d. è si come della. f. g. alla. g. e. per laqual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che uien fatto dalla. a. b. in la. g. è equale a quello che uien fatto della, b, d, in la, f, g. Et conciosia che la, a, b, sia equale alla, e, f, etiam quello che uien fatto dalla, e. f, in la, e, g, sarà equale a quello che è fatto dalla, b, d, in la, f, g. Ma quello che uien fatto dalla. e. f. in la, g, e, è equale al quadrato della, f, g, (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, et per la prima parte della decima settima del sesto.) Adõque quello che uien fatto dalla. b. d. in la. f. g. è equale al quadrato della. f. g. E però (per la prima del sesto) la linea. d. b. è equale alla. f. g. et perche la. f. g. è equale alla c. b. Anchora la. c. b. sarà equale alla. b. d. (lato del decagono) laqual cosa bisognaua dimostrare.*

Theorema. 4. Propositione. 4.

4 El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cer-
5 chio, & lo quadrato della linea che sottotende al angolo di quel penthagono. Ambidui questi quadrati tolti insieme, prononciò esser quincupli al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.

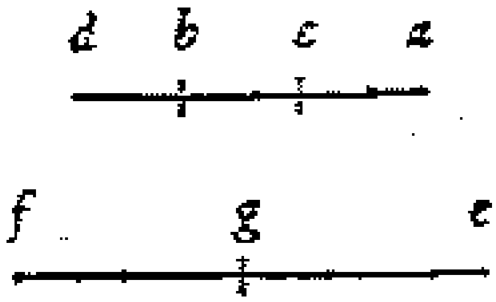


Sia descritto in el cerchio. a. b. c. (el centro delquale sia el ponto. d.) uno penthagono equilatero di quale la a, b, sia un lato, & sia protratto el diametro, c, d, e, diuidente la linea. a. b. etiam l'arco di quella in due parti equali, Adonque l'arco, a, e, è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per laqual cosa l'arco, a, c, e li duoi quinti di tutta la circonferentia: Adonque siano protratte le due linee, a, e, & a, c, & la, a, e, sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mità della quinta parte de la circonferentia, & La linea. a, c, sarà quella che sottotende a uno delli angoli del predetto penthagono imperoche l'arco, a, c, è le due quinte parte della circonferentia thora al quadruplo di quello che uien fatto dalla,d,e,in la,e,f,è equale al quadruplo di quello che uien fatto dalla,d,e,in la,e,h,imperò che la.e.f. & e.h. sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della, a, g, al quadrato della,a,c, è si come el quadrato della, d, h, al quadrato della, d, f, Per laqual cosa (per la seconda parte della uigesimaseconda del sesto) la proportione della, a,g, alla linea, a, c, è si come della linea,d,h, alla linea,d,f, & congiūtamente della,a,g,&,a,c,alla,a,c, è si come della,d,h,&,d,f,alla,d,f, Et la,a,g,con la,a,c,sono si come il doppio della a,b, & la,d,h,con la,d,f, sono si come il doppio della, d, e, Per laqual cosa el doppio della.a.b.alla.a.c.e si come el doppio della.d.e.alla.d.f. Et permutatamente el doppio della.a.b.al doppio della d.e.e si come la.a.c.alla.d.f. Ma el doppio della.a.b.al doppio della.d.e.e si come la.a.b.alla.d.e. (per la decimaquinta del quinto.) Adonque della.a.b.alla.d.e.e si come della.a.c.alla.d.f.adonque permutatamente,& euersamente,& conuersamente,& disgiontamente,& congiontamente, la qual cosa bisognaua dimostrare.

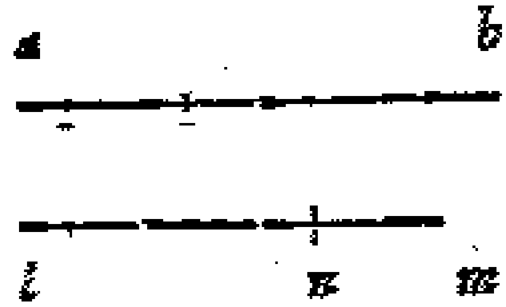
Theorema. 3. Propositione. 3.

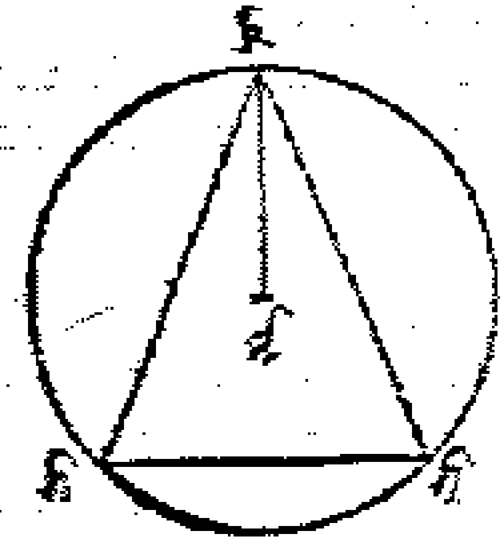
Diuiso uno lato d'un exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quello, sarà el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

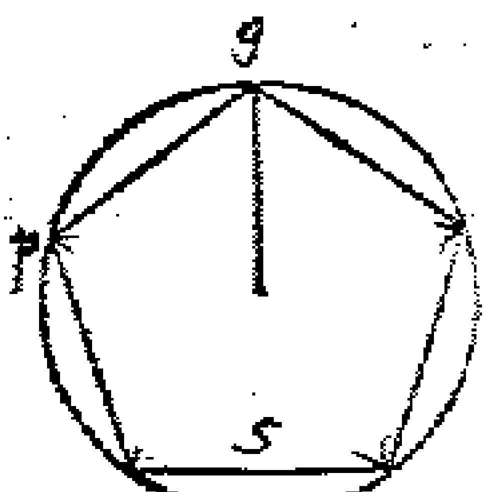
Sia la linea.a.b.el lato del exagono di alcun cerchio:& sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in ponto.c.& sia la maggior parte di quel la la.b.c.dico che di qualonque cerchio la.a.b.e lato del exagono, di quel medesimo la.b.c.sarà il lato del decagono,perche essendo agionto alla linea.a.b.la linea.b.d. laquale sia el lato del decagono di quel cerchio:dil quale la.a.b.e lato del exagono, Et (per la nona del decimoterzio) la linea.a.d. sarà diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea.a.b.Concosia adonque che l'una e l'altra delle due linee.a.b.&.a.d.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sarà una medesima proportione, adonque della.d.a.alla.a.b. (che è la sua maggior parte) e si come



della.a.b.alla.b.c. (che è etiam la sua maggior parte) ma della.d.a.alla.a.b. (sua maggior parte) e si come della.a.b.alla.b.d.(per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la undecima del quinto della. a. b. alla. b. d. e si come della.a.b,alla,b,c, per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee.b d.&.b.c.sono equale. Concio sia adonque che la,b,d,sia el lato del decagono,anchora la.b,c,(per commuma scië tia) sarà el lato del decagono, A dimostrare il medesimo altramente, alla linea.a, b,sia agionta la,b.d,equale alla,b,c,& (per la quarta del decimoterzio) tutta la, a,d,sarà diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo,et duoi estremi,& la mag le lettere.e.f. & f.g. & sia protratta la linea.e.g. laquale sotto tendi al angolo.f. et lo semidiametro del cerchio elquale sia.e.f. & ciascuno di lati del triangolo,d, sia signato con le lettere.K.h.& sia protratto il semidiametro del suo cerchio el quale sia,d,s,& da puoi sia tolta la linea,l,m, alla quale la linea.a.b.(che è il diametro della assignata sphera) sia quincupla in potentia, laqual linea,l,m, sia divisa in ponto,n, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & la sua maggior parte sia la linea,l,n,& secondo la quantità di tutta la l,m, sia lineado il cerchio.p.q. Adonque el semidiametro dil cerchio.p.q. sia equale alla linea,l,m. Et







(per el correlario della decima quinta del quarto) la linea.l.m. è si come el lato del exagono equilatero, inscritto in lo cerchio.p,q, adonque (per la terza di questo) la linea.l.n. sarà si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo medesimo cerchio. Adonque (per la undecima del quarto) sia inscritto uno penthagono equilatero in el cerchio,p,q, del quale uno lato sia la.p.q. Et (per la decima del decimotertio libro) lo quadrato della,p,q, sarà equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n. tolti insieme. Et (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) è manifesto che la,h,k, è equale alla.p.q. Adõque el quadrato della,h,k, è equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n. tolti insieme, Et (per la demõstratione della decima settima del decimotertio) è manifesto che la,e,g, è il lato del cubo circõscrittibile dalla medesima sphera. Per laqual cosa (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) la.a.b.(che è il diametro della sphera) potentialmente è tripla alla,e,g, che è il lato del cubo: et se la.e.g. sia divisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi (per la demonstratione della decima settima del.13.) è manifesto che la.e.f. è si come la maggior parte di quella. Adonque (per la seconda di questo della,e,g, alla,l,m, è si come della,e,f, alla,l,n, perche si come è la tutta alla tutta cosi la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la vigesima seconda del sesto) el quadrato della,e,g, al quadrato della,l,m, è si come el quadrato della,e,f, al quadrato della.l.n. per laqual cosa (per la decimatertia del quinto) li quadrati delle due linee,e,g,& e,f, tolti insieme alli quadrati delle due linee,l,m,& l,n, tolti insieme sono si come el quadrato della,e,g, al quadrato della,l,m, adonque (per la decimaquarta del quinto & per la premutata & equal proportionalità) el treppio delli duoi quadrati delle due linee,e,g,& e,f, tolti insieme alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n. tolti insieme è si come el treppio del quadrato della,e,g, al quadrato della,l,m. Ma el treppio del quadrato della *tia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee.a.b. & a.c.tolti insie me sono quincupli, al quadrato della linea,d,e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea.c.e. è quadruplo al quadrato della linea. d.e. & conciosia che l'angolo,c,a,e, sia retto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo.) & li quadrati delle due linee,c,a,& a,e, (per la penultima del primo) saranno quadrupli al quadrato della linea.d.e. Adonque li quadrati delle tre linee.c.a. & a.e. & d.e.tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea.d.e. Et perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della.a.b. è equale alli quadrati delle due linee,a,e,&,d,e. Seguita che li quadrati delle due linee.a.b. & .c.a.siano quincupli al quadrato della,d,e,che è il proposito.*

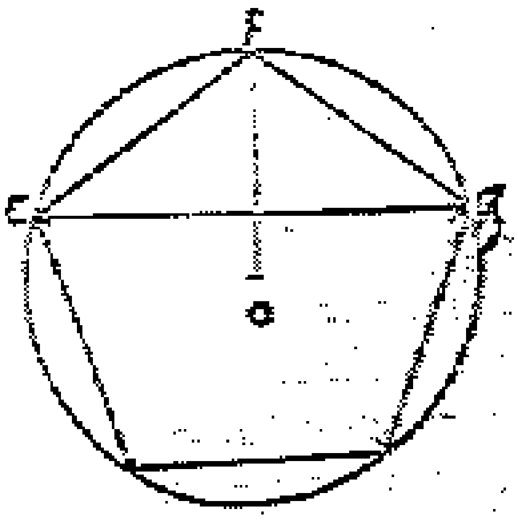
Correlario.

4/0 Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo,& el quadrato del lato della figura del dodeci base,(quãdo che una medesima sphera circõscriue quel cubo e quella figura del dodeci base)ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mitá del diametro dil cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario ueramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono del duodecedron: quando che una medesima sphera circonscriue il cubo & lo duodecedro, Adonque per questa quarta senza oppositione è manifesto il correlario.

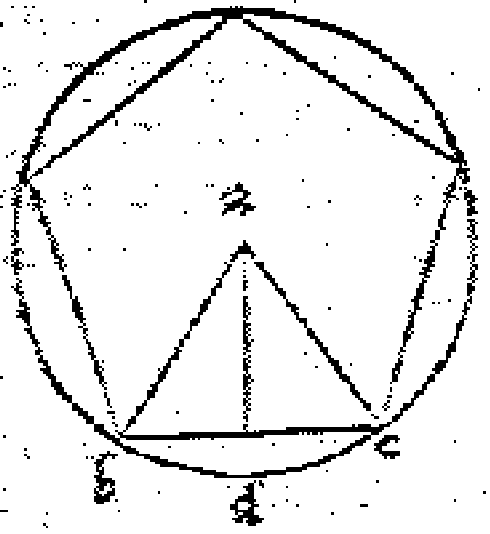
Thorema. 5. Propositione. 5.

5/2 El penthagono della figura de dodice base & lo triangolo della figura de uinti base(che una medesima sphera li circonscriue)sono circonscritti da uno medesimo cerchio.



Sia una sphera(el diametro della qual sia la.a.b.) laquale circonscriua due figure solide, cioè el duodecedron(del quale,c.sia uno di suoi dodeci penthagoni)& lo ycocedro (del quale,d,sia uno di suoi uenti triangoli)& al penthagono.c. & al triangolo, d, sopra li duoi centri.d. & .c.siano circonscritti duoi cerchij, l'uno sia, c,f, (per la decima quarta del quarto) & l'altro.k.d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi duoi cerchij delle preposte sphere (di quali l'uno circonscriue el penthagono.c. & l'altro lo triangolo.d.) sono equali, siano signati li duoi lati del penthagono,c, contineuti uno de suoi angoli per le lettere.

c, (per la ottaua del primo.) Conciosia adonque che tutti li dodeci penthagoni del dodecedron siano equale e simili al penthagono.a.sono diuisibili in sessanta triangoli di quali, ciascuno (per la ottaua del primo) è equale al triangolo,a,b,c, & quello che uien fatto dalla,a,d, in la,b,c, (per la quadragesima prima del primo) è doppio al triangolo,a,b,c, Adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d, in la,b,c,è sessantuplo al triangolo,a,b,c,(cioè sessanta uolte tanto quanto è il triangolo,a,b,c,)perche si come el sempio al sempio cosi è il doppio al doppio. Conciosia adonque che tutte le superficie del dodecedron

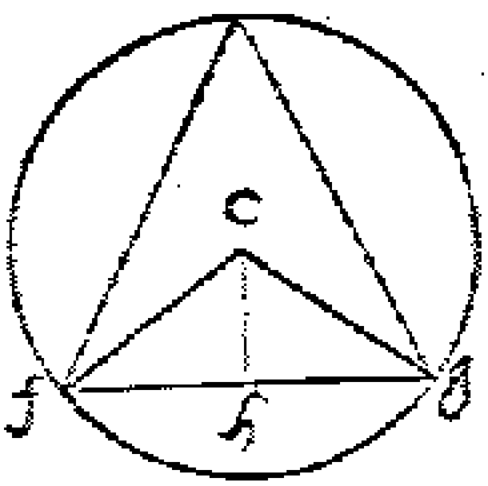


tolte insieme siano etiam sessantuple al triangolo,a,b,c, (cioè sessanta uolte tanto quanto è il detto triangolo,a,b,c,) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d,in la,b,c,sia equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7/0 Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del uinti base tolte insieme.

Sia anchora in questo loco el triangolo,e, una delle uinti base della figura del ycocedrō, & uno de sui lati sia la,f,g. Et a quello (per la quinta del.4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro,e, & siano protratte le linee,e,f,e,g,& la,e,h,perpendicolare alla,f,g,Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla e,h,in la f,g, è equale a tutte le superficie del ycocedrō tolte insieme, cioè che tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto è lo rettangolo contenuto sotto della,e,h,& della,f,g, perche è manifesto el triangolo,e,esser diuisibile in tre triangoli cadauno di quelli (per la ottaua & quarta del primo) è equale al triangolo,e,f,g, Adonque tutti li uinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo,e,)sono si come del sessantuplo del triangolo,e,f,g. Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto dalla,e,h,in la,f,g,è doppio al triāgolo,e,f,g. E però el trentuplo di questo e equale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uiē fatto della,e,h,in la,f,g,sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme la qual cosa era da dimostrare.



Correlario.

Adonque è manifesto che la proportione delle superficie della figula,e,g,è tanto quanto el quadrato della.a.b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)et lo quadrato della,a,b,(per el presupposito)è quincuplo al quadrato della.l.m.adonque el treppio del quadrato della,e,g, è anchora quincuplo al quadrato della.l.m.per laqual cosa etiã el treppio di quadrati delle due linee,e,g, & ,e,f,tolti insieme è quincuplo alli quadrati delle due linee,l.m,& ,l,n, tolti insieme. Et perche egliè sta approuado che el quadrato della,b, k, è equali alli quadrati delle due linee,l,m,& ,l,n,tolti insieme. Seguita (per communa scientia)che el treppio delli quadrati delle,e,g,& ,e,f,sia quincuplo al quadrato della,b,K. Et per la ottaua,del terzodecimo)è manifesto che el quincuplo del quadrato della,b, k, è quincuplo del quadrato della, d, k, (cioè quindece uolte tanto) perche el sempio è treppio . Et (per la quarta di questo)è manifesto che'l treppio di quadrati delle. e. g. & . e. f. è quincuplo del quadrato della, c, f, perche el sempio è quincuplo adonque el quincuplo del quadrato della, c, f, è equale al quindecuplo del quadrato della, d, k, & però (per la noua del quinto)el quadrato della.c. f, è equale al quadrato della,d,k, per laqual cosa etiam la linea.c. f. è equale alla linea.d. K,adonque (per la diffinitione di cerchij equali)lo cerchio che circonscriue el penthagono , c , è equale al cerchio che circonscriue el triangolo . d . laqual cosa dal principio era da dimostrare . perche li semidiametri di questi cerchij sono equali cioè la.c.f.& la.d.k.

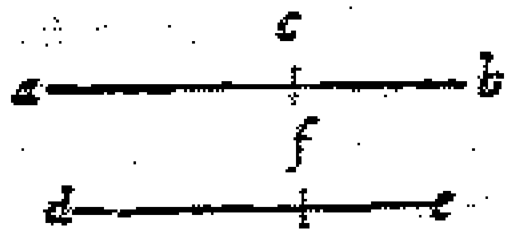
Il Tradottore.

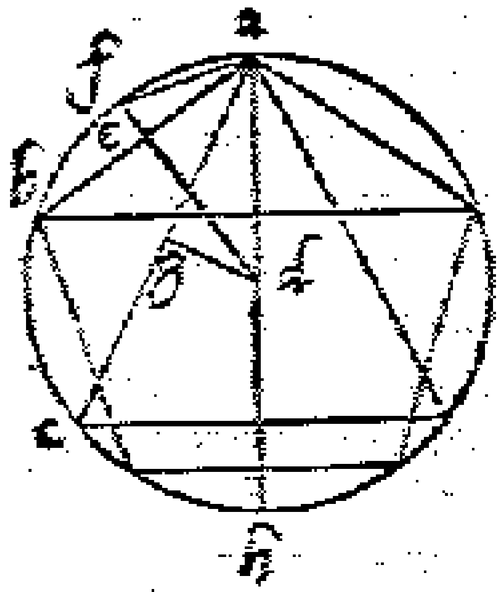
Doue che di sopra dice che la linea.b.k. (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo)sarà equale alla.p.q.questo se uerifica perche i quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e però in questo luoco il cerchio.p.q. uien a esser il cerchio del uenti base et il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uinti base,e per questo la linea.p.q.uien a esser equale al,k.b.(lato del uinti base.)

Theorema.6. Propositione.6.

6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio, che circonscriue un penthagono, della figura de dodice base, al lato del penthagono e sotto del lato di esso pẽthagono, el se conuence di necessità esser equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

Sia el penthagono.a.una delle dodeci base della figura del duodecedron,& uno di suoi lati sia la.b.c.& a quello(per la decimaquarta del quarto)sia circonscritto un cerchio sopra il centro.a.& sian protratte le linee.a.b.& .a.c.& la.a.d.perpendicolare alla b.c. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d, in la.b.c.è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme,perche egliè manifesto il penthagono.a. esser diuisibile in cinque triangoli equali al triangolo,a,b, c,per uisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte e. si come la mità della parte maggiore della sua doppia, uerbi gratia. Sia la.a.b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in ponto.c. & la maggior parte di quella sia la.a.c. & sia la.d.e. si come la mità della.a.b. & la.d. f. si come la mità della.a.c. Dico adonque che la.d.e. è diuisa in ponto.f. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi & la maggior parte di quella è la.d. f. Perche (per la.15.del.5.) è manifesto che la proportione della.a.b. alla.a.c. è si come della.d. e. alla.d.f. (cioè el doppio: al doppio: e si come el sempio al sempio.) Per laqual cosa permutatamente della.a. b. alla. d.e. e si come della.a.c. alla.d.f. adonque (per la.19.del quinto) della.c.b. alla.f.e. è si come della.a.b alla.d.e. adonque la.c.b. è doppia alla. f.e. perche cosi è la.a.b. alla.d.e. Conciosia adonque che tutta la.a. b. sia doppia a tutta la.d. e. e cosi ciascuna delle parti della.a.b. a ciascuna delle parti della.d.e. cadauna alla sua relatiua. Per laqual cosa (per la.15.del quinto: & per la.11.del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi. La linea.d.e. sarà diuisa in ponto.f. si come se propone. Adonque al presente solicitemo alla demonstratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio.a.b.c. (el centro del quale sia.d.) circonscribente un penthagono del dodecedron & un triangolo de ycocedron. li quali una medesima sphera li circonscriua & concluda equalmẽte ambidue.





Perche (per la.5 di questo) è manifesto che il medesimo cerchio circonscriue questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea.a.b. lato del penthagono et la linea.a.c. del triangolo, & sia la linea.b. si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: è si come la linea.b. alla linea.a.c. perche essendo produtta dal centro.d. una perpendicolare al la.a.b. laqual transisca per fina alla circonferentia segando la.a.b. in ponto.e. & l'arco di quella in ponto.f. Et è manifesto questa perpendicolare diuidere in due parti equale sia la linea.a.b. come l'arco di quella, La corda.a.b. (per la.2.parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la.27.del terzo.) adõque l'arco.f.a. e la decima parte della circonferentia. Sia adonque sotto a quello tirata la corda.a.f. laquale sarà el lato decagono equilatero di quel medesimo cerchio. adõque (per la.9.del.13.) è manifesto che la linea composta dalla.d.f. & f.a. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo et duoi estremi & la maggior parte di quella sarà la linea.d.f. (Et per la prima di questo) la.d.e. è equale alla mità della.d.f. & alla mità della.f.a. congionte direttamente in longo. Sia adoque la.d.g. perpendicolare alla.a.c. (& per el correlario della ottaua del.13.)

la.g.d.

ra del dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base cōcluse in la medesima sphera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di essa figura de dodeci base: & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di esso penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di uinti base, & della perpēdicolare dutta dal cētro del suo cerchio al lato di quel triāgolo dil corpo di uinti base.

Egliè manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, siano la figura del.12.base & la figura del 20.base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone ouer se seranno etiam circonscrittibile da diuerse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo mōdo uale & è sufficiente al proposito: adonque la commun a uerità di quello cosi se manifesta. perche (per la.6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el penthagono, a, e una delle sue.12. superficie, & (per questo.7.) similmente è manifesto che il trentuplo di quello che uien fatto dalla, e, b, in la, f, g, è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme del quale el triangolo, e, è una delle sue.20. base o sia che quel dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriua, ouer diuerse. Adonque la proportione del trentuplo della, a, d, in la, b, c, a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della, e, b, in la, f, g, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme perche l'una & l'altra proportione de equalità: per laqual cosa permutatamente el trentuplo della, a, d, in la, b, c, al trentuplo della, e, b, in la, f, g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrō: & (per la.15. del.5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del sempio al sempio adōque e manifesto (per la.11. del.5.) che la proportiō di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron è come quella di quello che uiē fatto dalla, a, d, in la, b, c, a quello uien fatto dalla, e, b, in la f, g. Et questo è quello che propone el correlario.

Theorema.8. Propositione.8.

8 La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte
o insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme, (che siano da una medesima sphera circonscritti) e si come la proportione del lato del cubo (che circonscriue la medesima sphera) al lato del triāgolo di quel medesimo corpo di uinti base.

Acciò che ogni dubitatione si parta dal processo della demonstratione di questa.8. del.14. bisogna primamente saper q̄ste. Che se alcuna linea sarà diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, e dalla mità di quella: sia detratto tāto quāto è la mità della sua maggior parte anchora q̄lla medesima mità sarà di-

As Deunce Dextante Dodrante Bisse Septunce

Semis. Quincunce. Triente. Quadrante. Sextante. Vncia.

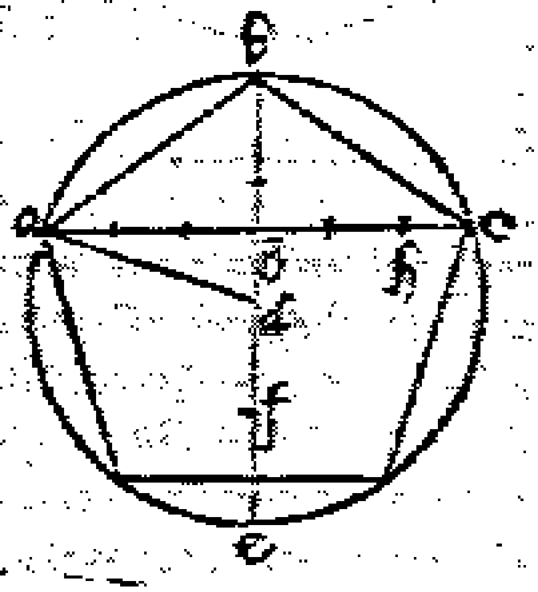
Ancora la onza laqual hauemo detto douer esser la 12. parte del as. la diuider noi dire 12. frattioni, ma per una altra uia, perche la mita della onza gli dissi sono. Semioncia. La terza parte duella, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottaua dragma, la duodecima emissela, la. 18. tremisse, la 24. scrupolo, la 48. obolo, la 72. bissiliqua, la 96. cerates, la ultima che è la. 144. parte di essa oncia chiamorno siliqua, Et a queste 12. frattioni della oncia li posteriori, gli hanno aggionto el calco & lo carco e la. 292. parte della oncia. del qual aggiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapēte delle simphonie di toni & semitoni distinti per interuali di queste frattioni, la denominatione ascendesse ouer se estendesse per fina al minimo estremo: & tutte quelle frattioni li annotauano secondo l'ordine de tal figure.

Semiuncia. Duella. Sicilico. Dragma. Emissella.

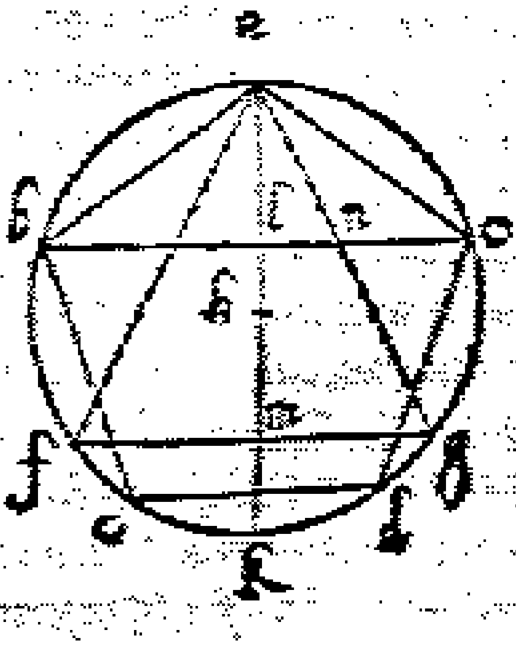
Tremisse. Scrupulo. Obolo. Bissiliqua. Cerates. Siliqua. Calco.

Adonque el senso di quello che è detto è questo che se in alcū cerchio sia inscritto un penthagono equilatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono uerbi gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & , a, quello (per la. 11. del. 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati contenenti uno di soi angoli sian li a. b, & , b, c, & a l'angolo, b, sia sottotesa la linea, a, c, & sia tirado lo diametro, b, d, e, elqual seghi la linea, a, c, in due parti equali in ponto, g. & sia la, d, f, la mità della, d, e, & la, g, h, doppia alla, b, c, & la, b, f, sarà el dodrante del diametro: perche è li tre quarti di quello, & la, a, b, sarà el dextante della, a, c, perche quella è li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d, Dico che quello che peruiene dalla, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono inscritto in el cerchio (perche conciosia che la, a, g, sia perpendicolare alla, b, d, (per la quadragesima prima del primo) quello che peruiene dalla, b, d, in la, a, g, sarà doppio al triangolo, a, b, d, E però quello che peruiene dalla, b, f, in la, a, g, sarà treppio al medesimo triangolo, & quello che peruiene dalla, b, f, in la, b, g, sarà doppio, & dalla, b, f, in tutta la, a, b, sarà quintuplo. Conciosia adonque, che tutto el penthagono sia quintuplo al medesimo triangolo. Egliè manifesto che quello che uien fatto della, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono, Et questo era da dimostrare. Hor demostramo quello che fu proposto dal principio per un'altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cerchio, del quale el centro sia, b, inscritto uno penthagono della figura de dodeci base & un trian-

la.g.d.sarà si come la mità della.d.f. Adonque se della linea.d.e.(laquale è si come la mità della.d.f.a.(quando che la.d.f.& f.a. sia una linea.) Sia detratto una equale alla,d,g,(laquale è si come la mità della.d.f.) La linea,d,e,)per quello che fu approuado auanti questa)sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte sarà si come la,g,d, Et(per la demostratione della.17.del terzo decimo)è manifesto che se la linea,a,b,(che è lato del cubo)sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la,a,b, che è lo lato del penthagono della figura de dodeci base. Adonque(per la seconda di questo)la proportione della,b, alla,a,b, è si come della,d,e,alla,g,d,per laqual cosa(per la prima parte della decima sesta del sesto) quello che perviene dalla,b,in la,g,d,è equale a quello che vien fatto dalla,a,b, in la,d,e. Et(per el corrolario della precedente)è manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro(del quale el lato è la,a,b,)tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedro(del quale el lato e la,a,c,)tolte insieme, e si come di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,d,e,a quello che vien fatto dalla a,c,in la,g,d. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & undecima del medesimo)la proportione di quello che perviene dalla,b,in la,g,d,a quello che perviene dalla,a,c,i la,g,d, e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo ycocedro. Ma di quello che perviene dalla,b,in la,g,d,a quello che perviene dalla,a,c,in la,g,d,(per la prima del sesto)e si come della,b, alla,a,c, Adonque (per la 11.del.5.)la proportione di tutte le superficie di quel duodecedro a tutte quelle di questo ycocedron e si come della,b,alla,a,c,che è il proposito. Questo medesimo poteremo prouar altramente: se auanti quello ponereмо un antecedente necessario el qual è questo.

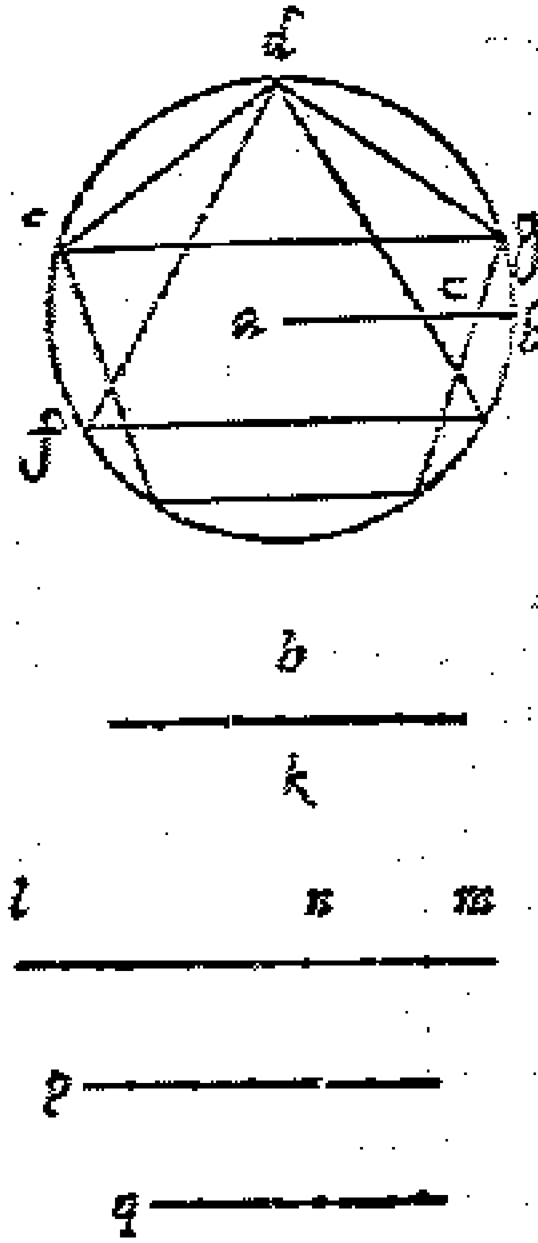


Se in qualunque cerchio sarà inscritto un pēthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tēde sotto al angolo di quel penthagono de necessità el bisogna essere equale al medesimo penthagono.



Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuiderono cadauno integro in dodeci parti equali e tutte quelle parti insieme(cioè quel tutto)lo chiamorno. Asse & le undice di quelle parti gli dissono deunce, Et le diece, dextante e le noue dodrante e le otto besse & le sette, sepunce ouer septante ouer quincunce et le sei semis, & le cinque quincunce & le quattro triente & le tre, quadrante & le due sextante, & la una, adimandorno oncia, & quelle piu uolte sono sta trouate in li antiqui libri designate p l'ordine de tal figure.

mi & la maggior parte di quella sia la linea.a.c. & sopra il centro.a. secondo la quantità della linea.a.b. sia descritto il cerchio.d.b.e. & a quello sia inscritto (per la undecima del quarto) uno penthagono equilatero del quale la,d,e, sia un lato et (per la seconda del medesimo) gli sia etiam iscritto uno triangolo equilatero del quale la,d,f, sia uno lato: & a uno delli angoli del penthagono (qual sia.d.) sia sotto tesa la linea.e.g. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che la sphera che circonscriue el dodecedron de quel penthagono, del quale un lato e la,d,e, circonscriue insieme lo ycocedron de quel triangolo del quale un lato e la.d.f. Et (per la demonstratione della decima settima del terzo decimo) e manifesto che la medesima sphera circonscriue el cubo del quale la,e,g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea.b. potente sopra tutta la,a,b, & la sua maggior parte.a,c, & similmente la.K. potente sopra tutta la,a,b, & la minor parte.b.c. di quella. Dico adonque, che la proportione della,e,g, alla,d,f, (cioè come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphera) è si come della,b, alla.K. Perche egliè manifesto (per el corrolario della. 15. del quarto) che la.a.b. è come el lato del



exagono equilatero inscritto in lo cerchio.b.d.e. Adonque (per la terza di questo) la,a,c, è si come el lato del decagono del medesimo cerchio. Adoque (per la.10. del terzodecimo) la, d, e, è potente sopra tutta la,a,b, & alla maggior parte,a,c, di quella, per laqual cosa la,d,e, è equal alla,b, perche el quadrato di caduna di quelle è tanto quanto li quadrati delle due linee.a.b. & .a.c. tolti insieme, & è manifesto per la 8. del.13. che la.d.f. è treppia potentialmente alla.a.b. & (per la.5. del medesimo) è manifesto che la.K. e anchor treppia potentialmente alla.a.c. Adoque (p la.2. parte della.22. del sesto) la proportione della,d,f, alla,a,b, è si come quella della.k. alla.a.c. per laqual cosa premutatamente della,d,f, alla,K, è si come della,a,b, alla,a,c, & perche (per la demõstratione della.17. del.13.) è manifesto che se la,e,g, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la,d,e, (per la.2. parte di questo) la proportione della,e,g, alla,d,e, sarà si come della,a,b, alla.a.c. Per laqual cosa (per la.11. del 5.) sarà anchora della,e,g, alla,d,f, si come della,d,f, alla,k, & permutatamente della,e,g, alla,d,f, si come della,d,e, alla,K, et perche (per la prima parte della.7. del quinto) della,d,e, alla,K, sarà si come della,b, alla,k, (impero che la,d,e, & la,b, sono equale (per la.11. del.5.) della,e,g, alla,d,f, sarà si come della,b, alla,k, che è il proposito. & non solamente la proportione della,e,g, (lato del cubo) alla,d,f, (lato del triangolo del ycocedron) è si come della,b, alla,k, anzi è simplicemente si

come

triangolo della figura de uinti base liquali una medesima sphera li circonscriua. Et (per la quinta di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron & lo triangolo di quello ycocedron, sono circondutti dal medesimo cerchio, & sia lo penthagono, a, b, c, d, e. & lo triangolo, a, f, g, & lo angolo, a, del penthagono sia sottotesa la linea, b, e, laquale (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo) sarà el lato del cubo: che circonclude la medesima sphera. Adonque sia tirato lo diametro, a, h, k, elqual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una & l'altra delle due linee, b, e, & f, g. l'una in ponto .l. & l'altra in ponto .m. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycocedron (delli quali el penthagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) è si come della linea .b.e. (che è lato del cubo circonduso dalla medesima sphera, alla linea, f, g, che è lato del triangolo del ycocedro.) Perche (per el correlario della .8. del .13.) è manifesto, che la linea, h, m, è la mità della linea, a, h, E però la linea .a.m. sarà el dodrante del diametro, a, k. (perche la è li tre quarti di quello.) Sia adonque la .l.n. doppia alla .n.e. et la .b.n. sarà lo dextante della .b.e. perche la è li cinque sesti di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che perviene dalla, a, m, in la, b, n, sarà equale al penthagono .a.b.c.d.e. & quello che perviene dalla, a, m, in la, m, f, è equale al triangolo .a.f.g. Adonque (per la prima del sesto) la proportione del penthagono al triangolo, e si come la, b, n, alla, m, f, per laqual cosa el quincuplo di quel penthagono al uigintuplo di questo triangolo è si come el dodecuplo della linea, b, n. al uigintuplo della linea, m, f, laqual cosa è manifesta (p la .15. propositione del quanto libro) & per la equal proportionalità) & lo dodecuplo del la, b, n, è si come el decuplo della, b, e, perche dodeci dextanti se equalliano a diece assi (cioè diece tutti) & lo uigintuplo della, m. f, è si come el decuplo della, f, g, perche la, f, g, è doppia alla .m. f. Adonque el dodecuplo de questo penthagono; al uigintuplo di questo triangolo e si come el decuplo della, b, e, al decuplo della .f.g. Et perche el dodecuplo di quel penthagono, e tutte le superficie del dodecedron. Et lo uigintuplo di questo triangolo e tutte le superficie del ycocedrō. Et perche (per la .15. propositione del quinto) el decuplo della, b, e, al decuplo della, f. g, è si come la, b, e, simplice alla, f, g, simplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la proportione de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycocedron (tolte insieme) sarà si come della, b, e, alla, f, g, & questo è quello che bisognaua dimostrare.

Theorema .9. Propositione .9.

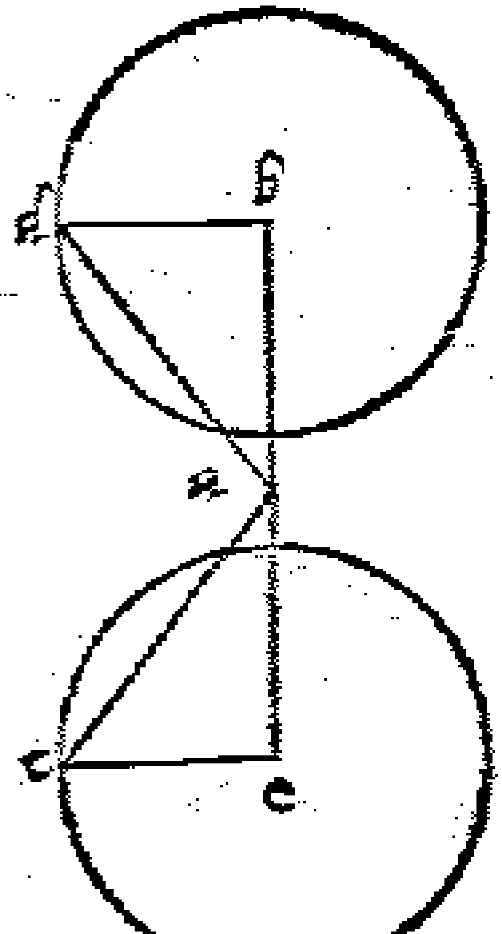
9/o Qualonque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de uinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a, b, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estre-

a.b.fiano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che cōtiene la linea.a.b.è un cerchio, & il centro di quello è il ponto,c.cioè quel medesimo che è centro della sphera, Ma sel centro della sphera sarà fuora della superficie segāte, adonque sia posto che sia el ponto.d.(sia doue si uoglia (dal quale (secondo la dottrina della undecima del .11.) sia dutta la linea.d.c. perpendicolare alla superficie segante, et dal medesimo centro,d,sian protratte due linee rette (cascbuno come si uoglia) alla linea,a,b,lequale siano,d,a,& ,d,b,& sia congionto,c,con,a,et cō,b,& le due linee,d,a,& ,d,b,saranno equale,impero che quelle uengono dal centro della sphera alla superficie di quella, Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli,d,c,a,& ,d,c,b,sono retti, E però (per la penultima del primo et (per questa communa scientia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equali.) Li quadrati delle due linee,c,d,& ,c,a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee,d,c,& ,c,b,tolti insieme : adonque leuado uia da l'una banda & da l'altra lo quadrato della,d,c,lo quadrato della.c.a.sarà equale al quadrato della.c.b. Per laqual cosa etiam la linea,c,a,sarà equal alla linea,c,b, per lo medesimo genere de argumentatione è necessario che tutte le linee dutte dal ponto.c.alla linea,a,b,esser equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea,a,b,è un cerchio et il centro di quello è il ponto,c,che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio,el centro della quala è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare dutta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equali le perpendicolare dutte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.

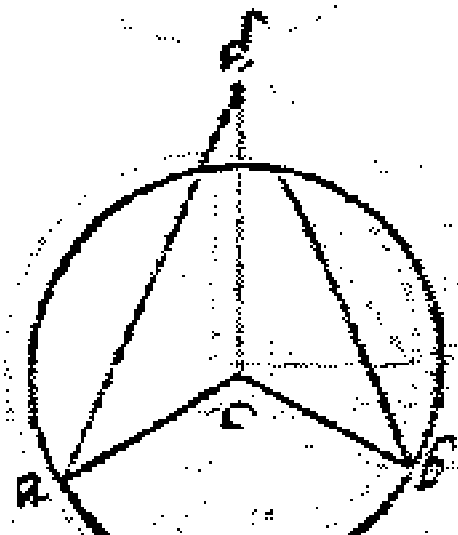


Sia in la sphera (della quale el centro e.a. Signati li dui cerchij, b, & , c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera cioè dal ponto, a, (si come insegna la 11. del 11.) a l'uno sia la linea.a.b.a l'altro la linea,a,c. Dico che le due linee, a.b. & .a.c. sono equale perche se siano protratte dalli ponti.b. & .c. alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia,b,d,& l'altra,c,e,& sia gionto,a,con,d,& con.e. E (per la diffini-

come di qualunque due linee (de l'una a l'altra) de lequale l'una possi sopra tutta qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione verbi gratia stante li medesimi presuppositi circa alle linee, a, b, h, & K, & sia tolta ancora qualunque altra linea (laqual sia l.m.) diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto, n, & la maggior parte sia la l.n. Et sia la .p. potente sopra tutta la l.m. & sopra la l.n. maggior parte di quelli & la linea q. sia potente sopra tutta la l.m. & sopra la m.n. minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della p. alla q. è si come della, h, alla, k, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, h, a, alla, a, c, è si come della l.m. alla l.n, adonque (per la prima parte della vigesima seconda del sesto) del quadrato della, h, a, al quadrato della, a, c, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della n. l. per laqual cosa congiontamente del quadrato della h. al quadrato della .a.c. e si come del quadrato della .p. al quadrato della l.n. Et premutatamente del quadrato della, h, al quadrato della .p. è si come del quadrato, a, c, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della k. al quadrato della, q, è si come del quadrato della, c, b, al quadrato della, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della vigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, c, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, c, b, al quadrato della, m, n, (per la 11 del 5.) lo quadrato della, h, al quadrato della, p, è si come el quadrato della k. al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della h. alla p. è si come della, K, alla, q. Et premutatamente della, h, alla, k, si come della p. alla q. laqual cosa era da dimostrare.

Hora, accio che alcun loco de dubitatione non ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, hauemo imaginado di mandar auanti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose sequente rimaneranno ferme stabile per dimostrationi.

Se alcuna superficie piana, segharà qual si voglia sphera, la comune settione della superficie piana che segha, & della superficie curua della sphera sarà una circonferentia laquale conteneră un cerchio.



Sia adonque alcuna superficie piana che seghi una sphera, & sia la linea curua .a. b. la commune settione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea .a.b. è circonferentia d'un cerchio, perche ouer che il centro della sphera è in la superficie piana che sega ouer che egliè fora di detta superficie. Ma se'l sarà in quella, sia posto doue si voglia, & sia el ponto .c. perche adōque tutta la linea, a, b, è in la superficie della sphera, & perche tutte le linee dutta dal cētro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera seguita che tutte le linee dutte dal ponto .c. alla linea

decedron alla pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron: e si come
la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per
laqual cosa (un'altra uolta per la uigesimaquarta propositione del quinto libro)
la proportione del corpo del dodecedron al uintuplo di quella pyramide della quale
la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron
al uintuplo del triangolo del ycocedron. Conciosia adonque che el uintuplo di que-
sta pyramide sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il uintuplo di questo
triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron. La proportione del corpo
del dodecedron, al corpo del ycocedron, liquali circonclude una medesima sphera)
sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insie
me a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la fissa sen
tentia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione
di questi duoi corpi. Alla quale anchora eglie da esser aggionto questo. Et concio-
sia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron
(quando che insieme siano circonclusi da una medesima sphera) sia si come la pro-
portione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolti insieme a tutte le super
ficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrato in la ot
taua propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del
ycocedro (che una medesima sphera circonuolue) sarà (per la undecima proposi-
tione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscrittibile a quel-
la medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma piu, perche
diuisa (qual si uoglia linea) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istre-
mi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quel
la, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, e si come del lato
del cubo inscritto in alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron cir
cōscritto dalla medesima sphera, (si come fu dimostrado della nona propositione di
questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che diuisa qua-
lunque linea secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la proportio-
ne della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea po-
tente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del cor-
po del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesima sphera li circon-
scriue ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato
del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla mede-
sima sphera circonscritto. Similmente la proportione de tutte le superficie del
dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali siano ambidui circon-
scritti da una medesima sphera. Anchora la proportione della linea potente so-
pra qual si uoglia linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi
estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la mede-
sima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del
corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscriue una medesima
sphera) e una medesima proportione. Adonque è mirabile la possanza della li-
nea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, alla quale con-

ciosia

diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie) l'uno & l'altro di duoi angoli, a, b, d, & a, c, e, è retto, & (per la seconda parte del precedente correlario) è manifesto che li duoi ponti. b. & c. sono cētri di duoi cerchij b. & c. E però le due linee. b. d. & c. e. sono li semidiametri di quegli, iquali cerchij (quādo che sian posti equali.) Seguita (per la diffinitione di cerchij equali) questi semidiametri esser equali, & perche le due linee. a. d. & a. e. sono equale (perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella) le due perpendicolare, a, b, & a, c. saranno equale (per la penultima del primo) laqual cosa bisognaua dimostrare adonque al presente ritornamo al proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (liquali ambidui siano inclusi in una medesima sphera) è si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo è quello che di sopra commemorassemo dapoi la demostratione della prima di questo, per auttorità di Aristeo, & de Apollonio la demonstratione della quale: se caua euidentemente dalle cose che sono poste di sopra: Perche (per la. 5. di questo) è manifesto che li cerchij di quali l'uno circonscriue un penthagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del ycocedron (che una medesima sphera circōscriua ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonscriuano li penthagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello ycocedron cadente in li centri di quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tutti questi cerchij, come testifica la quinta propositione di questo (come è detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li penthagoni del dodecedron: & li coni di quelli sono el centro della sphera. & le pyramide (delle quale le base sono li triangoli del ycocedron: & li coni di quelle sono similmente el centro della sphera) sono equalmente alte: perche le perpendicolari che cascano dalli coni alle base: misurano ouer determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base (si come in la sesta del duodecimo è stato prouado). Adonque la proportione della pyramide della quale la basa e un penthagono del dodecedron, alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedron, è si come del penthagono al triangolo. E però (per la uigesimaquarta propositione del quanto libro) la proportione del dodecuplo di quella pyramide, della quale la basa è uno di penthagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedro, è si come del dodecuplo di quel penthagono a questo triangolo, & queste dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. Et li duodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del do-

linea.b.d. (laquale è si come la mità di quella.) Adonque le due linee.a.d. & b.d. sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque (per la uigesima tertia del decimo) le superficie di l'una di quelle in l'altra è mediale, Et cõciosia che la superficie di l'una di quelle in l'altra sia equale al triangolo,a,b,c, eglie manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

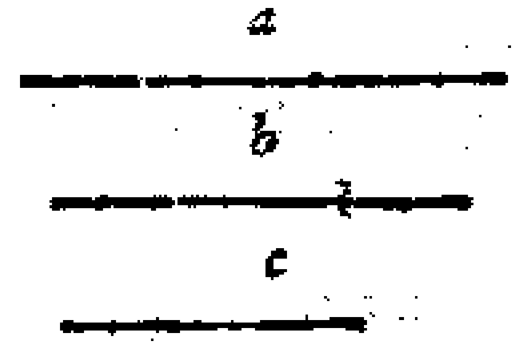
Theorema.13. Propositione.13.

13 Tutte le superficie de qual si uoglia di duoi solidi, diquali l'uno è la
o piramide di quatro base triangolare & equilatere, & l'altro è il corpo di otto base triangolare, & equilatere tolte insieme (se il diametro de la sphera che li circonscriue sarà rationale) componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera (che circonscriue l'uno di questi duoi corpi proposte) sarà rationale, o in longhezza, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo libro) el lato della pyramide sarà rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo) el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base del qual corpo si uoglia de questi duoi: faranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si uoglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si uoglia de quelli (per la uigesima quinta del decimo) faranno componente superficie mediale: si come se propone.

Theorema.14. Propositione.14.

14 Se una medesima sphera circonscriue, il tetracedron & lo ottoce-
o dron, una delle base del tetracedron sarà sesquitertia a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme) a tutte le base del tetracedron (tolte insieme) è necessario hauere proportione sesquialtera.

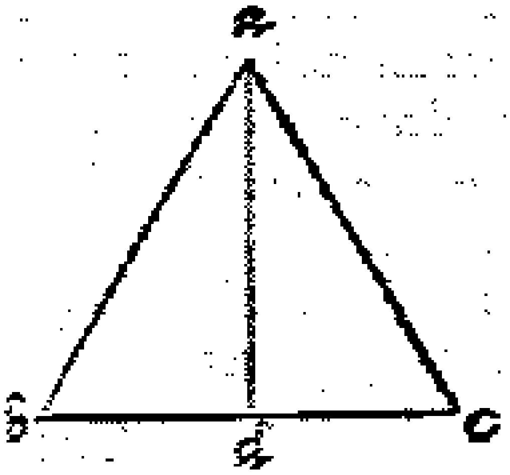


Sia.a.el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia b. & lo ottocedron del quale el lato sia.c. Dico adonque che el triangolo equilatero del quale el lato sia.b.e. sesquitertio al triangolo equilatero dil quale el lato sia.c. Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la.c.e lato è sesquialtera alla superficie che componeno li quatro triangoli equilateri de cadauno di quali la.b.e lato. Perche (per el correlario della decima tertia propositione del terzodecimo) è manifesto che el quadrato della,a, al quadrato della.b.è si come.6.a.4. Adonque al contrario el quadrato della,b.al quadrato della.a.e si come.4.a.6. Et (per el correlario della decima quinta del medesimo) è manifesto che el quadrato della.a.al quadrato della,c,è si come.

tiosta che tutta la moltitudine de philosophanti conuengono in questo principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli principii superiori, che si diuersi solidi de grandezza come de numero di basi, si etiam de figura, concordi rationabilmente una irrational concordia: certamente egliè stato dimostrado, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo ycocedron (che circonscriuia una medesima sphera) è si come la proportione della linea potente sopra qualunque linea diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari non hauemo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa de quelli.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11/0 In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condutta una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conuien esser sesquialtero in potentia a essa perpendicolare.



Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & del angolo, a, sia condutta la linea, a, d, perpẽdicolare alla basa, b, c, Dico che lo lato a, b, è potentialmente sesquiterzo alla. a. d. Perche (per la quinta del primo) li duoi angoli. b. & c. sono equali, & perche li angoli che sono al. d. sono retti (per la uigesima sesta del primo) la linea, b, c, e diuisa in due parti equali in ponto. d. Adonque (per la quarta del secondo) lo quadrato della, b, c, è quadruplo al quadrato della, b, d, E però etiam lo quadrato della. a, b, è quadruplo al quadrato della. b. d. (perche el triangolo è equilatero) per laqualcosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee. a. d. & . b. d. tolti insieme, sono quadrupli al quadrato della. b. d. Adonque lo quadrato della. a. d. è treppio al quadrato della. b. d. Adonque è manifesto il proposito.

Thorema. 12. Propositione. 12.

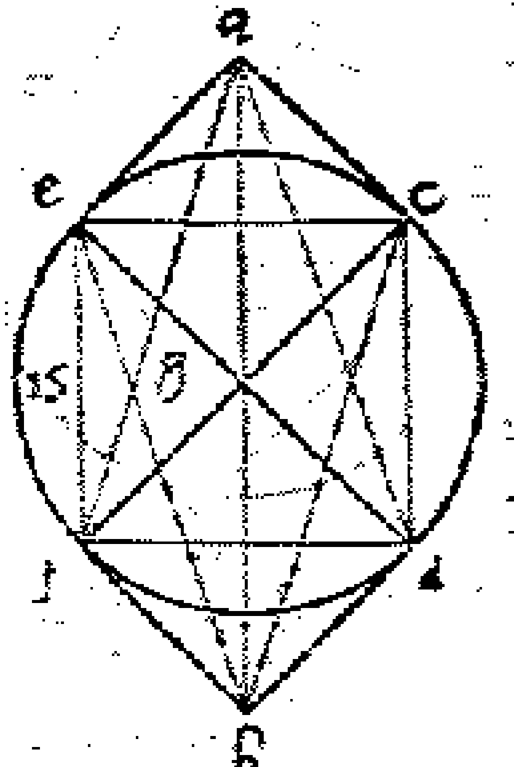
12/0 La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato è rationale, se approua esser mediale.

Sia come prima el triangolo. a. b. c. equilatero: & lo lato. a. b. di quello sia rationale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo, e superficie mediale, Perche se sia dutta dal angolo. a la perpendicolare. a. d. alla basa (per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale) lo quadrato della linea. a. d. sarà rationale & la linea, a, d, sarà rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nona del decimo, mediante la precedente) sarà incommensurabile alla linea. a. b. E però etiam alla

Et perche li quattro ponti.a.b.c.d. sono in la superficie della sphera (el centro della quale è il ponto.f.) (Per questo che egliè stato posto quella sphera circonscriuer questa pyramide) tutte le quattro linee.f.a.f.b.f.c.f.d. Sarāno fra loro equale, perche sono dutte dal centro della sphera, alla superficie di quella. Adonque perche li duoi lati.a.f.& f.b, del triangolo.a.f.b. son equali alli duoi lati.a.f.& f.c. del triāgolo.a.f.c.& la basa.a.b. alla.a.c. (Perche la pyramide fu posta equilatera) lo angolo.a.f.b. (per la ottaua del primo) sarà equale a l'angolo.a.f.c. E però (per la decimatertia del primo) anchor a lo angolo.b.f.e. sarà equale a l'angolo.c.f. E per lo medesimo modo tu approuerai l'angolo.d.f.e. esser equale al angolo.c.f.e. Perche egliè necessario (per la ottaua del primo) che lo angolo.a, f.e. sia equale al angolo a,f,d, per laqual cosa (per la.13.del primo) anchor a l'angolo,c,f,e, sarà equale a lo angolo.d.f.e. Adonque li tre angoli,b,f,e,c,f,e,d,f,e, sono fra loro equale: protratte adonque le linee,e,b,e,c,& ,e,d, seguita (per la.4.del primo tolta due uolte) quelle esser fra loro equale. E però (per la nona del terzo) el ponto,e, è centro del cerchio b.c.d. E perche la perpendicolar dutta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio (si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioè come intendesti da quelli antecedenti liquali precedeno immediate la decima di questo) se conuence la linea,a,f,e, esser prependicolare alla superficie del cerchio.a.b.c. si come se propone, Essendo altramēte (per lo auersario) saranno duoi centri del medesimo cerchio laqual cosa la natura si come impossibile nol patisse.

Theorema. 16. Propositione. 16.

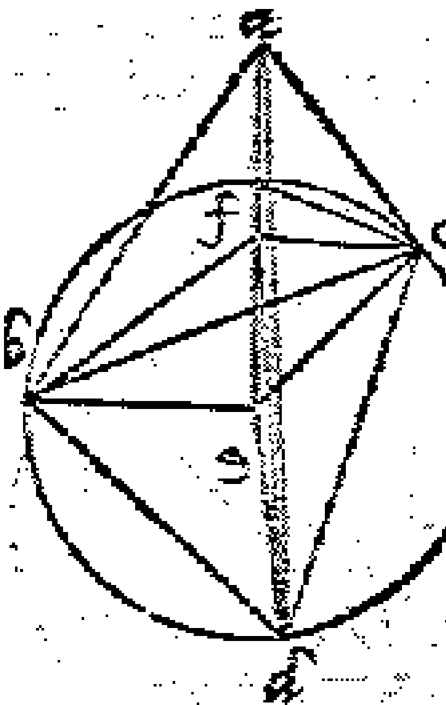
16 El solido de otto base triangolare, & eqdilatere, elquale, sia circon-
o scritto di alcuna sphera, e diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. Et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, elquale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.



Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatere) li sei angoli del quale siano,a,b,c,d,e,f,) circonscritto da una sphera el centro della quale sia el ponto,g. Adonque è manifesto che li sei ponti,a,b,c,d,e,f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il ponto.g. Adonque congiongendo el ponto,g, con cada uno di questi sei ponti, le linee congiongente quello sarāno fra loro equale, conciosia che quelle siano dutte dal centro della sphera alla superficie: & conciosia che (per el correlario della decimaquinta del terzo decimo) el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo (per la quarta del secondo) el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al semidi ſi come.6.a.3. Adonque (per la equal proportionalità) el quadrato della.b. al quadrato della,c, è ſi come.4.a.3. & lo quadrato della,b, al quadrato della,c, è ſi come el triangolo equilatero (del quale el lato,e,b,) al triangolo equilatero del quale el lato è.c. Perche da l'uno a l'altro è ſi come la proportione della.b. alla.c. duppliçada (per la ſeconda parte della decima ottaua del ſeſto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato è la,b, al triangolo equilatero del quale el lato e la.c. e ſi come 4.a.3. Per laqualcoſa è manifeſto la prima parte del propoſito, della quale ſe caua euidentemente la ſecõda. Perche (per la conuerſa proportionalità) lo triãgolo equilatero del quale el lato e la,c, al triangolo equilatero del quale el lato e la,b, ſarà ſi come tre a quatro. E però lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la,c, al quadruplo del triãgolo equilatero del quale el lato e la.b. è ſi come lo ottuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioè ſi come de.24.a.16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato è la, c, è tutte le baſe del ottocedron del quale la,c, è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la.b. è lato e tutte le baſe della pyramide della quale la,b, è lato, & perche la proportione de uentiquattro a ſedeci e ſeſquialtera, ſeguẽta, che la ſuperficie che componeno tutte le baſe del ottocedron del quale la.c. è lato alla ſuperficie che componeno tutte le baſe della pyramide della quale la,b, è lato è ſeſquialtera ſi come fu detto in la propoſitione.

Theorema.15. Propoſitione.15.

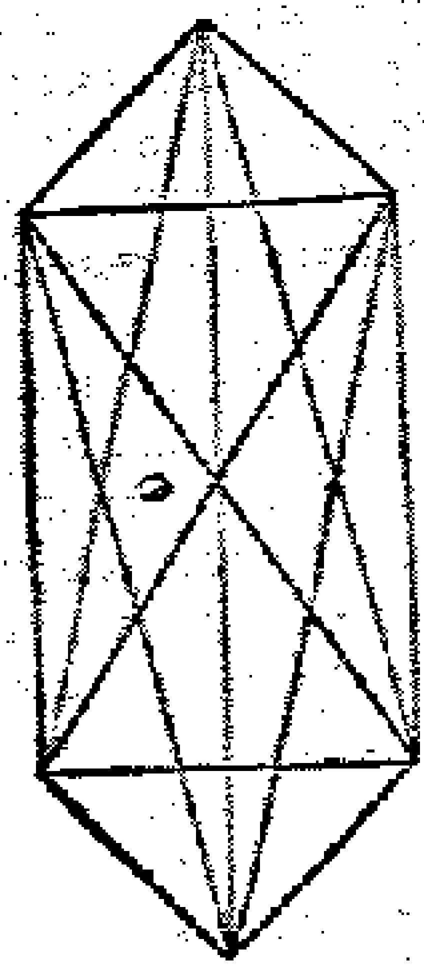
15 o Della piramide di quattro baſe triangolare & equilatere, collocata dentro di una ſphera, ſe da uno di ſuoi angoli ſia cõdutta una linea retta, per el centro della ſphera, alla baſa, quella è neceſſario caſcare in el centro del cerchio che circonſcriue la baſa, & ſtare perpendicolarmente dentro alla medeſima baſa.



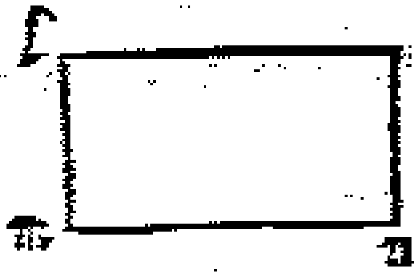
Sia la pyramide,a,b.c,.d, di quatro baſe triangolare & equilatere collocata dentro di una ſphera, el centro della quale ſia.f. Et conciosia che cadauno di quatro angoli di queſta pyramide pol eſſer cono di quella, & cadauno di quatro triangoli pol eſſer baſa. Al preſente imaginemo lo angolo,a, ſolido di quella eſſer el cono, et lo triangolo,b.c.d, imaginamo eſſer la baſa. Anchora a queſta baſa intẽdemo eſſerli circonſcritto il cerchio,b.c.d. Et da poi dal ponto.a. (el quale hauemo imaginato cono della pyramide) conducemo alla baſa.b.c.d. una linea retta, che tranſiſca per el ponto.f. (che è cẽtro della ſphera che circõſcriue la pyramide della qual diſputamo) e queſta linea occorra alla ſupficie.b.c.d. (laqual hauemo imaginata baſa della pyramide) ſopra el põto.e. Dico adõque che el põto.e. è cẽtro del cerchio.b.c.d.e che la linea,a.f.e. è perpẽdicolare alla ſuperficie.b.c.d. E per dimoſtrar queſto produrò le linee.f.b.f.c.f.d.

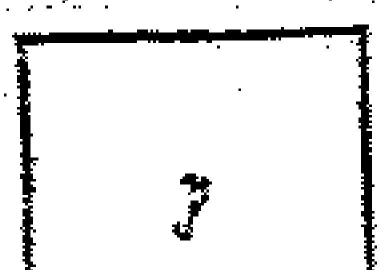
Et

perche se imaginemo l'angolo solido. a. esser cono della pyramide. Et la basa della pyramide (della quale el lato è la. d. c.) segare el diametro della sphera in ponto. f.



Et (per la argumentatione della decimaterza del terzodecimo) sarà manifesto si come la. a. f. è doppia alla. f. b. Et cōciosia che anchor la. a. b, sia doppia alla, b, b, (per la. 19. del quinto) la. b. f. sarà doppia alla. b. f. Et però la. a. f. sarà quadrupla alla. f. b. Adōque imaginemo una superficie segāte la pyramide. a. c. d. sopra il cētro della sphera equidistantemente alla basa di quella & sia la linea. g. K. la cōmune settione di questa superficie, & del triangolo, a, c, d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportione della, c, a, alla a, g, sarà si come della, f, a, alla, a, b. Adonque della c, a, alla, a, g, sarà si come da quattro a tre. Perche (per la euersa proportionalità) cosi è della. f. a. alla. a. b. Anchora è manifesto, (per la seconda parte della uigesima nona propositione del primo libro,) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto et per la diffinitione delle superficie simile: & di corpi simili) che la pyramide, a, g, k, è simile alla piramide, a, c, d. E però (per la ottaua propositione del duodecimo) la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, K, e si come della c. a. alla. a. g. treplicada per laqual cosa è si come quella de quattro a tre treplicada: & è manifesto (per la secōda propositione del ottauo) che la proportione de quattro a tre treplicada, e si come de sessantaquattro a uentisette. Adonque la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, K, e si come de sessantaquattro a uintisette. Sia adoq; fatto el triāgolo. q. r. s. equilatero, da una linea equale alla a, g, laqual è manifesto esser el dodrāte de la linea a, c, & sia produtta la linea, q. t. perpendicolare alla. r. s. Et (per la undecima propositione di questo libro,) la linea, q, t, sarà potentialmēte subsesquitertia alla linea, q, r. E però (sarà equale alla, l, m. Ancora sia zgionto alla linea, r, s, la linea, s, x, talmente che la proportione della, r, x, alla, r, s, si come de sessantaquattro a uinti sette & sia diuisa la. r. x. in due parti equali in ponto, u, acciochè la, r, u, sia trentadoi di quelle parti delle quale la, r, s, e uentisette ouer che la, r, x, ne è sessanta quattro & la. r. u. sarà equale alla. m. n. & sian dutte le linee. q. u. & . q. x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportione del triangolo. q. r. x. al triangolo. q. r. s. sarà





r.s.sarà si come de sessanta quattro e uinti sette. Et conciosia che (per la medesima) lo triangolo.q.r.x.sia doppio al triãgolo.q.r.u.& (per la 41. propositione del.1.) quello che uien fatto dalla.q.t. in la.r.u. si è anchora doppio al triangolo.p.r.u. quello che uien fatto dalla.q.t.in la.r.u.(& quello è equale alla superficie.l.n.) sarà equale al triangolo,q,t,x. Per laqual cosa la proportione della superficie, l, n, al triangolo,q,r,s,è si come sessanta quattro a uinti sette è però si come della pyramide,a,c,d,alla pyramide.a.g.k.et è manifesto (per la 15.propositione di q̃sto) che la linea,a,f,e perpendicolare alla basa della pyramide,a,c,d,e però (per la 19.propositione del 11.) la linea,a,b, è etiam perpendicolare alla basa della pyramide,a, g,K,adonque la altezza della piramide,a,g, k, è el semidiametro della sphera. Adonque sia diuiso lo ottocedron, e si come propone la precedente. Adonque l'una e l'altra delle due piramide in lequal uiẽ diuiso esso corpo,e,sarà equalmẽte alta alla pyramide.a.g.k.perche la altezza di cadauna è el semidiametro della sphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del 12.fu dimostrado) la proportione del la pyramide.a, g. k. a l'una e l'altra de quelle in lequale è diuiso lo ottocedron, e, si come della basa di quella alle base di quelle. Per laqual cosa (per la 24.del.5.) la proportione della pyramide,a,g,k, a tutto lo ottocedro,e,si come della sua basa (laquale è manifesto esser equale al triangolo,q,r,s,(alle base de ambedue la pyramide in lequale è diuiso lo corpo.e.tolte insieme, laquale è manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioè el quadrato,p,Adõque perche la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide,a, g, k, è si come del triangolo ouer del tetragono,l,n,al triangolo,q,r.s,cioè come de sessanta quattro a uinti sette & della pyramide,a,g,K,al ottocedro è si come del triangolo, q,r, s,al quadrato,p,(per la equal proportionalità) la proportione della pyramide,a,c, d,al ottocedro,e, è si come del tetragono, l, n, al quadrato, p, & questo era da dimostrare.

Correlario.

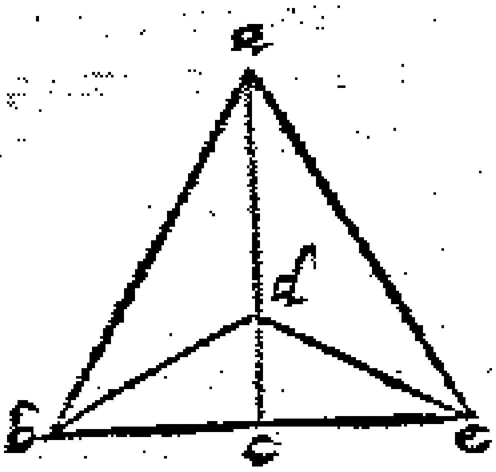
Adonque per le cose poste di sopra è manifesto che la perpendicore che uien dal centro della sphera,che circonscriue la piramide di quatro base triangolare,e equilatere,a cadauna delle base di essa piramide e equale alla sesta parte del diametro della sphera.

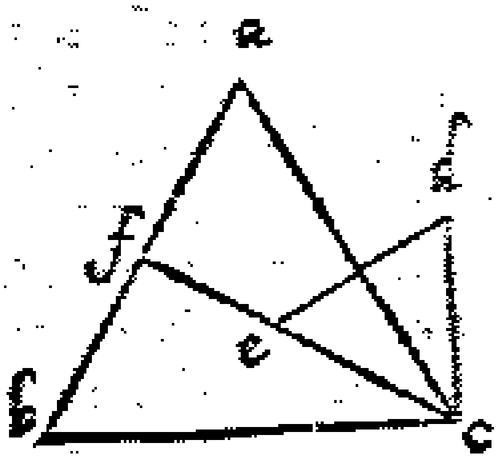
Perche conciosia che tutti li triangoli che circõdano la pyramide siano simili,et equali. Anchora li cerchij che circonscriuono quelli saranno equali. E però le perpẽdicolar condutte dal centro della sphera a quelli medesimi cerchij (in li cẽtri di quelli) saranno etiam equale. E le perpendicolar cadente alli detti cerchij sono perpendicolare alle base della piramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale. Ma la linea,b,f,è perpendicolare alla basa della pyramide,a,c,d, laqual, b.f. perche (dalle cose predette) è manifesto esser la sesta parte del diametro.a.b. Adonque rimane esser il uero quello che se conclude per el correlario.

Il

Il medesimo se conviene dimostrare, altramente dovendo esser questo antecedē te ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendicolare che vien dal centro del cerchio che circonscrive esso triāgolo, a cadaun lato di quello.





Hor sia el triangolo,a,b,c,equilatero, & sia.d. el centro del cerchio che'l circonscrive, dal qual siano condutte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto essere equale, conciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre ponti. a.b.c. sono in la circonferētia del cerchio che circonscrive esso triangolo, Et sia protratta la.a. d. in continuo e directamente per fina che la pervenga al lato, b, c, sopra el ponto.e. Adonque (per la ottava propositione del primo) è manifesto che l'angolo.a.d. b. è equale al angolo.a.d. c. e però (per la decimatertia propositione del primo) l'angolo.b.d.e, è equale al angolo.c. d.e.per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la. b.e.è equale alla.e.c. & li angoli che sono al.e. sono retti. E però la,d.e. (laquale vien dal centro del cerchio che circonscrive lo triangolo.a. b. c.) e perpendicolare alla.b.c. & la.a.e. (laqual vien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta.b. c. Dico adonque che la.a. e.è treppia alla.e.d. Perche egliè manifesto che el tetragono che vien fatto dalla. d. e. in la,e. b. è equale al triangolo.b. d.c. Lo tetragono anchora che vien fatto dalla.a.e. in la.e.b. è equale al triangolo, a, b, c, & perche el triangolo, a, b, c, è treppio al triangolo, d, b, c, & lo tetragono che vien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è treppio a quello che vien fatto dalla.d.e. in la.e.b. Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della, a, e, in la, e, b, al tetragono della, d, e, in la, e, b, e si come della, a, e, alla, e, d, la, a, e, sarà treppia alla, e, d, si come se propone.

Correlario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, trāsica per el centro del cerchio che circonscrive quel tal triāgolo.

Adonque assolvemo al presente quello che havemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triangolare, & equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo, a, b, c,) esser circonscritto della sphera

della

della quale el centro è el ponto, d, Et sia protratta la linea, d, e, perpendicolare alla superficie del triangolo, a, b, c, laqual è manifesto cascare in el centro del cerchio, che circonscriue el detto triangolo. Dico adonque la linea, d, e, esser la parte del diametro della sphera, che circonscriue la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d, c, & la linea, c, f, perpendicolare alla linea, a, b, laqual, c, f, per el precedente correlario) è manifesto quella transire per el ponto, e, & (per il premesso antecedente) esser treppia alla, e, f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro è il ponto, d,) è. 36. el quadrato del semidiametro, d, c, è, 9, & (per el correlario della decimatertia del terzodecimo) lo quadrato della, b, c, è. 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c, f, e. 18. & (per lo precedente antecedēte) lo quadrato della, c, e, è. 8. Adonque perche quando che il quadrato del diametro dalla sphera è. 36.) lo quadrato della. d. c. è. 9. et lo quadrato della. c. e. è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, uien a rimaner uno per il che seguita che la linea, e, d, è uno quando lo diametro della sphera è. 6. laqual cosa bisognaua dimostrare: & per lo medesimo genere de demostratione da noi se dimostrarà che el semidiametro della sphera che circonscriue el corpo di otto base triangolare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscriue esso corpo) a caduna delle sue base. perche (si come è detto per auanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonscriuono quelle saranno equali: E però le perpendicolare che cadono dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et conciosia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: seguita che la perpendicolare che ueneno dal centro della sphera a caduna basa sianno equale, Essendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, rimarrà esser il uero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a, b, c, una delle sue base del ottocedron circonscritto dalla sphera della quale el centro, e, d, & siano fatte tutte le altre cose come per auanti. Conciosia adonque che (per el correlario della decimaquenta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, seguita che'l lato del ottocedron sia potentialmēte doppio al semidiametro della sphera, e però quādo el quadrato della linea. b. c. è 12. lo quadrato della linea, d, c, (che è el semidiametro della sphera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della. b. c. è. 12. lo quadrato della. c. f. è. 9. (per lo premesso antecedente) lo quadrato della. c. e. è. 4. & perche per la penultima del primo) lo quadrato della. d. c. è equale alli quadrati delle due linee. c. e. & e. d. seguita che el quadrato della. e. d. è. 2 quando el quadrato della. d. e. è. 6. Adonque è manifesto quello che hauemo detto.

Theorema. 18. Propositione. 18.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscriue el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora

chora la perpendicolare , che uien produtta dal centro della sphera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuence de necessità esser equale alla mità del lato del medesimo cubo.

Perche egliè manifesto (per el correlario della decimaquarta del 13.) che el diametro della sphera (che include quel cubo) è treppio in potentia al lato del cubo, conciosia adonque che el quadrato del diametro della sphera sia treppio al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale al sessuplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati liquali sono produtti dal lato del cubo dutto in se medesimo. Adonque el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto è manifesto la prima parte, & la seconda facilmente approuerai (per la 18. & 19. & 41. del undecimo libro.

Correlario.

Adóque da queste cose dimostrate è necessario accadere questo, che della mità del lato del cubo in Bisse del quadrato del diametro della sphera, che circonda quel cubo, sia produtto la solidata del cubo.

Il Tradottore.

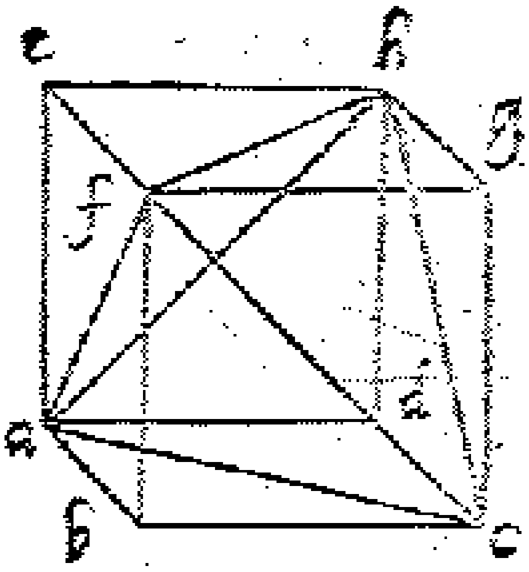
Quello che conchiude questo correlario ha debisogno di un poco de dimostratione cioè che'l dutto della mità del lato del cubo in bisse (cioè nelli duoi terzi) del quadrato del diametro della sphera che circonda quel cubo: produrà la quantità corporale del detto cubo : ilche se manifesta in questo modo . Se dal centro della sphera, (ouer del cubo) a ciascaduno angolo del cubo (liquali sono otto) sia tirata una linea retta mentalmente se uederà il detto cubo esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo , ouer della sphera & la basa di cadauna uerrà a esser una delle superficie quadrate del cubo & la perdicolare di cadauna di quelle sarà (per le cose prouate di sopra) la mità del lato del cubo. Et perche il dutto della detta perpendicolare in la quantità della sua basa produrà (per le cose dimostrate sopra la 8. del 12.) la quantità corporale di tre pyramide , adonque el dutto della detta perpendicolare nella quantità de due base produrà la quantità corporea di sei pyramide (cioè di tutto il cubo,) & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la sphera (per le cose dimostrate di sopra) è quanto le dette due base el correlario uien a esser manifesto.

IL FINE DEL DECIMOQVARTO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVINTO DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMAtione di cinque corpi regolari & della difficilima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema.1. Propositione.1.

1 Dentro a un proposito cubo, possemo designare el corpo che ha qua
1 tro base triangolare, de lati equali.



SIA un cubo. la basa del quale è il quadrato.a.b.c.d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato.e.f.g.h. E quello conviensi fabricare con questa arte: al quadrato della basa descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantità di qual linea si voglia) sopra cadauno di suoi angoli, sia erigato un catheto (per la duodecima propositione del undecimo libro) secõdo la misura del lato de quel quadrato. liquali catheti (per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto essere equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un contatto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quattro superficie laterale di quello, sono quadrate (per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata (per la decima propositione anci piu presto per la uigesima quarta del undecimo & per questa communa sententia quelle cose che sono equale a cose equale anchora fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.

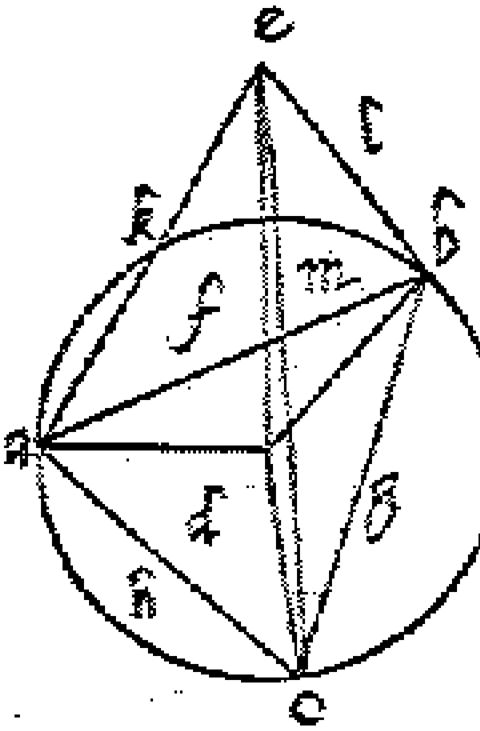
Se adonque desideri de inscriuere a questo cubo, el corpo di quatro base triangolare & equilatere in la basa & in la superficie suprema di quello siano protratti li duoi diametri di quali l'uno continui le due estremità insieme de duoi catheti, & l'altro continui le supreme delli altri duoi, e l'uno di quali sia il diametro.a.c. e l'altro sia il diametro.b.f. e dapoi questo dalli duoi põti.b. & .f. (che terminan lo diametro della superficie suprema tirarai ypothemissalmente duoi e duoi diametri che diuidano le quattro superficie laterale delli quali li duoi siano,b,a, & ,b,c, et li altri duoi siano.f.a. et f.c. è fatto questo in atto ouer cõ l'animo, tu uederai dalle sei linee diagonale (che diuidono le superficie del cubo) esser perfettamẽte fatta la piramide di 4 base triangolare: laqual (per la diffinitione) è manifesto esser inscritta in lo proposto cubo) e le base di questa piramide è manifesto esser equilatere: imperoche (per la 4. propositione del 1.) tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

Il Tradottore.

La replicata fabrication del cubo posta nel principio di questa espositione & similmente delli altri quattro corpi, poste nelle sequente propositioni se ritrova solamente nella prima tradottione.

Problema.2. Propositione.2.

2/2 Dentro a un dato corpo di quattro base triangolare equilatere, possemo descriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.



Se dentro una pyramide di quattro base triangolare equilatere vorai descriuere lo ottocedron, prima si conuien fabricare quella tal piramide laquale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia statuido uno triangolo equilatero (secondo la quantità di qual si voglia linea) el qual sia lo triangolo.a.b.c. a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el centro. d. & tirasi la linea.d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo) laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c. & dal ponto.e. siano tirate le tre ypothumisse che cadeno sopra li tre ponti. a. b. c. Adonque è compita la piramide di quattro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee.d.a.d.b.d.c. Conciosia adonque che li angoli (che contiene la linea.e.d. con cadauna delle linee.d.a.d.b.d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea,e,d, sia doppia dal presupposito) al quadrato del semidiametro del cerchio, a,b,c, (per la penultima propositione del primo) lo quadrato de cadauna delle tre linee.e.a.e.b.e.c. ypothemisale sarà treppio al quadrato del semidiametro del cerchio.a.b.c.ma (per la ottaua propositione del terzodecimo.) Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo.a.b.c.è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata piramide: sono fra loro equali: per laqual cosa quella è de base equilatere. Quando adonque vorremo includere in quella un ottocedron: divideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li ponti di mezzo di cadauno lato: con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri duoi lati, con liquali esso contiene angolo superficiale verbi gratia, diuiderò li lati della basa in li ponti.f.g.h. & le ypothemisse che cadono dal.e. in li ponti.k.l.m. et continuarò lo ponto.f. col ponto.g. & con.h. & con.k. & con.l. Et lo ponto.m. con li medesimi.g.h.k.l. & g.con.h. & con.l. & .k.con li medesimi.b. & l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodice linee congiongenti li ponti medij di lati della fabricata pyramide & questo otto base (per la quarta propositione del 1. repetita quante volte bisogna) è manifesto esser equilatere, anchora è ra è manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la statuita pyramide si come fu proposto di fare.

Il Tradottore.

Volendo cō breuità trouar la linea.d.e.cioè una linea che sia doppia in potētia al semidiametro dil cerchio che circonscriue el triangolo.a.b.c., farai uno angolo retto con le due linee.g.h.&.h.i.& che ciascuna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio (che circonscriue el detto triangolo a.b.c.) da poi tirarai la ypothemissa.g.i.& questa ypothemissa.g.i.e quella che cercamo cioè che serà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima propositione del primo libro) è manifesta, perche seciascuno di duoi lati.g.h.&.h.i. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea.g.i. è equale alli quadrati delle due linee.g.h.&.g.i.tolti insieme (per la detta penultima propositione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea.g.i. sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee,g.h.ouer de.h.i.è consequentemente el quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.

Problema.3. Propositione.3.

3
3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioè intendemo de inscriuere lo ottocedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo: in quello (per la prima propositione di questo libro) sia designato la pyramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia descritto lo ottocedron, & fatto questo sarà etiam insieme fatto quelle che uoleuamo. Perche (per la argumentatione della prima) tutti li lati di essa pyramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: & (per la argumentatione della precedente) è manifesto tutti li angoli del ottocedron destinti in essa pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per laqual cosa è manifesto, tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque (per la diffinitione) hauemo il proposito. A concludere el medesimo altramente: trouato li centri di tutte le base del cubo (si come in la nona del quarto, fu fatto) dal centro della suprema superficie di quello: tira quattro ypothemisse alli centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della infima, leua quattro altre ypothemisse alli centri delle medesime quattro superficie laterale. Anchora continua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale con quattro linee rette. cioè talmente che continuamo solamente li centri di quelle che fra loro si segano, uerbi gratia tu giongerai el centro di quella dauanti con il

centro della destra, & con el centro della sinistra ancbora il centro della ultima
(cioè di quella di dietro) tu lo aggiongerai cō li medesmi, cioè con il centro della de
stra, & con il centro della sinistra. Tu barai adonque un corpo de otto base triango
lare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li centri delle su
perficie dil cubo. Se adonque vorrai provare queste base esser equilatere: dalli cen
tri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cubo, lequale ne
cessariamente dividerano li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte
della terza propositione del terzo libro (laqual cosa è chiara se a cadauna del-
le base del cubo circonscriverai un cercbio, e però egliè manifesto quelle concorrere
a due a due sopra uno medesmo ponto in li lati del cubo, e quelle (per la secōda par
te della decimaquarta propositione) del terzo libro) è manifesto esser fra loro equa
le: et equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della vigesima ottava pro
positione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mità del la
to del cubo. Adonque (per la decima propositione del undecimo libro) è manifesto,
le due e due di quelle che concorrano sopra un medesmo lato, del cubo in el pōto me
dio di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono
quadrate. Per laqual cosa adonque quelle dodeci linee che continuano li centri
delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che conteneno queste linee con
corrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo: quelle saranno
(per la quarta propositione del primo, over per la penultima del primo) fra loro e-
guale. Adonque in el proposto cubo è designato el corpo de otto base triangolare et
equilatere come bisogna fare.

Problema. 4. Propositione. 4.

$\frac{4}{4}$ Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere
voi figurare un cubo.

El corpo di otto base triāgolare equilatere con dottrina fabricarai in questo mo-
do. Divide qual si voglia linea eretta in suso perpendicolarmente sopra alcun pia-
no, ī due parti equali, et dal ponto medio di quella, ne caverai due linee una di qua
e l'altra di là perpendicolare alla prima linea, lequale insieme compongano è fac
ciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano: cioè la prima, laquale
è eretta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella ortbo-
gonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situade (per la prima parte della
seconda propositione del undecimo) in una medesma superficie. A quella super-
ficie adonque (in laquale sono situade) sopra el ponto commune della settione di
quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undeci
mo (laqual farai penetrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte
le sei parti di queste tre linee dal ponto in elquale fra loro se segano equale, talmen
te che cadauna dividi cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, &
conciosia che siano tre: ciascune due di quelle contegneranno a angoli retti: el fa-
cendo e venerando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea
eretta

eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothemisse alle istremità delle due linee che segbano quella. poi dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, eleua quattro altre ypothemisse alle medesime istremità delle due linee segante. ultimamente continua anchora le istremità di queste ypothemisse con quattro linee, lequale contegono uno quadrato, & queste dodice linee, cioè le quattro ypothemisse, che discendono dalla superiore istremità ouer ponto della linea eretta perpẽdicolare, e le quattro che sono eleuate (dalla inferiore istremità ouer ponto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che continuano ouer cōiungano le istremità di queste ypothemisse (per la penultima propositione del primo) senza altra agionta) piu uolte repetita) saranno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesime contenere otto base triangolare, & equilatere. Se adonque te dileta de inscriuere in questo corpo, un cubo, bisogna trouare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) et da poi trouadi, quelli continua con dodeci linee in questo modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulado per linea retta con il cētro di quelli tre che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa nō è molto atta de dipingere in piano, E però resta che quello che se dice che tu uedi con la mēte, et quello se ti pare comperai in atto ouer in opera et uederai le dodice linee che in tal modo continuano li centri di questi triangoli contenere un cubo, elquale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non saria cubo se tutte le superficie di quello non fussero quadrate. Adonque condurai da cadauno angolo di triãgoli delle superficie del ottocedrõ, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendicolare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & diuidere quelli lati alli quali stãno perpendicolarmente in due parti equali, Et però è manifesto quelle conuenire a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra ilquale stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrade in la decima settima propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli trãsire etiam per le istremità di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose ancora che sono state dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare: che se congiongano a due a due, (per la 8. propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche q̃ste perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circōdano li medesimi angoli, saranno anchora li angoli (che contengono le due e due linee che cadono dalli centri di triãgoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & conciosia che li lati di quel corpo del qual disputamo tẽdano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo incluso esser equilatero etiã rettãgolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu cōuẽcerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le istremità di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) questi angoli esser fra loro equali. Conciosia adonque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessario esser equale (per la ottaua del primo piu uolte rapetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et (per la trigesimasceonda del primo) tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quatro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adoque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate. adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che disopra è stato fatto pateria oppositione, perche el cubo descrito seconda tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base: & in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende: & se debbe intendere, il maggiore che capir ui possa: Hor per inscriuerui il maggiore che capir ui possa duider ai cadauno di quatro lati superiori del otto base, & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & le parti maggiori delli lati di sotto: restino uerso il ponto, ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da puoi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che eglie dalla destra, etiam con quello che eglie dalla sinistra nella parte superiore, & da puoi congiongere etiam quelli quattro della parte inferiore per il medesimo modo. Et fatto questo se trouarà che le dette dodice linee congiongente li detti ponti formarono un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sarà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per uoler diuidere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra: (il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiongerai insieme direttamente in longo, & harai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora diuiderai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterti a del sesto) & harai fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

$\frac{5}{0}$ In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli puo inscriuere una piramide di quattro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base (secondo li precetti della precedente) inscriue un cubo, & in lo cubo inscritto; inscriue la pyramide che si propone, (come insegna la prima di questo) conciosia adonque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come (per demonstratione della prima) è manifesto, & tutti li angoli (per la precedẽte) sono in le superficie del assignato ottocedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramide sono in le superficie del corpo de otto base, alquale proponemo de inscriuere quella per laqual cosa (per la diffinitione) è manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema. 6. Propositione. 6.

6/5 Dentro a un dato dato corpo di uinti base equilatero se puo componere singularmente un corpo di dodice base penthagonale de lati & angoli equali.

Non mostraremo in questo luoco a fabricare el corpo de uinti base, perche eglie assai euidente (per la decima settima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Composto adonque quello come se insegna in la detta. 16. se in quello te dilетta di includere un corpo de dodice base penthagonale & equilatere, eglie da procedere per questa uia. Perche eglie manifesto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere. 60. angoli superficiali, et perche alla constitutione di caduno angolo solido del corpo del ycocedro gli conuengono cinque angoli superficiali (si come se apprende della demonstratione della decima sesta del terzodecimo) quel corpo adonque è manifesto esser compito da dodeci angoli solidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli (si come fu fatto in la propositione anciana alla precedente) che terminano tutto lo ycocedron: quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi caduno centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con liquali communica un lato. Quando adonque tu hauerai fatto questo: tu uederai da quelle. 30. linee esser constituido dodeci penthagoni oppositi alli dodice angoli solidi del dato ycocedro.

Adonque tu approuerai questi penthagoni esser equilateri, si come festi delle base del cubo nella propositione anciana alla precedente. Perche eglie necessario che li centri di ciascuni duoi triangoli, che hanno un medesimo lato commune siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli. & è manifesto (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base esser circonscrittibile della medesima sphera: della quale il diametro e si come el diametro di questo corpo, cioè la linea che cõtinua li duoi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segato questo diametro in due parti equali, el ponto della settione sarà el centro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li pẽthagoni (per la undecima del duodecimo) dutte le perpendicolare & dal ponto doue che dette perpendicolare caderanno in caduno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con caduno delli angoli de essi penthagoni: sa adonque che tu proui in questo modo quelli esser equiangoli, & conciosia che tutti li cerchij che circonscriuono li triangoli del ycocedro siano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della sphera a quelli, lequale cadono in el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che vengono dal centro della sphera a cadauno delli angoli del penthagono, sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchij che circonscriuono quelli triangoli del ycocedron (dal presupposito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesimo genere de dimonstratione, con elquale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che perviene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana. Sega la sphera) non sopra el centro di quella) esser una circonferentia che contiene un cerchio) è necessario le cinque linee che uengono dal concorso delle linee dutte perpendicolarmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni alli cinque angoli di cadauno de detti penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, egliè un cerchio che li circonscriue. Conciosia adonque che quelli siano equilateri: etiam el se conuence quelli essere equiangoli, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Problema. 7. Propositione. 7.

Se dentro a un dato corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole, noi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole reccorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, impararalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di cadauno penthagono sia congionto con el centro di cadauno penthagono communicante con seco in lato: cioè talmente che el centro de cadauno di penthagoni: sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti: ouer che gli stanno congionti a torno. Quando adonque tu hauerai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno opposti alli uinti angoli solidi del dodecedron, liquali abbrazzarāno un corpo di uinti base triangolare (le quale dimōstraremo esser equilatere.) Et li 12. angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminanti in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li uenti triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, conduisse le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuerai (per la ottaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, lequale sotto tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (conciosia che tutte le perpendicolare, siano equale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che è il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & essere tutte fra loro equale apprende in questo modo. (per la quinta del primo, & uigesima se sta del medesimo) è manifesto cadauna di quelle, diuidere li lati delli penthagoni

goni sopra liquali cagiono: in due parti equali: etiam esser fra loro equale, ilche se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per laqual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato: se cõgiongono di compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, impero che l'una & l'altra diuide quel lato commune a quelli duoi penthagoni (dalli centri di quali uengono) in due pari equale. Produrai adonque a queste due e due perpendicolare: per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli quali: el lato commune (in elquale se congiongano de cõpagnia) è opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee, lequale (per la demostratione della. 17. del. 13.) è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera come el proposto dodecedron, e però egliè manifesto quello esser equale impero che tutti li lati del cubo sono equali: & è manifesto (per la. 9. del. 11.) quelle esser equidistãte per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune, in elquale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser diuise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima tertia del. 1.) tutte le linee che continuano li põti in liquali le due e due perpẽdicolare concorrano: sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque (per la ottaua del primo) li angoli contenuti dalle due è due perpendicolare: sono equali, per laqual cosa (per la quarta del medesimo) anchora le linee che continuano li centri di penthagoni: sono fra loro equale. Adonque in el proposito dodecedron è inscritto il corpo de uinti base triangolare & equilatere, come fu proposto di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a uno proposto solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere un cubo.

Conciosia che'l dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto (per la decima settima del terzodecimo) è quel fabricato poca difficultà ui occorre a inscriuerui el cubo, perche conciosia che siano dodeci penthagoni: se a uno angolo de cadauno di quelli tirarai sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde tu uederai scoder fuora sei superficie equilatere & rettangole, lequale abrazzaranno & compiranno el corpo del cubo. Quelle esser equilatere è manifesto (per la quarta del primo) et rettãgole (per lo medesimo genere di argumentatione) con elquale prouassimo (in la sesta di questo) le base del dodecedro, inscritto in el dato yocedrõ esser equiangole. Certamente è manifesto per la decima settima del terzodecimo. el proposito dodecedron esser circonscrittibile de una sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tira le perpendicolare come insegna la 11. del undecimo, et dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere protrahe linee rette, & coliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera: et queste linee che continuano el cẽtro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolto dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per

la

la penultima del primo) rimaneno li quadrati delle linee che continuaro el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessa rio tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscriue, Et però è necessario quelle essere equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche (per al 32. del primo) li angoli di caduna di quelle tolti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole: Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente: della ragion del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 9.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottocedro.

Composto un dodecedro (come se insegna in la decimasettima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (cioè quelli che congiongono li catheti sopra le sei linee che diuidono li lati opposti delle superficie del cubo in due parti equale tirati come coranšti di quelli) diuide in due parti equali, & quelle diuisioni ouer ponti, continua li duoi e duoi opposti con tre linee, lequale (per la 41. del 11.) se segaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se diuidano anchora fra loro ad angoli retti. Adõque se tu continuarai le istremità di queste tre linee con dodice linee rette a te peruenirà un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) ouer (per la penultima del primo) laqualcosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

A chi non ha ben in memoria la qualità ouer forma dil corpo di dodice base nõ sarà molto capace di questa soprascritta inscrittiõne, ma uolendone esser ben chiaro bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo & uederasse opposito a caduna superficie del cubo in aere trauersare un lato del dodeci base, qual diuiso per mità, e cõtinuar li ponti di tai diuisioni (liquali sarãno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee rette diametralmente (come parla in commento) lequale saranno tre dapoi congiongere le istremità di dette tre linee con altre dodice linee se uederà peruenir il detto corpo di otto base qual facilmente se prouarà esser equalatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descriuere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscriue in el dato dodecedron (per la ottaua di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscriue una pyramide di quattro base triangolare equilatere Conciosia adonque che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come è manifesto per el processo della prima) & li angoli del cubo per el processo della ottaua) sono in li angoli del dodecedron, Anchora li angoli della pyramide, saranno in li angoli del dodecedron, Adonque è manifesto quello che noi uolemo.

Pro-

Problema. 11. Propositione. 11.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron (per la 6.) & in el dodecedron un cubo (per la ottaua) & (per la demonstratione della sesta) è manifesto che tutti li angoli, del dodecedron cascharo sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque hauemo il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangolare, & equilatere.

Si in el dato ycocedron (per la precedente) inscriuerai un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del ycocedro: Ma bisogna sapere che conciosia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15. lib. uien determinato la loro mutua inscrittione, se cadauno de quelli fusse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia uinti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque saria inscrittibili in cadauno delli altri quattro: Et però quattro fia cinque inscrittioni (che è uinti) necessariamēte peruenería. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro puol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in liquali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro, possano toccare li estremi di essa pyramide, anchora el cubo è atto a receuere in se solamente la pyramide e lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a receuere solamente la pyramide & el cubo, & in niun di questi è possibile a colocarui alcuno delli altri cioè lo ycocedro & lo dodecedro. Auenga che lo ycocedro a tre delli altri dia ricetto al ottocedro solamente ha denegato esser recettacolo, perche li sei angoli del ottocedro, receueno la oppositione fra loro a duoi a duoi semidiametralmēte & le linee che continuano quelli se diuidono fra lor orthogonalmēte in due parti equali è pertanto formano quel glorioso signo di croce, che tutti li demoni fa tremare, treplicato, adonque queste segni di croce, ne li triangoli, ne le base, ne li angoli, ne li lati del ycocedron li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello nō si puol trouare sei base: ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, a niuno delli altri a prohibito ouer uetato alogiamento, immo de tutti è ricettacolo, E però non inconuenientemente, la figura del dodecedro: li antiqui discipoli di Platone la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco impero che quello uola in suso in figura de pyramide, et la figura del ottocedro al aere. perche si come l'aere in paruita del moto, seguita il foco così la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilità. Ma la figura del uinti base la dedicorno a l'acqua. Perche conciosia che quella sia piu circolare in la sphera de tutti li altri: per la moltitudine delle sue base: parue conuenire piu al moto delle cose scorrente, che delle ascendente, E la figura del cubo

l'attribuirno

l'attribuirno alla terra. Perche quala e quella cosa in le figure che habbia piu debisogno di maggior uiolentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se ritroua piu fisso e costante della terra. Adonque se dalle uinti inscrittioni se ne toglie le tre che non sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedrō non comporta, Et similmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodeci inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro, tre del ycocedro, & quatro del dodecedro. De tutte lequale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

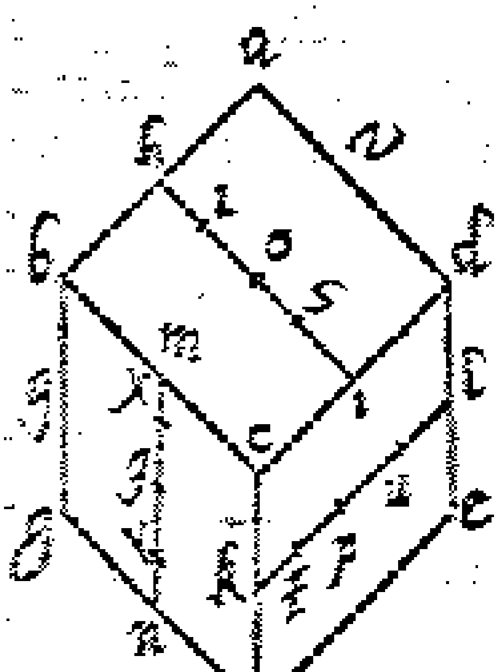
Quantunque Euclide non habbia a noi assignato over proposto salvo che dodeci inscrittioni (come per auanti è stato disputado. Et che medesimamente il commētatore affermi con certe sue ragioni non poter esserne piu delle predette dodeci, Niētedimeno due altre ne hauemo nouamente ritrouate.

La prima è a descriuere in uno proposto cubo, il corpo de uinti base.

La seconda è a inscriuere nel uinti base, il corpo di otto base.

Laqual inscrittione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor uegnando alla prima dico che

Egliè possibile a inscriuere in un proposto cubo un corpo di uinti base triangolare equilatere.



Sia il proposto cubo .a.f. nel quale uoglio inscriuere il uinti base diuido li dui lati .a.b. et .c.d. della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli duoi ponti .h.i. il medesimo fazzo delli altri duoi lati a quelli oppositi & equidistanti della superficie subgiacente (non apparente che è basa del cubo) & quelli congiongo con due linee rette l'una delle qual e la linea .h.i. l'altra a lei equidistante uien a restar occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido anchora li duoi lati .d.e. & .c.f. (& similmente li altri duoi a quelli oppositi & equidistanti) pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente con le due linee rette l'una delle qual e la linea .k.l. l'altra resta occultata dal corpo. Similmente faccio delli duoi lati .b.c. & .g.f. tirando la linea .m.n. & il medesimo faccio nella superficie occulta (a questa opposita) fatto questo diuido cadauna de le tre linee .h.i.k.l. et .m.n. in due parti equali nel li ponti .o.p.q. il medesimo faccio delle altre tre occulte (a queste opposite) & cadauna de queste mità diuido secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi nel li ponti .r.s.t.u.x.y. talmente che la maggior parte di cadauna siano uerso il ponto medio cioè che la maggior parte della .h.o. sia la .r.o. & della .o.i. sia la .o.s. & cosi far delle altre tre occulte: fatto questo congiongo cadauno di questi ponti diuidenti con cadauno circonstante con linee rette cioè dal ponto.s.tiro quattro linee la prima dal.s.al.x la seconda da.s.al.t.la terza dal.s.al.u.la quarta dal.s.al ponto occulto de la linea che termina nel ponto.z. Similmente farò con il ponto.x.tirando, x,y,x,t,&,x,al ponto della linea occulta terminante in 9.et cosi procederò in tutti li altri(lequale linee non le ho volesto tirare perche generariano confusione: ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vederà mentalmente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da vinti triangoli delliquali uno ne sarà sotto a cadauno lato del cubo essempi gratia il triangolo.x.t.y. e sotto giacente al lato.c.f.& lo triangolo.s.t.u.e sotto giacente al lato.c.d.& cosi se trouarà in cadauno delli altri lati & per esser li lati del cubo.12 li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che manca andar a vinti) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo, l'uno di quali sarà il triangolo.s.x.t. & cosi si trouarà sotto giacere a cadauno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo serà contenuto da vinti triangoli,hor resta de dimostrare che siano equilateri laqual cosa facilmente se dimostra in questo modo:imaginamo che sia tirata una linea dal põto.t.al ponto.l.laquale(per la diffinitione)contenerà angolo retto con la linea.s.i. (per esser la.s.i.perpendicolare alla superficie.d.f.) adonque il quadrato della.s,t, (lato del triangolo dello inscritto corpo)sarà equale(per la penultima del primo alli duoi quadrati delle due linee.t.i.& s.i. Et perche la detta linea.t.i è equale alla linea che fusse tirata dal.u.al.i.ilche se manifestarà(per la 4.del 1.)tirando una linea dal.i.al.p.Seguita adonque(per commune scientia) che le due linee.s.t.et.s.u. lati del trigolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea.s.t.è equal alli duoi quadrati delle due linee.t.i.& s.i.& il quadrato della.t.i.(per la penultima del 1.)è equale alli duoi quadrati delle due linee.t.p.& p.i.seguita che il quadrato della.t.s.sia equale alli tre quadrati delle tre linee.s.i.i.p.et.p.t.& perche.p.i.è equale alla.p.K.(diuisa)& la.p.t.è la maggior parte di quella & la.s.i.è equale alla minor parte. Et perche il quadrato di tutta la linea.p.k.(ouer.p.i.) insieme con il quadrato della.s.i.(sua minor parte)e triplo(per la.5.del 13.) al quadrato della.t.p.(sua maggior parte)giõtoui a tal somma il quadrato della detta.t.p.(sua maggior parte) tal somma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta.t.p.(maggior parte)adonque per commune sciẽtia la linea.s.t.(lato del triãgolo)sarà quadrupla in potentia alla.t.p. Et perche etiã tutta la.t.u.(per la.4.del 2.)e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima.t.p.Seguita(per commune scientia)la.s.t.esser equale alla.t.u.& di sopra fu dimostrato che la.s.t.era equale alla.s.u.adonque il triangolo.s.t.u.sarà equilatero & per lo medesimo modo se dimostrarà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscrittione trouai alli 21.di Decemb.che fu il giorno di S.Thomaso.1542.In Venetia,cõ laqual inscrittione lo giorno sequente ritrouai l'altra seconda detta di sopra cioè che

Egliè posibile a inscriuer nel corpo di uinti base,il corpo di otto base.

Perche egliè manifesto (per il conuerso della inscrittione per noi di sopra addutta) esser possibile de circonscriuere un cubo, a ogni dato corpo di uinti base.

Sia adonque il dato ycocedron (nel qual uolemo inscriuere el detto otto base) quello medesimo che disopra fu inscritto nel cubo circa dil quale imaginaremo che gli sia circõscritto il medesimo cubo, a, f, E perche in ciascaduna delle sei superficie del detto cubo ui se riposa uno lato del dato corpo de uinti base delli quali l'uno ne è la linea, r, s, (della figura precedente) l'altro, x. y, l'altro, t, u, li altri sono a questi tre oppositi & perche li ponti, o, q, p, & similmente li altri tre a questi oppositi diuidono cadauno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo, congiõgendo adonque cadauno di detti centri cõ cadauno di quattro circonstanti con linee rette: si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo (per il secondo modo adutto dal commentatore) si manifestarà il proposito, cioè che il corpo di otto base che serà ĩscritto nel detto cubo sarà medesimamente inscritto nel uinti base. & perche il lato del cubo (detto di sopra) è equale a tutta la linea, l, k, & la detta, l, K, è doppia alla, p, k, (diuisa) diuidendo adonque la detta, l, k, (ouer il lato del cubo) secondo la medesima proportione hauente il mezzo e duoi estremi la sua maggior parte sarà etiam doppia alla, p, t, & perche il lato del uinti base inscritto (cioè la, t, u,) e etiam doppio alla medesima t, p, ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de uinti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema. 13. Propositione. 13.

13 Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello
o inscriuerui una sphera.

Adonque (per lo 13. libro) è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser inscrittibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el contrario cioè a cadauno di quelli esser inscrittibile la sphera. Et per dimostrar questo uscissano (ouer siano protratte mẽtalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, lequale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchij che circonscriuono esse base, et conciosia che, tutti li cerchij che circõscriuono quelli siano equali: Etiam queste perpẽdicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera, (che circonscriue) descriuerai un cerchio secondo la quantità di una di quelle, & essendo circonduto la mità di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco doue comminciò a esser mouesto: & perche quello è necessario transire per le istremità di tutte le perpendicolare tu conuencerai (per el correlario della decima sesta del terzo) la sphera descritta da mouimento di questo semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphera non puo toccar piu delle base di quel corpo di quel che tocca el semicerchio circodutto mentre che quello era mouesto per laqual cosa è manifesto noi hauer inscritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

IL FINE DEL DECIMOQVINTO LIBRO.

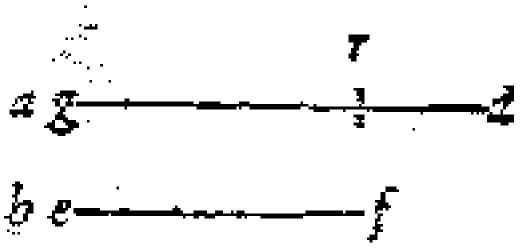
PARTICELLA DELLA COSA LEGGIERA, ET GRAVE D'EUCLIDE.

1 I CORPI uguali di grandezza sono quelli, che riempieno i luoghi uguali.
2 I corpi diversi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non uguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, iquali sono di luogo piu ampio.
4 I corpi uguali di potentia sono quelli, i moti de iquali sono uguali, per mezzo e di tẽpo e d'aria, o d'acqua uguali, & per spatii uguali.
5 I corpi diversi di potentia sono, i moti d'iquali sono uguali a diverso tempo.
6 De i corpi diversi di potentia, questo si dice il maggior di potentia, ilquale movẽdosi consuma manco tempo. il menor di potentia e questo, che consuma piu tempo.
7 I corpi della istessa sorte sono quelli, che essendo uguali di grandezza sono anco, di potentia.
8 I corpi di diversa sorte sono quelli, iquali essendo di grandezza uguali, nõ sono di potentia, benche si muovano per lo medesimo mezo.
9 De i corpi di diversa sorte il piu potente si dice questo, che è piu sodo.

Theorema primo.

De i corpi de diversa potentia quello, che per maggior spatio si move, ha piu potẽtia

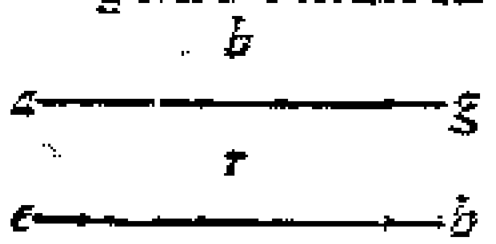
Siano a. e b. due corpi. Siano g.d. & e. f. due spatii. g. d. il maggior, per loqual lo a. si move. e. f. il menor, per lo qual il b. si move. Risecarò dal spatio di. g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di. e. f. uguale il spatio di. g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secondo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se moltiplici, saranno parimente le loro potentia moltiplici.

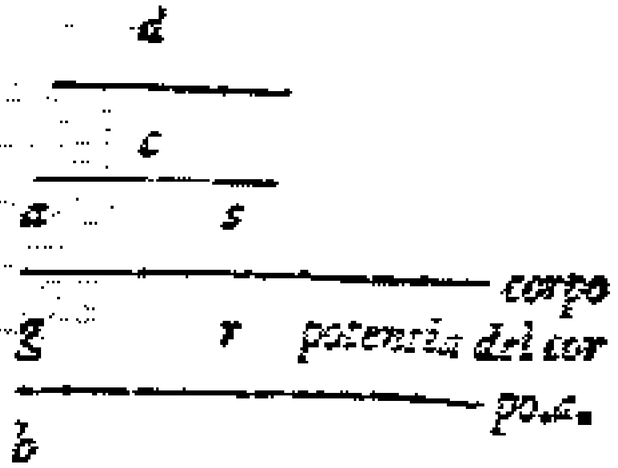
Sia il corpo. a. g. doppio al corpo. d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potẽtia. Percio del corpo. a. g. sia la potentia. e. h. Del d. poi il c. & a. g. secõdo l'eccesso del moltiplice si parta in a, b. & b, g. di maniera che la potẽtia dell'uno e dell'altro si sia uguale alla potentia del corpo di esso d, ilqual era c. Dapoi partimmo il corpo a, g, nelle parti, a, b. b, g, pari al corpo d. cosi partiamo la potentia. e, h. nelle parti, e, r, & r, h, pari alla potentia del. c. egli è manifesto, che la potentia. e. h. significa doppia potentia.



Theorema terzo.

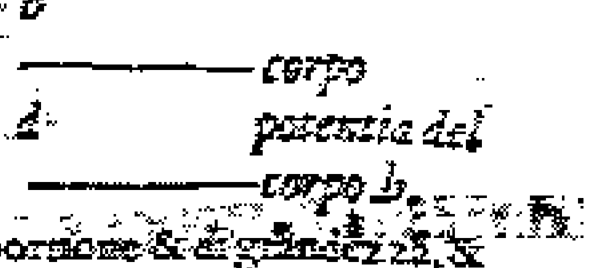
De i corpi dell'istessa sorte è una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo. a. doppio del corpo. b. della medesima sorte dico come il corpo. a. e al corpo. b. cosi il g. potẽtia del corpo. a. sia chiaro esser al d. potentia del corpo. b. se al modo, che partiamo i corpi, cosi partiamo parimente le potentie moltiplicevolmente dell'una e dell'altra parte.



Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessa sorte tra di se, iquali sono di par potẽtia el corpo della medesima sorte, perche se tolte le ugualità a quel terzo saranno le virtù loro pari, percioche sono uguali le potentie del terzo.



Saranno i corpi della sorte medesima, de iquali e una proportione & di grandezza, & di potentia, Se come il corpo. a. al corpo. b. cosi la potentia del corpo, a, alla, potentia del corpo, b, dico i corpi. a. b. essere dell'istessa sorte, percioche poniamo il corpo, a, uguale al corpo, la potentia del qual sia lo. r. Saranno adonque come il b, allo. a. cosi lo. r. alla potẽtia di esso. a, ilqual e il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq.

Tutti sono quaderni.

IN VENETIA,
Appresso Giouanni Bariletto.
M. D. LXIX.